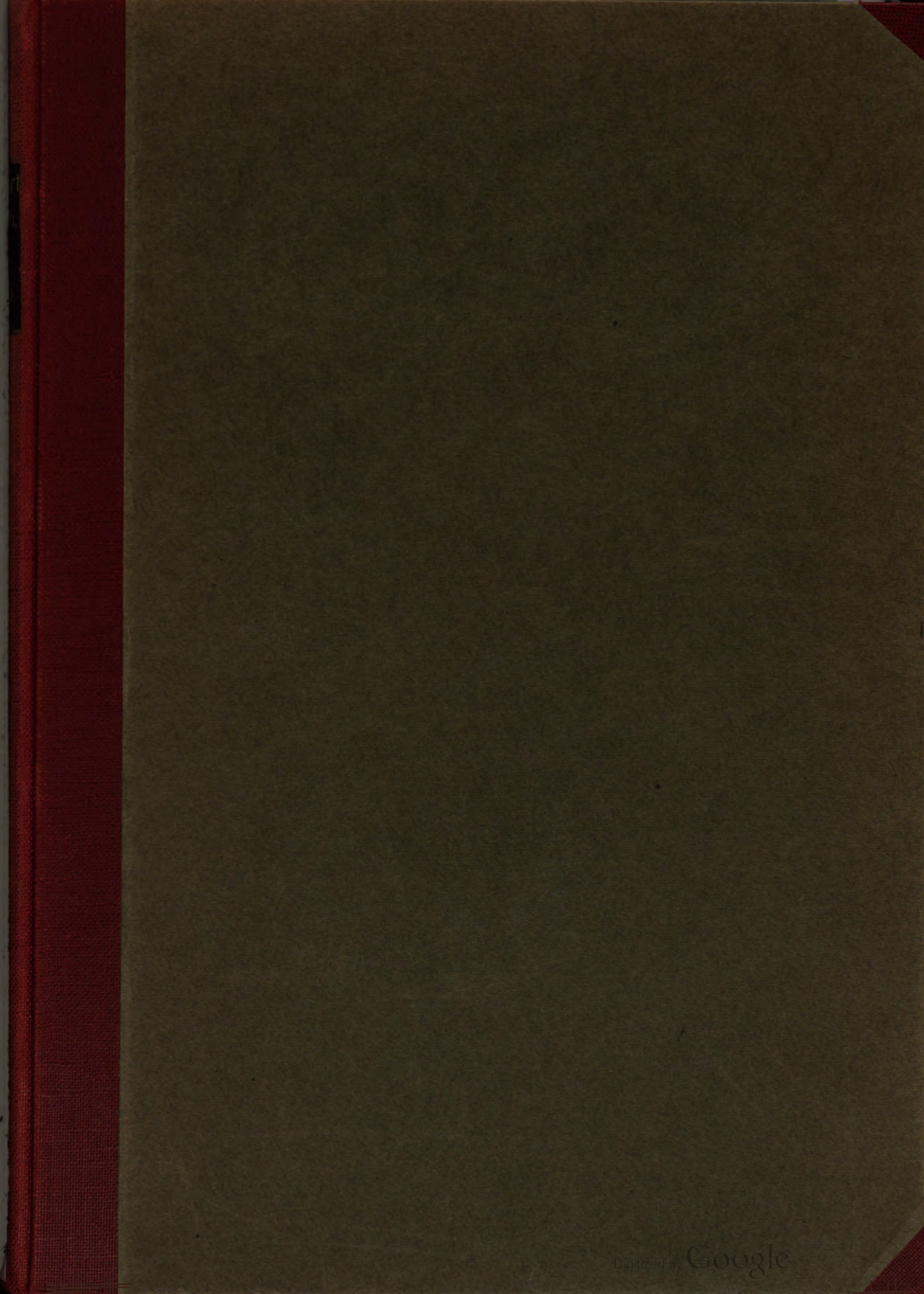


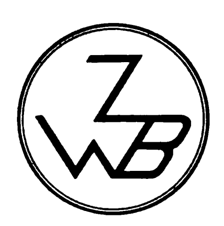




LUFTFAHRT-FORSCHUNG

Mit Beiträgen der nachstehenden Stellen:
Vereinigung für Luftfahrtforschung • Deutsche Versuchsanstalt für Luftfahrt, E.V., Berlin-Adlershof • Aerodynamische Versuchsanstalt beim Kaiser-Wilhelm-Institut für Strömungsforschung, Göttingen • Aerodynamisches Institut der Technischen Hochschule Aachen • Aerodynamisches Institut an der Technischen Hochschule Darmstadt • Institut für Aerodynamik und Flugtechnik der Technischen Hochschule Hannover • Flugtechnisches Institut an der Technischen Hochschule Stuttgart • Forschungsinstitut fur Kraftfahrwesen und Fahrzeugmotoren an der Technischen Hochschule Stuttgart • Flugtechnisches Institut an der Technischen Hochschule Berlin • Deutsches Forschungsinstitut für Segelflug, Flugplatz Griesheim b. Darmstadt • Professor Dr.-Ing. Flügel u. a.

Herausgegeben von der
Zentrale für technisch-wissenschaftliches Berichtswesen über Luftfahrtforschung (ZWB)



BAND XII

1935

VERLAG R. OLDENBOURG / MÜNCHEN 1 UND BERLIN

INHALTS-ÜBERSICHT

Verfasserverzeichnis.

Sachverzeichnis.



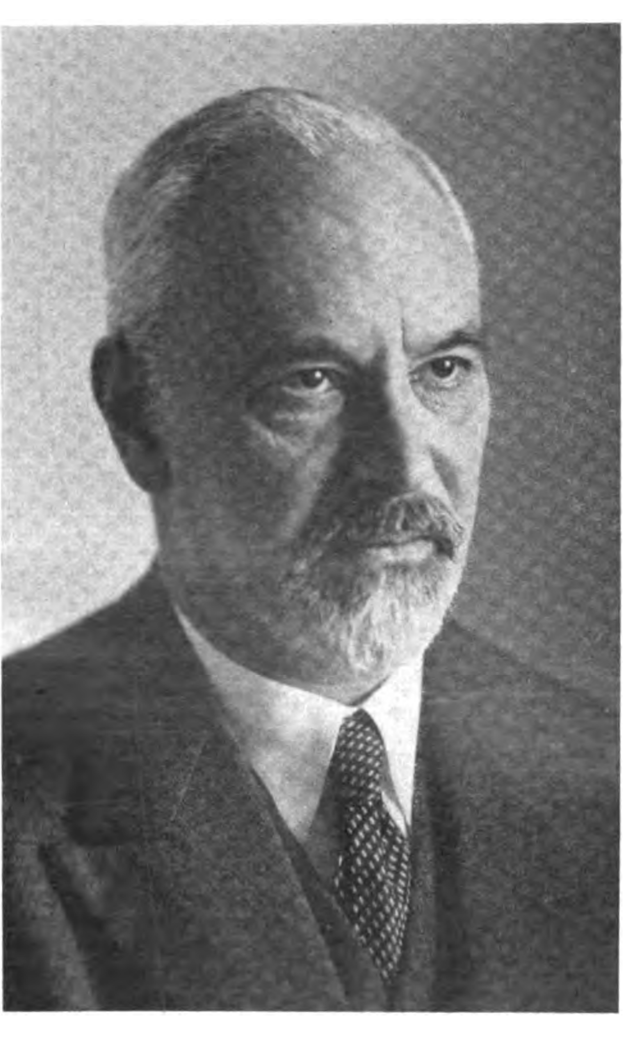
LUFTFAHRTFORSCHUNG

Band 12 | 28. März 1935 | Nr. 1

Ludwig Prandtl.

Am 4. Februar 1935 wurde Ludwig Prandtl 60 Jahre alt. Schüler und Freunde, die in- und ausländische Fachwelt, einerlei ob Ingenieur, Physiker oder reine Mathematiker, sie alle ließen es sich nicht nehmen, an diesem Tage ihres Lehrers, des erfolgreichen Forschers und vielseitigen Menschen dankbar zu gedenken, erfreut darüber, daß der Gefeierte voll neuer Ideen an der Arbeit ist, wie sie es an ihm seit vielen Jahren kennen.

Als vor zehn Jahren Th. v. Kármàn der hohen Verdienste Prandtls um Wissenschaft und Technik anläßlich seines fünfzigjährigen Geburtstages gedachte[1]), schloß er seine Ausführungen mit den Worten:



»Wenn wir die fünfzigste Wiederkehr seines Geburtstages feiern — eigentlich ein früher Termin zum Feiern, vielleicht dadurch entschuldigt, daß der Jubilar früh angefangen hat, Bedeutendes zu leisten —, so wünschen wir in erster Linie, er möchte der Wissenschaft Deutschlands und der Welt mit der gleichen Schaffensfreude und Schaffenskraft erhalten bleiben; er möge bleiben als Forscher, Lehrer und Freund, ganz genau so, wie er ist. Nur eine Seite möchten wir —: ich glaube im Namen vieler zu sprechen — mehr entwickelt sehen. Viele Gelehrte begeben sich, wenn die Quelle der Originalität langsam an Ergiebigkeit nachzulassen beginnt, auf das bequemere und dankbare Gebiet des Bücherschreibens. Wenn wir darauf warten müßten, so würde Prandtl — fürchte ich —, nie Lehrbücher schreiben. Und doch ist dies eine Lücke, die man bedauern muß. Prandtlsche Theorien, Prandtlsche Versuchsanstalten, Prandtlsche Schüler hat die wissenschaftliche Welt schon etliche gesehen, von dem Fünfzigjährigen möchte sie auch Lehrbücher haben!«

Von den Wünschen, die v. Kármàn 1925 ausgesprochen hat, ist erfreulicherweise und dankbar begrüßt von allen, die Prandtlsche Arbeiten erwarten und benötigen, in reichem Maße derjenige in Erfüllung gegangen, daß er »der Wissenschaft Deutschlands und der Welt mit der gleichen Schaffensfreude und Schaffenskraft erhalten« geblieben ist. Eine Fülle neuer Arbeiten entstammt seiner Feder. Das umfassende Lehrbuch, das v. Kármán vorschwebte und von dem Prandtl selbst einmal gesagt haben soll, daß er es eigentlich in dreifacher Fassung, nämlich für Ingenieure, Physiker und Mathematiker, schreiben müsse, ist noch ausgeblieben, offenbar weil bei Prandtl eben »die Quelle der Originalität« noch nicht an »Ergiebigkeit« nachgelassen hat. Wir wurden aber 1929/31 durch die Herausgabe seiner Vorlesungen[2]) und 1931 durch den »Abriß der Strömungslehre«[3]) bereichert, Bücher, die viele gern zur Hand nehmen.

In dem obenerwähnten Aufsatz ist v. Kármàn im einzelnen auf die Prandtlschen Arbeiten eingegangen, die sich in die Arbeitsgebiete Gasströmung, Elastizität und Festigkeit sowie Hydro- und Aerodynamik einteilen lassen. Diesen Zeilen ist ein Verzeichnis der wichtigsten Veröffentlichungen von L. Prandtl seit 1925 beigefügt, das sich somit unmittelbar an die frühere Aufstellung anschließt. Jeder Leser erkennt sofort die Vielseitigkeit des Prandtlschen Arbeitens im abgelaufenen Jahrzehnt. Die Aufsätze beschränken sich nicht nur auf die Strömungslehre im engeren Sinne — was ja verständlich wäre —, sondern befassen sich auch darüber hinaus, wie auch früher, mit Aufgaben der Festigkeitslehre.

Steht Prandtl einem interessanten Problem gegenüber, das mit seinem engeren Arbeitsgebiet gar keine Berührung zu haben braucht, so ist es sicher, daß er ungleich schneller als irgendein anderer die Hauptfragen des Problems zu erfassen versteht. Wie oft hat er in solchen Fällen den Bearbeiter mit dem klaren Hinweis auf eine Lösungsmöglichkeit oder durch einen Beitrag zur behandelten Frage beschenkt. Die Nebenwege solchen uneigennützigen Tuns Prandtls sind im einzelnen nicht mehr zu verfolgen; sie sollen aber hier dankbar erwähnt sein.

Mancher wird sich fragen, woher es kommt, daß Prandtl bei allen Fachleuten der Luftfahrt bekannt ist, bei weit mehr, als wohl Arbeiten von Prandtl tatsächlich gelesen haben.

Ein erster Grund hierfür kann darin gesehen werden, daß er mittel- oder unmittelbar maßgebend die Anlagen fast aller Modellversuchsanstalten, die heute über die ganze Welt verstreut sind, beeinflußt hat. Wohl hatten andere, z. B. die Franzosen Eiffel und Ferber, vor ihm Untersuchungen über den Luftwiderstand begonnen; die erste Anlage Prandtls, die 1908 im Auftrage der Motorluftschiff-Studiengesellschaft in Göttingen errichtet worden ist, setzte aber sofort derart erfolgreich mit Messungen an Luftschiffkörpern, an ebenen und gewölbten Platten, an Luftschrauben ein, daß der Göttinger Windkanal ein überaus erfolgreiches und vorbildliches Hilfsmittel für den Luftfahrzeugbau aller Länder wurde.

Wie bescheiden die Anfänge waren, zeigt der Schlußsatz der ersten Prandtlschen Eingabe zwecks Bau des Windkanals, wo es heißt:

»So dürfte es, wenn die Direktion von einem Mitglied des Ausschusses unentgeltlich übernommen würde, ausreichend sein, einen wissenschaftlichen Beobachter sowie einen Mechaniker anzustellen.«

Prandtl hat in der gleichen Eingabe bereits die Frage der Ähnlichkeit der Modellversuche mit dem Großversuch ge-

[1]) Z. Flugtechn. Motorluftsch., Jg. 16 (1925), S. 37 ff.
[2]) Hydro- und Aeromechanik nach Vorlesungen von L. Prandtl, herausgegeben von O. Tietjens, 2 Bände, Springer Bln. 1929 u. 1931.
[3]) Friedrich Vieweg, Braunschweig, 1931.

streift. Dem heute noch benutzten »Kleinen« Göttinger Kanal folgen später in allen wichtigen Luftfahrtforschungsstätten viele Kanäle, die in ihrer Gestaltung und bei ihren Meßverfahren weitgehend die Göttinger Vorarbeiten zum Muster nehmen konnten. Die dimensionslose Darstellung der Versuchswerte ist von Prandtl vorgeschlagen worden und hat sich seitdem in allen aerodynamischen Arbeiten eingewurzelt. Der Bau eines Windkanals war für Prandtl nicht Selbstzweck; er sollte ihm und seinen Mitarbeitern ein Hilfsmittel sein. Es ist aber wichtig festzustellen, daß dem Bekanntwerden der Göttinger Arbeiten nebenher auch die Anerkennung über die ausgezeichneten Arbeitsverfahren der Göttinger Schule ging.

Eine große Schwierigkeit war in den Anfangszeiten des Flugzeugbaues, die Ergebnisse von Modellmessungen oder Messungen im großen, die an bestimmt umrissene Tragflügel bestimmter Querschnitte geknüpft waren, auf andere Verhältnisse umzurechnen. Man wußte wohl, daß das Seitenverhältnis dabei eine große Bedeutung besaß, aber wie war diese zu erfassen? Hierzu gaben die während des Krieges entstandenen Arbeiten Prandtls über die »Tragflügeltheorie« den Schlüssel und den Weg zur folgerichtigen Weiterarbeit.

Heute wird auf der ganzen Welt jeder technisch ernst zu nehmende Neuentwurf eines Flugzeuges nach Prandtlschen Gedankengängen bearbeitet, um den Luftwiderstand der Tragflügel bei verschiedenen Auftrieben zu berechnen. Über den Bereich der »ungestörten Strömung« ist die Tragflügeltheorie voll anwendbar, und wo die Strömung »abzureißen« beginnt, da können wiederum Prandtlsche Erkenntnisse über die »Grenzschicht« zur Deutung und Beherrschung der Vorgänge herangezogen werden. Zur Theorie der Luftschrauben hat Prandtl maßgebende Beiträge geliefert, die überall Einführung gefunden haben.

So erntet der Flugzeugingenieur auf Schritt und Tritt die Früchte der Pioniertätigkeit Prandtls, ohne oft im einzelnen zu wissen, daß er es war, der ihm die Grundlage zu seinen Überlegungen gegeben hat.

In den ersten Jahren der Segelflugbewegung weilte Prandtl regelmäßig in der Rhön und trat dem wagemutigen Volk der Akademischen Fliegergruppen nahe. Dort lernten die jungen Studenten der meisten Technischen Hochschulen den verehrten Mechaniklehrer auch in seinen menschlichen Zügen kennen. Daß Prandtl zum Walzer aufspielen werde, das hat kein Besucher des »Gasthofes zum Hirsch« in Gersfeld an jenem frohen Sommerabend 1921 vorher geahnt. Das Bild Prandtls wäre deshalb nicht vollständig, wenn neben der Würdigung als Forscher und Lehrer die Erwähnung solcher menschlichen Charakterzüge fehlte. Es seien deshalb hier einige Bemerkungen niedergelegt, die ich O. Tietjens verdanke, der während seiner Göttinger Studienzeit Prandtl nahestehen durfte:

Prandtls eigene Musik:

Ganz ähnlich wie Prandtl bei wissenschaftlicher Arbeit es vorzieht, schöpferisch tätig zu sein und von sich aus zu gestalten, anstatt das von anderen Geschaffene durchzudenken und in sich aufzunehmen, so auch in der Musik. Ein kleines Erlebnis mag dies erläutern: Schon häufig hatte ich, der ich als Student mehrere Jahre bei Prof. Prandtl wohnte, von meinem Zimmer aus dem Klavierspiel Prandtls zugehört, ohne ausmachen zu können, was er eigentlich spielte. Von den in seinem Musikzimmer vorhandenen Noten, die ich kannte, war es offenbar nichts. Eines Abends, als Prandtl wieder spielte, wollte jemand ihn sprechen, und da gerade sonst niemand im Hause war, übernahm ich es, den Fremden anzumelden. Als ich die Tür öffnete, war mein Erstaunen groß. Das Musikzimmer lag ganz im Dunkeln, und Prandtl, der mein Eintreten nicht bemerkt hatte, spielte mit großer Hingabe seine eigenen ungeschriebenen Kompositionen.

Prandtls Art zu arbeiten:

Die geringe Neigung, bereits Geschaffenes und Niedergeschriebenes Schritt für Schritt durchzuarbeiten, erstreckt sich bei Prandtl gelegentlich sogar auf seine eigenen Arbeiten. So erzählte er mir einmal, daß es verschiedentlich vorgekommen sei, daß ein ihn interessierendes Problem nach Verlauf von vielen Jahren zum zweiten Mal von ihm gelöst worden sei. Wie es bei wissenschaftlicher Arbeit so ist, nicht jedes Problem erfährt auf Anhieb seine endgültige Lösung. Zu häufig nur muß man mit einem vorläufigen Resultat zufrieden sein. Nach Jahren dann, häufig im Zusammenhang mit ganz anderen Fragen, taucht das alte Problem wieder auf. Der übliche Weg ist dann, die alten Rechnungen und Niederschriften wieder aus dem Schubfach zu holen, um festzustellen, wie weit man seinerzeit gekommen war. Nicht so bei Prandtl. Das Durchsehen alter Rechnungen und Theorien liegt ihm nicht, und obwohl er weiß, wo das seinerzeit gefundene Resultat des ihn interessierenden Problems seit Jahren liegt, zieht er es vor, auf dem ihm jetzt gangbarsten Wege von neuem das Ziel zu erreichen. Der nachträgliche Vergleich der Resultate zeigte dann allerdings häufig, wieweit der frühere Standpunkt inzwischen von ihm überholt worden war. Es ist offenbar die Freude am Schaffen selbst mehr, als die Freude am Geschaffenen, die eine solche Einstellung verständlich macht. Hier drängt sich unwillkürlich die Parallele auf zwischen dem schöpferischen Wissenschaftler und dem schaffenden Künstler.

Prandtls »Spieltrieb«:

Mit welcher Hingabe Prandtl mechanische Vorgänge sich anschaulich klarzumachen und anderen mitzuteilen sucht, dafür ist die folgende kleine Anekdote kennzeichnend, die in Göttingen erzählt wurde: Es war auf einer großen Gesellschaft von Göttinger Professoren. Für die Unterhaltung der Gäste war aufs beste gesorgt; jeder einzelne erhielt sogar ein Programm ausgehändigt, auf dem die Folge der Darbietungen verzeichnet war. Neben musikalischen Vorträgen und ähnlichem war jedoch eine Nummer, sagen wir, Nummer fünf, lediglich mit drei Kreuzen bezeichnet. Die Dame des Hauses teilte nun unter dem Zeichen der Verschwiegenheit jedem einzelnen mit Ausnahme von Prandtl mit, daß die drei Kreuze »Prandtl beim Spiel« bedeuten. Kurz vor Beginn dieser fünften Nummer war Prandtl vom Hausherrn wie von ungefähr aus dem Zimmer geführt, um nach kurzer Zeit wieder mit ihm einzutreten. In der Zwischenzeit war auf den in der Mitte des Zimmers befindlichen Tisch einer jener beliebten, mit einem Faden aufziehbaren Kreisel gelegt, worauf die Gesellschaft sich zwanglos um den Tisch gruppiert hatte. Prandtl erschien ahnungslos in der Tür, den Kreisel sehen, auf ihn zugehen und ihn in Bewegung setzen, war eins, und gerade wollte er mit seinem Vortrag beginnen, als er hochblickte und in die ihm zulächelnden Gesichter der Umstehenden sah. Da wußte er, daß er die Hauptfigur der Nummer fünf war.

Prandtls Wirken hat den Flugzeugbau wesentlich gefördert, so daß er schnell Grenzen erreichte, die vor 2½ Jahrzehnten keineswegs für möglich gehalten worden sind. Insbesondere fliegen die schnellsten Flugzeuge und arbeiten deren Luftschrauben unter Bedingungen, unter denen die landläufigen Annahmen der Aerodynamik bald nicht mehr anwendbar sind. Prandtls eigene Untersuchungen über kompressible Gase und die unter seiner Leitung gemachten Messungen bei sehr hohen Strömungsgeschwindigkeiten zeigen, daß die Aerodynamik andere Wege beschreiten muß, wenn Flugzeuggeschwindigkeiten verlangt werden, die der Schallgeschwindigkeit nahekommen. Daß hier Ludwig Prandtl unser Wegbereiter werde, ist der Wunsch, den die Luftfahrttechnik an ihren Meister beim Eintritt in das nächste Lebensjahrzehnt heranträgt.

Wilh. Hoff.

Verzeichnis der wichtigsten Veröffentlichungen von L. Prandtl seit 1925.

1924/25 Die Windverteilung über dem Erdboden, errechnet aus den Gesetzen der Rohrströmung (gemeinsam mit W. Tollmien). Z. Geophysik, 1. Jahrg., S. 47.

1925 Magnuseffekt und Windkraftschiff. Naturwiss., Jg. 13, S. 93.

1925 Bericht über Untersuchungen zur ausgebildeten Turbulenz, Z. angew. Math. Mech., Bd. 5, S. 136—139.

1925 Kinematographische Strömungsbilder (gemeinsam mit O. Tietjens). Naturwiss., Jahrg. 13, S. 1050—1053.

1926 Aufgaben der Strömungsforschung. Die Naturwissenschaften, Jahrg. 14, S. 335.

1926 Bericht über neuere Turbulenzforschung. In »Hydraulische Probleme«, S. 1, VDI-Verlag, Berlin.

1926 Bemerkungen zu dem Aufsatz von A. Einstein: Die Ursache der Mäanderbildung und das sog. Baersche Gesetz. Naturwiss., Jahrg. 14, S. 619.

1927 The Generation of Vortices in Fluids of small Viscosity (Wilbur Wright memorial lecture 1927). Roy. aeron. Soc., Vol. XXXI, S. 720. Deutsche Wiedergabe in Z. Flugtechn. Motorluftsch., Jahrg. 18, S. 489.

1927 Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen (gemeinsam mit A. Betz), III. Lieferung, München und Berlin, R. Oldenbourg.

1928 Bemerkung über den Wärmeübergang im Rohr. Physik. Z., Jahrg. 29, S. 487.

1928 Bemerkung zur Hydrodynamik (Zuschrift zum Kis-



singer Vortrag des Herrn v. Mises). Z. angew. Math. Mech., Bd. 8, S. 249.

1928 Ein Gedankenmodell zur kinetischen Theorie der festen Körper. Z. angew. Math. Mech. Bd. 8, S. 85.

1929 Müller-Pouillets' Lehrbuch der Physik, Bd. I, 2. Teil: Mechanik der flüssigen und gasförmigen Körper, S. 991. Braunschweig, Vieweg u. Sohn.

1929 Hydro- und Aeromechanik, O. Tietjens nach Vorlesungen von L. Prandtl, Bd. I: Gleichgewicht und reibungslose Bewegungen. Berlin, J. Springer.

1929 Näherungsverfahren zur zeichnerischen Ermittlung von ebenen Strömungen mit Überschallgeschwindigkeit (gemeinsam mit A. Busemann), Stodola-Festschrift, S. 499—509. Zürich und Leipzig, Orell Füßli.

1930 Einfluß stabilisierender Kräfte auf die Turbulenz. Vorträge aus dem Gebiet der Aerodynamik und verwandter Gebiete (Aachen 1929). Herausgegeben von A. Gilles, L. Hopf und Th. v. Kármán. Berlin. S. 1, J. Springer.

1930 Zwei Vorträge an der Kaiserlichen Universität in Tokyo, Oktober 1929: 1. Über Turbulenz. 2. Über Gasdynamik. Journal of the Aeronautical Research Institute, Tokyo Imperial University, Nr. 65 (Vol. 5, 12)

1930 Beobachtungen über dynamischen Segelflug. Z. Flugtechn. Motorluftsch., Jahrg. 21/1930, S. 116.

1931 On the Role of Turbulence in Technical Hydrodynamics (World Engineering Congress Tokyo 1929, Proceedings Vol. V, S. 495, Tokyo).

1931 Hydro- und Aeromechanik, O. Tietjens nach Vorlesungen von L. Prandtl, Bd. II: Bewegung reibender Flüssigkeiten und technische Anwendungen. Berlin, J. Springer.

1931 Abriß der Strömungslehre. Braunschweig, Vieweg u. Sohn.

1931 Handbuch der Experimentalphysik, Bd. IV, 1. Teil: Einführung in die Grundbegriffe der Strömungslehre, S. 3. Leipzig, Akad. Verlagsges.

1932 Handbuch der Experimentalphysik, Bd. IV, 2. Teil: Herstellung einwandfreier Luftströme (Windkanäle), S. 63, Leipzig, Akad. Verlagsges.

1932 Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen (gemeinsam mit A. Betz), IV. Lieferung. München und Berlin, R. Oldenbourg.

1932 Der Kräftezustand in dem Holzstapel eines Stetigschleifers. »Papier-Fabrikant«, 30. Jahrg., Heft 19. Berlin.

1932 Meteorologische Anwendungen der Strömungslehre. Beiträge zur Physik der freien Atmosphäre (Bjerknes-Festschrift), Bd. 19. S. 188. Leipzig, Akademische Verl.Anst.

1933 Ein Gedankenmodell für den Zerreißvorgang spröder Körper. Z. angew. Math. Mech., Bd. 13, S. 129.

1933 Über Tragflügel kleinsten induzierten Widerstandes. Z. Flugtechn. Motorluftsch., Jahrg. 24, S. 305.

1933 Neuere Ergebnisse der Turbulenzforschung. Z. VDI Bd. 77, S. 105.

1934 Das Widerstandsgesetz rauher Platten (gemeinsam mit H. Schlichting). Werft, Reed., Hafen, Jahrg. 15, S. 1.

1934 Anwendungen der turbulenten Reibungsgesetze auf atmosphärische Strömungen. Vortrag auf dem IV. Intern. Kongr. f. techn. Mechanik. Cambridge, Engng. Laboratory.

The Mechanica of Viscous Fluids, Abschn. G in Vol. III des Werkes »Aerodynamic Theory« von W. F. Durand. Berlin, Springer. Noch nicht erschienen.

Systematische Versuche an Verstelluftschrauben.

Von H. B. Helmbold,

Aerodynamische Versuchsanstalt, Göttingen.

Die Eigenschaften von Luftschrauben lassen sich in der Regel nur durch Modellversuche mit genügender Sicherheit vorausbestimmen. An Hand von Versuchen mit einem vom Verfasser bereits früher beschriebenen Propellertypus, der als natürliche Grundform bezeichnet wird und in der Rechnung eine ähnliche Rolle spielt wie der elliptische Flügel in der Tragflügeltheorie, wird gezeigt, wieweit sich die kostspieligen Modellversuche durch Berechnung ersetzen lassen.

Gliederung.

I. Ziel der Untersuchung.

Systematische Modellversuchsreihen für Luftschrauben sind von amerikanischen und englischen Forschungsanstalten schon während des Krieges und in der ersten Nachkriegszeit im großen Umfang durchgeführt worden und haben wertvolle Berechnungsunterlagen für die flugtechnische Praxis ergeben. Die Göttinger Anstalt hat sich auf diesem Gebiet bisher eine gewisse Zurückhaltung auferlegt, weil die natürlichen Ordnungsprinzipien einer Systematik für derartige Versuchsreihen noch nicht ausreichend klargestellt schienen. Erst in letzter Zeit wurde ein spezieller Propellertypus gefunden, der als natürliche Grundform angesprochen werden kann und im folgenden als »Ausgangsluftschraube« bezeichnet wird. Er spielt hier eine ganz ähnliche Rolle wie der unverwundene elliptische Eindecker in der Tragflügeltheorie. Dieser stellt ja nicht nur ein energetisches Optimum dar, sondern ist vor allem auch besonders einfach theoretisch zu behandeln, weil er die Strömung längs der ganzen Spannweite um den gleichen Winkel ablenkt und weil jedes seiner Profile beim gleichen wirksamen Anstellwinkel arbeitet. Der neue Propellertypus ist angegeben vom Verfasser in seinem WGL-Vortrag [1] und von Lock [4]. Er ist dadurch ausgezeichnet, daß sich seine Eigenschaften (Leistungsaufnahme und Wirkungsgrad) in einem gewissen Bereich von Fortschrittsgraden und Verstellwinkeln mit Hilfe verhältnismäßig einfacher Formeln einigermaßen zutreffend berechnen lassen. Die vorliegenden Versuche wurden unternommen, um zu zeigen, in welchem Umfange sich die kostspieligen Modellversuche durch die wesentlich billigere Berechnung ersetzen lassen. Gleichzeitig damit wurden experimentelle Unterlagen zur Kritik der Betz-Goldsteinschen Propellertheorie unter denjenigen Voraussetzungen gewonnen, die dieser Theorie zugrunde liegen, die aber bei anderen Propellertypen nur unvollkommen oder nicht gleichzeitig erfüllt sind. Diese Voraussetzungen sind Kleinheit der Störungsgeschwindigkeiten gegenüber der Fluggeschwindigkeit und Erzeugung derjenigen Strömungsform, die (bei vorgeschriebenem sehr kleinem Schub) das Minimum der kinetischen Verlustleistung ergibt.

II. Modellbeschreibung.

Der benutzte Propellertypus ist durch den Verlauf des Steigungswinkels und der Profiltiefe längs des Radius gekennzeichnet. Die Nullauftriebsrichtungen der Flügelprofile der »Ausgangsluftschraube« (Verstellwinkel Null) bilden in ihrer Gesamtheit eine mathematische Schraubenfläche mit der (längs des Radius konstanten) Steigung $H_p = \lambda_0 \cdot \pi D$. Die Zahl λ_0 heißt »Profilsteigungsgrad« und ist nichts anderes als der Fortschrittsgrad $\frac{v_0}{\pi n D}$, bei dem längs des ganzen Schraubenflügels der Auftrieb gleichzeitig verschwindet und nur Profilwiderstand erzeugt wird. Die Lage der Nullauftriebsrichtung im Profil ist nicht ganz fest, sondern zeigt eine nicht zu vernachlässigende Abhängigkeit von der Reynoldsschen Zahl $\mathfrak{R} = \frac{t\sqrt{u^2+v_0^2}}{\nu} = \frac{E}{\nu}$ (die Größe $1000\,E$ pflegt man als »Kennwert« zu bezeichnen). Es wurden deshalb Profile verwendet, die auch bei kleinen Kennwerten untersucht waren, nämlich die Profilserie Göttingen 622 bis 625. Diese umfaßt 4 affine Flügelschnitte von den Dickenverhältnissen 8, 12, 16 und 20%, die bei den Kennwerten 1700, 3200 und 6000 durchgemessen sind (R. Seiferth, veröffentlicht sind bisher nur die Messungen bei $E = 6000$, Lit.-Verz. [5]). Die Profilkoordinaten gehen aus Zahlentafel I hervor; die Abszissen x sind in % der Flügeltiefe t, die Ordinaten der Druckseite y_d und der Saugseite y_s in % der größten Dicke d angegeben. Sie sind (insbesondere in der Nähe der Hinterkante, die etwas verstärkt wurde) gegenüber den Originalwerten unwesentlich geändert. Beim Kennwert 6000 gilt für den Winkel zwischen Nullauftriebsrichtung und Druckseite die Formel $\alpha^0_{d0} = 44^0 \frac{d}{t}$.

Tafel I.

x	0	2,5	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
y_d	27,6	53,1	65,6	80,5	95,8	100	96,5	87,7	75,5	60,5	43,0	24,0	5,0
y_s	27,6	11,2	6,1	2,2	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Die Umrißform der abgewickelten Flügelfläche ist durch folgende Formel für die Verteilung der Flügeltiefe längs des Halbmessers gegeben:

$$t = t_0 \varkappa_0 \frac{x}{\sqrt{\lambda_0^2 + x^2}} \sqrt{1 - \mathfrak{M}^2},$$

worin t_0 eine Konstante von der Dimension einer Länge darstellt (»reduzierte Flügeltiefe«). Die Zahl $\varkappa_0$ kann näherungsweise gedeutet werden als ein Maß dafür, wie weit die durch die einzelnen Kreisringe der Propellerkreisfläche strömenden Durchflußmengen zur Schuberzeugung nutzbar gemacht sind [6]. Sie ist eine Funktion der Flügelzahl z, des Profilsteigungsgrades λ_0 und des dimensionslosen Radius $x = \frac{r}{R}$ (nähere Auskunft gibt ein Aufsatz des Verfassers [2]). Der Einfluß der Kompressibilität auf die Profilströmung ist durch den Faktor $\sqrt{1 - \mathfrak{M}^2}$ berücksichtigt. Dabei bedeutet $\mathfrak{M} = \frac{\sqrt{u^2+v_0^2}}{c}$ (mit c als Schallgeschwindigkeit) die Machsche Zahl. Der hier verwendete Korrekturfaktor verliert seine Gültigkeit, sobald die Machsche Zahl an der Flügelspitze den Wert $\mathfrak{M} \approx 0,6$ überschreitet. Den Verlauf

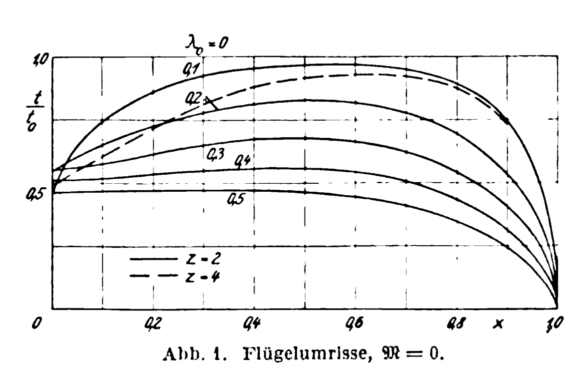


Abb. 1. Flügelumrisse, $\mathfrak{M} = 0$.

Tafel II $\frac{t}{t_0}$ (für $\mathfrak{M} = 0$).

x	($z = 2$) $\lambda_0 = 0{,}1$	0,2	0,3	0,4	0,5	($z = 4$) $\lambda_0 = 0{,}2$
0	0,44	0,545	0,552	0,51	0,46	0,49 (extrapoliert)
0,1	0,744	0,653	0,580	0,520	0,469	0,606
0,2	0,863	0,723	0,618	0,537	0,472	0,716
0,3	0,926	0,780	0,652	0,549	0,473	0,812
0,4	0,954	0,817	0,672	0,558	0,473	0,877
0,5	0,968	0,829	0,777	0,557	0,465	0,914
0,6	0,969	0,817	0,662	0,538	0,444	0,928
0,7	0,949	0,877	0,621	0,501	0,407	0,923
0,8	0,896	0,692	0,546	0,436	0,348	0,876
0,9	0,742	0,532	0,402	0,308	0,24	0,732
1,0	0	0	0	0	0	0

von $\frac{t}{t_0}$ längs x geben Zahlentafel II und Abb. 1 für $\mathfrak{M} = 0$ und für verschiedene λ_0 wieder.

Der Modelldurchmesser wurde beim Entwurf mit $D = 0{,}350$ m, die Drehzahl mit $n = 166{,}7 \frac{\text{Uml}}{\text{s}}$ festgesetzt. Die Drehzahl wurde jedoch zum Zwecke der genaueren Einstellung am elektrischen Drehzähler bei den Versuchen auf

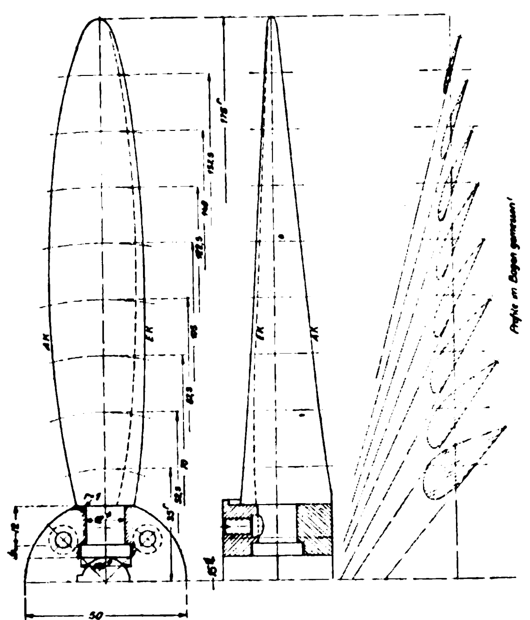


Abb. 2. Form der untersuchten Verstelluftschraube $D = 350$ mm; $z = 2$; $\lambda_0 = 0{,}3$; Rechtsschraube.

Tafel III (hierzu Abb. 2).

x	$1000\,E$	$\mathfrak{M}$	$\frac{t}{R}$	$\frac{d}{t}$	c_a'	$\alpha^0_{d_0}$	c_w	ψ_0^d
0,2	1920	0,194	0,1820	0,343	—	16,8	—	39,5*)
0,3	2370	0,238	0,1904	0,224	4,4	10,42	0,038	34,6
0,4	2850	0,269	0,1942	0,172	5,0	7,72	0,027	29,2
0,5	3310	0,314	0,1935	0,139	5,15	6,12	0,0188	24,9
0,6	3630	0,361	0,1843	0,116	5,15	5,13	0,0155	21,5
0,7	3860	0,417	0,1695	0,100	5,15	4,49	0,0139	18,7
0,8	3640	0,460	0,1455	0,088	5,15	4,04	0,0136	16,6
0,9	2338	0,510	0,1039	0,076	4,9	3,97	0,0161	14,5
1,0	0	0,562	0	0,064	—	4,7	0	12,0

$175 \frac{\text{Uml}}{\text{s}}$ abgeändert, so daß die Umfangsgeschwindigkeit $192{,}5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ betrug. Das entspricht (bei $\lambda = 0{,}3$) einer Machschen Zahl gleich 0,590 an den Flügelspitzen. Das Wellenrohr des Propellerprüfstandes hat 0,050 m Durchmesser, wodurch ein Nabendurchmesser von $\frac{1}{7}$ des Propellerdurchmessers vorgeschrieben ist. Die Nabe ist nach vorn durch eine zylindrische Nabenhaube mit Halbkugelkopf fortgesetzt, um den Zustand des alleinfahrenden Propellers möglichst gut anzunähern (Verfasser, Lit.-Verz. [3]). Der Abstand von Propellerkreisebene (Mitte Nabenhöhe) bis zum vordersten Punkt der Nabenhaube beträgt 2 Nabendurchmesser. Die Übergeschwindigkeit im Propellerkreis beträgt an den Flügelwurzeln noch 1,8%, ist jedoch bei $x = 0{,}7$ bereits auf 0,4% abgefallen. Dieser Fehler ist von der gleichen Größenordnung wie der mögliche Fehler in der Geschwindigkeitsbestimmung oder infolge ungenauer Modellherstellung und wurde daher bei der Auswertung der Gesamtkraftmessungen (Wägungen) nicht berichtigt.

*) Das Profil bei $x = 0{,}2$ ist affin zu Göttingen 383.

Die wichtigsten Entwurfswerte der untersuchten Verstelluftschraube sind in Zahlentafel III zusammengestellt. Diese Luftschraube ist gekennzeichnet durch die Flügelzahl $z = 2$, den Profilsteigungsgrad $\lambda_0 = 0{,}3$ und das reduzierte Blattbreitenverhältnis $\frac{t_0}{R} = 0{,}3$. Der Verstellbereich der Schraubenflügel umfaßt die Verstellwinkel $\delta = 0{,}2 = 11^0, 46$ bis $\delta = -0{,}2 = -11^0, 46$.

Es muß betont werden, daß die aus Zahlentafel III ersichtlichen Dickenverhältnisse ganz willkürlich gewählt sind und in gewissen Grenzen verändert werden können, ohne daß sich die aerodynamischen Eigenschaften des Propellers merklich ändern, solange nur die Nullauftriebsrichtungen erhalten bleiben. Ferner ist bezüglich Zahlentafel III nicht außer acht zu lassen, daß die Auftriebskonstante $c_a' = \frac{d c_a}{d \alpha}$, der Winkel zwischen Nullauftriebsrichtung und Druckseite α_{d0} und die Profilwiderstandszahl c_w (für $c_a = 0$ angegeben) Funktionen des Kennwertes sind. Folglich ist auch der Winkel zwischen Druckseite und Umfangsrichtung ψ_d kennwertabhängig. Das ist so zu verstehen, daß eine Großausführung des Modellpropellers hinsichtlich der Druckseitensteigung unähnlich ausfallen würde, weil Ähnlichkeit der Profilsteigung, d. h. Übereinstimmung der Winkel zwischen Nullauftriebsrichtung und Umfangsrichtung

$$\psi_0 = \operatorname{arc\,tg} \frac{\lambda_0}{x} = \psi_d + \alpha_{d_0}$$

von ihr verlangt wird. — Bei Verstellung der Schraubenflügel um den Verstellwinkel δ wird der Profilsteigungswinkel $\psi = \psi_0 + \delta$.

III. Theoretische Vorausberechnung der Luftschraubenkräfte[1]).

Bei unseren Versuchen beträgt der Nabenquerschnitt nur 2% der Propellerkreisfläche. Da ferner der Belastungsgrad des durch die Nabe ausgefüllten Teiles der Propellerkreisfläche nur einen kleinen Bruchteil des Belastungsgrades des ganzen Propellers beträgt, sind wir berechtigt, den Propeller als nabenlos zu behandeln.

Um die Schreibweise der zur Berechnung erforderlichen Formeln zu vereinfachen, führen wir noch die Verhältniszahl $a = \frac{c_a' z t_0}{\pi R}$ ein, die mit dem im Schiffbau gebräuchlichen Verhältnis der abgewickelten Gesamtflügelfläche F_a zur Schraubenkreisfläche F_s durch folgende für $z = 2$ und $\mathfrak{M} = 0$ gültige Interpolationsformel verknüpft ist:

$$a \approx c_a' \frac{F_a}{F_s} (1 + 1{,}7\,\lambda_0 + 2{,}5\,\lambda_0^2).$$

Die dimensionslosen Zahlen für Schub (k_s), Leistungsaufnahme (k_d) und kinetische Verlustleistung (k_i) enthalten Anteile für die »Ausgangsluftschraube« ohne Flügelverstellung und ohne Profilwiderstand (Index »0«), zusätzliche Anteile infolge Flügelverstellung (Index »δ«) und zusätzliche Anteile infolge Profilwiderstandes (Index »w«). Demnach schreiben wir

[1]) Die Ableitung der hier benutzten Formeln ist in der bereits erwähnten Arbeit des Verfassers, Lit.-Verz. [1], gegeben.



$$k_s = k_{s0} + k_s\delta + k_{sw},$$
$$k_d = k_s^* \lambda + k_i + k_{dw}, \quad k_s^* = k_{s0} + k_s\delta$$
$$k_i = k_{i0} + k_i\delta.$$

Zur Kennzeichnung des Betriebszustandes verwendet man zweckmäßig neben dem Fortschrittsgrad λ noch die Fortschrittsgraddifferenz $\gamma = \lambda_0 - \lambda$. Die Formeln lauten dann

$$k_{s0} = \frac{8a}{a+8\lambda_0}\left[K_{31}\lambda\gamma + \left(K_{52} + \frac{8\lambda_0^3 K_{32}}{a+8\lambda_0} - \frac{8a\lambda_0^2 K_{31}^*}{a+8\lambda_0} - \frac{8a\lambda_0 K_{52}}{(a+8\lambda_0)^2}\right)\gamma^2\right]$$

(eine zu Abschätzungszwecken brauchbare Näherung für kleine a lautet:

$$k_{s0} = \frac{8a\lambda_0 K_{31}}{a+8\lambda_0}\gamma),$$

$$k_s\delta = \frac{8a}{a+8\lambda_0}\left[K_{20}\delta\lambda + \frac{1}{a+8\lambda_0}\left(8\lambda_0 K_{41} + aK_{\mathrm{I}} - \frac{8a\lambda_0^2 K_{20}^*}{a+8\lambda_0} - \frac{8a\lambda_0\cdot 2K_{41}}{(a+8\lambda_0)^2}\right)\delta\gamma + \frac{a}{a+8\lambda_0}\left(K_{\mathrm{II}} - \frac{8\lambda_0 K_{30}}{a+8\lambda_0}\right)\delta^2\right]$$

$$k_{sw} = -\frac{c_w}{c_a'}a\lambda_0 K_{10}$$

$$k_{i0} = \frac{8a^2\lambda_0}{(a+8\lambda_0)^2}K_{31}\gamma^2$$

$$k_i\delta = \frac{8a^2\lambda_0}{(a+8\lambda_0)^2}(2K_{20}\delta\gamma + K_{\mathrm{III}}\delta^2)$$

$$k_{dw} = \frac{c_w}{c_a'}a\left[K_{30} - \left(1 + \frac{a}{a+8\lambda_0}\right)\lambda_0 K_{31}\gamma - \frac{a\lambda_0 K_{20}}{a+8\lambda_0}\delta\right] \approx \frac{c_w}{c_a'}aK_{30}.$$

Die hier auftretenden Zahlengrößen K und K^* mit Doppelindex bzw. einfachem römischem Index sind nur von der Flügelzahl z und vom Profilsteigungsgrad λ_0 abhängig und aus Zahlentafel IV und den Abb. 3a bis e zu entnehmen. Die Formeln für k_{sw} und k_{dw} gelten nur für $\mathfrak{M} = 0$.

Für die untersuchte Verstelluftschraube gelten folgende Zahlenkonstanten: $a = 0{,}983$, $\lambda_0 = 0{,}3$ und $c_a' = 5{,}15$. Damit ergibt sich

$$k_{s0} = (0{,}532\,\lambda + 0{,}490\,\gamma)\,\gamma$$
$$k_s\delta = (0{,}429\,\lambda + 0{,}250\,\gamma - 0{,}0573\,\delta)\,\delta$$
$$k_{i0} = 0{,}0463\,\gamma^2$$
$$k_i\delta = (0{,}0744\,\gamma + 0{,}03114\,\delta)\,\delta.$$

Tafel IV.

λ_0	$2K_{10}$	$3K_{20}$	$4K_{30}$	$2K_{31}$	$3K_{41}$	$\lambda_0^2 K_{32}$	$2K_{52}$
($z = 2$) 0,1	0,8521	0,7936	0,7450	0,804	0,773	0,01738	0,7704
0,125	0,8226	0,7555	0,7035	0,756	0,7242	0,02344	0,7096
0,167	0,7769	0,6975	0,6421	0,6754	0,6450	0,03264	0,6100
0,2	0,7427	0,6544	0,5981	0,615	0,5850	0,03884	0,5354
0,25	0,6993	0,5989	0,5411	0,5292	0,5049	0,04585	0,4352
0,333	0,6435	0,5268	0,4672	0,4140	0,3987	0,05287	0,3084
0,5	0,5621	0,4178	0,3589	0,2594	0,2493	0,05272	0,1540
($z = 4$) 0,2	0,8656	0,7958	0,7459	0,7282	0,7170	0,04532	0,6581

λ_0	K_{20}^*	K_{31}^*	K_{I}	$10K_{\mathrm{II}}$	$5K_{\mathrm{III}}$
($z=2$) 0,1	−0,493	0,757	0,5765	1,3220	0,9525
0,2	−0,406	0,146	0,3744	0,5010	0,8220
0,3	−0,278	−0,164	0,1620	0,0300	0,7680
0,4	−0,209	−0,338	−0,0384	−0,4110	0,7650
0,5	−0,175	−0,527	−0,2810	−0,9060	0,8000

Die Reibungsglieder k_{sw} und k_{dw} wurden nicht vorausberechnet, weil die vorliegenden Erfahrungen über die Einflüsse der Kompressibilität und der Fliehkraft auf die Grenzschicht an den Schraubenflügeln und infolgedessen auf den Profilwiderstand dafür nicht ausreichend erschienen. Es genügte zu wissen, daß über einen größeren Bereich positiver k_s die Reibungsglieder praktisch als vom Fortschrittsgrad unabhängig angesehen werden können, so daß die Meßkurven für k_s und k_d über λ aufgetragen

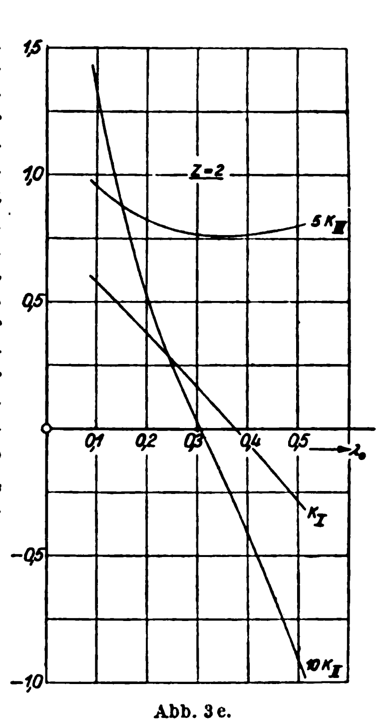


Abb. 3e.

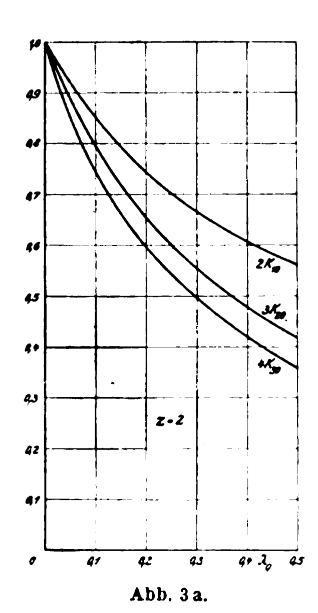


Abb. 3a.

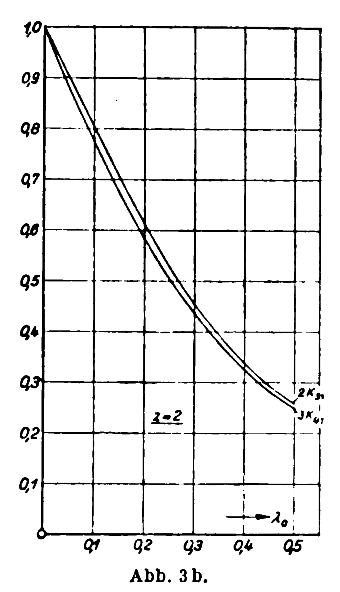


Abb. 3b.

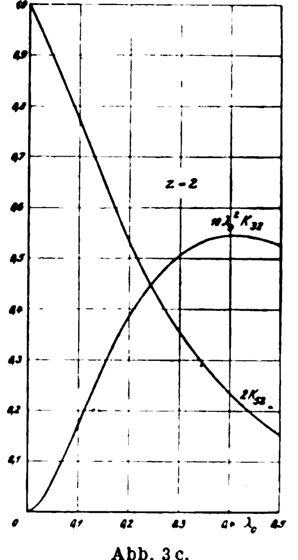


Abb. 3c.

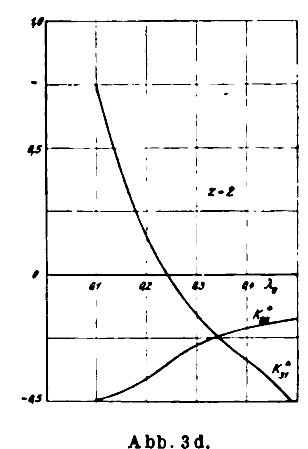


Abb. 3d.

Abb. 3a—e. Verlauf der Funktionen K.

aus den entsprechenden Rechenkurven eigentlich durch bloße Parallelverschiebung hervorgehen sollten.

IV. Gesamtkraftmessungen an der Verstelluftschraube.

Die Versuche wurden im Mai/Juni 1933 auf dem neuen Propellerprüfstand IV der Versuchsanstalt im Luftschraubenkanal mit kleiner Düse (1,0 m Durchmesser) vorgenommen[1]).

Es wurden Windgeschwindigkeiten bis zu 67 $\frac{m}{s}$ erreicht. Dem entspricht bei einer Umfangsgeschwindigkeit von 192,5 $\frac{m}{s}$ ein Fortschrittsgrad von etwa 0,35. Um höhere Fortschrittsgrade (bis etwa 0,5) zu erreichen, wurde die sekundliche Drehzahl von 175 auf 155 und 125 herabgesetzt. Die bei verschiedenen Drehzahlen gewonnenen Ergebnisse sind untereinander nicht ohne weiteres vergleichbar, da Änderungen der hier auftretenden kleinen Kennwerte einen merklichen Einfluß auf die Wirkungsweise der Flügelprofile ausüben.

Zur Bestimmung des Nabenwiderstandes wurde eine flügellose Nabe hergestellt und deren Widerstand bei allen vorkommenden Staudrücken gemessen. Ein Unterschied zwischen stillstehender und rotierender Nabe konnte nicht festgestellt werden.

Die Versuchsreihe wurde begonnen mit den Kraftmessungen beim Verstellwinkel $\delta = 0$ (3 Versuchstage) und fortgesetzt mit Druckmessungen bei gleicher Stellung der Schraubenflügel (10 Versuchstage). Nach diesen 13 Versuchstagen war infolge der hohen Umfangsgeschwindigkeit die Vorderkante durch Flugstaub im Windkanal so stark aufgerauht, daß sich, wie eine Kontrollmessung ergab, bei kleinem γ die Luftkräfte merklich verändert hatten. Das Modell wurde daraufhin vorsichtig nachbearbeitet und neu lackiert und der Windkanal wurde gereinigt. Die Nachmessung ergab danach zwar geringere, aber immer noch meßbare Abweichungen von den ursprünglichen Werten. Diese Nachmessung ist die Bezugsmessung für die daran anschließende Meßreihe mit Flügelverstellungen.

Es enthält Zahlentafel V die Ergebnisse der ersten Meßreihe mit $\delta = 0$ (hierzu Abb. 4), Zahlentafel VI die Bezugsmessung ($\delta = 0$) mit dem wiederhergestellten Modellpropeller sowie die Messungen mit Flügelverstellung (hierzu

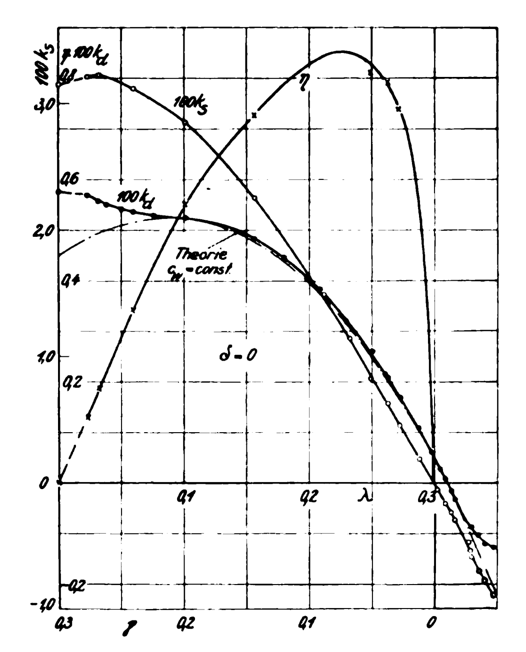


Abb. 4. Kraftbeiwerte und Wirkungsgrad für Verstellwinkel $\delta = 0$.

[1]) Die Durchführung der Versuche lag in Händen von Herrn L. Lochmann.

Tafel V »Ausgangsluftschraube« $\delta = 0$.

λ	$100\,k_s$	$100\,k_d$	η	n
0	3,154	0,579	0	175
0,023	3,212	0,571	0,129	»
0,032	3,225	0,558	0,186	»
0,038	—	0,551	—	»
0,050	—	0,542	—	»
0,059	3,118	0,536	0,343	»
0,076	—	0,529	—	»
0,101	2,855	0,524	0,551	»
0,156	2,255	0,483	0,728	»
0,179	—	0,447	—	»
0,208	—	0,3805	—	»
0,211	1,491	—	—	»
0,229	—	0,319	—	»
0,232	1,141	—	—	»
0,249	0,825	0,2532	0,811	»
0,250	—	0,2565	—	»
0,261	—	0,2134	—	»
0,263	0,624	0,2074	0,791	»
0,272	0,456	0,1682	0,737	»
0,287	—	0,1065	—	»
0,288	0,188	—	—	»
0,297	—	0,0608	—	»
0,302	— 0,057	—	—	»
0,304	—	0,0259	—	»
0,308	— 0,163	0,0068	—	»
0,313	— 0,2355	— 0,0165	—	»
0,316	— 0,295	— 0,0328	—	»
0,327	— 0,471	— 0,0801	—	»
0,328	— 0,541	—	—	»
0,329	— 0,590	— 0,0885	—	»
0,335	— 0,696	— 0,102	—	»
0,340	— 0,767	— 0,1215	—	»
0,347	— 0,892	— 0,1282	—	»
0,363	— 1,286	— 0,1845	—	150
0,386	— 2,012	— 0,2678	—	125

Tafel VI $n = 175$.

	λ	$100\,k_s$	$100\,k_d$	η
$\delta = 0$	0,151	2,267	0,495	0,692
	0,226	1,212	0,337	0,813
	0,269	0,545	0,1962	0,748
	0,2795	0,3625	0,1522	0,664
	0,292	0,131	0,0894	0,428
	0,298	0,0195	0,0584	0,100
	0,301	— 0,0362	0,0478	—
	0,3085	— 0,166	0,0119	—
	0,3195	— 0,384	— 0,0467	—
$\delta = 0,1$	0	3,39	0,884	0
	0,0236	3,55	0,945	0,089
	0,0584	3,46	0,899	0,225
	0,1215	3,255	0,800	0,494
	0,1796	2,84	0,745	0,684
	0,235	2,18	0,649	0,790
	0,283	1,498	0,503	0,843
	0,3135	1,012	0,3836	0,827
	0,345	0,540	0,2412	0,773
$\delta = 0,2$	0	3,44	1,215	0
	0,0254	3,79	1,392	0,069
	0,0775	3,78	1,341	0,218
	0,0963	3,68	1,305	0,271
	0,162	3,41	1,186	0,466
	0,221	3,17	1,091	0,642
	0,266	2,90	1,029	0,749
	0,297	2,56	0,949	0,801
	0,3225	2,21	0,864	0,825
	0,3465	1,918	0,784	0,849

Abb. 5a bis c) und Zahlentafel VII die Ergänzungsmessungen mit herabgesetzten Drehzahlen.

Bei stillstehendem Windkanalgebläse erzeugt der Modellpropeller selbst eine erhebliche Windgeschwindigkeit im Kanal, so daß der Fortschrittsgrad $\lambda = 0$ nur durch Abdecken der Düse erreicht werden konnte.



Tafel VIa (Erweiterung der Zahlentafel VI).

	λ	$100\,k_s$	$100\,k_d$	η
$\delta = -0{,}05$	0,022	3,02	0,444	0,150
	0,048	2,865	0,435	0,316
	0,103	2,37	0,412	0,592
	0,145	1,795	0,368	0,707
	0,158	1,62	0,349	0,731
	0,212	0,81	0,217	0,791
	0,240	0,316	0,126	0,602
	0,266	— 0,161	0,0145	—
	0,284	— 0,494	— 0,0593	—
	0,296	— 0,737	— 0,0954	—
	0,334	— 1,55	— 0,0862	—
$\delta = -0{,}1$	0	2,665	0,317	0
	0,019	2,64	0,325	0,156
	0,060	2,29	0,320	0,430
	0,092	1,936	0,302	0,588
	0,130	1,413	0,259	0,709
	0,158	1,000	0,213	0,742
	0,185	0,554	0,148	0,692
	0,212	0,092	0,068	0,254
	0,222	— 0,093	0,031	—
	0,239	— 0,407	— 0,025	—
	0,248	— 0,599	— 0,058	—
	0,259	— 0,801	— 0,088	—
	0,265	— 0,942	— 0,105	—
	0,282	— 1,27	— 0,108	—
	0,302	— 1,636	— 0,112	—
$\delta = -0{,}15$	0	2,25	0,237	0
	0,019	2,205	0,246	0,170
	0,050	1,92	0,2425	0,396
	0,102	1,285	0,206	0,636
	0,130	0,893	0,1715	0,677
	0,157	0,46	0,1195	0,604
	0,184	— 0,004	0,0523	— 0,014
	0,210	— 0,505	— 0,0218	—
	0,237	— 1,0	— 0,0888	—
	0,264	— 1,509	— 0,0967	—
	0,286	— 1,920	— 0,0962	—
	0,310	— 2,35	— 0,0962	—
	0,331	— 2,62	— 0,098	—
$\delta = -0{,}2$	0	1,82	0,1788	0
	0,016	1,775	0,190	0,150
	0,045	1,56	0,186	0,378
	0,075	1,16	0,172	0,506
	0,103	0,788	0,143	0,570
	0,131	0,370	0,102	0,475
	0,159	— 0,091	0,0482	—
	0,186	— 0,577	— 0,0081	—
	0,213	— 1,053	— 0,0615	—
	0,240	— 1,55	— 0,0909	—
	0,267	— 2,065	— 0,1645	—
	0,288	— 2,40	— 0,1788	—
	0,314	— 2,90	— 0,1820	—
	0,333	— 3,13	— 0,1840	—

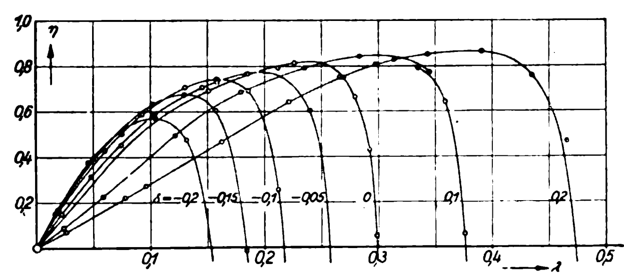


Abb. 5c. Wirkungsgrad η abhängig vom Verstellwinkel δ und Fortschrittsgrad λ.

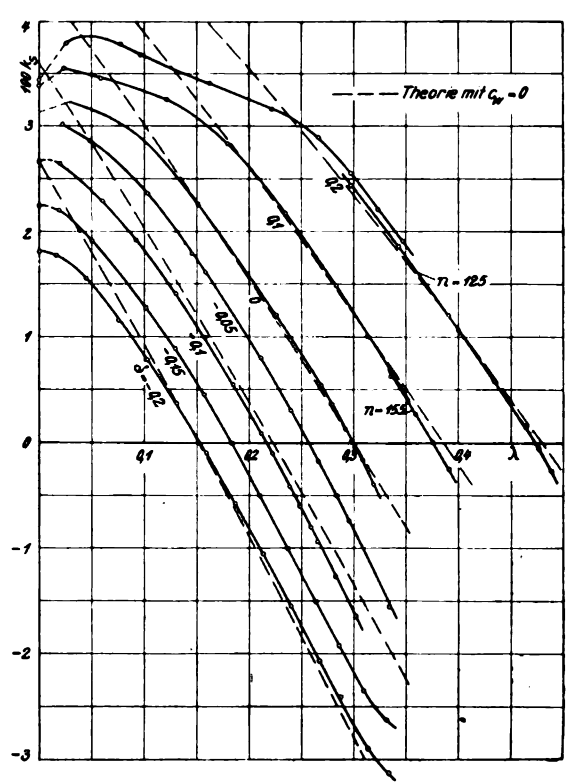


Abb. 5a. Schubziffer k_s abhängig vom Verstellwinkel δ und Fortschrittsgrad λ.

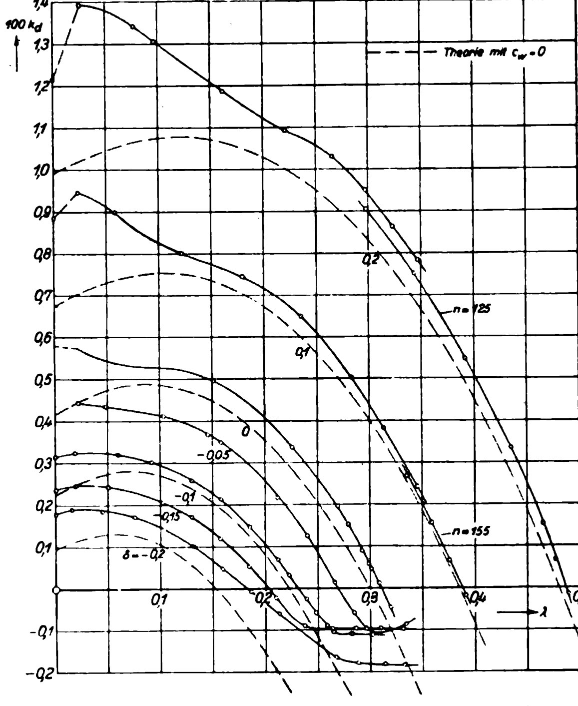


Abb. 5b. Leistungsziffer k_d abhängig vom Verstellwinkel δ und Fortschrittsgrad λ.

V. Diskussion des Ergebnisses.

Nach der Theorie verhält sich k_{sw} zu k_{dw} wie $-\lambda_0\ K_{10}$ zu K_{30}, wenn $\mathfrak{M} = 0$, $\delta = 0$, $\gamma = 0$. Nach den Versuchen trifft dies Verhältnis zu für $\lambda = 0{,}301$ statt für $\lambda = \lambda_0 = 0{,}300$. Die Abweichung bleibt innerhalb der Streuung der Meßwerte. Zu $\lambda = 0{,}301$ gehört nach den Versuchen $k_d = k_{dw} = 0{,}00042$. Folglich ist nach unserer Formel mit c_w = konst

$$k_{dw} = 0{,}00042 - 0{,}00030\,\gamma \text{ für } \delta = 0.$$

In Abb. 4 ist das mit diesem Reibungsglied theoretisch berechnete Drehmoment mit eingezeichnet. Die Übereinstimmung mit dem Experiment ist hier recht befriedigend mit Ausnahme des Bereiches negativer γ, wo bei negativen Auftriebszahlen die Strömung an den Schraubenflügeln abreißt



Tafel VII.

	λ	$100\, k_s$	$100\, k_d$	η	n
$\delta = 0{,}1$	0,335	0,635	0,2682	0,793	155
	0,359	0,282	0,1576	0,642	»
	0,376	0,0102	0,0666	0,058	»
	0,391	— 0,245	— 0,0172	—	»
$\delta = 0{,}2$	0,2975	2,45	0,905	0,805	125
	0,343	1,862	0,751	0,851	»
	0,391	1,209	0,548	0,863	»
	0,435	0,584	0,335	0,758	»
	0,465	0,1557	0,154	0,470	»
	0,477	— 0,055	0,068	—	»
	0,489	— 0,263	— 0,014	—	»

und die Profilwiderstandszahl stark zunimmt, sowie des Bereiches kleiner λ, wo die Strömung bei großen Auftriebszahlen ebenfalls abreißt.

In Abb. 5a und b sind neben den Meßwerten die theoretischen Werte von k_s und k_d für Reibungslosigkeit ($c_w = 0$) eingetragen. Für $\delta = 0$ sind in der Umgebung von $\lambda = \lambda_0 = 0{,}3$ die Voraussetzungen der Betz-Goldsteinschen Theorie vollkommen erfüllt. Trotzdem ergibt der Versuch um etwa 7% höhere Werte für die Neigung $\frac{\partial k_s}{\partial \gamma}$ der Schubkurve bei $\gamma = 0$, $\delta = 0$ als die Rechnung (0,171 statt 0,1596). Im Gegensatz hierzu kommt die Ableitung $\frac{\partial k_s}{\partial \delta}$ bei $\delta = 0$ innerhalb der Meßgenauigkeit fast genau so heraus wie von der Theorie vorhergesagt (0,1287). Die Krümmung der Schubkurven wird von der Theorie nicht vollkommen erfaßt. Dies konnte jedoch vorhergesehen werden, da sich die Theorie eigentlich auf Effekte der 1. Ordnung beschränkt und nur durch Hinzunahme nicht genügend gesicherter Hypothesen (Senkrechtstehen der Störungsgeschwindigkeit am Schraubenflügel auf der Relativgeschwindigkeit dortselbst) auf die Glieder 2. Ordnung ausgedehnt werden konnte. Die Abhängigkeit der Schubkurven vom Verstellwinkel hinsichtlich Lage und Neigung ist im allgemeinen richtig wiedergegeben. Ähnliches gilt von der Leistungsaufnahme. — Läßt auch das Ergebnis vom rein theoretischen Standpunkt noch einiges zu wünschen übrig, so kann doch die praktische Verwendbarkeit unserer Formeln für einen größeren Bereich von Fortschrittsgraden und Verstellwinkeln um $\gamma = 0$, $\delta = 0$ herum als erwiesen gelten.

Der Vergleich mit den theoretisch berechneten Kurven gibt einen recht guten Anhalt um zu beurteilen, wann das Abreißen der Strömung an den Schraubenflügeln beginnt. Es ist dies offenbar der Fall, wenn $100\, k_s \approx 3$. Nach einer Faustformel $\bar{c}_a = 3\, k_s \frac{F_s}{F_a}$ würde dem $\left(\text{mit } \frac{F_a}{F_s} = 0{,}104\right)$ eine mittlere Auftriebszahl $\bar{c}_a = 0{,}87$ entsprechen.

VI. Zusammenfassung.

Ein vom Verfasser bereits früher beschriebener neuer Propellertypus wird als natürliche Grundform für die Entwicklung systematischer Versuchsreihen angesprochen. Es werden Rechenunterlagen für die Praxis zur Vorausberechnung der Luftkräfte angegeben. Die Berechnungen für eine Verstelluftschraube werden mitgeteilt und mit den ermittelten Versuchswerten verglichen.

VII. Schrifttum.

[1] Helmbold, Ansätze zur Berechnung von Verstelluftschrauben. Z. Flugtechn. Motorluftsch. Bd. 23 (1932), S. 413.

[2] Helmbold, Über die Goldsteinsche Lösung des Problems der Luftschraube mit endlicher Flügelzahl. Z. Flugtechn. Motorluftsch. Bd. 22 (1931), S. 429.

[3] Helmbold und Lerbs, Modellversuche zur Nachprüfung der Treibschrauben-Wirbeltheorie. Werft Red. Haf. Bd. 8 (1927), S. 347.

[4] Lock, The Application of Goldsteins Theory to the Practical Design of Airscrews. ARC-Rep. a. Mem., London, Nr. 1377.

[5] Prandtl-Betz, Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt, IV. Lieferung.

[6] Madelung, Beitrag zur Theorie der Treibschraube. DVL-Jahrbuch 1928.

Versuche mit Absaugeflügeln.

Von O. Schrenk,

Aerodynamische Versuchsanstalt, Göttingen.

Immer stärker drängt die flugtechnische Entwicklung auf die Erreichung höchstgesteigerter Flugleistungen hin sowohl für normale Sport- und Verkehrsmaschinen als auch vor allem für Flugzeuge, die irgendwelchen besonderen Verwendungszwecken dienen sollen. Insbesondere die Verringerung der Kleinstgeschwindigkeit bzw. die Vergrößerung der Geschwindigkeitsspanne hat in den letzten Jahren Fortschritte gemacht, an deren Abschluß wir heute noch keineswegs angelangt sind. Auch hinsichtlich Steigfähigkeit, Gipfelhöhe und Gipfelgeschwindigkeit sind Anforderungen und Leistungen im Anwachsen begriffen.

Bei dieser Entwicklung heben sich auf aerodynamischer Seite deutlich zwei Entwicklungsreihen heraus: die eine schließt sich eng an die gebräuchlichen, bisherigen Bauformen an und hat mit Hilfe von zusätzlichen Landeklappen, Schlitzflügeln usw. schrittweise, aber stetig und sicher zur Verbesserung der Flugleistungen geführt. Es scheint indessen, als käme diese Entwicklung, so erfolgreich sie auch bisher war, in absehbarer Zeit an eine naturgegebene Begrenzung.

So gewinnt die zweite, die „revolutionäre" Entwicklungsreihe, eine immer mehr wachsende Bedeutung und Beachtung. Die grundlegend neuen Wege, wie Windmühlenflugzeug, Hubschrauber u. a. können zwar heute mit den normalen Maschinen noch nicht in einen allseitigen Wettbewerb treten, dafür aber bringen und versprechen sie einen derartigen Fortschritt, daß die technische Weiterverfolgung allenthalben in Angriff genommen wird mit dem Ziel, durch einen größeren Einsatz an Entwicklungsarbeit auch einen Erfolg zu erzielen, der weiter reicht, als er sich innerhalb der ersten Entwicklungsreihe erhoffen läßt.

Dem Gedanken der Tragflügelabsaugung muß man im Rahmen dieser augenblicklichen Lage eine Zwischenstellung zuweisen. Es kann als ein glückliches Zusammentreffen bezeichnet werden, daß gerade heute, wo nach einer längeren Windkanalentwicklung der Gedanke der Absaugung auf eine praktische Erprobung am Flugzeug hinzielt, die Entwicklung der Flugtechnik selbst dazu zwingt, solche „Seitenwege" praktisch zu versuchen.

Der vorliegende Bericht faßt die Untersuchungen der letzten Jahre zusammen, die — noch nicht unmittelbar für eine Konstruktion bestimmt — verschiedene Möglichkeiten zum Bau von Absaugeflugzeugen zeigen können und gleichzeitig einige grundsätzliche Klärungen in der Frage der Absaugung erbracht haben.

Gliederung.

An die doppelte Wirkung der Flügelabsaugung, die an sich bekannt ist, mag hier nochmals erinnert werden: erstens ermöglicht sie die Erreichung wesentlich höherer c_a-Werte, und zweitens läßt sich der Profilwiderstand ungewöhnlich dicker Flügel so weit herabsetzen, daß er dem normaler Profile nicht mehr viel nachsteht.

In der vorausgegangenen Untersuchung[1]) hatten sich nach mannigfachen Schwierigkeiten älterer Versuche zum ersten Male Profildaten eines bestimmten (sehr dicken) Absaugeflügels ergeben, die in sich vollständig und klar waren und darum als Grundlage für ein systematisches Weiterschreiten dienen konnten. Jedoch war der Umfang der Ergebnisse beschränkt und ihre Zuverlässigkeit konnte noch nicht in allen Punkten gewährleistet werden. Schließlich konnten die damaligen Ergebnisse auch die Strömungsverhältnisse nicht in dem für die Weiterentwicklung erforderlichen Maße klären.

[1]) O. Schrenk, Versuche mit einem Absaugeflügel. Z. Flugtechn. Motorluftsch. Jg. 22 (1931), S. 259.

I. Der Inhalt und Gegenstand der Untersuchung[2]).

Zunächst wurden mit den verbesserten Versuchsmethoden und geänderter Modellausführung die früheren Ergebnisse des dicken Profils bestätigt und insbesondere im normalen c_a-Bereich ($c_a < 1{,}5$) hinsichtlich Profilwiderstandes und Absaugemenge verfeinert und ergänzt.

Von den damaligen Schlitzlagen hatte sich die am weitesten hinten gelegene am besten bewährt. So wurden zunächst verschiedene Schlitzbreiten an dieser Stelle untersucht, anschließend zwei verschieden breite weiter hinten gelegene Schlitze und schließlich noch zwei andere Einzelschlitze.

Späterhin wurden mit diesem Modell noch einige Sonderuntersuchungen ausgeführt, so eine Kennwertmessung, ferner eine größere Untersuchung über die physikalische Natur der Absaugung; zu dieser Gruppe gehörten insbesondere einige Grenzschichtmessungen sowie Versuche mit zwei weiteren Schlitzausführungen.

Bis dahin waren bei der Tragflügelabsaugung hauptsächlich ungewöhnlich dicke Flügelprofile herangezogen worden, weil man bei ihnen besondere versuchs- und flugtechnische Vorteile sah. Trotz der offenbar recht günstigen Versuchsergebnisse erschien aber der Bau eines Absaugeversuchsflugzeuges mit einem dicken Flügel zunächst etwas gewagt, da die Maschine beim Versagen der Absaugung kaum flugfähig bleiben würde.

Die weitere Aufgabe war nun die, einen Weg zu zeigen, auf dem die Flugeigenschaften mit Absaugung in ähnlicher Weise verbessert würden, während das Flugzeug auch beim Aussetzen der Absaugung noch voll flugfähig sein sollte.

Absaugeversuche an einem ganz normalen Profil üblicher Dicke wurden zurückgestellt und statt dessen ein Flügel untersucht, dessen hinteres Ende eine nach unten auszuschlagende Landeklappe ist, wobei in der Gegend der entstehenden Knickstelle abgesaugt wird. Zwei Gründe gaben bei der Wahl eines »Absauge-Klappenflügels« den Ausschlag:

1. wurde vermutet, daß normale Flügel ohne Klappe mit einem einfachen Absaugeschlitz nicht ohne weiteres zur Erreichung von c_a-Werten zwischen 3 und 4 geeignet seien;
2. sollten die hohen c_a-Werte mit normalen Flugzeuganstellwinkeln erreicht werden, um eine weitere fliegerische und bauliche Schwierigkeit zu vermeiden.

Der Klappenflügel wurde mit zwei verschiedenen Grundformen der Klappe bei gleicher Klappengröße untersucht. Die Ziele für diese verschiedenen Untersuchungen waren einerseits eine aerodynamisch saubere und dadurch flugtechnisch günstige Strömung, andererseits ein selbsttätiger

[2]) Die Arbeit faßt vier vorläufige Berichte der Aerodynamischen Versuchsanstalt für die deutsche Luftfahrtindustrie auszugsweise zusammen. Hinsichtlich vieler Einzelausführungen muß auf diese Berichte (im folgenden mit »Absaugebericht I bis IV« bezeichnet) hingewiesen werden. An den Versuchen war Herr Ing. B. Winkler in besonderem Maße beteiligt.



und einwandfreier Verschluß des Absaugeschlitzes, wenn die Landeklappe in die Nullstellung zurückgeht. Es ist in der vorliegenden Untersuchung noch nicht gelungen, beide Ziele gleichzeitig ganz zu erreichen, im einen Falle konnte das eine, im anderen das andere Ziel völlig verwirklicht werden.

Anschließend wurde nach einigen Kennwertsversuchen das Verhalten der Absaugeklappenflügel in Bodennähe untersucht.

II. Die Versuchsgrößen und ihre flugtechnische Bedeutung.

Das dicke Profil erfordert im Fluge eine dauernde Absaugung, das dünne mit Klappe wird nur in besonderen Flugzuständen abgesaugt. Demgemäß lauten die Fragen, die hinsichtlich des Leistungsbedarfs an die Versuche gestellt werden, etwas verschieden.

Im Falle des Klappenflügels handelt es sich darum, bei Landung, Start usw. kurzzeitig unter voller Ausnutzung des zur Verfügung stehenden Absaugeaggregates besonders günstige Werte von Landegeschwindigkeit usw. herauszuholen. Dieser Fall möge als »Absaugefall I« bezeichnet werden.

Beim dicken Flügel im Reiseflug dagegen kommt es darauf an, durch günstigen Abgleich zwischen Schraubenleistung und Gebläseleistung den insgesamt zur Verfügung stehenden Brennstoff möglichst wirtschaftlich auszunützen (»Absaugefall II«).

Die beiden Absaugefälle lassen sich indessen nicht immer rein nach Flügelprofilen trennen. So wird beispielsweise der dicke Flügel im Landezustand im allgemeinen auch nach Absaugefall I zu behandeln sein.

Wie in beiden Fällen die maßgeblichen Leistungsgrößen lauten, ist im folgenden gezeigt, wobei Verschiedenes ausführlich dargestellt ist, was in der vorausgegangenen Veröffentlichung[1]) nur kurz oder unvollständig angegeben war:

a) Resultierende Druckkraft und Auftrieb: Der Auftrieb wurde nicht durch Wägung bestimmt, sondern für einen einzelnen Profilschnitt aus Druckverteilungsmessungen ermittelt. Dabei erhält man zunächst die »resultierende Druckkraft« R, die man sich in den Auftrieb A und den Druckwiderstand W_d als Seitenwerte zerlegt denken kann. Da das Verhältnis W_d/A praktisch klein ist, wird angenähert (dem Betrage, aber nicht der Richtung nach)

$$R = A \quad \text{und} \quad c_r = c_a\,^{3}).$$

b) Anstellwinkel: α ist in den Ergebnissen der versuchsmäßige Winkel, α_∞ der entsprechende bei unendlicher Spannweite und unendlichem Strahl. Wegen des ganz ungewöhnlichen Verhältnisses zwischen Modellgröße und Kanalgröße ist der Unterschied zwischen α und α_∞ sehr groß. (Da er durch theoretische Überlegungen in diesem Falle nicht zu erfassen war, wurde α_∞ mit Hilfe der aus der Druckverteilung bestimmbaren Richtung von R ermittelt. α_∞ steht genau senkrecht zu A, für R trifft dies zwar nicht genau, aber doch angenähert zu. Eine kleine, mit der Größe von W_d zusammenhängende Berichtigung wurde, wo es nötig schien, abgeschätzt und angebracht.)

c) Die Absaugemenge: für die Absaugemenge Q (m³/s) ist maßgeblich die dimensionslose Mengenziffer

$$c_Q = \frac{Q}{v\,F}.$$

v ist die Geschwindigkeit, F die Flügelfläche, $c_Q t$ kann man anschaulich als »Zustromdicke« der im Flügel verschwindenden Luft bezeichnen.

[3]) Es mag erwähnt werden, daß für sehr hohe c_a-Werte (3 und mehr) bei üblichen Seitenverhältnissen auch der c_a-Wert eine Berichtigung, und zwar eine Abminderung von merklicher Größe erhält, die mit dem normalen induzierten Widerstand zusammenhängt. Ist mit $c_{a\infty}$ für den Augenblick der Wert bei unendlicher Spannweite gemeint, so ist $c_a = c_{a\infty} \cdot \cos \alpha_i$, worin α_i in bekannter Weise der induzierte Anstellwinkel ist. Für normale Flügel ist $\cos \alpha_i \approx 1$.

d) Der Absaugedruck: es ist

$$c_p = \frac{p}{\frac{\varrho}{2} v^2}.$$

Diese Festsetzung bedeutet eine Vorzeichenumkehrung gegenüber der früher getroffenen, nach der p der Absaugeunterdruck war. c_p wird nunmehr meist negativ sein. (Aus der früheren Festsetzung hatten sich in besonderen Fällen gewisse Sinnwidrigkeiten ergeben.)

e) Die geschwindigkeitsunabhängigen Kenngrößen der Absaugung. Die Angaben über Menge und Druck des Absaugegebläses werden flugtechnisch sinnfälliger, wenn man sie nicht mit der Wind- bzw. Fluggeschwindigkeit dimensionslos macht, sondern statt dessen Flugzeuggrößen (Fluggewicht G und Flügelfläche F) verwendet. Es ergibt sich so

$$\frac{c_Q}{c_a^{1/2}} = \frac{Q}{\sqrt{\frac{2}{\varrho} G F}}$$

und

$$\frac{c_p}{c_a} = \frac{p}{G/F}.$$

Diese beiden Kenngrößen sind unmittelbar verhältig zu den Absaugemengen und -drücken eines bestimmten Flugzeugs im stationären Geradeflug und durch Multiplikation mit den Flugzeugfestwerten $\sqrt{\frac{2}{\varrho} G F}$ und G/F ergeben sich die Werte Q und p selbst.

f) Die reine Absaugeleistung (in den Ergebnissen nicht enthalten) ist gleich $-Q\,p$ [4]), die dimensionslose Kennziffer gleich $-c_Q\,c_p$ [4]).

g) Die gesamte Gebläseleistung hängt außerdem von den Strömungswiderständen in den Luftleitungskanälen und vom Ausblasequerschnitt ab. Sieht man von den nach Möglichkeit klein zu haltenden Strömungswiderständen ab, so ist die

$$\text{gesamte Gebläseleistung} = -Q\,p + Q \frac{\varrho}{2} v_b^2$$

mit einem dimensionslosen Beiwert

$$-c_Q\,c_p + c_Q \frac{v_b^2}{v^2}.$$

Die Ausblasegeschwindigkeit v_b ist mit der Größe des Ausblasequerschnitts F_b verknüpft durch $Q = v_b F_b$. F_b selbst wird unter Umständen durch bauliche Gesichtspunkte gegeben sein.

h) Der Senkenwiderstand: Einen Teilwiderstand des Profils, den »Senkenwiderstand« W_Q, kann man ohne weiteres angeben. Er hat den Wert

$$W_Q = \varrho\,Q\,v$$

und rührt von der eingesaugten Luft her, die ihren ganzen Vorwärtsimpuls nach dem Impulssatz als Widerstand auf den Flügel überträgt. Sein dimensionsloser Beiwert ist

$$c_{w_Q} = \frac{W_Q}{\frac{\varrho}{2} v^2 F} = 2\,c_Q.$$

Wie und wo diese Impulsübertragung stattfindet, ob durch Druck oder Reibung, ist für die Größe von W_Q unwesentlich, ist auch wohl von Fall zu Fall verschieden.

i) Der gemessene und der gesamte Profilwiderstand: Der gesamte Profilwiderstand des Flügels, der für den Augenblick mit W'_∞ bezeichnet sei, besteht aus W_Q und einem Rest W_∞. Mit Hilfe einer Wägung würde W'_∞ gemessen, mit der von Betz[5]) erstmals angegebenen Impulsmethode dagegen erhält man genau den Restbetrag W_∞, wie aus einer an die Originalarbeit von Betz sich an-

[4]) $-Q\,p$ bzw. $-c_p\,c_Q$ positiv, weil p bzw. c_p negativ ist.

[5]) A. Betz, Ein Verfahren zur direkten Bestimmung des Profilwiderstandes. Z. Flugtechn. Motorluftsch. 16 (1925), S. 43.



schließenden Betrachtung hervorgeht. Für den gesamten Profilwiderstand hat man somit

$$W'_\infty = \varrho Q v + W_\infty$$

oder in dimensionslosen Ziffern

$$c_{w\infty}' = 2 c_Q + c_{w\infty}$$

zu verwenden. $c_{w\infty}$, als Ergebnis der Impulsmethode, ist in den Ergebnistafeln enthalten[6])[7]).

k) Die Rückstoßwirkung: Die Absaugeluft wird im Absaugefall II möglichst nach hinten ausgeblasen werden. Bei allen Flugzuständen außer der Landung hat man ein technisches Interesse an dem dadurch bedingten Rückstoß, der den Propeller entlastet.

Der dabei entstehende Vortrieb ist

$$\Delta W = -\varrho Q v_b$$

oder dimensionslos

$$\Delta c_w = -2 c_Q \frac{v_b}{v}.$$

Fälle, wo die Luft nicht nach hinten ausgestoßen wird, erfordern eine besondere Betrachtung.

l) Der für die Luftschraube maßgebliche Widerstandsbeiwert ist mit Rückstoß

$$c_{w\infty} + 2 c_Q \left(1 - \frac{v_b}{v}\right).$$

Er kann, wie ersichtlich, je nach der Größe von v_b zu Null oder gar negativ werden. Für $v_b = v$ ist er gerade gleich $c_{w\infty}$. Die Beziehung gilt nur für nach hinten ausgeblasene Absaugeluft.

m) Die maßgeblichen Leistungsgrößen im Absaugefall I (vgl. Abschn. II a. A.). Handelt es sich vorwiegend um die Verringerung der Landegeschwindigkeit, so wird man den Ausblasequerschnitt F_b möglichst groß machen und die zugehörige Ausblaseleistung nach Abs. g) ermitteln. Für den Start dagegen wird man bestrebt sein, v_b zur Ausnützung der Rückstoßwirkung etwas größer, F_b kleiner zu wählen. Eine allgemeine Diskussion der Leistungsverhältnisse für Start und Steigen ist in allgemeiner Form zwar möglich, wird aber besser am Einzelfall durchgeführt, da konstruktive Forderungen die Betrachtung in jedem Fall wieder etwas anders gestalten.

n) Die »Profilleistung«, die maßgebliche Leistungsgröße im Absaugefall II.

Sie setzt sich zusammen aus der Gebläseleistung und aus der Schraubenleistung. Die Profilleistungsziffer ergibt sich als Summe der unter g) und l) angegebenen Einzelwerte[8]); sie ist bei gegebenen Meßwerten c_Q, c_p und $c_{w\infty}$ noch von v_b, d. h. von F_b abhängig. Die Rechnung zeigt, daß ihr Wert für $v_b = v$ einen Kleinstwert

$$c_{l\infty} = c_{w\infty} + c_Q (1 - c_p)$$

besitzt.

Die Messungen ergeben hinsichtlich $c_{l\infty}$ folgendes[9]): wachsendes c_Q bedingt bei festgehaltenem c_a eine Abnahme von $c_{w\infty}$ und eine Zunahme von $c_Q (1 - c_p)$. Für ein ganz bestimmtes c_Q (somit auch c_p, $c_{w\infty}$) nimmt dabei die Summe aus beiden, $c_{l\infty}$, einen kleinsten Wert unter allen Messungen bei gleichem c_a an.

Dieser Kleinstwert $c_{l\infty}$ ist also durch zwei ganz verschieden geartete Kleinstwertbildungen gewonnen (Bestwert hinsichtlich Absaugemenge und Bestwert hinsichtlich Ausblasequerschnitt) und gibt die geringste Profilleistung an, mit der sich das betreffende c_a erreichen läßt. Die Schar dieser Punkte für verschiedene c_a-Werte bildet insgesamt die »Profilleistungspolare« (s. Abb. 5 oben) des Absaugeflügels, die im Absaugefall II dem aerodynamischen Flugzeugentwurf zugrundegelegt werden kann.

Ist beim Flugzeug die richtige Bemessung von F_b zur Erzielung des Kleinstwertes $c_{l\infty}$ nicht oder wenigstens nicht für alle Flugzustände möglich, so wird für $v_b \neq v$ die Profilleistungsziffer $= c_{l\infty} + c_Q \left(1 - \frac{v_b}{v}\right)^2$.

III. Anordnung und Versuchsmethoden.

Die wesentlichen Bestandteile der Versuchseinrichtung sind in Abb. 1 zu erkennen: seitliche Endscheiben am Flügel (zur Erzielung einer gleichförmigen, möglichst zweidimensionalen Auftriebsverteilung), feste Verspannung des Modells (keine Kräftemessung durch Wägung), Mengenmessung durch Düsen, Profilwiderstandsmessung mit Hilfe eines Staurohrrechens nach der von Betz angegebenen Impulsmethode, Auftriebsmessung mit Hilfe von Druckmeßbohrungen rings um das Profil im Mittelschnitt.

Für die serienmäßigen Druckverteilungs-, Absaugedruck- und Profilwiderstandsmessungen waren zwei photographische Vielfachmanometer gebaut worden.

Die Untersuchung eines jeden einzelnen Meßpunktes spielte sich in der Weise ab, daß zunächst die Absaugung, sodann der Wind in Gang gesetzt wurden. Gleichzeitig mit

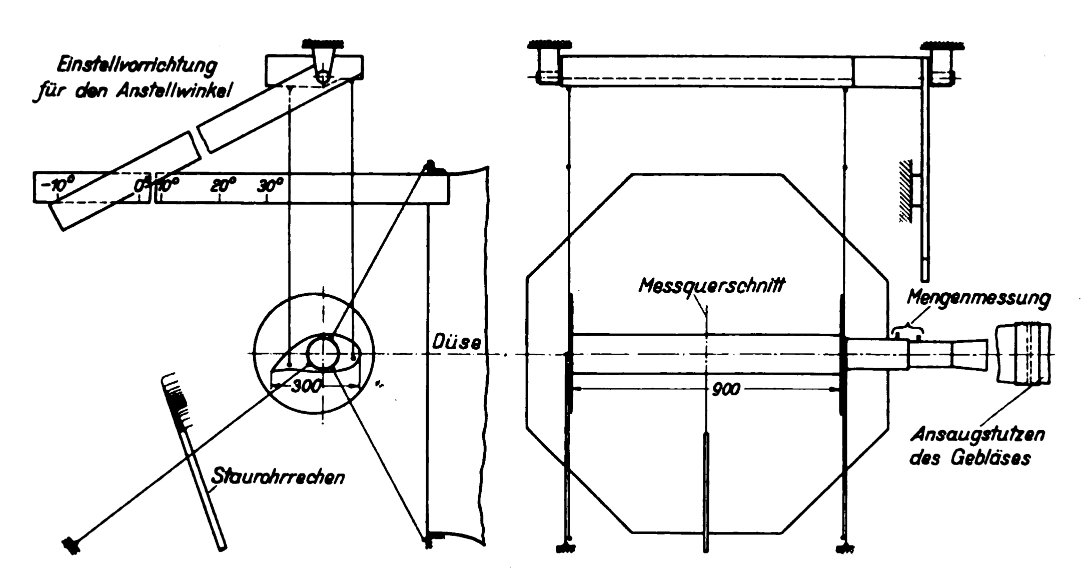


Abb. 1. Versuchsanordnung.

[6]) Über die serienmäßige Auswertung der Impulsmessungen s. Absaugebericht I.

[7]) Eine gewisse Welligkeit in der Auftriebsverteilung kann, wie erwähnt sei, den gewogenen Widerstand ebenfalls noch etwas erhöhen, ohne daß dies in $c_{w\infty}$ in Erscheinung tritt.

[8]) Allerdings unter der überschlägigen Annahme gleicher Wirkungsgrade von Schraube und Gebläse; mit kleinen Abänderungen lassen sich die Betrachtungen indessen auch auf ungleiche Wirkungsgrade übertragen, doch scheint für einen raschen Überblick die Annahme gleicher Wirkungsgrade wegen ihrer Einfachheit berechtigt.

[9]) Vgl. auch Abb. 5 oben und Abschn. IV, Bemerkung zu Abb. 5.



der Durchführung der Messung (Manometeraufnahmen, Staudruck- und Mengendruckablesung) wurde dann das Strömungsverhalten beobachtet und protokolliert. Die Auswertung (Ablesung, Auftragung, Flächenbestimmung) erfolgte jeweils nach Abschluß größerer Versuchsreihen.

Eine Reihe von Kontrollen, Korrekturen und besonderen Überlegungen, die zur Sicherstellung der Ergebnisse vor der Hauptuntersuchung erforderlich waren, können hier nicht im einzelnen ausgeführt werden (vgl. z. B. Absaugebericht I, Abschnitt V).

Die Messungen wurden zum größten Teil im kleinen (1,2 m-) Kanal der Aerodynamischen Versuchsanstalt ausgeführt, und zwar bei Windgeschwindigkeiten zwischen 23 und 30 m/s, also Kennwerten zwischen 7000 und 9000 oder Reynoldsschen Zahlen zwischen $5 \cdot 10^5$ und $6{,}3 \cdot 10^5$.

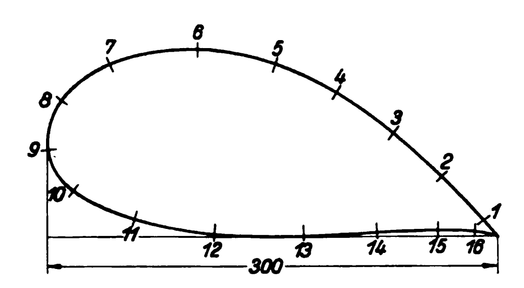


Abb. 2. Dickes Profil mit Lage der Druckmeßbohrungen.

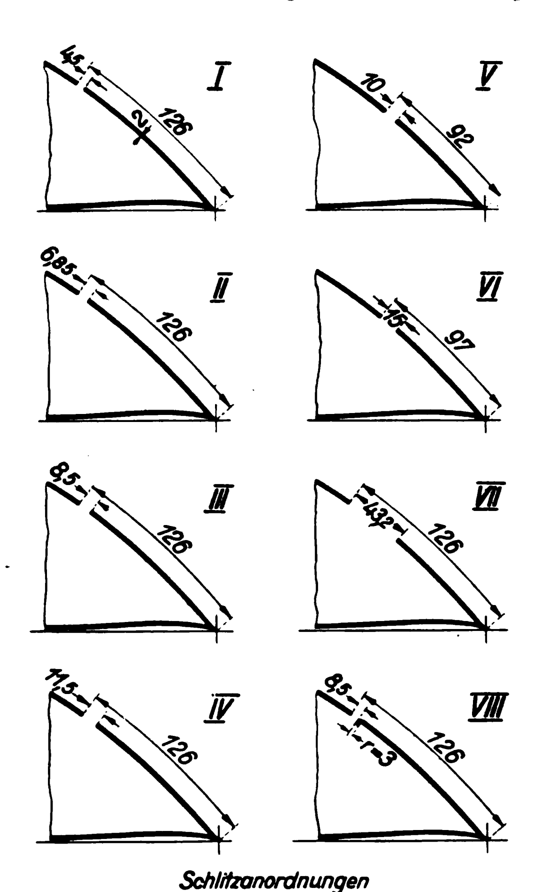
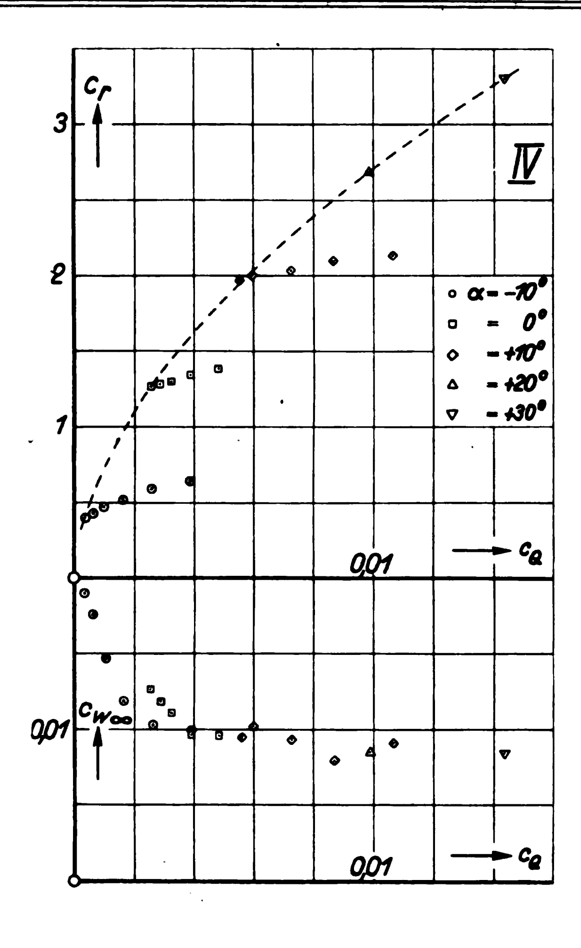


Abb. 3. Schlitzanordnungen *I* bis *VIII* des dicken Profiles.

IV. Versuche und Ergebnisse mit dem dicken Tragflügelprofil.

Abb. 2 zeigt das dicke Profil mit den Druckmeßanbohrungen, Abb. 3 die acht verschiedenen Schlitzausbildungen. Die Schlitze *I* bis *IV* entsprachen der Lage nach, Schlitz *I* auch der Breite nach dem Schlitz *III* der früheren Veröffentlichung[1]). Schlitz *VIII* besitzt bei gleicher Breite wie Schlitz *III* eine abgerundete Hinterkante.



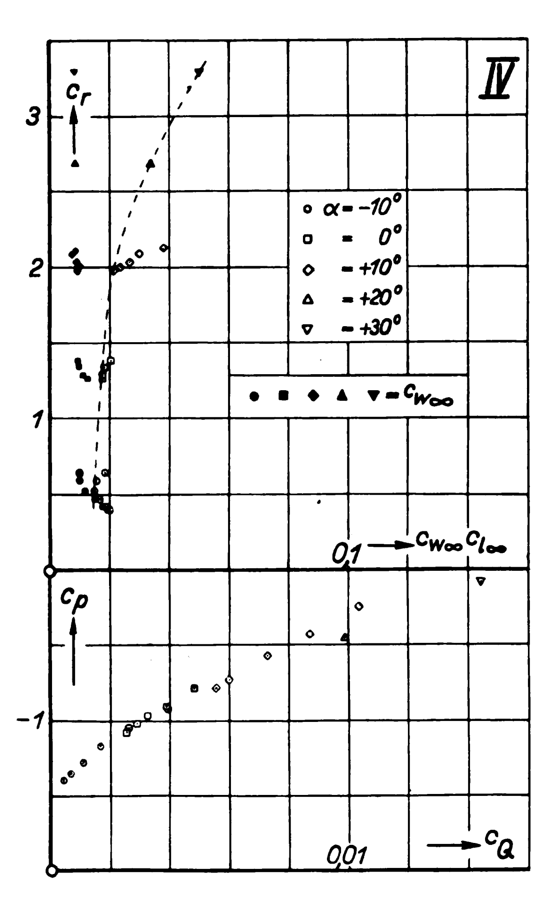


Abb. 4 bis 5. Ergebnisse mit dem Schlitz *IV* des dicken Profiles. (Absaugemenge, Profilwiderstand, Profilleistung, Absaugedruck, Auftrieb). c_r ist ungefähr gleich c_a. α ist der Anstellwinkel im Windkanal (vgl. auch Abb. 10).

Die Zahlentafeln 1 bis 8 enthalten auszugsweise die mit diesen Schlitzen gewonnenen Ergebnisse. Die vollständigen Tafeln, wie übrigens auch sämtliche Schaubilder, befinden sich im Absaugebericht I. Weggelassen sind die aus den übrigen Angaben berechenbaren Werte von $c_{l\infty}$, $\frac{c_Q}{c_a^{1/2}}$, $\frac{c_p}{c_a}$, ferner solche Wiederholungen, die Übereinstimmung ergeben haben.

Um einen Fall vollständig in Schaubildern zu zeigen, sind die Ergebnisse von Schlitz *IV* in den Abb. 4 und 5 wiedergegeben. Abb. 4 oben zeigt als Einhüllende der einzelnen Meßreihen die Kurve der für ein bestimmtes c_a erforderlichen Mindestmengen.

Abb. 4 unten zeigt (bei anderen Schlitzen tritt dies noch deutlicher hervor), daß mit einer gewissen Streuung der Widerstand im wesentlichen nur von c_Q abhängig ist.

Auch die Auftragungen von c_p über c_Q für dieses dicke Profil ergeben wieder eine ziemlich einheitliche »Straße«. Besonders deutlich ist sie bei den Schlitzen *I* bis *IV* und *VIII* (vordere Schlitzlage), weniger ausgeprägt auch bei der hinteren Schlitzlage (*V* und *VI*) vorhanden[10]).

In Abb. 5 oben erkennt man entsprechend den Ausführungen des Abschn. II, n) wie sich bei jedem α ein Kleinstwert von $c_{l\infty}$ ergibt und wie die »Profilleistungspolare« als Einhüllende zustandekommt.

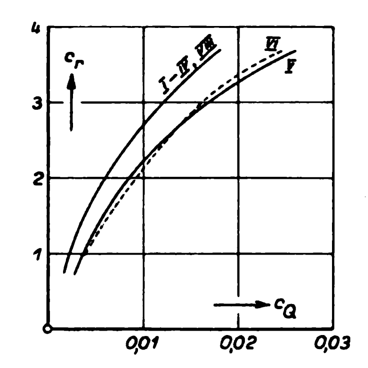


Abb. 6. Auftrieb und Absaugemenge für verschiedene Schlitze.

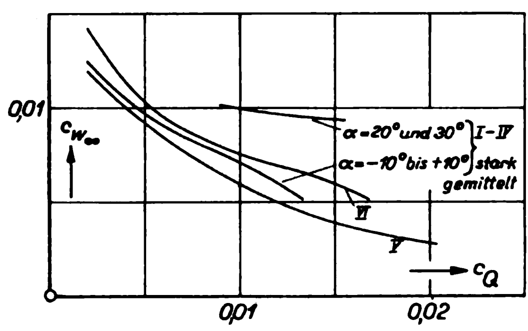


Abb. 7. Profilwiderstand und Absaugemenge für verschiedene Schlitze.

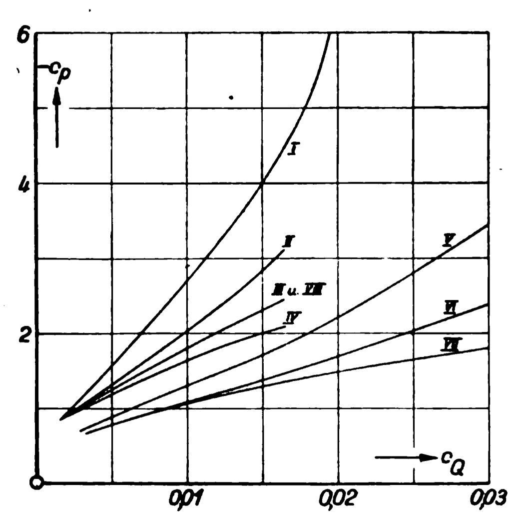


Abb. 8. Absaugedruck und Absaugemenge für verschiedene Schlitze.

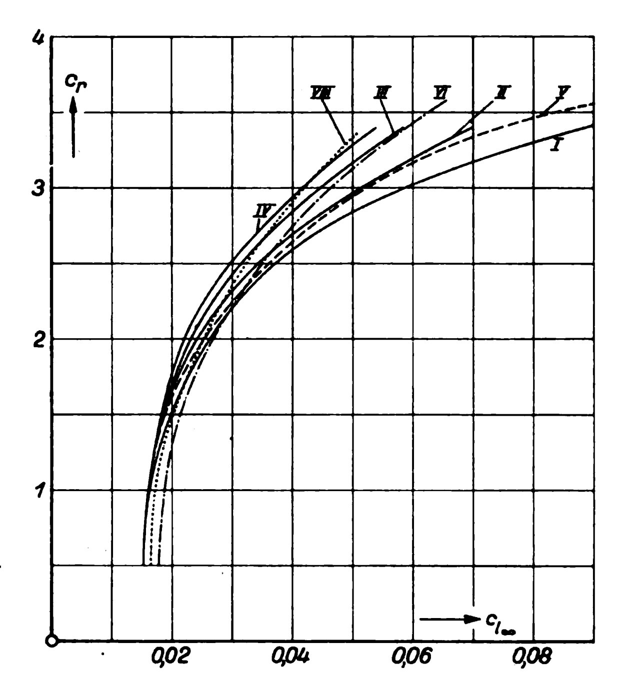


Abb. 9. Auftrieb und Profilleistung für verschiedene Schlitze.

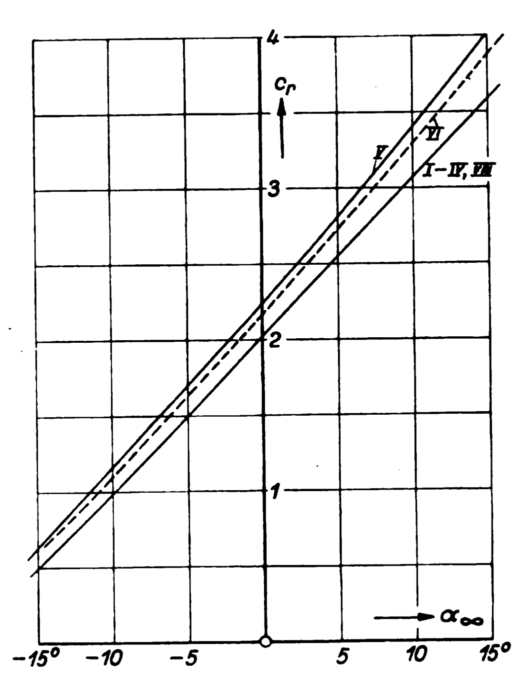


Abb. 10. Auftrieb und Anstellwinkel beim unendlich langen Flügel für verschiedene Schlitze.

[10]) Ein Blick auf die Druckverteilungskurven um das Profil (Abb. 12 und 13) läßt auch den Grund für dieses Verhalten erkennen: der Absaugeschlitz befindet sich ungefähr da, wo sich alle Druckverteilungskurven überschneiden; unabhängig von c_a herrscht also dort ungefähr immer der gleiche Druck. Bei gleicher Absaugemenge ist andererseits auch der Drucksprung zwischen Schlitz außen und Absaugekammer ungefähr der gleiche, folglich werden auch die Innendrücke ungefähr übereinstimmen.



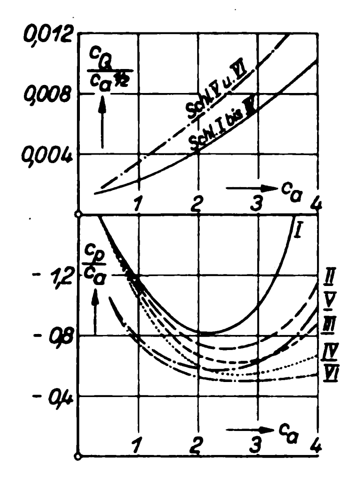


Abb. 11. Auftrieb und geschwindigkeitsunabhängige Kenngrößen der Absaugung für verschiedene Schlitze.

In den Schaubildern 6 bis 11, die den Vergleich zwischen den einzelnen Anordnungen geben, sind absichtlich alle kleinen Unterschiede vernachlässigt, um die wesentlichen Einflüsse deutlicher hervortreten zu lassen. Schlitz *III* und *VIII* fallen in den Ergebnissen — vom Widerstand abgesehen (s. u.) — vollständig zusammen.

Die Folgerungen, die der Vergleich der verschiedenen Ergebnisse zuläßt, sind folgende:

a) Die Schlitzbreite äußert sich bei übereinstimmender Schlitzlage nicht im erforderlichen Mengenbedarf oder im Strömungszustand. Das gilt zum mindesten, solange sich die Schlitzbreite in einer gewissen Grenze hält, die bei Schlitz *VII* bereits überschritten ist; auch Schlitz *VI* scheint für kleinere Absaugemengen schon etwas zu breit zu sein. Der Absaugeunterdruck und somit auch die Absauge- und Profilleistung dagegen hängen, wie zu erwarten ist, von der Schlitzbreite ab.

b) Die Ausführung der Schlitzkanten, ob rund oder scharfkantig, scheint nicht von entscheidender Bedeutung

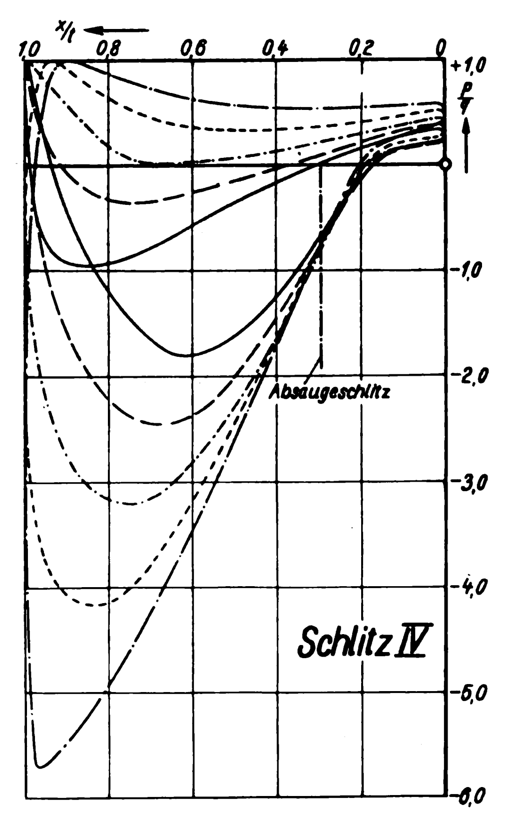


Abb. 12. Druckverteilung um das dicke Profil bei verschiedenen Anstellwinkeln, Schlitz *IV*.

zu sein. Eine Abrundung der hinteren Schlitzkante macht sich gar nicht bemerkbar, eine solche der anderen Kante ist nach früheren Ausführungen[11]) einer gewissen Schlitzverbreiterung gleichzusetzen.

c) Die Schlitzlage ist auf die Ergebnisse von recht erheblichem Einfluß:

α) Die erforderlichen Absaugemengen sind bei der hinteren Schlitzlage (*V* und *VI*) um rund 40% größer als bei der vorderen. Die Ursache dafür liegt in der längeren Laufstrecke bis zum Schlitz (s. auch V).

β) Die erforderlichen Absaugeunterdrücke sind für die hintere Schlitzlage, weil die Saugdrücke am Profil hier kleiner sind, kleiner (vgl. auch Abb. 12 und 13).

γ) Die Profilleistungspolare liegt bei gleicher Schlitzbreite für die vordere Schlitzlage im allgemeinen günstiger.

δ) Die Strömungsform in der Gegend zwischen Schlitz und Hinterkante ist in beiden Fällen etwas verschieden. Das erkennt man an der Größe des für bestimmtes c_a ererforderlichen α_∞, ferner an Fadenbeobachtungen und an dem Verlauf der Druckverteilungskurven (Abb. 12 u. 13).

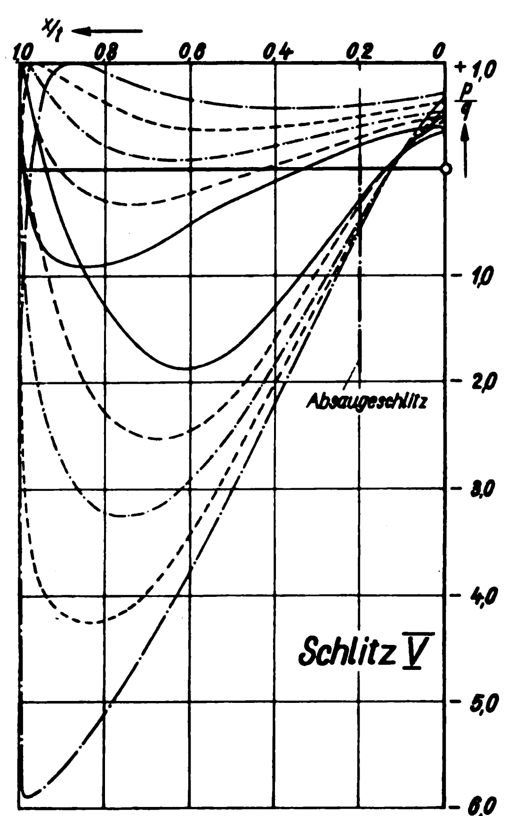


Abb. 13. Druckverteilung um das dicke Profil bei verschiedenen Anstellwinkeln, Schlitz *V*.

Diese lassen deutlich erkennen, daß die vordere Schlitzlage rein aerodynamisch gesehen etwas zu weit vorn liegt, denn dahinter hört der Druckanstieg schon vor der Hinterkante auf. Dieses Abflachen des Druckverlaufs ist bekanntlich kennzeichnend für die Nähe der Strömungsablösung. Hierin liegt auch der Grund, weshalb mit der vorderen Schlitzlage bei gleichem Anstellwinkel geringere Auftriebe erreicht werden.

d) Bemerkenswert und für alle Schlitze gemeinsam ist die starke Verringerung von $c_{w\infty}$ im Vergleich mit dem nicht abgesaugten Profil gleicher Form. Da dessen $c_{w\infty}$ rund $= 0{,}05$ ist, so wird schon für kleine c_a-Werte mit Hilfe der Absaugung immerhin eine Verringerung auf $1/3$ bis $1/4$ des Ausgangswertes erreicht. Auch wenn man $c_{l\infty}$ anstatt $c_{w\infty}$ vergleicht, so bleibt für kleines c_a und c_Q die Verringerung immer noch unter $1/3$.

Die erhebliche Streuung der $c_{w\infty}$-Werte hängt, abgesehen von gewissen Mängeln der serienmäßigen Meßmethode,

[11]) S. Fußnote 1.



zweifellos damit zusammen, daß der Widerstand nicht wie sonst als Mittel über die ganze Spannweite, sondern als Wert in einem ganz bestimmten Profilschnitt bestimmt ist, wobei sich örtliche Unterschiede nicht ausgleichen können. Aus einigen Ergebnissen von Nachmessungen geht überdies hervor, daß die während der Versuche und Abänderungen des Modells kaum vermeidbaren, geringfügigen Verschlechterungen der Modellglätte das Ergebnis etwas beeinflussen; daraus folgt, daß bei Absaugeflügeln auf sauberste Herstellung und Pflege der Flügelhaut Wert zu legen ist.

Ein im großen (2,2 m-) Kanal ausgeführter Sonderversuch betraf die für das Heranholen einer einmal abgerissenen Strömung erforderlichen »Ansaugemengen«. Dieser Versuch war im kleinen Kanal nicht möglich, weil der Strahl durch die Modellgröße ungewöhnlich stark abgelenkt wurde. Bei $c_a \approx 2$ ergab dieser Versuch eine Ansaugemenge von ungefähr 125%, bei $c_a \approx 3$ eine solche von etwa 130% der Mindestmenge.

Ebenfalls im 2,2-m-Kanal wurde eine Kennwertsreihe mit Schlitz *I* durchgeführt. Dabei wurden für einen bestimmten Anstellwinkel (entsprechend $c_a = 2{,}3$) die erforderlichen Mindestmengen und -drücke festgestellt. Beide nahmen zwischen Reynoldsschen Zahlen $2{,}5 \cdot 10^5$ und $9 \cdot 10^5$ dauernd etwas ab. In geringerem Maße machten auch die zugehörigen c_a-Werte diesen Gang mit. Insgesamt scheinen die Verhältnisse mit wachsender Reynoldsscher Zahl bis 10^6 offenbar etwas günstiger, jedenfalls nicht schlechter zu werden.

V. Grenzschichtabsaugung und Senkenwirkung[12]).

Gewisse Erfahrungen im Verlaufe der Forschungsarbeit haben erneut die Aufmerksamkeit auf die der Absaugewirkung zugrundeliegenden physikalischen Vorgänge gelenkt. Deren Aufklärung schien mit Rücksicht auf die Weiterentwicklung notwendig. Vor allem die Tatsache, daß entgegen der früheren Erwartung Schlitze, die so nahe der Hinterkante liegen wie *V* und *VI*, noch wirksam sind, schien nach der alten Auffassung von der Grenzschichtabsaugung nicht recht erklärlich.

Die Theorie der Absaugung war anfangs einfach die: Die stark verzögerten Teile der Grenzschicht in einem Druckanstiegsgebiet werden, bevor sie die Ablösung der Gesamtströmung verursachen, durch Absaugen entfernt, worauf sich eine neue Grenzschicht bildet, die wiederum einen bestimmten Druckanstieg überwinden kann.

Nun erhob sich aber die Frage, ob nicht der »Senkeneinfluß«, d. h. die durch die Absaugung selbst bewirkte Änderung der statischen Drücke an der Oberfläche, wesentlich am Zustandekommen der erzielten Strömungsformen beteiligt ist[13]).

Der Senkeneinfluß besteht aus einer Abflachung der Druckanstiege vor und hinter dem Schlitz, die in nächster Nähe des Schlitzes sogar in Druckgefälle übergehen (siehe Abb. 14, wo die wirkliche Strömung mit Senkeneinfluß durch Kreise, die rückwärts berechnete Hauptströmung ohne Senke durch Kreuze gezeichnet ist). Er kommt zustande durch die Überlagerung der strahlenförmig zum Schlitz hin gerichteten Absaugeströmung über die ungefähr parallel der Oberfläche verlaufende Hauptströmung. Nach Bernoulli ist der Druckunterschied zwischen beiden an jeder Stelle angenähert

$$\Delta p = \pm \varrho v_a w,$$

worin v_a die vom Senkeneinfluß freie Außenströmung und w die gegenüber v_a kleine Geschwindigkeit der Senkenströmung ist.

Es ist klar, daß diese Veränderung des Druckfeldes der Grenzschicht vor und hinter der Absaugestelle für ihre

[12]) Vgl. auch O. Schrenk, Z. angew. Math. Mech. Bd. 13 (1933), S. 180.

[13]) Dieses Problem ist erstmals eingehender erörtert in einem noch im Druck befindlichen Beitrag von Prof. Prandtl zu einer Gesamtdarstellung der flugtechnischen Aerodynamik und gleichzeitig und unabhängig davon im Absaugebericht I des Verf. Ähnliche Fragen, allerdings ohne die richtige Berücksichtigung der Grenzschicht, sind auch schon anderweitig ausgesprochen worden.

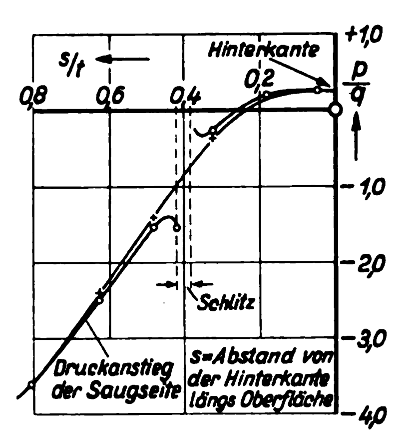


Abb. 14. Einfluß der Senke auf die Druckverteilung.

Entwicklung einen günstigeren Weg bereiten muß, der nicht so rasch zur Ablösung führt. Die erforderliche Absaugemenge steht dabei (im Gegensatz zur älteren Auffassung) in keinem bestimmten Verhältnis zur Grenzschichtmenge, die Absaugemenge muß vielmehr so groß gemacht werden, daß die beiden Druckanstiege (praktisch ist wohl häufig der vor dem Schlitz maßgeblich) gerade noch für die Entwicklung der Grenzschicht ertragbar sind. Ein wesentlicher Unterschied zwischen beiden Absaugetheorien ist der, daß die eigentliche Grenzschichtabsaugung nur nach hinten, also stromabwärts, wirkt, während die Senkenwirkung nach hinten und nach vorne greift.

In Wirklichkeit werden die beiden Erscheinungen im allgemeinen verkoppelt auftreten, die Auffassungen sind aber auch insofern beide berechtigt, als man für beide »eindeutige« Beispiele angeben kann; so für die eigentliche Grenzschichtabsaugung einen Körper, dessen Oberfläche ganz aus einem sehr feinmaschigen Sieb oder einer porösen Masse besteht, und für die Senkenwirkung den Flügel mit Absaugung an der Hinterkante. Die Aufgabe der Untersuchungen dieses Abschnittes konnte also nur eine praktische sein, nämlich zu zeigen, welcher Effekt in den vorgekommenen und ähnlichen Fällen wichtiger und welche der beiden Auffassungen sozusagen als Gebrauchstheorie geeigneter ist.

Die bisherige Untersuchung hatte ergeben: Schlitze wesentlich weiter vorne als Schlitz *I* sind ungeeignet, weil dann die Strömung noch vor der Flügelhinterkante abreißt; dagegen war zu erkennen, daß selbst Schlitze weiter hinten als *V* bei einer gewissen Vergrößerung der Absaugemenge eine aerodynamisch gesunde Strömung liefern würden. Warum die wirksamsten Schlitze hinter der halben Flügeltiefe liegen, ist zwar auch aus Überlegungen zu erklären, die nicht unmittelbar mit der Frage nach der Natur der Absaugung zusammenhängen[14]), völlig begreiflich wird aber der wirkliche Sachverhalt durch solche Betrachtungsweise nicht.

Eine lückenlose Erklärung ergibt sich dagegen, wenn man die »Senkenwirkung nach vorn« hinzunimmt. Einige weitere Untersuchungen haben gezeigt, daß die Senkenwirkung am Absaugevorgang tatsächlich weitgehend beteiligt ist.

Ist die Theorie der Senkenwirkung richtig, so muß, wie schon erwähnt, eine Absaugung von der Flügelhinterkante aus möglich sein. Schlitz *X* (Abb. 15) entspricht praktisch genau genug diesem Grenzfall. Wie zu erwarten war, ließ sich mit einer genügend großen Absaugemenge die Strömung anliegend erhalten. Die erforderliche Menge ist rund dreimal so groß wie für Schlitz *I* und rund zweimal so groß wie für Schlitz *V*.

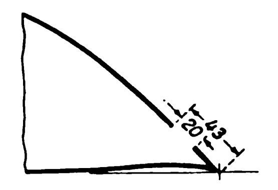


Abb. 15. Schlitz *X* in der Nähe der Flügelhinterkante.

[14]) Wo größere Geschwindigkeiten herrschen, werden auch entsprechend größere Druckanstiege überwunden.

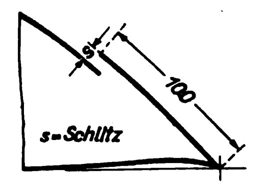


Abb. 16. Schlitz *IX* mit übergreifender Schlitzhinterkante.

Flugtechnisch hat dies Ergebnis wohl kaum eine Bedeutung.

Ein anderer Versuch hat den eigentlichen Beweis für den starken Anteil der Senkenwirkung geliefert:

Denkt man sich bei einem mit dem hinteren Rand überstehenden Schlitz (Schlitz *IX* in Abb. 16) die Spaltbreite s gerade gleich der Schichtdicke der abzusaugenden Luft, so kann, wie sich zeigen läßt, kein Senkeneinfluß im Druckfeld auftreten. Ist also das Vorhandensein eines Senkeneinflusses für die Absaugewirkung unentbehrlich, so wird eine der Breite s entsprechende Menge nichts nützen und erst darüber hinausgehende Beträge werden in günstigem Sinne wirksam; mit zunehmender Schlitzbreite muß also die Absaugemenge gleichfalls anwachsen.

Diese Zunahme der Absaugemindestmenge wurde im Versuch in auffälliger Weise bestätigt. Der Schlitz lag dabei etwa an der Stelle der früheren Schlitze *V* und *VI*.

Die Ergebnisse waren folgende:

α	s mm	c_Q	c_p
30°	4	0,022	— 8,5
30°	5,5	0,023	— 7,3
30°	8,5	0,041	— 3,2
30°	12,5	0,054	— 2,6

Das kleinste c_Q bei $s = 4$ mm entspricht ungefähr dem Wert des ebenen Schlitzes, alle übrigen sind größer.

Noch anschaulicher wird das Ergebnis, wenn man die zugehörigen Druckverteilungskurven (Abb. 17) betrachtet. Im vorderen Druckanstiegsgebiet stimmen die Kurven, von einer sogleich zu erörternden Parallelverschiebung abgesehen, ziemlich gut überein, und zwar auch im Gebiet des Senkeneinflusses in Schlitznähe, wo ohne übergreifende Hinterkante bei den verschiedenen Absaugemengen erheblich verschiedene Drücke herrschen müßten. Die Herstellung eines gerade hinreichenden Senkeneinflusses war also offensichtlich für die Größe der Absaugemenge maßgeblich.

Im Zusammenhang mit der erwähnten Parallelverschiebung läßt sich aber auch der Anteil der wirklichen Grenzschichtabsaugung erkennen. Diese Parallelverschiebung rührt nämlich davon her, daß bei den beiden kleineren Absaugemengen hinter dem Absaugeschlitz kein merklicher Druckanstieg mehr überwunden wird. Das heißt, daß in diesen Fällen die Absaugemenge für die eigentliche Grenzschichtabsaugung zu gering ist, während bei den beiden größeren Absaugemengen sowohl Grenzschichtabsaugung als Senkenwirkung beteiligt sind.

Früher war schon der Gedanke aufgetaucht, solche Anordnungen wie Schlitz *IX* praktisch zu verwenden, weil dann die Luft mit weniger Absaugedruck sozusagen »von selbst« einströmen würde; die Ergebnisse zeigen aber, daß das kein gangbarer Weg ist, sobald die Senkenwirkung eine wesentliche Bedeutung hat.

Auch eine Untersuchung der Grenzschicht selbst hat bezüglich des Senkeneinflusses zu den gleichen Ergebnissen geführt.

Nach einem von Gruschwitz[15]) entwickelten Rechenverfahren wurde auf Grund von Grenzschichtmessungen am Absaugeflügel für die Schlitzlagen *I* und *V* ausgerechnet, ob und wo die Ablösung vor dem Schlitz bei »durchgezogenem« Druckverlauf (Abb. 14), also ohne Senkeneinfluß, eintreten würde. Das Ergebnis, unter Übergehung aller Einzelheiten, war: für Schlitz *V* wäre ohne den Senkeneinfluß die Strömung vor dem Schlitz schon längst abgerissen, mit Senkeneinfluß dagegen vermag sie sich bei der Mindestmenge eben noch zu halten. Die Senkenwirkung ist also hier offensichtlich ausschlaggebend. Für Schlitz *I* ist das Ergebnis nicht so eindeutig. Die Rechnungen ergeben, daß sich die Strömung ohne Senkeneinfluß ungefähr in der Gegend des Schlitzes ablösen würde. Es können daraus wohl noch keine eindeutigen Schlüsse gezogen werden.

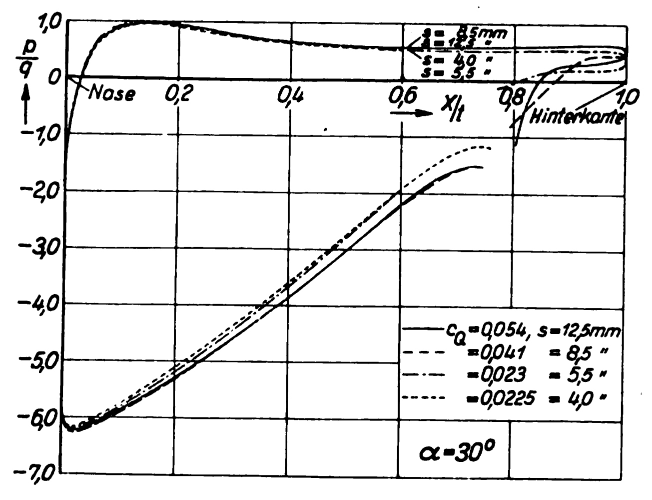


Abb. 17. Druckverteilungsmessungen mit Schlitz *IX*.

VI. Versuche mit Klappenprofilen[16]).

Abb. 18 zeigt das Profil mit den vier untersuchten Klappenausführungen. Klappe *I* ist so ausgeführt, daß sich der Schlitz erst mit dem Klappenausschlag öffnet. Diese erste Ausführungsform bot den konstruktiven Vorteil eines glatten und dabei sicheren Schlitzverschlusses.

Bei Klappe *II* (*a* und *b*) wurde auf den selbsttätigen Schlitzverschluß verzichtet, um zunächst Klarheit über die Beseitigung einiger im folgenden noch zu erörternden strömungstechnischen Mängel der Anordnung *I* zu schaffen. In Klappenanordnung *II* liegt der Absaugeschlitz hinter der gleitend aus dem Profil heraustretenden Rundung.

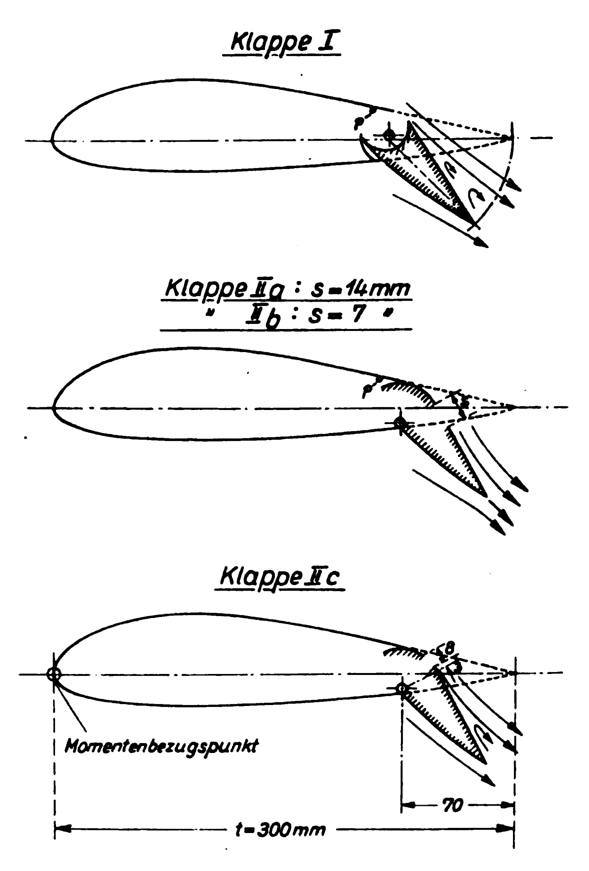


Abb. 18. Ausführungsformen des Klappenflügels.

[15]) Ing.-Arch. Bd. 2 (1931), S. 327 und Z. Flugtechn. Motorluftsch. Jg. 23 (1932), S. 308.

[16]) Die Untersuchung der Klappenprofile geht z. T. auf eine Anregung von Herrn H. B. Helmbold zurück.

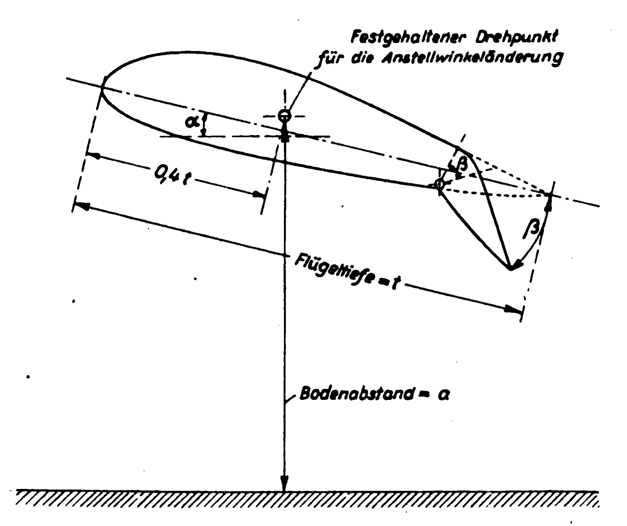


Abb. 19. Definitionsfigur für Winkel, Drehpunkt und Bodenabstand des glatten Flügels.

Klappe *II c* verlegt den Absaugeschlitz in das letzte Stück der Rundung; dadurch ist ein selbsttätiges Schließen des Schlitzes beim Nullausschlag der Klappe gewährleistet.

Wie die Winkel α und β sowie der Bodenabstand a gemeint sind, zeigt die Abb. 19. Das Höhenmoment (c_{mh}), das in einigen Fällen aus den Druckverteilungen in ähnlicher Weise wie die Drucktiefe ermittelt ist, ist angegeben für die Profilnase als Bezugspunkt (siehe Abb. 18), das Betätigungsmoment der Klappe für den Klappendrehpunkt. Die Kammerinnendrücke sind an der in Abb. 18 oben mit p bezeichneten Stelle gemessen.

Die Zahlentafeln 9 bis 21 enthalten die wichtigsten Ergebnisse dieser Anordnungen wiederum in gekürzter Form.

Die Werte von c_p und c_Q sind bei diesen Versuchen wegen der verhältnismäßig engen Querschnitte im Flügelinnern etwas zu groß und ungünstig gemessen[17]).

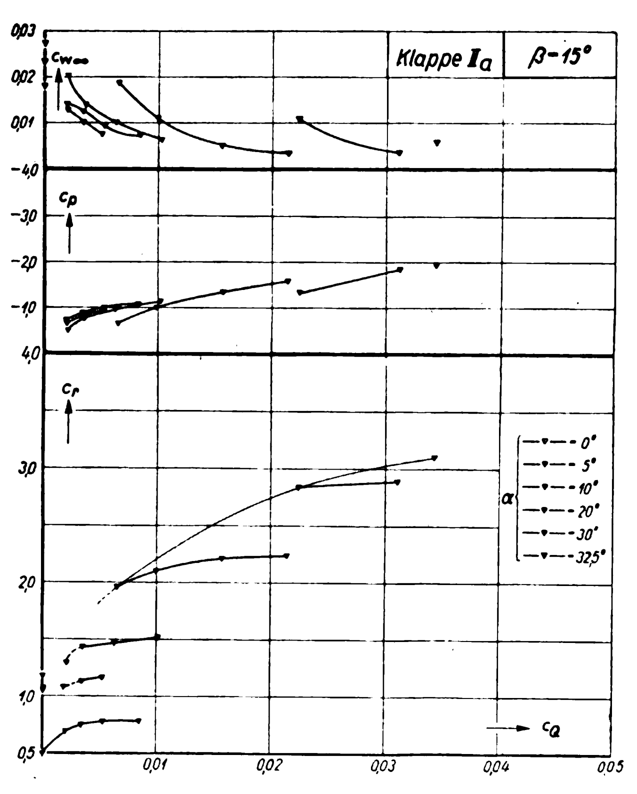


Abb. 20. Ergebnisse mit der Klappe *II a* (Auftrieb, Profilwiderstand, Absaugedruck, Absaugemenge), Klappenwinkel $\beta = 15°$. α siehe Abb. 4 bis 5.

Eine beschränkende Auswahl aus den Schaubildern der Meßergebnisse war hier, wo der Klappenwinkel β als weiterer Parameter hinzutritt, ganz unvermeidlich. Eine vollständige Sammlung befindet sich im Absaugebericht III.

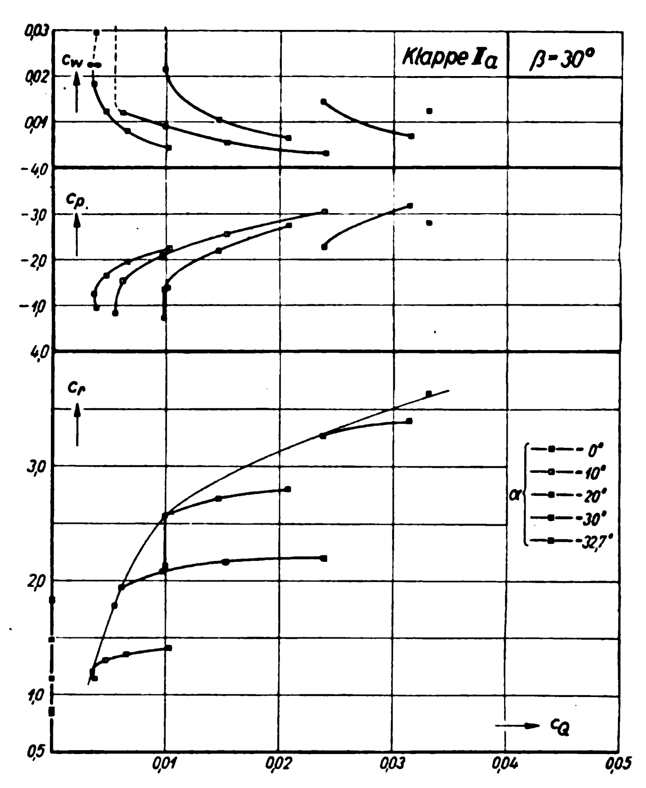


Abb. 21. Ergebnisse mit der Klappe *II a*, $\beta = 30°$.

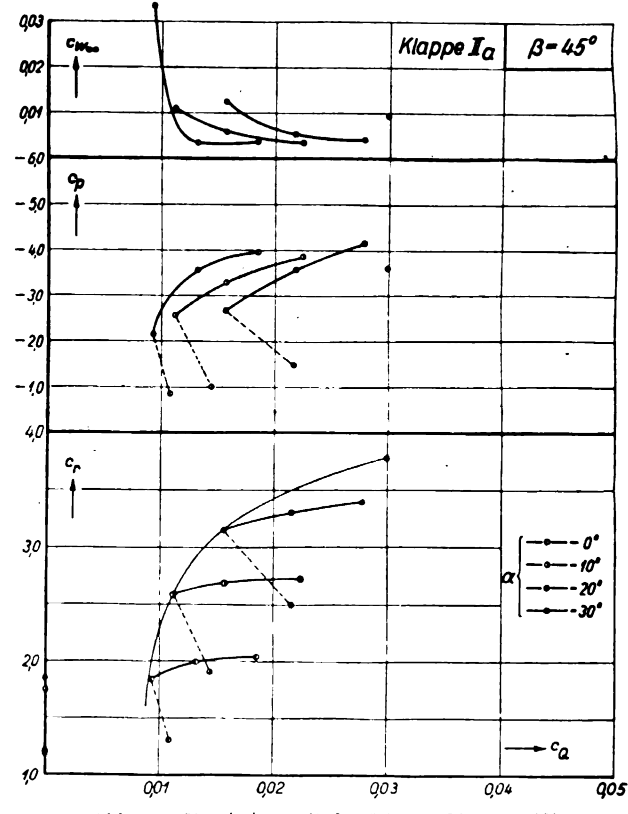


Abb. 22. Ergebnisse mit der Klappe *II a*, $\beta = 45°$.

[17]) Im Flügelinnern herrscht ein ungefähr exponentiell verlaufendes Druckgefälle vom geschlossenen zum abgesaugten Flügelende hin. Einen gleichen Charakter wird die örtliche Verteilung der Absaugestärke zeigen. Dieses Verhalten bringt, wie die genaue Betrachtung zeigt, eine Vergrößerung der Meßwerte mit sich, ohne daß sich die Fehlerbeträge genauer abschätzen lassen.



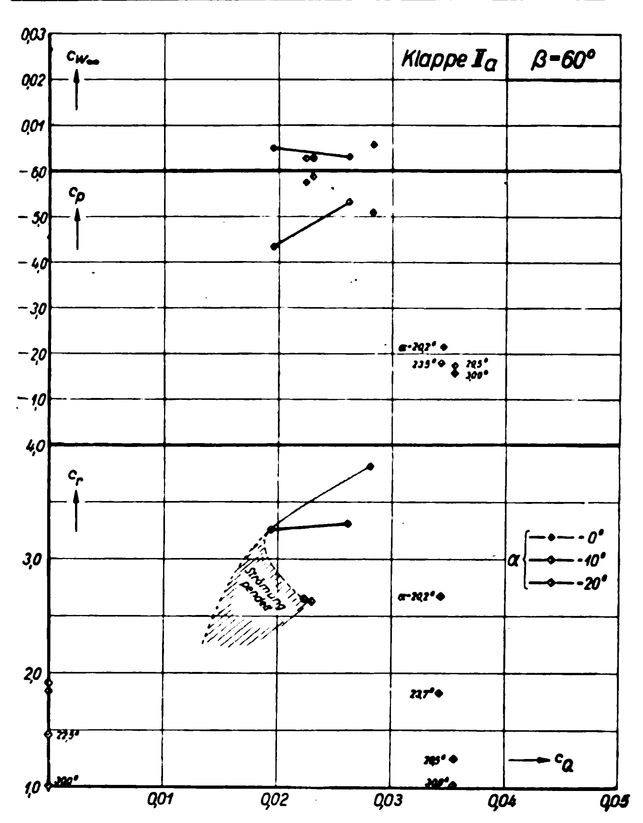


Abb. 23. Ergebnisse mit der Klappe *IIa*, $\beta = 60°$.

Für Klappe *IIa* sind die Ergebnisse in den Abb. 20 bis 24, 26 und 29 vollständig dargestellt. Die Darstellung von $c_{l\infty}$ erübrigt sich hier (Absaugefall II von Abschn. II kommt kaum in Betracht).

Die Ergebnisse zeigen, daß hinsichtlich des Mengenbedarfs für einen bestimmten c_a-Bereich jeweils ein bestimmter Klappenwinkel am günstigsten ist: $\beta = 15°$ unter $c_a \approx 2$; $\beta = 30°$ bis $c_a \approx 2{,}8$; $\beta = 45°$ bis $c_a \approx 3{,}3$; $\beta = 60°$ darüber.

Die ohne Absaugung ($c_Q = 0$) erreichbaren c_a-Werte bis ungefähr 2 sind im Falle eines Versagens der Absaugung von Bedeutung.

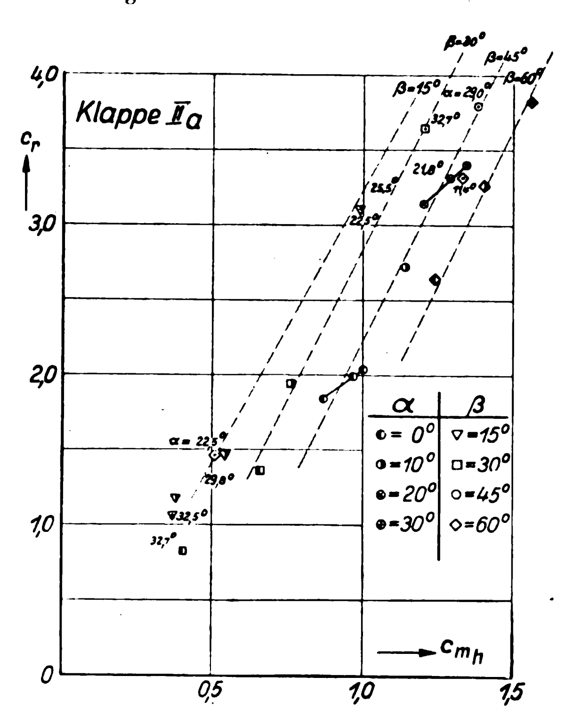


Abb. 24. Auftrieb und Höhenmoment für Klappe *IIa*.

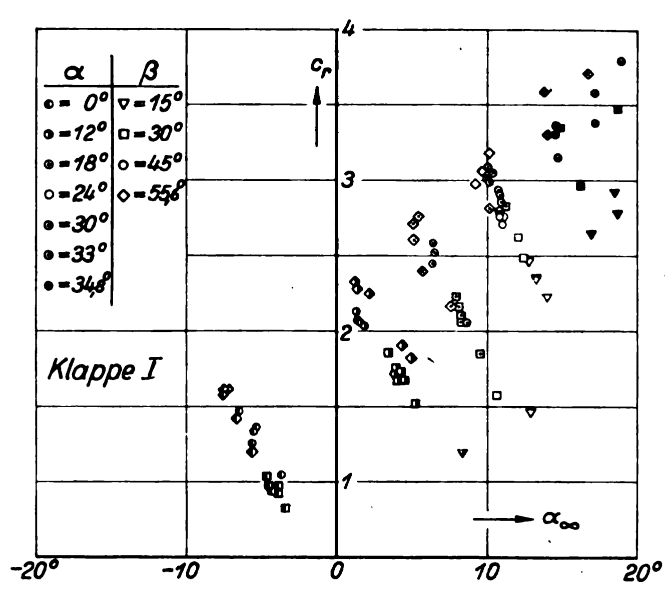


Abb. 25. Auftrieb und Anstellwinkel beim unendlich langen Flügel für Klappe *I*.

Das Pendeln der Strömung bei $\beta = 60°$ unterhalb $\alpha = 10°$ ist inzwischen noch in verschiedenen Fällen aufgetreten. Dabei schwankt die Strömung unregelmäßig rund 2 bis 5-mal in der Sekunde zwischen dem anliegenden und dem abgerissenen Zustand. Diese Unruhe geht allem Anschein nach darauf zurück, daß hier zwei aerodynamische Instabilitätsquellen, nämlich eine gekrümmte Körperoberfläche mit Druckanstieg (die Absaugerundung) und eine die Strömung auffangende Kante (vgl. z. B. Orgelpfeifen!) unter ungünstigen Bedingungen zusammenarbeiten.

Die Werte c_p und $c_{w\infty}$ sind bei den Klappenflügeln im Gegensatz zum dicken starren Flügel außer von c_Q auch ganz wesentlich vom Anstellwinkel, d. h. vom Auftrieb, abhängig; außerdem ändern sie sich mit β in der Weise, daß wachsendes β ein größeres c_p und $c_{w\infty}$ bedingt. Die ganzen Kurven lassen übrigens auf recht verwickelte Strömungseinflüsse schließen.

Beim Vergleich der drei bzw. vier Klappenausführungen ergibt sich Folgendes (vgl. außer den Zahlentafeln die Abb. 25 bis 33):

a) Klappe *IIa* und *IIb* unterscheiden sich außer im Absaugedruck ziemlich wenig. *IIb* ist im Mengenbedarf teilweise etwas günstiger. Die Strömung von *IIb* mit $\beta = 60°$ pendelt nicht.

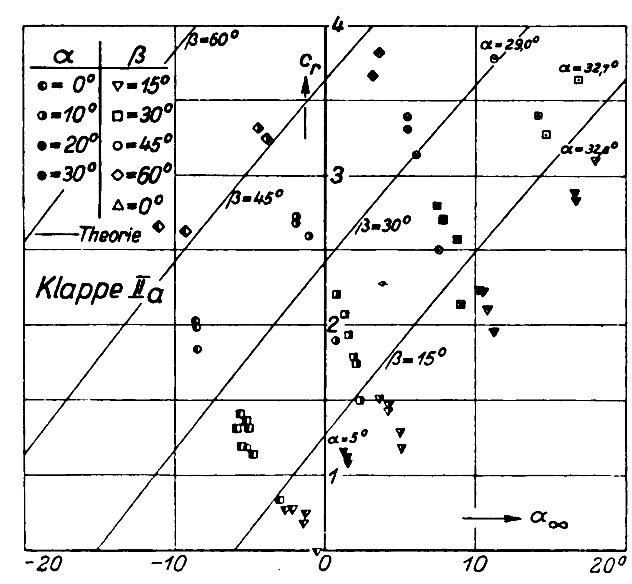


Abb. 26. Auftrieb und geschwindigkeitsunabhängige Kenngrößen der Absaugung für Klappe *IIa*.



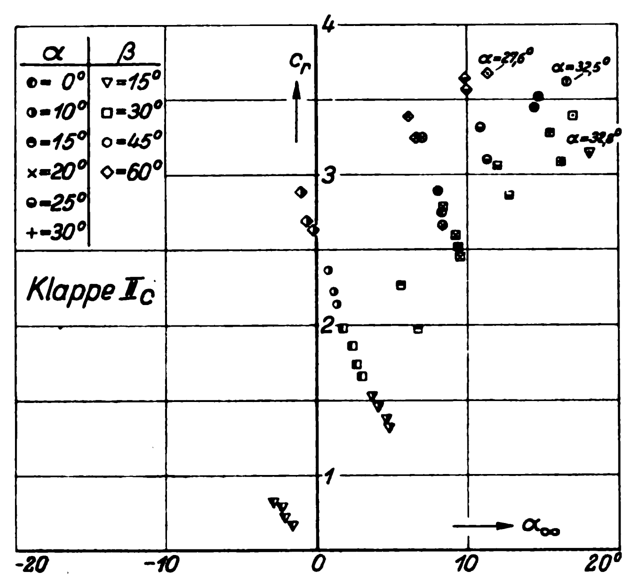


Abb. 27. Auftrieb und Anstellwinkel beim unendlich langen Flügel für Klappe *IIc*.

b) Im Mengenbedarf für bestimmten Auftrieb ist *IIc* durchgehend am günstigsten. *I* ist *IIa* für Auftriebe bis etwa 3,3 überlegen, weiterhin sind sie gleich. Der c_a-Bereich günstigen Mengenverbrauchs für die einzelnen β ist bei den Klappen sehr verschieden.

c) In den zugehörigen Absaugedrücken ist die Rangordnung etwas anders. Für die sehr hohen c_a-Werte, die für die Beanspruchung des Gebläses entscheidend sind, ist *IIc* den beiden anderen, die, grob betrachtet, gleich gut sind, etwas unterlegen. Für kleinere β und c_a sind die Verhältnisse ungefähr gleich. Zuungunsten von *IIc* wirkt sich noch die Tatsache aus, daß die Absaugedrücke hier wegen der Enge des Schlitzes besonders stark zunehmen, wenn mit mehr als mindest erforderlicher Menge abgesaugt wird.

d) Die Profilwiderstände sind für *IIa* im allgemeinen sehr klein ($\approx$ 0,005 bis 0,02), für *IIc* größer ($\approx$ 0,01 bis 0,04), für *I* am größten ($\approx$ 0,01 bis 0,07). Für die Landung sind größere Profilwiderstände, sofern keine anderen Nachteile damit verknüpft sind, nicht unerwünscht. Bei den großen c_a-Werten werden diese Unterschiede im Verhältnis zum induzierten Widerstand meist bedeutungslos sein.

e) Ein wesentlicher Unterschied liegt in den Anstellwinkeln: bei Klappe *IIa* lassen sich die hohen c_a-Werte

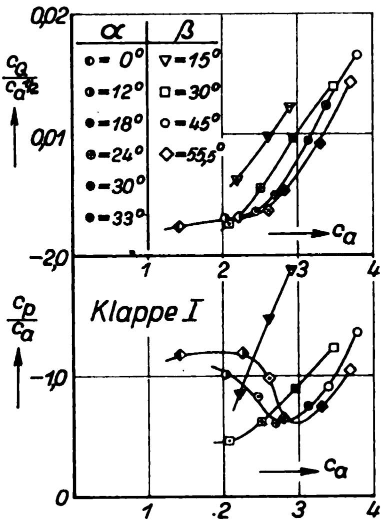


Abb. 28. Auftrieb und geschwindigkeitsunabhängige Kenngrößen der Absaugung für Klappe *I*.

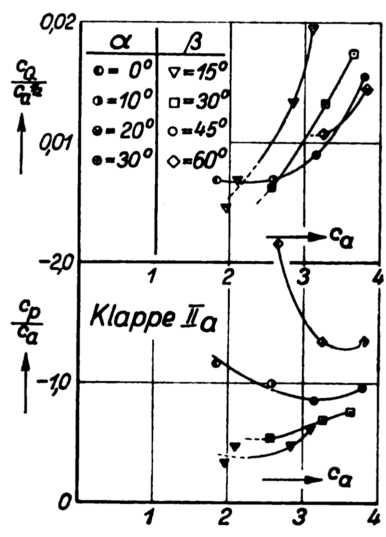


Abb. 29. Auftrieb und Anstellwinkel beim unendlich langen Flügel für Klappe *IIc*.

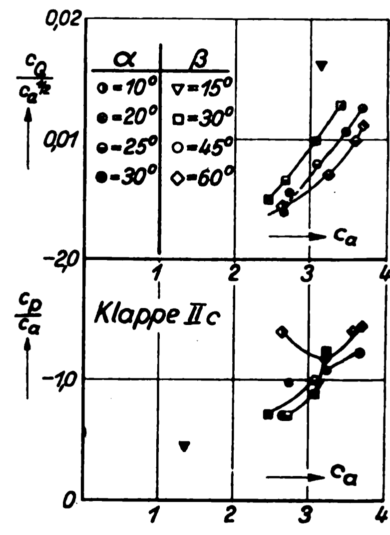


Abb. 30. Auftrieb und geschwindigkeitsunabhängige Kenngrößen der Absaugung für Klappe *IIc*.

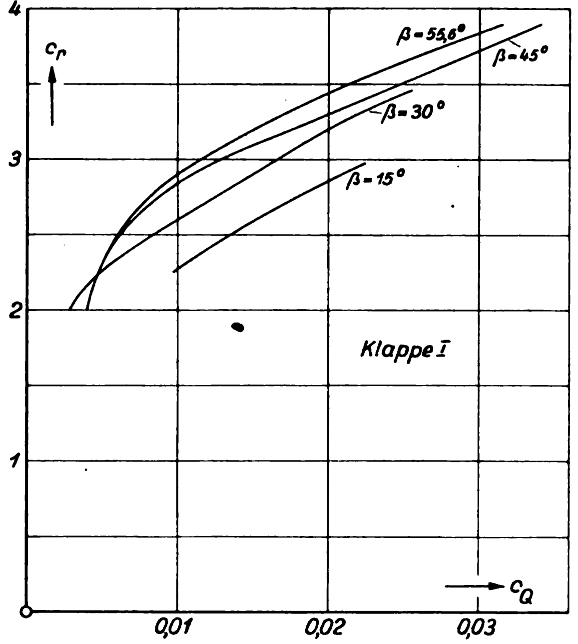


Abb. 31. Auftrieb und Absaugemenge, Zusammenfassung für Klappe *I*.

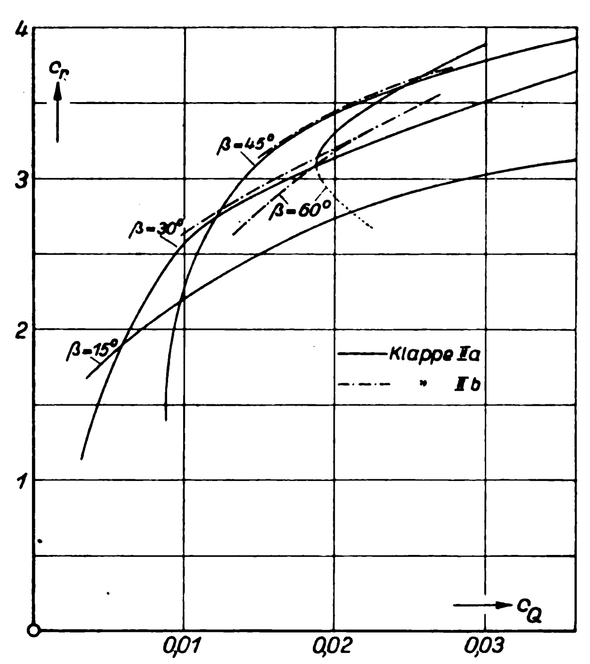


Abb. 32. Auftrieb und Absaugemenge, Zusammenfassung für Klappe *IIa* und *IIb*.



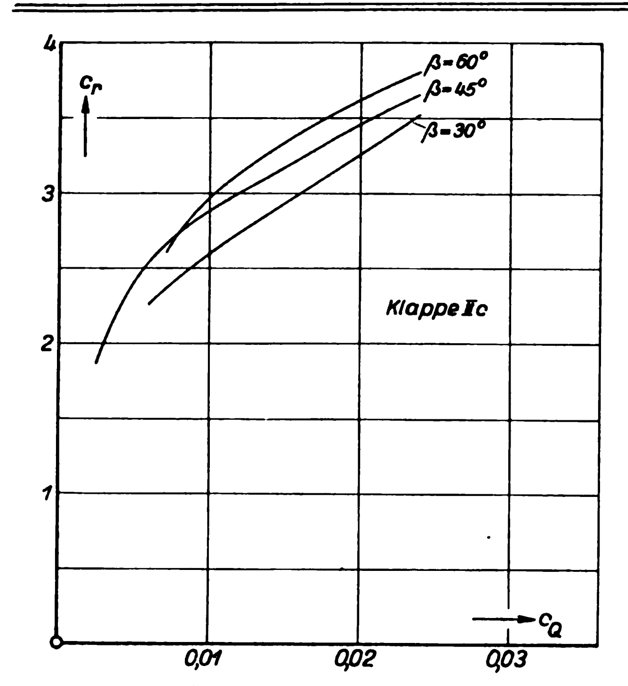


Abb. 33. Auftrieb und Absaugemenge, Zusammenfassung für Klappe *IIc*.

über 3,5 mit Werten von α erreichen die zwischen 3° und 14° liegen. Bei Klappe *I* sind Winkel über 14° erforderlich; *IIc* liegt in der Mitte und braucht Anstellwinkel von 10° und mehr. Beim wirklichen Flugzeug tritt noch ein induzierter Anstellwinkel hinzu und darum können kleine Werte von α mit Rücksicht auf das Fahrgestell erwünscht sein.

Die in Abb. 26 eingetragenen theoretischen Kurven lassen die Annäherung der wirklichen Strömung an die reibungslose, reine Potentialströmung erkennen. Die Unterschiede gegenüber der Theorie sind für Klappe *IIa* etwa die gleichen wie für gewöhnliche Tragflügel ohne Absaugung dagegen für *I* und *IIc* merklich größer[18]).

f) Die Momente um die Querachse sind für *I* und *IIc* im ganzen etwas kleiner als für *IIa* (Werte für $c_a = 3{,}5$: *IIa* $c_m = 1{,}3$ bis 1,45; *I* und *IIc* $c_m = 1{,}2$ bis 1,35). Das glatte Profil ist, wie erwähnt sei, beinahe druckpunktfest.

g) Die Wirksamkeit der Klappe läßt sich kennzeichnen durch die Größe $\frac{d\,c_a}{d\,\beta}$. Diese ist für Klappe *IIa* ungefähr $= 0{,}06$ im Gradmaß, für *IIc* rund 0,033 und für Klappe *I* 0,03 und weniger. Für gewöhnliche Querruder von etwa gleicher Tiefe ist $\frac{d\,c_a}{d\,\beta}$ ungefähr $= 0{,}05$[19]).

Nach den bisherigen Ausführungen ist darauf zu schließen, daß zwischen den Strömungen bei den verschiedenen Klappenausführungen gewisse Unterschiede vorhanden sind. Abb. 18 zeigt mit Hilfe einiger Stromlinien die mit der Fadensonde beobachteten Verhältnisse.

Im Falle *IIa* (und *IIb*) legt sich die Strömung völlig glatt bis zur Flügelhinterkante an, für Klappe *I* beginnt die Ablösung zumeist schon an der Schlitzhinterkante, *IIc* liegt dazwischen. Daß sich dabei verschiedene $c_{w\infty}$ ergeben müssen, ist ohne weiteres ersichtlich. Die Unterschiede in α_∞, c_{mh} und $\frac{d\,c_a}{d\,\beta}$ rühren daher, daß die Klappe mit darüber befindlichem Totwassergebiet wie eine Klappe mit geringerem β wirkt.

[18]) Die diesen Kurven zugrunde liegende Rechnung ist eine Erweiterung der von H. Glauert ARC. R. & M. 910 durchgeführten Rechnung für geknickte Profilskelette, die aus zwei geraden Stücken zusammengesetzt sind. Die Glauertsche Rechnung wurde durch Näherungsbetrachtungen, die sich an die bekannte Theorie der Joukowsky-Profile anlehnen, auf größere β und α, sowie auf endliche Profildicke erweitert.

[19]) Berechnet nach Versuchen von Petersohn, Luftf.-Forschg. Bd. 2 (1928), H. 2, S. 44, und Higgins and Jacobs, NACA 260 (1927).

Um diese Strömungsunterschiede zu verstehen, ist es nötig, die Druck- und Strömungsverhältnisse an einer solchen scharfen Umlenkung genauer zu betrachten und dabei die wirkliche Strömung aus ihren einzelnen Bestandteilen aufzubauen: die reine Umlenkung bringt nach den Gesetzen der Potentialströmung einen Unterdruck mit sich, der in der ersten Hälfte der Umbiegung zunimmt, in der zweiten wieder abnimmt. Es herrschen also dort Drücke, die von Punkt zu Punkt sehr stark veränderlich sind. Liegt nun die Ecke wie beim Klappenflügel ohnehin in einem Druckanstieg, so wird dieser vor der Ecke durch den eben erwähnten Druckabfall abgeflacht oder meist sogar umgekehrt, dahinter aber durch den Anstieg verstärkt. Der Schlitz *I* liegt nun so, daß sein vorderer Senkeneinfluß gar nicht nutzbar gemacht wird, da er in ein Gebiet fällt, wo nach dem eben Ausgeführten sowieso ein Druckgefälle herrscht; ferner aber liegt der Schlitz in einem Bereich sehr stark veränderlicher Drücke und wirkt dort also ähnlich wie etwa der sehr breite Schlitz *VII* in Abb. 3. Ein Teil des hinter der Umlenkung entstehenden starken Druckanstieges liegt hinter dem Schlitz und leitet hier sofort wieder eine Ablösung ein. Schlitz *IIa* dagegen verlegt die stärkste vordere Senkenwirkung in den zweiten Teil der Umlenkstrecke, also in das Gebiet des gefährlichsten Anstiegs. Hinter dem Schlitz aber legt sich die Strömung bis zur Flügelhinterkante sauber an. Der Versuch mit Schlitz *IIc* zeigt, daß es nicht möglich ist, von der Schlitzlage *IIa* und *IIb* soviel abzugehen, um auf diesem Wege doch noch einen selbsttätigen Schlitzverschluß zu erreichen, denn schon diese geringe Verschiebung ändert die Strömung sehr stark. Abb. 34 zeigt eine der Druckverteilungen, wie sie für die abgesaugten Klappenprofile kennzeichnend sind.

In einigen Fällen wurde auf ähnliche Weise wie c_a und c_{mh} auch der Beiwert

$$c_{Kl} = \frac{M_{Kl}}{q\,b\,t_{Kl}^2}$$

des Klappenbetätigungsmomentes M_{Kl} ermittelt. Da sich die Berechnung auf sehr wenigen Druckmeßstellen aufbauen muß, ist das Ergebnis nicht sehr genau, kann also nur die Größenordnung der Werte liefern. Schwankend mit der

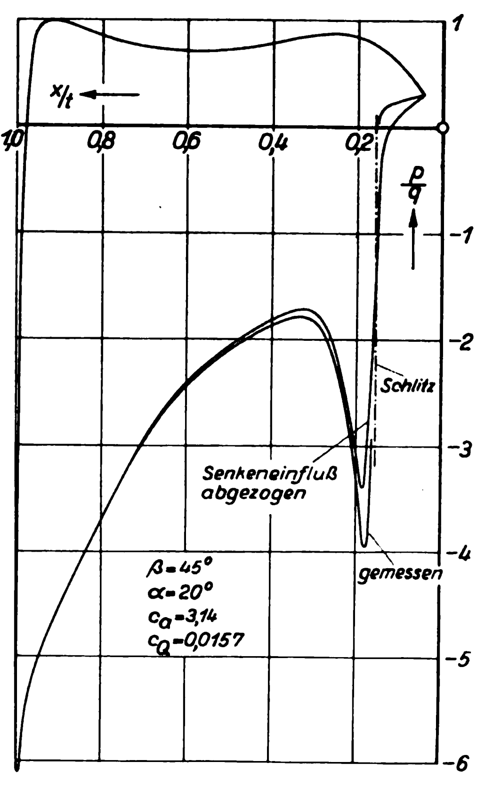


Abb. 34. Druckverteilung mit Klappe *IIa*.

Größe von α, c_a und c_Q sind für Klappe *IIa* folgende Werte gefunden worden:

für $\beta = 15^0$	$c_{Kl} = 0{,}14—0{,}18$
30^0	$0{,}28—0{,}33$
45^0	$0{,}35—0{,}56$
60^0	$0{,}42—0{,}59$

Für abgerissene Strömung sind die Werte 20 bis 50% niedriger.

Eine versuchstechnisch leider stark beschränkte Kennwertsreihe ergab bei $\beta = 45^0$ und $\alpha = 20^0$ (*IIa*) folgenden Gang:

Reyn. Z.	c_r	c_Q	c_p
$2 \cdot 10^5$	3,20	0,019	—3,1
$4 \cdot 10^5$	3,15	0,017	—2,9
$5 \cdot 10^5$	3,10	0,016	—2,7

Mit einer Abnahme der erforderlichen Mindestmengen und Mindestdrücke geht also eine Verringerung der dabei erzielten Auftriebe Hand in Hand. Das Ergebnis verschlechtert sich insgesamt nicht.

Versuche mit Klappe *IIa* über den Einfluß des Bodenabstandes (Zahlentafel 22 bis 25) zeigten, daß bei Annäherung an den Boden mit gleicher Absaugemenge geringere Auftriebe erreicht werden. So geht, wie die Interpolation der gemessenen Punkte zeigt, für $c_Q = 0{,}03$ und $\beta = 45^0$ der erreichbare Höchstauftrieb von $c_r = 3{,}75$ auf 3,45 bei $a/t = 2$ und auf 3,1 bei $a/t = 1$ herab. (Die Bedeutung von a s. Abb. 19). Die Absaugedrücke bleiben für gleiches c_r ungefähr erhalten.

Hinsichtlich Bodennähe sind also bei dieser Flügelbauart Hochdecker vorzuziehen, und ganz nahe am Boden muß man für einen kurzen Augenblick ein Höchstmaß an Absaugestärke aufbringen, oder es überlagert sich hier der Gleitbewegung eine Fallbeschleunigung, die einen gewissen Bruchteil der Erdbeschleunigung beträgt.

Aerodynamisch erklärt sich dieser Auftriebsabfall, der auftritt, obwohl die Druckwirkung der Druckseite sich in Bodennähe vergrößert, folgendermaßen: an der ausgeschlagenen Klappe wird die Luft sehr stark nach dem Boden hin abgelenkt; dort wird sie sofort wieder nach hinten gerichtet, und es entsteht in dem Winkelraum zwischen Klappe und Boden eine Stauwirkung, auf Grund deren die Drücke an der Saugseite der Klappe höher und die dortigen Geschwindigkeiten niedriger sind als ohne Boden. Man kann nun, wenn man von der nächsten Nähe der Nase absieht, in grober Betrachtung annehmen, die Strömung mit Bodeneinfluß verlaufe dem Profil entlang aerodynamisch ähnlich zu der ohne Boden und erhält so einen bestimmten Zusammenhang zwischen Auftrieb und Menge: die erforderliche Absaugemenge nimmt verhältig zu den Geschwindigkeiten ab, der Auftrieb der Saugseite aber (nach dem Bernoullischen Gesetz) stärker; es ergibt sich dabei, daß mit gleichem c_Q in Bodennähe ein kleineres c_a erreicht wird.

VII. Flugtechnischer Ausblick.

Ohne auf konstruktive Einzelfragen einzugehen, kann man an Hand der Versuchsergebnisse die voraussichtlich erreichbaren Flugleistungen bzw. deren Verbesserung durch Absaugung unverbindlich abschätzen.

Es handelt sich dabei um folgende Möglichkeiten:

- Vergrößerung der Geschwindigkeitsspanne,
- Vergrößerung von Steiggeschwindigkeit und Gipfelhöhe,
- Verringerung von Start- und Landestrecke.

Andere Verbesserungen, wie etwa erhöhte Beladefähigkeit beim Start, hängen mit den hier aufgeführten eng zusammen.

Nicht unerwähnt soll die Tatsache bleiben, daß sehr dicke Profile u. U. hinsichtlich Nutzraum oder in bezug auf die Statik wertvoll sein können.

Die Betrachtung, von der hier nur die Ergebnisse mitgeteilt sind, ist etwa folgendermaßen angestellt worden: einer guten Maschine ohne Absaugung, mit Landeklappen, wurden zwei Absaugeflugzeuge gegenübergestellt, eins mit dem dicken Profil und eins mit dem dünneren Klappenprofil. Allen Maschinen sollte bei gleichem Motor die Reisegeschwindigkeit, ebenso der Restwiderstand (F_{wr}), schließlich auch ungefähr das Fluggewicht G gemeinsam sein. Unterschiede ergeben sich demgemäß hinsichtlich der Flügelgröße, kleine Unterschiede auch im Gewicht.

Folgende Bezeichnungen sind für die verglichenen Maschinen gewählt worden:

$M_{\rm I}$ = Vergleichsmaschine ohne Absaugung (Flügelfläche $F_{\rm I}$),

$M_{\rm II}$ = Absaugemaschine mit dem dicken Profil ($F_{\rm II}$),

$M_{\rm III}$ = Absaugemaschine mit dem Klappenprofil ($F_{\rm III}$).

Die Zahlenwerte, die (für $M_{\rm II}$ und $M_{\rm III}$ den Versuchsergebnissen entsprechend) der Rechnung zugrunde gelegt wurden, sind in nachstehender Zahlentafel enthalten:

	$c_{wp_{min}}$	$c_{a_{max}}$	$\dfrac{c_{a_{max}}}{c_{wp_{min}}}$	$\dfrac{F_{wr}}{F}$
$M_{\rm I}$	0,0095[a)]	2,4[d)]	253	0,018[f)]
$M_{\rm II}$	0,0150[b)]	4,0[e)]	267	[g)]
$M_{\rm III}$	0,0115[c)]	3,6[e)]	313	[g)]

a) in Anlehnung an gute Flügelprofile geschätzt;
b) $c_{l\infty}$ statt c_{wp} (Absaugefall II von Abschn. II);
c) ohne Absaugung: $\beta = 0$; dickeres Profil als $M_{\rm I}$;
d) mit Auftriebsklappe;
e) $c_{a\,max}$ ist abhängig von der verfügbaren Absaugeleistung;
f) Festsetzung etwa entsprechend guten Flugzeugen;
g) muß auf Grund der noch zu ermittelnden Flügelflächen $F_{\rm II}$ und $F_{\rm III}$ umgerechnet werden:

$$\frac{F_{wr}}{F_{\rm II}} = 0{,}018 \cdot \frac{F_{\rm I}}{F_{\rm II}} \text{ usw.}$$

Bei der Betrachtung der erreichbaren Gipfelhöhe sind weiter folgende Werte zugrunde gelegt worden: Für $M_{\rm II}$ die Ergebnisse mit Schlitz *IV* ($c_{l\infty}$ in Abb. 4) und für $M_{\rm III}$ die wenigen passenden Meßpunkte von Klappe *IIa* bei $\beta = 15^0$ und 30^0. Für $M_{\rm I}$ sind geschätzte Werte zugrunde gelegt ($c_a = 1$ $c_{wp} = 0{,}018$; $c_a = 1{,}2$ $c_{wp} = 0{,}025$; $c_a = 1{,}5$ $c_{wp} = 0{,}035$; $c_a = 1{,}8$ $c_{wp} = 0{,}045$), da geeignete Messungen nicht zur Verfügung standen. Diese Werte sind wohl im allgemeinen eher zu günstig als zu ungünstig.

Die Flügelstreckung von $M_{\rm I}$ ist so festgesetzt (ungefähr 8:1), daß $\dfrac{F}{\pi b^2} = 0{,}04$ wird.

Die Dicken der Wurzelprofile mögen betragen: $M_{\rm I}$: 20%, $M_{\rm II}$: 45%, $M_{\rm III}$: 20%. Das Profil von $M_{\rm I}$ nimmt in seinem Dickenverhältnis, wie bereits erwähnt, nach außen stärker ab als das von $M_{\rm III}$.

Die drei Maschinen sollen gleiche Reisegeschwindigkeit bei gleicher Motorleistung und gleichen Restwiderständen haben. Dies führt, unter Vernachlässigung des induzierten Widerstandes, auf verschiedene Flügelflächen, und zwar ist

$$F_{\rm II} = F_{\rm I} \frac{0{,}0095}{0{,}0150} = F_{\rm I} \cdot 0{,}63,$$

$$F_{\rm III} = F_{\rm I} \frac{0{,}0095}{0{,}0115} = F_{\rm I} \cdot 0{,}83.$$

Bei gleichen Werten der Fluggewichte ist dann die Mindestgeschwindigkeit verhältig zu $\sqrt{\dfrac{c_{wp_{min}}}{c_{a_{max}}}}$ [20]). Somit ergeben sich:

$$v_{min\,{\rm II}} = 0{,}975\ v_{min_{\rm I}}\ (0{,}96\ v_{min_{\rm I}}),$$

$$v_{min\,{\rm III}} = 0{,}9\ \ v_{min_{\rm I}}\ (0{,}91\ v_{min_{\rm I}}).$$

Bei festgehaltener Spannweite wird der Holm von $M_{\rm II}$ etwas höher, somit leichter, der von $M_{\rm III}$ etwas niedriger und schwerer als der von $M_{\rm I}$, auch die übrigen Gewichtsverhältnisse der Maschine ändern sich etwas. Versucht man, diese Einflüsse insgesamt abzuschätzen, so kommt man auf die in Klammern hinzugefügten Werte.



Es zeigt sich also, daß ein Vorteil in der Geschwindigkeitsspanne gegenüber hochgezüchteten Maschinen ohne Absaugung vorhanden, aber bis jetzt nicht sehr erheblich ist, und es muß eine weitere Erhöhung von $c_{a_{\max}}$ oder Verringerung von c_{wp} bzw. c_{l_∞} angestrebt werden.

Führt man nun weiter ein Gesetz über die Höhenabhängigkeit der Motorleistung im Gebiet der Gipfelflughöhe ein, so kann man, ohne weitere Annahmen über Flächen- und Leistungsbelastung machen zu müssen, die Unterschiede zwischen den erreichbaren Gipfelhöhen der Maschinen $M_{\rm I}$, $M_{\rm II}$ und $M_{\rm III}$ abschätzen[21]).

Was $M_{\rm II}$ betrifft, so kann man noch einen Schritt weiter gehen. $M_{\rm II}$ hat bei gleicher Spannweite eine Tiefenverringerung auf 0,63 im Verhältnis zu $M_{\rm I}$. Trotz verringerter Tiefe ist die Holmhöhe an der Flügelwurzel größer als die von $M_{\rm I}$, nämlich $= 0{,}63 \cdot 0{,}45\, t_{\rm I} = 0{,}285\, t_{\rm I}$ gegenüber $0{,}2\, t_{\rm I}$ für $M_{\rm I}$. Man kann nun, anstatt wie bei $M_{\rm II}$ den Holm etwas leichter zu machen, ihm durch Vergrößerung der Spannweite bei gleichem Holmquerschnitt etwas mehr zumuten. Sein Widerstandsmoment ist bei gleichem Querschnitt im Verhältnis $\frac{0{,}285}{0{,}2} = 1{,}43$ größer als für $F_{\rm I}$, man kann also die Spannweite im Verhältnis $\sqrt{1{,}43} = 1{,}196$ vergrößern und Tiefe und Holmhöhe entsprechend im Verhältnis $\frac{1}{1{,}196}$ verringern, bis das Widerstandsmoment des Holmes bei gleichem Querschnitt wieder voll ausgenutzt ist. Allerdings wird der neue Holm schwerer sein. Diese neue Maschine mit gleicher Flügeltiefe wie $M_{\rm II}$ heiße $M_{\rm II}^*$. Sie ist in bezug auf Steigfähigkeit günstiger als $M_{\rm II}$ und $M_{\rm III}$.

Die Durchführung der Rechnung ergab folgende Unterschiede in den Gipfelhöhen:

$M_{\rm II}$ gegenüber $M_{\rm I}: \Delta H \approx 0{,}55$ km (0,75 km)
$M_{\rm III}$ » $M_{\rm I}: \Delta H \approx 0{,}4$ km (0,3 km)
$M_{\rm II}^*$ » $M_{\rm I}: \Delta H \approx 1{,}6$ km (1,6 km).

Die Fluggeschwindigkeiten in Gipfelhöhe sind ebenfalls ermittelt worden[22]):

$$\frac{v_{g_{\rm II}}}{v_{g_{\rm I}}} \approx 1{,}1$$

$$\frac{v_{g_{\rm III}}}{v_{g_{\rm I}}} \approx 0{,}95$$

$$\frac{v_{g_{\rm II}}^*}{v_{g_{\rm I}}} \approx 1{,}2.$$

Es sei darauf hingewiesen, daß die Zahlen für $\triangle H$ und v_g aus verschiedenen Gründen nur Anhaltspunkte, keine sicheren Werte sein können.

Um Steiggeschwindigkeiten und Steigzeiten zu ermitteln, müssen Annahmen über Flächenbelastung und Leistungsbelastung sowie über das Verhalten des Motors in allen Höhen zwischen Boden- und Gipfelhöhe gemacht werden. Die Ergebnisse hängen sehr stark von der Wahl besonderer Verhältnisse ab, so daß es wenig Zweck hat, gerechnete Zahlen mitzuteilen. Durchgerechnete Beispiele haben auch in dieser Richtung eine Überlegenheit der Absaugemaschinen, insbesondere von $M_{\rm II}^*$ ergeben.

Bezeichnet man als Landestrecke den Weg, den die Maschine von einer bestimmten, durch die Flugplatzverhältnisse gegebenen Höhe bis zum Ende des Ausrollens braucht, so erkennt man, daß zwei Werte für ihre Größe maßgeblich sind: die Landegeschwindigkeit der Maschine und der Gleitwinkel beim Heranschweben an den Landepunkt.

Die Landegeschwindigkeiten sind schon weiter oben angegeben. Die Ausrollstrecken werden in geringem Umfang auch durch die kleinen Gewichtsunterschiede zwischen den Vergleichsmaschinen beeinflußt.

Was die Gleitwinkel betrifft, so ergibt sich wegen $\frac{W_i}{G} = \frac{G}{\pi q b^2}$ eine kleine Überlegenheit der langsameren Maschinen $M_{\rm II}$ und $M_{\rm III}$ gegenüber $M_{\rm I}$, die bei $M_{\rm II}^*$ infolge der größeren Spannweite wieder verschwindet.

Im ganzen genommen dürften hinsichtlich Landestrecke $M_{\rm II}$ und $M_{\rm III}$ günstiger sein als $M_{\rm I}$, $M_{\rm II}^*$ aber ungefähr gleich wie diese oder etwas ungünstiger.

Die Startstrecke ist in ähnlich verwickelter Weise von den Motor- und Luftschraubeneigenschaften und vor allem von der Flächen- und Leistungsbelastung abhängig wie Steiggeschwindigkeit und Steigzeit, ist also allgemeinen Betrachtungen ebenfalls schlecht zugänglich. Jedenfalls aber weiß man, daß die Startstrecke (als Startstrecke sei wieder die von Beginn des Anrollens bis zur Erreichung einer vorgeschriebenen Höhe erforderliche Strecke bezeichnet) vor allem bedingt wird durch den Abhebestaudruck q_a und den größten Anstiegwinkel φ der Maschine. Als Abhebestaudruck kann man wohl ungefähr den des größten Anstiegwinkels rechnen. φ kann man auf Grund der Ergebnisse für die Gipfelhöhen bei der Absaugemaschine, insbesondere bei $M_{\rm II}^*$ größer annehmen als bei $M_{\rm I}$. q_a, der Staudruck des besten Anstiegwinkels ist jedenfalls für $M_{\rm II}^*$, wahrscheinlich auch für $M_{\rm II}$ und $M_{\rm III}$ kleiner als für $M_{\rm I}$, so daß sich für die Absaugmaschine, insbesondere für $M_{\rm II}^*$, eine spürbare Verkürzung der Startstrecke erwarten läßt.

Der Vollständigkeit halber sei darauf hingewiesen, daß die Vergleichsgrundlagen sich weitgehend verschieben, sobald die vorgeschriebenen Betriebsbedingungen sich ändern. So kann beispielsweise in gewissen Fällen auf große Geschwindigkeit in niedriger Höhe verzichtet werden, oder es kann ausschließlich auf diese Wert gelegt sein. Solche abweichenden Bedingungen müssen gesondert untersucht werden.

Zweifellos ist die Weiterentwicklung der Absaugeflügel noch möglich und auch nötig.

So wird der dicke Flügel voraussichtlich jeder anderen Anordnung überlegen sein, sobald es gelingt, mit ihm c_{l_∞}-Werte $= 0{,}01$ anstatt $0{,}015$ im Reiseflug zu erreichen. Dahingehende Versuche sind beabsichtigt.

Was den Klappenflügel betrifft, so liegen folgende Aufgaben vor: Schaffung einer Klappenanordnung, für die sich beim Ausschlagswinkel Null der Schlitz selbsttätig schließt, die aber den Vorteil des geringen Anstellwinkelbedarfs mit Klappe *IIa* teilt (vgl. Abschn. *V*), Verringerung der Absaugemengen und -leistungen, Anwendung der Absaugung auf dünne Profile mit kleinerem c_{wp} für $\beta = 0$.

Ob sich künftig noch grundsätzlich andere Formen zeigen werden, mag dahingestellt bleiben. Heute scheint auf weitere Sicht das dicke Profil mehr Entwicklungsmöglichkeit zu bieten. Indessen ist es für kleine Maschinen kaum zu brauchen, da das Versagen einer einmotorigen Absaugeanlage das Flugzeug in gefährliche Flugzustände bringen würde. Erst die Verteilung der Absaugung auf mehrere Einzelaggregate bedeutet eine genügende Sicherheit gegen den Ausfall eines Absaugemotors.

So kommt es, daß der dicke Flügel wohl kaum der erste Schritt bei der Anwendung der Absaugung sein darf. Vielmehr müssen vorher durch eine kleinere Maschine mit einem Klappenprofil, die auch ohne Absaugung voll flugfähig ist, erst einmal die besonderen Schwierigkeiten der Absaugeflugzeuge geklärt werden.

VIII. Zusammenfassung.

Die Untersuchung hat zwei Absaugeflügel zum Gegenstand. Einen »dicken Flügel« mit einem Dickenverhältnis von 40%, der mit verschieden gelegenen und verschieden breiten Schlitzen untersucht wurde (Abb. 2 und 3), und einem »Klappenflügel«, der mit verschiedenen Klappen- und Absaugeschlitzausführungen untersucht wurde (Abb. 18);

---

[20]) Es ist nämlich $q_{\min} = \frac{c_{w p_{\min}}}{c_{a_{\max}}} \cdot \frac{G}{\frac{\eta N}{\frac{\varrho}{2} v^3} - F_{wr}}$.

[21]) Allerdings nicht die Höhen selbst. Über die Rechnungsweise s. E. Everling und R. Fuchs Techn. Ber. I. S. 42. Über die Höhenabhängigkeit des Motors s. M. Schrenk Z. Flugtechn. Motorluftsch. 18 (1927), S. 158.

[22]) Gewichtseinflüsse sind abgeschätzt und berücksichtigt.



der Klappenflügel war ohne Klappenausschlag ungefähr druckpunktfest und hatte ein Dickenverhältnis von 20%.

Bei der Variation der Schlitze des dicken Flügels kam es darauf an, die Lage zu finden, die am günstigsten ist

1. für die Erreichung hoher $c_a(c_r)$-Werte mit geringsten Absaugeleistungen,
2. für Erreichung kleiner Profilleistungswerte (Profilleistung = Schubleistung gegen den Profilwiderstand + Absaugeleistung; Profilleistungsziffer $c_{l\infty}$ definiert wie c_a und c_w) bei c_a-Werten des Dauerflugs.

Bei den Klappvariationen kam es darauf an, einen Absaugeschlitz zu schaffen, der sich mit dem Klappenausschlag selbsttätig öffnet, aber von gewissen aerodynamisch-flugtechnischen Mängeln der Klappenform *I* (abgelöste Strömung über der Klappe, große α zur Erreichung höher c_a-Werte) frei ist. Diese Klappenform konnte im Rahmen der vorliegenden Untersuchung noch nicht geschaffen werden.

Die Ergebnisse des dicken Flügels zeigen: Der Schlitz *IV* ist hinsichtlich $c_{l\infty}$ bei kleinem c_a günstiger als *VI* und ebenso gut wie *I* bis *III* und *V* ($c_{l\infty} = 0{,}015$); in der Absaugeleistung bei großem c_a ist er allen anderen Schlitzen überlegen. Im Anstellwinkelbedarf sind Schlitz *V* und *VI* etwas günstiger. Gemessen sind c_a-Werte bis 3,5, die c_a-Grenze hängt aber nur von der Größe der Absaugeleistung ab und kann nach früheren Versuchen mindestens bis über 5 gesteigert werden.

Die Ergebnisse des Klappenflügels sind hinsichtlich $c_{a\max}$ ähnlich, Messungen über $c_a = 3{,}8$ liegen nicht vor. Mit $\beta = 45$ und 60^0 (β s. Abb. 18) ist $c_a = 3{,}6$ bis $3{,}8$ erreicht worden, ohne Absaugung mit den gleichen β-Werten ungefähr $c_a = 2$. Schlitz *I* zeigt den angestrebten selbsttätigen Verschluß; *IIa* und *IIb* eine gesunde Strömung an der Klappe (geringster α-Bedarf). *IIc* ist eine Zwischenlösung, deren Strömungsverhältnisse zwischen denen von *I* und *IIa* liegen (s. dazu Abb. 18).

In Bodennähe lassen die $c_{a\max}$-Werte des Klappenflügels stark nach (s. Abschn. VI a. E., wo auch eine Erklärung für das Verhalten gegeben ist).

Über den physikalischen Vorgang, der das Zustandekommen der ungewöhnlichen Strömungsformen und die Erreichung großer c_a-Werte ermöglicht, konnten einige Feststellungen gemacht werden (Abschn. V). Danach ist neben der eigentlichen »Grenzschichtabsaugung« (d. i. Wegnahme der gefährlichen, zur Ablösung der Strömung führenden, wandnahen Strömungsschicht) die »Senkenwirkung« stark beteiligt: die nach der Absaugestelle hin gerichtete Zusatzströmung, die Senkenströmung, verändert das gesamte Druckfeld entlang der Oberfläche vor und hinter der Absaugestelle in dem Sinne, daß die Ablösung weniger rasch eintritt (vgl. Abb. 14). Beide Erscheinungen sind an den wirklichen Vorgängen beteiligt und zu ihrem Verständnis erforderlich.

Überschlägige Betrachtungen (Abschn. VII) zeigen eine wenn auch teilweise nicht sehr große, flugtechnische Überlegenheit der beiden untersuchten Flügel über hochgezüchtete Profile ohne Absaugung mit Auftriebsklappen[23]). Erörtert sind: Geschwindigkeitsspanne, Gipfelflug, Start- und Landestrecke.

Künftige Entwicklungsmöglichkeiten sind kurz erörtert.

IX. Zahlentafeln.

Tafel I. Dicker Flügel: Schlitz *I*.

α	c_r	$c_{w\infty}$	c_Q	$-c_p$
—10°	0,84	0,0083	0,0088	2,50
—10°	0,77	0,0092	0,0074	2,14
—10°	0,72	0,0098	0,0058	1,74
—10°	0,68	0,0107	0,00401	1,39
—10°	0,60	0,0115	0,00264	1,07
—10°	0,55	0,0128	0,00170	0,95
—10°	0,50	0,0135	0,00126	0,81
—10°	0,46	0,0139	0,00083	0,77
—10°	0,43	0,0150	0,00055	0,65
—0,1°	1,33	0,0096	0,00607	1,83
—0,1°	1,34	0,0107	0,00495	1,59
—0,1°	1,31	0,0095	0,00423	1,43
—0,1°	1,30	0,0099	0,00341	1,25
—0,1°	1,25	0,0112	0,00303	1,16
+9,8°	2,27	0,0050	0,0178	5,46
+9,8°	2,13	0,0060	0,0130	3,66
+9,8°	2,06	0,0076	0,0092	2,50
+9,8°	2,01	0,0092	0,0073	2,00
+9,8°	1,97	0,0102	0,0065	1,81
+9,8°	1,95	0,0111	0,0056	1,64
20°	2,70	0,0111	0,0099	2,58
20°	2,63	0,0101	0,0094	2,31
30°	3,41	0,0085	0,0154	4,3
30°	3,43	0,0079	0,0171	4,9
30°	3,52	0,0047	0,0213	6,9

[23]) Für diese ist $c_{wp} = 0{,}0095$ und $c_a = 2{,}4$ angenommen.

Tafel II. Dicker Flügel: Schlitz *II*.

α	c_r	$c_{w\infty}$	c_Q	$-c_p$
—10°	0,66	0,0101	0,00369	1,18
—10°	0,60	0,0102	0,00282	1,05
—10°	0,58	0,0110	0,00229	0,99
—10°	0,56	0,0117	0,00181	0,91
—10°	0,55	0,0119	0,00147	0,85
—10°	0,52	0,0124	0,00114	0,80
—10°	0,49	0,0141	0,00097	0,77
—10°	0,48	0,0145	0,00084	0,74
—10°	0,47	0,0150	0,00063	0,69
—10°*)	0,51	0,0130	0,00170	0,87
—10°	0,49	0,0154	0,00119	0,81
—10°	0,45	0,0157	0,00084	0,73
—10°	0,44	0,0180	0,00062	0,67
—10°	0,43	0,0194	0,00039	0,61
0°	1,33	0,0090	0,00421	1,27
0°	1,28	0,0100	0,00313	1,08
0°	1,25	0,0143	0,00254	0,97
+9,8°	2,17	0,0062	0,0117	2,41
+9,8°	2,12	0,0072	0,0090	1,95
+9,8°	2,04	0,0076	0,0076	1,70
+9,8°	2,02	0,0087	0,0068	1,56
+10°	2,00	0,0082	0,0066	1,50
+20°	2,69	0,0095	0,0100	1,94
+30°	3,34	0,0095	0,0149	2,77

Tafel III. Dicker Flügel: Schlitz *III*.

α	c_r	$c_{w\infty}$	c_Q	$-c_p$
—10,1°	0,64	0,0108	0,00385	1,13
—10,1°	0,61	0,0114	0,00275	1,00
—10,1°	0,55	0,0124	0,00192	0,90
—10,1°	0,51	0,0131	0,00130	0,80
—10,1°	0,49	0,0137	0,00086	0,75
—9,9°*)	0,54	0,0140	0,00131	0,83
—9,9°*)	0,48	0,0169	0,00053	0,68
—0,1°	1,45	0,0084	0,00698	1,52
—0,1°	1,36	0,0099	0,00423	1,19
—0,1°	1,40	0,0088	0,00579	1,39
—0,1°	1,31	0,0105	0,00312	1,02
0°*)	1,32	0,0131	0,00355	1,13
0°*)	1,30	0,0120	0,00357	1,12
0°*)	1,26	0,0137	0,00281	1,01
0°*)	1,25	0,0146	0,00268	0,98
+9,8°	2,26	0,0043	0,0186	3,07
+9,8°	2,18	0,0053	0,0132	2,26
+9,8°	2,09	0,0071	0,0093	1,74
+9,8°	2,00	0,0075	0,0065	1,39
+9,8°	1,99	0,0095	0,0065	1,41
+9,8°	1,95	0,0101	0,0057	1,30
+9,8°	1,88	0,0111	0,0053	1,25
+20°	2,63	0,0100	0,0093	1,62
+30,3°	3,33	0,0066	0,0147	2,31

*) Nachmessung.

Tafel IV. Dicker Flügel: Schlitz *IV*.

α	c_r	$c_{w\infty}$	c_Q	$-c_p$
—10°	0,64	0,0100	0,00395	1,08
—10°	0,59	0,0103	0,00263	0,95
—10°	0,52	0,0119	0,00167	0,83
—10°	0,47	0,0147	0,00106	0,72
—10°	0,42	0,0176	0,00066	0,65
—10°	0,40	0,0194	0,00040	0,60
+0,1°	1,38	0,0097	0,00482	1,21
+0,1°	1,34	0,0098	0,00389	1,10
+0,1°	1,29	0,0111	0,00326	1,03
+0,1°	1,28	0,0119	0 00290	0,98
+0,1°	1,26	0,0127	0,00256	0,92
+9,9°	2,13	0,0091	0,0107	1,75
+9,9°	2,09	0,0079	0,0087	1,56
+9,9°	2,03	0,0093	0,0073	1,42
+9,9°	2,00	0,0101	0,0060	1,27
+9,9°	1,98	0,0095	0,0056	1,21
+20°	2,68	0,0084	0,0099	1,54
+30°	3,29	0,0084	0,0144	1,91

Tafel V. Dicker Flügel: Schlitz *V*.

α	c_r	$c_{w\infty}$	c_Q	$-c_p$
—10°	0,84	0,0088	0,00775	1,15
—10°	0,77	0,0097	0,00538	0,93
—10°	0,72	0,0107	0,00377	0,77
—10°	0,62	0,0108	0,00237	0,59
—10°	0,56	0,0124	0,00162	0,50
—0,15°	1,64	0,0067	0,0093	1,28
—0,15°	1,58	0,0075	0,0069	1,01
—0,15°	1,51	0,0081	0,0056	0,89
+9,7°	2,36	0,0031	0,0205	2,46
+9,7°	2,28	0,0032	0,0181	2,02
+9,7°	2,26	0,0033	0,0161	1,78
+9,7°	2,20	0,0048	0,0126	1,41
+9,7°	2,15	0,0055	0,0101	1,25
+19,9°	3,05	0,0022	0,0233	2,66
+19,9°	2,99	0,0026	0,0195	2,21
+19,9°	2,93	0,0036	0,0172	1,91
+19,9°	2,89	0,0038	0,0158	1,75
+30°	3,67	0,0035	0,0350	4,13
+30°	3,69	0,0032	0,0320	3,69
+30°	3,62	0,0022	0,0284	3,16
+30°	3,64	0,0020	0,0267	2,94
+30°	3,57	0,0023	0,0257	2,82
+30°	3,57	0,0022	0,0247	2,08

Tafel VI. Dicker Flügel: Schlitz *VI*.

α	c_r	$c_{w\infty}$	c_Q	$-c_p$
—10°	0,69	0,0114	0,00386	0,77
—10°	0,60	0,0139	0,00241	0,60
—10°	0,51	0,0151	0,00168	0,51
—10°	0,51	0,0148	0,00152	0,49
—0,2°	1,44	0,0089	0,00712	1,00
—0,2°	1,37	0,0098	0,00562	0,86
+10°	2,17	0,0072	0,0113	1,25
+10°	2,12	0,0075	0,0102	1,15
+19,9°	2,86	0,0060	0,0157	1,46
+19,9°	2,86	0,0061	0,0150	1,40
+30°	3,57	0,0026	0,0224	1,85

Tafel VII. Dicker Flügel: Schlitz *VII*.

α	c_r	$c_{w\infty}$	c_Q	$-c_p$
—10°	0,57	0,0162	0,00540	0,82
—10°	0,53	0,0174	0,00380	0,74
—10°	0,47	0,0209	0,00236	0,64
—10°	0,42	0,0240	0,00167	0,56
+20°	2,90	0,0081	0,0221	1,55
+29,8°	3,67	0,0032	0,0594	2,37

Tafel VIII. Dicker Flügel: Schlitz *VIII*.

α	c_r	$c_{w\infty}$	c_Q	$-c_p$
—10°	0,68	0,0116	0,00393	1,17
—10°	0,59	0,0126	0,00258	0,98
—10°	0,53	0,0135	0,00168	0,86
—10°	0,49	0,0150	0,00105	0,76
—0,1°	1,37	0,0097	0,00488	1,32
—0,1°	1,32	0,0104	0,00388	1,16
—0,1°	1,29	0,0119	0,00314	1,07
—0,1°	1,24	0,0146	0,00253	0,95
—0,1°	1,18	0,0164	0,00224	0,90
+9,8°	2,02	0,0088	0,0074	1,58
+9,8°	1,97	0,0112	0,0060	1,37
+9,8°	1,93	0,0124	0,0054	1,25
+9,8°	1,89	0,0157	0,0046	1,14
+19,9°	2,61	0,0112	0,0090	1,57
+29,9°	3,25	0,0090	0,0131	2,06

Tafel IX. Klappenflügel: Klappe *I*. $\beta = 15°$.

α	c_r	$c_{w\infty}$	c_Q	$-c_p$	c_{mh}
12°	1,20	0,0300	0	—	
24°	2,46	0,00736	0,01712	5,27	0,72
24°	2,36	0,01455	0,01240	3,04	
24°	2,23	0,0227	0,00918	1,89	
24°	1,46	0,0512	0	—	
30°	2,78	0,0113	0,0190	5,32	
30°	2,65	0,0165	0,01603	3,88	
32,3°	2,92	0,0158	0,02103	5,5	

Tafel X. Klappenflügel: Klappe *I*. $\beta = 30°$.

α	c_r	$c_{w\infty}$	c_Q	$-c_p$	c_{mh}
0°	1,04	0,0270	0,00320	1,64	
0°	0,97	0,0333	0,00217	1,36	
0°	0,97	0,0413	0,00145	1,15	
0°	0,96	0,0465	0,00094	1,04	
0°	0,93	0,0504	0,00068	0,95	
0°	0,83	0,0574	0	—	
12°	1,85	0,0269	0,00719	2,17	
12°	1,74	0,0283	0,00471	1,59	
12°	1,73	0,0365	0,00320	1,27	
12°	1,68	0,0409	0,00229	1,08	0,68
12°	1,68	0,0570	0,00124	0,90	
12°	1,52	0,0792	0	—	
18°	2,227	0,0325	0,00963	2,48	
18°	2,163	0,0327	0,00674	1,76	
18°	2,103	0,0381	0,00434	1,23	
18°	2,078	0,0467	0,00301	0,96	
18°	1,85	0,0794	0	—	
24°	2,83	0,0162	0,01775	4,01	
24°	2,62	0,0279	0,01257	2,56	0,93
24°	2,49	0,0335	0,0089	1,54	
24°	1,58	0,154	0	—	
30°	3,35	0,0154	0,0232	4,63	
30°	2,96	0,0267	0,0166	2,63	1,03
34,5°	3,47	0,0187	0,0258	4,28	

Tafel XI. Klappenflügel: Klappe *I*. $\beta = 45°$.

α	c_r	$c_{w\infty}$	c_Q	$-c_p$	c_{mh}
0°	1,47	0,0542	0,00765	2,98	
0°	1,36	0,0477	0,00538	2,56	
0°	1,33	0,0513	0,00373	2,31	
0°	1,26	0,0598	0,00240	1,89	
0°	1,05	0,1262	0	—	
12°	2,13	0,0464	0,0097	2,94	
12°	2,08	0,0476	0,0068	2,41	0,76
12°	2,06	0,0543	0,00477	2,16	
12°	2,04	0,0604	0,00411	2,07	
12°	1,72	0,1158	0	—	

α	c_r	$c_{w\infty}$	c_Q	$-c_p$	c_{mh}
18°	2,58	0,0415	0,0136	3,52	
18°	2,52	0,0492	0,0091	2,64	
18°	2,45	0,0547	0,0057	2,02	
19°	2,06	0,1276	0	—	
24°	3,09	0,0260	0,0217	4,83	
24°	3,05	0,0290	0,0195	4,31	1,01
24°	2,93	0,0307	0,0176	3,83	
24°	2,90	0,0321	0,0150	3,27	
24°	2,86	0,0405	0,0130	2,83	
24°	2,80	0,0466	0,01056	2,30	
24°	2,76	0,0580	0,00848	1,72	0,915
24°	2,70	0,0613	0,00804	1,62	
24°	1,40	—	0	—	
30°	3,36	0,0210	0,0246	4,63	
30°	3,31	0,0281	0,0219	3,95	
30°	3,15	0,0471	0,0166	2,35	
33°	3,58	0,0206	0,0277	4,68	1,23
33°	3,38	0,0335	0,0226	3,05	1,18
34,8°	3,79	—	0,0319	5,15	
34,8°	0,98	—	0,0309	2,23	

Tafel XII. Klappenflügel: Klappe *I*. $\beta = 55,6°$.

α	c_r	$c_{w\infty}$	c_Q	$-c_p$	c_{mh}
0°	1,6	0,0624	0,00827	3,47	
0°	1,6	0,0634	0,00585	3,35	
0°	1,58	0,0631	0,00400	3,09	
0°	1,42	0,1395	0,00285	1,67	
0°	1,20	0,1708	0	—	
12°	2,32	0,0503	0,0097	3,47	
12°	2,28	0,0530	0,0067	3,12	
12°	2,25	0,0847	0,0048	2,70	0,86
12°	1,91	0,1473	0,0032	0,86	
12°	1,83	0,1612	0	—	
18°	2,76	0,0452	0,0141	3,96	
18°	2,72	0,0462	0,0094	3,22	
18°	2,61	0,0669	0,0057	2,55	
18°	2,40	0,0998	0,0053	1,24	
18°	2,17	0,1426	0	—	
24°	3,18	0,0366	0,0221	4,93	
24°	3,06	0,0400	0,0154	3,68	
24°	2,98	0,0511	0,0113	2,74	1,03
24°	2,82	0,0763	0,0090	1,81	
24°	1,39	—	0,0106	0,86	
30°	3,59	0,0310	0,0240	4,52	1,16
30°	3,30	0,0612	0,0170	2,44	
34,3°	3,71	0,0290	0,0275	3,93	

Tafel XIII. Klappenflügel: Klappe *II a*. $\beta = 15°$.

α	c_r	$c_{w\infty}$	c_Q	$-c_p$	c_{mh}
0°	0,77	0,0074	0,0085	1,08	
0°	0,77	0,0092	0,0053	0,98	
0°	0,75	0,0126	0,0034	0,89	
0°	0,68	0,0142	0,0020	0,73	
0°	0,50	0,0232	0	—	
5°	1,16	0,0077	0,0052	0,96	
5°	1,13	0,0101	0,0034	0,84	
5°	1,08	0,0128	0,0020	0,66	
10°	1,51	0,0061	0,0102	1,14	
10°	1,47	0,0101	0,0063	0,97	0,54
10°	1,43	0,0140	0,0035	0,77	
10°	1,29	0,0203	0,0021	0,49	
10°	1,18	0,0274	0	—	0,38
20°	2,24	0,0034	0,0214	1,59	
20°	2,22	0,0052	0,0157	1,35	
20°	2,10	0,0112	0,0099	0,99	
20°	1,96	0,0185	0,0065	0,65	0,61
20°	1,72	—	0	—	
30°	2,89	0,0036	0,0311	1,84	
30°	2,84	0,0107	0,0224	1,33	
30°	1,06	—	0	—	
32,5°	3,10	0,0059	0,0344	1,93	0,99
32,5°	1,07	—	0	—	0,37

Tafel XIV. Klappenflügel: Klappe *II a*. $\beta = 30°$.

α	c_r	$c_{w\infty}$	c_Q	$-c_p$	c_{mh}
0°	1,41	0,0046	0,0103	2,25	
0°	1,36	0,0079	0,0065	1,95	0,66
0°	1,31	0,0121	0,0047	1,67	
0°	1,20	0,0182	0,0036	1,26	
0°	1,14	0,0295	0,0038	0,93	
0°	0,83	0,059	0	—	0,40
10°	2,20	0,0032	0,0239	3,06	
10°	2,17	0,0053	0,0153	2,57	
10°	2,08	0,0091	0,0096	2,10	
10°	1,94	0,0118	0,0061	1,56	0,76
10°	1,79	0,046	0,0055	0,82	
10°	1,49	0,051	0	—	
20°	2,80	0,0066	0,0207	2,75	
20°	2,71	0,0102	0,0146	2,19	
20°	2,57	0,0216	0,0100	1,37	
20°	2,13	—	0,0099	0,74	
20°	1,85	—	0	—	
30°	3,40	0,0069	0,0314	3,16	
30°	3,27	0,0144	0,0238	2,27	
30°	1,14	—	0	—	
32,7°	3,64	0,0123	0,0331	2,79	1,13
32,7°	0,87	—	0	—	0,39

Tafel XV. Klappenflügel: Klappe *II a*. $\beta = 45°$.

α	c_r	$c_{w\infty}$	c_Q	$-c_p$	c_{mh}
0°	2,04	0,0035	0,0185	3,96	1,00
0°	1,99	0,0036	0,0132	3,56	0,97
0°	1,84	0,0336	0,0093	2,14	0,87
0°	1,31	0,0788	0,0109	0,83	
0°	1,19	0,0801	0	—	0,57
10°	2,72	0,0035	0,0224	3,84	1,14
10°	2,69	0,0059	0,0157	3,28	
10°	2,59	0,0111	0,0112	2,57	
10°	1,90	0,0855	0,0144	1,00	
10°	1,75	0,0904	0	—	
20°	3,40	0,0041	0,0278	4,15	1,34
20°	3,31	0,0055	0,0217	3,56	1,29
20°	3,14	0,0123	0,0157	2,66	1,20
20°	2,51	0,0762	0,0216	1,48	
20°	1,86	0,1320	0	—	
29°	3,79	0,0099	0,0299	3,59	1,38
29,8°	1,43	—	0,0374	1,85	
29,8°	1,23	—	0	—	0,48

Tafel XVI. Klappenflügel: Klappe *II a*. $\beta = 60°$.

α	c_r	$c_{w\infty}$	c_Q	$-c_p$	c_{mh}
0°	2,64	0,0030	0,0230	5,81	1,24
0°	2,66	0,0027	0,0224	5,75	
bei kleinerem c_Q pendelt Strömung zwischen angelegtem und abgelöstem Zustand hin und her					
0°	1,84	0,1503	0	—	0,64
10°	3,32	0,0031	0,0262	5,32	
10°	3,26	0,0050	0,0195	4,34	1,40
10°	1,91	0,1612	0	—	
19,8°	3 82	0 0059	0,0283	5,11	1,56
20,2°	2,67	0,1700	0,0344	2,16	
23,5°	1,83	—	0,0343	1,8	
29,5°	1,26	—	0,0355	1,73	
30,0°	1,03	—	0,0355	1,58	
22,5°	1,46	—	0	—	0,51
30°	1,02	—	0	—	

Tafel XVII. Klappenflügel: Klappe *II b*.

α	c_r	$c_{w\infty}$	c_Q	$-c_p$
		$\beta = 30°$.		
20°	2,73	0,0120	0,0139	2,97
20°	2,62	0,0166	0,0096	1,96
25°	3,12	0,0100	0,0213	4,22
25°	2,93	0,0183	0,0152	2,52
30°	3,42	0,0134	0,0257	4,66
30°	3,30	0,0192	0,0219	3,50
32,2°	3,54	0,0167	0,0268	4,42

α	c_r	$c_{w\infty}$	c_Q	$-c_p$
		$\beta = 45^0$.		
20⁰	3,36	0,0081	0,0216	5,1
20⁰	3,15	0,0207	0,0152	3,32
25⁰	3,63	0,0125	0,0247	5,1
25⁰	3,57	0,0152	0,0228	4,55
29,2⁰	3,70	0,0156	0,0254	4,38
		$\beta = 60^0$.		
0⁰	2,64	0,0044	0,0135	5,7
6⁰	3,04	0,0066	0,0180	5,9
11,5⁰	3,27	0,0070	0,0214	6,4

Tafel XVIII. Klappenflügel: Klappe *IIc*. $\beta = 15^0$.

α	c_r	$c_{w\infty}$	c_Q	$-c_p$	c_{mh}
0⁰	0,82	0,0094	0,0086	1,24	
0⁰	0,79	0,0117	0,0055	1,01	
0⁰	0,72	0,0138	0,0032	0,83	
0⁰	0,66	0,0171	0,0017	0,64	
10⁰	1,53	0,0074	0,0104	1,41	
10⁰	1,45	0,0108	0,0062	1,03	
10⁰	1,38	0,0136	0,0039	0,80	0,47
10⁰	1,31	0,0164	0,0022	0,59	
32,8⁰	3,14	0,0082	0,0289	3,08	0,96

Tafel XIX. Klappenflügel: Klappe *IIc*. $\beta = 30^0$.

α	c_r	$c_{w\infty}$	c_Q	$-c_p$	c_{mh}
10⁰	1,98	0,0080	0,0112	3,29	
10⁰	1,86	0,0139	0,0072	2,46	
10⁰	1,74	0,0226	0,0043	1,77	0,66
10⁰	1,66	0,0320	0,0022	1,24	
15⁰	2,26	0,0098	0,0112	3,16	
15⁰	1,97	0,0293	0,0034	1,05	
20⁰	2,79	0,0076	0,0224	5,55	
20⁰	2,60	0,0126	0,0136	3,49	0,90
20⁰	2,52	0,0162	0,0098	2,47	
20⁰	2,45	0,0249	0,0078	1,77	
25⁰	3,06	0,0106	0,0221	5,13	
25⁰	2,86	0,0175	0,0152	3,26	
25⁰	2,68	—	0,0110	1,89	
30⁰	3,28	0,0180	0,0229	4,69	
30⁰	3,08	0,0266	0,0174	2,74	
32,5⁰	3,39	0,0203	0,0238	4,21	1,08

Tafel XX. Klappenflügel: Klappe *IIc*. $\beta = 45^0$.

α	c_r	$c_{w\infty}$	c_Q	$-c_p$	c_{mh}
10⁰	2,36	0,0230	0,0107	4,08	
10⁰	2,22	0,0350	0,0069	3,02	0,89
10⁰	2,14	0,0399	0,0043	2,33	
10⁰	1,78	—	0,0023	0,67	
20⁰	3,25	0,0196	0,0200	6,4	1,25
20⁰	2,89	0,0251	0,0123	3,79	
20⁰	2,74	0,0385	0,0092	2,70	
20⁰	2,67	0,0467	0,0066	1,91	0,95
25⁰	3,31	0,0260	0,0211	5,7	
25⁰	3,10	0,0341	0,0141	3,09	
30⁰	3,52	0,0297	0,0229	5,2	
30⁰	3,46	0,0374	0,0199	3,80	1,14
32,5⁰	3,66	0,0382	0,0246	4,50	1,17

Tafel XXI. Klappenflügel: Klappe *IIc*. $\beta = 60^0$.

α	c_r	$c_{w\infty}$	c_Q	$-c_p$	c_{mh}
10⁰	2,88	0,0210	0,0154	6,6	1,18
10⁰	2,69	0,0352	0,0108	4,73	
10⁰	2,64	0,0364	0,0072	3,71	
20⁰	3,39	0,0327	0,0178	5,9	
20⁰	3,24	0,0375	0,0127	3,86	1,22
25⁰	3,64	0,0341	0,0207	5,9	
25⁰	3,57	0,0385	0,0188	5,02	
27,6⁰	3,68	0,0406	0,0215	5,3	1,31

Tafel XXII. Klappenflügel: Klappe *IIa*.
Bodenabstand $a = 0{,}5$ t.

α	β	c_r	c_Q	$-c_p$
0⁰	30⁰	1,77	0,0075	1,49
0⁰	30⁰	1,64	0,0054	1,10
0⁰	30⁰	1,52	0,0050	0,63
0⁰	30⁰	1,23	0	—
5⁰	30⁰	2,02	0,0105	1,35
5⁰	30⁰	1,94	0,0074	0,90
5⁰	30⁰	1,81	0,0070	0,54
5⁰	30⁰	1,57	0	—
10⁰	30⁰	2,30	0,0163	1,38
10⁰	30⁰	2,27	0,01058	1,37
10⁰	30⁰	2,25	0,0118	0,86
10⁰	30⁰	1,79	0	—
15⁰	30⁰	2,54	0,0372	1,98
0⁰	45⁰	2,28	0,0156	2,19
0⁰	45⁰	2,17	0,0107	1,76
0⁰	45⁰	1,57	0	—
5⁰	45⁰	2,44	0,0196	2,11
5⁰	45⁰	2,36	0,0150	1,57
5⁰	45⁰	1,76	0	—
9,5⁰	45⁰	2,68	0,0318	2,36
9,5⁰	45⁰	1,96	0	—
0,8⁰	60⁰	2,55	0,0288	3,51
1,0⁰	60⁰	2,55	0,0288	3,46

Tafel XXIII. Klappenflügel: Klappe *IIa*.
Bodenabstand $a = 0{,}67$ t.

α	β	c_r	c_Q	$-c_p$	c_{mh}
10⁰	30⁰	2,20	0,0101	0,99	
10⁰	30⁰	1,79	0	—	
16,8⁰	30⁰	2,77	0,0324	2,15	
16,8⁰	30⁰	1,50	0	—	
12,8⁰	45⁰	2,86	0,0306	2,26	
12,8⁰	45⁰	1,70	0	—	
4,3⁰	60⁰	2,87	0,0300	3,69	
4,9⁰	60⁰	2,63	0,0305	2,44	
4,9⁰	60⁰	1,85	0	—	

Tafel XXIV. Klappenflügel: Klappe *IIa*.
Bodenabstand $a = 0{,}83$ t.

α	β	c_r	c_Q	$-c_p$	c_{mh}
15⁰	30⁰	2,54	0,0169	1,37	
15⁰	30⁰	1,95	0,0158	0,75	
15⁰	30⁰	1,79	0	—	
18,9⁰	30⁰	2,88	0,0336	2,26	
18,9⁰	30⁰	1,37	0	—	
10⁰	45⁰	2,65	0,0164	1,78	
10⁰	45⁰	2,07	0,0178	0,88	
14,3⁰	45⁰	2,93	0,0305	2,47	
0⁰	60⁰	2,66	0,0168	3,02	
0⁰	60⁰	1,75	0,0228	1,36	
0⁰	60⁰	1,64	0	—	
6,4⁰	60⁰	3,01	0,0300	3,86	
7,5⁰	60⁰	2,35	0,0330	2,55	
7,5⁰	60⁰	2,00	0	—	

Tafel XXV. Klappenflügel: Klappe *IIa*.
Bodenabstand $a = 1{,}5$ t.

α	β	c_r	c_Q	$-c_p$	c_{mh}
25,5⁰	30⁰	3,18	0,0312	2,41	1,06
21,8⁰	45⁰	3,30	0,0288	2,62	1,19
11,4⁰	60⁰	3,31	0,0265	4,26	1,33

Untersuchungen über die Größe des Abwindes hinter Tragflügeln mit rechteckigem und elliptischem Umriß.

Von H. Muttray,
Aerodynamische Versuchsanstalt, Göttingen.

Bei der praktischen Erprobung neuer Flugzeugmuster hat es sich wiederholt gezeigt, daß der vorausberechnete Einstellwinkel des Höhenleitwerks nicht die gewünschte Längsstabilität des Flugzeuges ergab. Der Grund der Unstimmigkeit dürfte meistens — wenn von einer Nichtübereinstimmung des Flugzeugschwerpunktes mit der angenommenen Lage abgesehen werden kann — in einer Fehlerhaftigkeit der verwendeten Formeln für die Berechnung des Abwindes hinter Tragflügeln zu suchen sein.

Weitere Fehlerquellen rühren von dem Flugzeugrumpf und von dem Schraubenstrahl her.

Um zu brauchbaren Unterlagen für Stabilitätsrechnungen zu gelangen, erschien es daher notwendig, die Abwindverhältnisse hinter Tragflügeln[1]) einer eingehenden, im wesentlichen experimentellen Untersuchung zu unterwerfen.

Gliederung.

I. Theoretischer Teil.

Die Richtung des Luftstromes an einer beliebigen Stelle hinter dem Tragflügel kann aus dem Wirbelsystem, durch das der Tragflügel ersetzt werden kann, und das dieser erzeugt — »gebundene Wirbel« und »freie Wirbel« —, berechnet werden. Ist die Auftriebs- bzw. Zirkulationsverteilung $\Gamma = f(x)$ über die Flügelspannweite bekannt, so hat der zwischen x und dx abgehende, sich bis ins Unendliche erstreckende freie Wirbel die Stärke

$$d\Gamma = \frac{\partial \Gamma}{\partial x} dx. \quad \ldots \ldots \ldots (1)$$

Das Strömungsfeld hinter dem Flügel, der hierbei als tragende Linie gedacht ist, ist somit durch eine unendliche Anzahl von einzelnen hufeisenförmigen Wirbeln mit gemeinsamer Symmetrielinie und gemeinsamer Achse der gebundenen Wirbel gekennzeichnet.

Jeder einzelne Wirbel des Wirbelsystems steht nun wieder unter dem Einfluß der übrigen Wirbel, sodaß das durch sie gebildete Wirbelband nicht in der Strömungsrichtung verläuft, sondern etwas gesenkt wird. Dieser Betrag ist jedoch so gering, daß er meist vernachlässigt werden kann.

Diese Absenkung des Wirbelbandes kann um so mehr vernachlässigt werden, als ein anderer in seinen einzelnen Phasen nicht genau bekannter Aufrollvorgang des Wirbelbandes[2]) das Bild ohnedies stark verschiebt. Das Wirbelband ist nämlich unstabil. Es rollt sich bereits kurz hinter dem Flügel zu zwei ausgeprägten Randwirbeln auf[3]), so daß eine Wirbelverteilung entsteht, wie sie in Abb. 1 skizziert ist. Wenn die Auftriebsverteilung $\Gamma = f(x)$ über die Spannweite b des Flügels bekannt ist, so kann mit Hilfe des Impulssatzes der stationären Strömung der Abstand b' der ausgeprägten Randwirbel berechnet werden[3]) [4]) [5]). Das Ergebnis der Rechnung ist die Beziehung

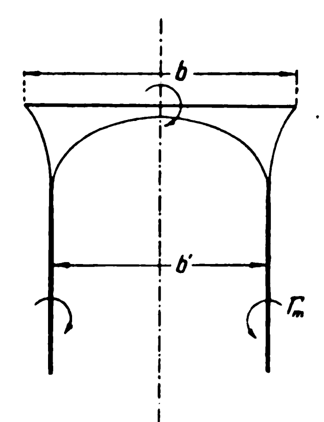


Abb. 1. Wirbelverteilung hinter einem Tragflügel.

$$b' = \frac{1}{\Gamma_m} \int_{-b/2}^{+b/2} \Gamma\, dx \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (2)$$

(Γ_m = Zirkulation in Flügelmitte).

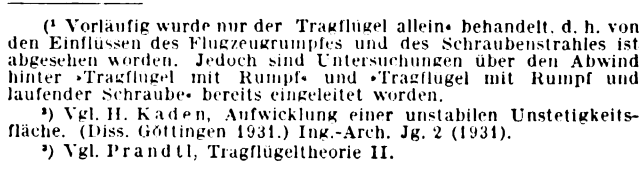
Die Summe der Zirkulationen der freien Wirbel einer Flügelhälfte ist entsprechend Gl. (1) gleich der Zirkulation in Flügelmitte. Da während des Aufrollvorganges des Wirbelbandes keine Zirkulation verlorengeht[6]), ist auch die Zirkulation der ausgebildeten Einzelrandwirbel gleich Γ_m.

Nimmt man nun an, daß die ausgebildeten Einzelrandwirbel bereits unmittelbar an der den Tragflügel ersetzenden tragenden Linie beginnen und nicht erst in einigem Abstande hinter dem Tragflügel nach beendetem Aufrollvorgang des freien Wirbelbandes, so müssen wir auch die »gebundenen Wirbel« durch einen einzigen Wirbel von der Stärke Γ_m ersetzen. Wir gelangen dann zu einer Ersetzung des eingangs erläuterten theoretischen Wirbelsystems durch einen einzigen Hufeisenwirbel.

Die Berechnung des Abwindes ist dann sehr einfach und sie ergibt, wie wir sehen werden, Werte, die leidlich mit den gemessenen übereinstimmen. Die Werte liegen niedriger als diejenigen, die bei nicht aufgerolltem Wirbelband erhalten werden. Die Werte für das nicht aufgerollte Wirbelband stellen eine obere Grenze dar. Eine untere Grenze erhält man, wenn man annimmt, daß die Zirkulation gleichmäßig über die gesamte Flügelspannweite verteilt ist[7]) [8]). Die Wirbelstärke ist dann $\overline{\Gamma}$.

Betrachten wir einen einfachen Hufeisenwirbel mit der Zirkulation Γ und dem Abstand a der freien Wirbel, so ergibt die Anwendung des Biot-Savartschen Gesetzes für einen Punkt der Symmetrielinie der Wirbelanordnung folgenden Ausdruck für die Störungsgeschwindigkeit w senkrecht zu der Ebene, in der die Wirbel liegen:

$$w = \frac{\Gamma}{\pi a}\left(1 + \frac{\sqrt{l^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}}{l}\right)$$



[1] Vorläufig wurde nur der »Tragflügel allein« behandelt, d. h. von den Einflüssen des Flugzeugrumpfes und des Schraubenstrahles ist abgesehen worden. Jedoch sind Untersuchungen über den Abwind hinter »Tragflügel mit Rumpf« und »Tragflügel mit Rumpf und laufender Schraube« bereits eingeleitet worden.

[2]) Vgl. H. Kaden, Aufwicklung einer unstabilen Unstetigkeitsfläche. (Diss. Göttingen 1931.) Ing.-Arch. Jg. 2 (1931).

[3]) Vgl. Prandtl, Tragflügeltheorie II.

[4]) Vgl. H. B. Helmbold, Über die Berechnung des Abwindes hinter einem rechteckigen Tragflügel. Z. Flugtechn. Motorluftsch. Bd. 16 (1925) Nr. 15. S. 291.

[5]) A. Betz, Verhalten von Wirbelsystemen. Z. angew. Math. Mech. Bd. 12 (1932) Nr. 3.

[6]) Vgl. jedoch Fage and Simmons, An investigation of the airflow pattern in the wake of an aerofoil of finite span, Phil. Trans. R. A. S. London, Series A. Vol. 225.

[7]) Siehe Anm. 4.

[8]) H. Glauert, The elements of aerofoil and airscrew theory, Kap. XII.

(l = Entfernung des Punktes in Strömungsrichtung vom gebundenen Wirbel).

Setzen wir $a = b$ (»untere Grenze«) und führen den Abwindwinkel

$$\alpha_w = \frac{w}{v}$$

ein, wobei v die ungestörte Geschwindigkeit bedeutet, so bekommen wir

$$\alpha_w = \frac{\Gamma}{\pi\, b\, v}\left(1 + \frac{\sqrt{l^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2}}{l}\right).$$

Mit

$$\Gamma = c_a \frac{F v}{2 b}, \quad \alpha_i = \frac{c_a}{\pi} \frac{F}{b^2} \text{ und } \varepsilon_l = \frac{l}{b/2},$$

wobei F = Flügelinhalt und
α_i = induzierter Anstellwinkel bei elliptischer Auftriebsverteilung ist,

erhalten wir

$$\frac{\alpha_w}{\alpha_i} = \frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{1}{\varepsilon_l^2}}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Die Auswertung der Formel ergibt folgende Zahlentafel:

$\varepsilon_l =$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1	2
$\frac{\alpha_w}{\alpha_i} =$	2,08	1,4	1,21	1,06.

Man sieht, daß in großer Entfernung hinter dem Flügel sich der untere Grenzwert des Abwindwinkels dem Werte des Abwindwinkels am Orte eines Flügels mit elliptischer Auftriebsverteilung asymptotisch nähert.

Für einen Flügel mit elliptischer Auftriebsverteilung und nicht aufgerolltem Wirbelband (»obere Grenze«) erhält man für die Abwindbeiwerte auf der Symmetrielinie einen Integralausdruck[9] [10]), dessen Auswertung folgende Zahlentafel ergibt:

$\varepsilon_l =$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1	2
$\frac{\alpha_w}{\alpha_i} =$	3,23	2,43	2,22	2,06.

Man sieht, daß der obere Grenzwert des Abwindwinkels sich bei großer Entfernung hinter dem Flügel dem doppelten Betrage des Wertes am Orte des Flügels asymptotisch nähert.

Für den Flügel mit ausgeprägten Einzelrandwirbeln, dessen Abstand b' ist, erhält man mit

$$\frac{b'}{b} = \frac{\Gamma}{\Gamma_m} = k \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

$$\frac{\alpha_w}{\alpha_i} = \frac{1}{2\,k^2}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{k^2}{\varepsilon_l^2}}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3')$$

Die Werte von $\frac{\alpha_w}{\alpha_i}$ gemäß Formel (3') sind in Abb. 2 für verschiedene k-Werte in Abhängigkeit von ε_l aufgetragen.

Es kommt somit nur noch darauf an, für einen gegebenen Tragflügel den zugehörigen k-Wert zu bestimmen.

Für einen Tragflügel mit elliptischer Auftriebsverteilung erhält man aus der Auftriebsverteilung

$$\Gamma = \Gamma_m \sqrt{1 + \left(\frac{x}{b/2}\right)^2}$$

und der Gl. (2) den Wert

$$k_{\text{ell}} = \frac{\pi}{4} = 0{,}785.$$

Bei Flügeln mit »Rechteckflügel-Auftriebsverteilung«, bzw. Flügeln mit rechteckigem Umriß und über die Spannweite konstantem Profil und Anstellwinkel, ist der k-Wert von dem durch den Auftriebsgradienten

[9]) Siehe Anm. 4.
[10]) Siehe Anm. 8.

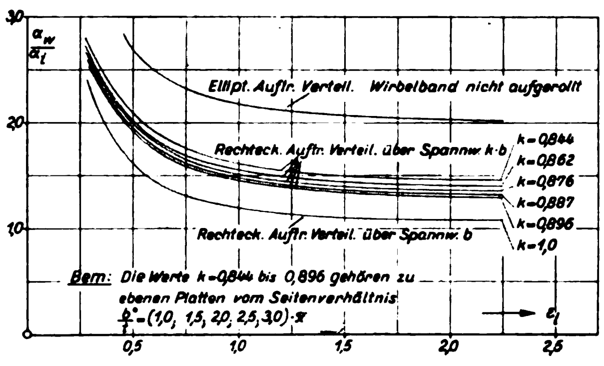


Abb. 2. Theoretische Abwindbeiwerte bei verschiedenem Abstand der Randwirbel.

$$n = \frac{d\, c_a}{d\, \alpha}$$

dividierten Streckungsverhältnis $\lambda = \frac{b}{t}$ des Flügels abhängig, da auch die Auftriebsverteilung von diesen Werten abhängt. In der Betzschen Dissertation »Beiträge zur Tragflügeltheorie mit besonderer Berücksichtigung des einfachen rechteckigen Flügels«[11]) ist der Wert k als Funktion eines Ausdruckes L gegeben, der wie folgt lautet:

$$L = \frac{b}{t} \frac{4}{d\, c_a / d\, \alpha} \frac{A}{A_\infty} = \lambda \frac{4}{d\, c_a / d\, \alpha_\infty} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

($d\, c_a / d\, \alpha$ = Auftriebsgradient des Flügels von endlichem Streckungsverhältnis; $d\, c_a / d\, \alpha_\infty$ = Auftriebsgradient bei unendlich großem Streckungsverhältnis des Flügels.)

Setzen wir

$$\frac{d\, c_a}{d\, \alpha_\infty} = 2\, \pi,$$

d. h. gleich dem theoretischen Auftriebsgradienten für ebene Platten von unendlicher Länge, so errechnet sich das zugehörige Seitenverhältnis zu

$$\lambda = \frac{b}{t} = \frac{\pi}{2} L \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Bei Glauert[12]) und Helmbold[13]) sind die von Betz errechneten k-Werte als Funktion von L nach der Formel (6) für verschiedene Seitenverhältnisse umgerechnet. Von dieser Näherung kann jedoch abgesehen werden, da Betz den Wert L für Rechteckflügel-Auftriebsverteilung auch noch als Funktion von $\frac{b}{t} \cdot \frac{1}{d\, c_a / d\, \alpha}$ angibt. Dementsprechend ist in der Abb. 3 k als Funktion von L, $\frac{b}{t}$ (wobei $\frac{d\, c_a}{d\, \alpha_\infty} = 2\, \pi$!) und $\frac{b}{t} \cdot \frac{1}{d\, c_a / d\, \alpha}$ angegeben.

II. Experimenteller Teil.

1. Versuchsdurchführung.

Zur Messung des Abwindwinkels wurde ein sog. »Zweifinger-Abwind-Meßgerät«[14]) verwandt, das im allgemeinen

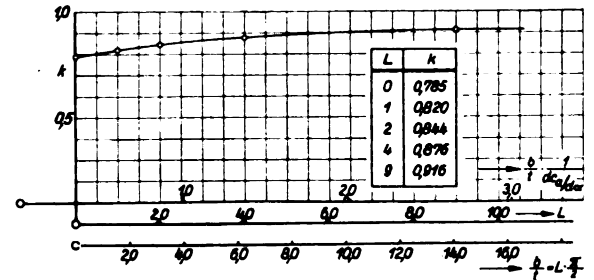


Abb. 3. Abstand der Randwirbel bei Rechteckflügeln.

[11]) Diss. Göttingen, 1919.
[12]) Siehe Anm. 8.
[13]) Siehe Anm. 4.
[14]) Kröner, Z. VDI Bd. 61 (1917) Nr. 29, S. 606.

eine Meßgenauigkeit von etwa $\pm 0{,}1^0$ ergab. Zwei im Winkel von etwa 90^0 zueinander ausgerichtete übereinander liegende Pitotröhrchen waren über ein Schrägrohr-Manometer miteinander verbunden. Die Röhrchenanordnung wurde so lange verdreht, bis die Druckdifferenz Null im Manometer auftrat. Der Abwindwinkel konnte dann unmittelbar an einer Skala abgelesen werden. Hierzu mußte vorher allerdings die Summe der Schränkungswinkel zwischen der aerodynamischen Nullrichtung der Röhrchenanordnung und dem Zeiger einerseits und dem Nullpunkt der Skala des Lagerbockes andererseits durch einen besonderen Versuch [15]) ermittelt werden. Das Meßgerät war auf einer außerhalb des Luftstromes aufgestellten Verschiebeeinrichtung montiert, die einen beliebigen Punkt hinter dem Flügel anzuschneiden gestattete. Die Messung fand im 2,25-m-Windkanal der AVA Göttingen bei einer Anblasgeschwindigkeit von $v = 30$ m/s statt.

Insgesamt wurden an drei Flügeln Messungen vorgenommen [16]). Die Flügel sind durch folgende Daten gekennzeichnet:

1. Rechteckflügel, Profil-Nr. 387, $t = 20$ cm, $\lambda = 5$,
2. Rechteckflügel, Profil-Nr. 422, $t = 20$ cm, $\lambda = 5$,
3. Flügel mit elliptischem Umriß, Profil-Nr. 387, $t_{max} = 25{,}55$ cm, $\lambda = 5$, gleicher Flächeninhalt wie bei den Rechteckflügeln.

Gemessen wurden in dem Strömungsfeld hinter dem Flügel die Abwindwinkel auf jeweils mehr oder weniger zahlreichen Achsen, die parallel zum Luftstrom in Symmetrieebene des Flügels (Längsachsen), parallel zur Spannweite des Flügels (Querachsen) und senkrecht zu den oben genannten Achsen (Hochachsen) lagen und bei Modell 1 hierzu die Lage der Randwirbelkerne, alles bei Änderung des Anstellwinkels; ferner die Polaren der Flügel, die bei dem Flügel mit elliptischem Umriß mit und ohne Turbulenzgitter gemessen wurden. Die Abwindwinkelmessungen wurden in Etappen ausgeführt, zwischen denen größere Zeitabschnitte lagen. Es wurde daher nach Abschluß der Messungen noch eine Wiederholungsmessung durchgeführt, bei der bei wachsendem Anstellwinkel lediglich auf der Symmetrie-Längsachse in Höhe des Flügel-Druckmittelpunktes gemessen wurde, so daß schnell ein Querschnitt durch die gesamten vorher erfolgten zahlreichen Messungen gewonnen werden konnte. Es wurde befriedigende Übereinstimmung mit den vorangegangenen Messungen erzielt.

2. Auswertung.

Außer der in Abschnitt II, 1 bereits erwähnten durch das Meßgerät bedingten konstanten Korrektur mußte an dem abgelesenen Abwindwinkel noch ein zweiter Korrekturwinkel angebracht werden, der mit der endlichen Begrenzung des Versuchsstrahldurchmessers zusammenhing.

Infolge des endlichen Strahldurchmessers erfährt der gesamte Luftstrahl durch den Tragflügel bekanntlich eine Ablenkung, die am Orte des Flügels halb so stark wie weit hinter dem Flügel ist. Das Maß der Ablenkung kann für den Ort des Flügels und für Punkte weit hinter dem Flügel errechnet werden, wenn wir zu beiden Seiten des Strahles gespiegelte freie Wirbel annehmen. Es ist hierzu nicht notwendig, den Tragflügel durch das bandförmige Wirbelsystem zu ersetzen, sondern, wenn die Spannweite des Tragflügels kleiner als 3/4 des Strahldurchmessers ist, genügt es von konstanter Auftriebsverteilung über die Spannweite des Flügels auszugehen [17]). Für diesen Fall erhält man durch Anwendung des Biot-Savartschen Gesetzes auf die gespiegelten Wirbel den Korrektur-Abwindwinkel am Orte des Tragflügels in Flügelmitte zu

$$\varphi_0 = \frac{c_a}{8} \frac{F}{F_0},$$

[15]) Luftfahrtforschung, Bd. 2, Nr. 4, S. 201.

[16]) Die Messungen wurden von den Herren L. Maxen und F. Freytag, die Auswertung im wesentlichen von L. Maxen allein durchgeführt.

[17]) Siehe Anm. 8.

wobei F = Flächeninhalt des Flügels und F_0 = Strahlquerschnitt ist. Geht man hingegen von elliptischer Auftriebsverteilung aus, so erhält man z. B. für die Verhältnisse im 2,25-m-Windkanal der Göttinger Versuchsanstalt ($F = 0{,}2$ m², $b = 1{,}0$ m, Strahlhalbmesser $R = 1{,}125$ m) den Wert [18])

$$\varphi_{0\,\text{ell}} = \frac{c_a}{8} \frac{F}{F_0} 1{,}009,$$

also noch nicht 1% Unterschied.

Der Ausdruck für den Korrektur-Abwindwinkel auf der Strahlachse als Funktion des Abstandsbeiwertes $\varepsilon_l = \frac{l}{b/2}$ ergibt sich auf dem gleichen Wege für rechteckige Auftriebsverteilung über die gesamte Flügelspannweite zu angenähert

$$\varphi = \varphi_0 \left(1 + \frac{\varepsilon_l}{\sqrt{\varepsilon_l^2 + m^4}}\right), \quad \ldots \ldots (7)$$

wobei $m = \frac{R}{b/2}$ ist. Eine genaue Theorie fehlt bisher [19]). Bezogen auf den induzierten Anstellwinkel α_i für elliptische Auftriebsverteilung bekommen wir damit

$$\frac{\varphi}{\alpha_i} = \frac{1}{2\,m^2}\left(1 + \frac{\varepsilon_l}{\sqrt{\varepsilon_l^2 + m^4}}\right) \quad \ldots \ldots (8)$$

Geht man schließlich statt von einer konstanten Auftriebsverteilung über die gesamte Flügelspannweite nur von einer solchen über die Spannweite $b' = k\,b$ aus, so erhält man den Ausdruck

$$\frac{\varphi'}{\alpha_i} = \frac{1}{2\,m^2}\left(1 + \frac{\varepsilon_l}{\sqrt{\varepsilon_l^2 + \frac{m^4}{k^2}}}\right) \quad \ldots \ldots (9)$$

Der Unterschied der beiden letztgenannten Ausdrücke ist jedoch nicht bedeutend. Bei der Berechnung der Abwindwinkelkorrekturen wurde daher nur von den Ausdrücken (7) und (8) Gebrauch gemacht.

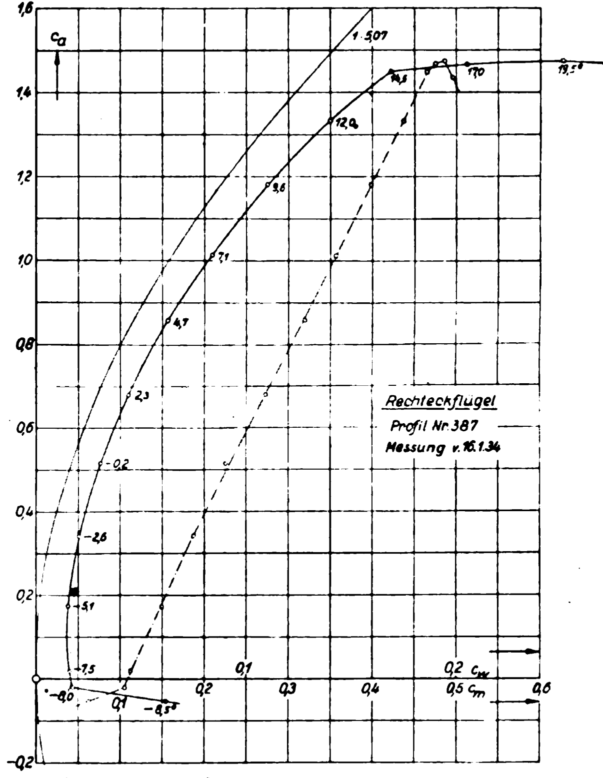


Abb. 4. Polare des Rechteckflügels 1:5 Profil 387.

[18]) Vgl. I. Lieferung d. Ergebnisse d. AVA zu Göttingen.

[19]) Anmerkung bei der Drucklegung: Diese ist inzwischen von Frl. Dr. J. Lotz aufgestellt worden. Die in dieser Arbeit mitgeteilten Meßwerte ändern sich bei Anwendung der exakten theoretischen Korrektur-Werte jedoch nur in vernachlässigbar kleinen Grenzen.



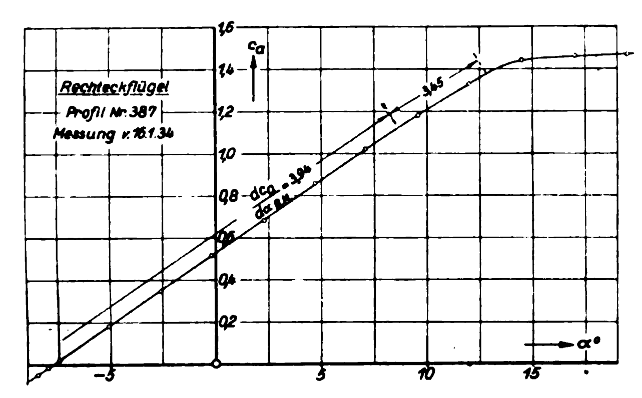


Abb. 5. Rechteckflügel: Abhängigkeit des Auftriebsbeiwertes vom Anstellwinkel.

8. Versuchsergebnisse.

a) Rechteckflügel, Profil-Nr. 387.

Die Ergebnisse der Luftkraftmessungen sind in Abb. 4 und 5 dargestellt, wobei in Abb. 5 noch die Werte von $\frac{d\,c_a}{d\,\alpha}$ im Bogenmaß angeschrieben sind.

Abwindwinkelmessungen wurden bei den Anstellwinkeln $\alpha = -3{,}1°$, $-0{,}2°$, $+4{,}2°$, $+8{,}6°$, $+12{,}5°$ und $+14{,}0°$ auf jeweilig mehr oder weniger zahlreichen Längs-, Hoch- und Querachsen durchgeführt. Als Beispiel werden die Messungen beim Anstellwinkel $\alpha = 8{,}6°$ bzw. bei $c_a = 1{,}065$ gebracht (Abb. 6 ÷ 8). Der Verlauf der Abwindbeiwerte $\frac{\alpha_w}{\alpha_i}$ auf den einzelnen Achsen war bei allen Anstellwinkeln ähnlich, so daß es nicht nötig erscheint, sämtliche Meßergebnisse zu bringen. Es werden lediglich außer den Messungen bei $\alpha = 8{,}6°$ noch von allen untersuchten Anstellwinkeln die Werte der Längsachsen durch den Ursprung des gewählten Koordinatensystems gebracht (Abb. 9). Diese Werte wurden zum Teil unmittelbar gemessen, zum Teil durch Interpolation gefunden.

Die in den Abbildungen benützten Bezeichnungen haben folgende Bedeutung:

l = Entfernung des Meßpunktes vom gebundenen Wirbel in Richtung der Längsachse stromabwärts;

q = Entfernung des Meßpunktes von der Symmetrieebene des Flügels in Richtung der Querachse ($+q$ = Steuerbordflügel);

h = Entfernung des Meßpunktes in Richtung der Hochachse ($+h$ = Saugseite, $-h$ = Druckseite);

$\varepsilon_l = \frac{l}{b/2}$, $\varepsilon_q = \frac{q}{b/2}$, $\varepsilon_h = \frac{h}{b/2}$ = Abstandsbeiwerte;

$\frac{\alpha_w}{\alpha_i}$ = Abwindbeiwert.

Der Ursprung des Koordinatensystems liegt auf der Symmetrieebene des Flügels in dem »gebundenen Wirbel«, der bei jedem Anstellwinkel als im Druckmittelpunkt des Flügels auf der Skelettlinie des Profils liegend angenommen wurde.

Abb. 6 bringt die experimentell gewonnenen Abwindbeiwerte für vier Querachsen.

In Abb. 7 sind außer den experimentellen Werten für sechs Hochachsen die theoretischen für eine Hochachse im Abstand $\varepsilon_l = 1{,}0$ aufgenommen worden. Der Ausdruck hierfür lautet:

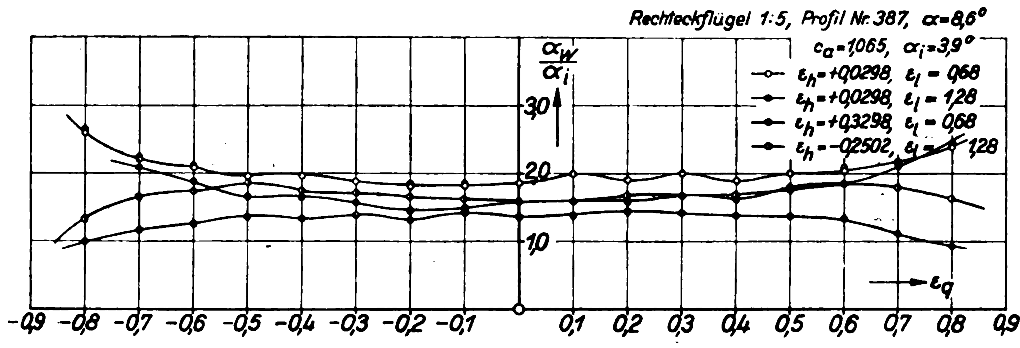


Abb. 6. Rechteckflügel: Abwindbeiwerte für 4 Querachsen.

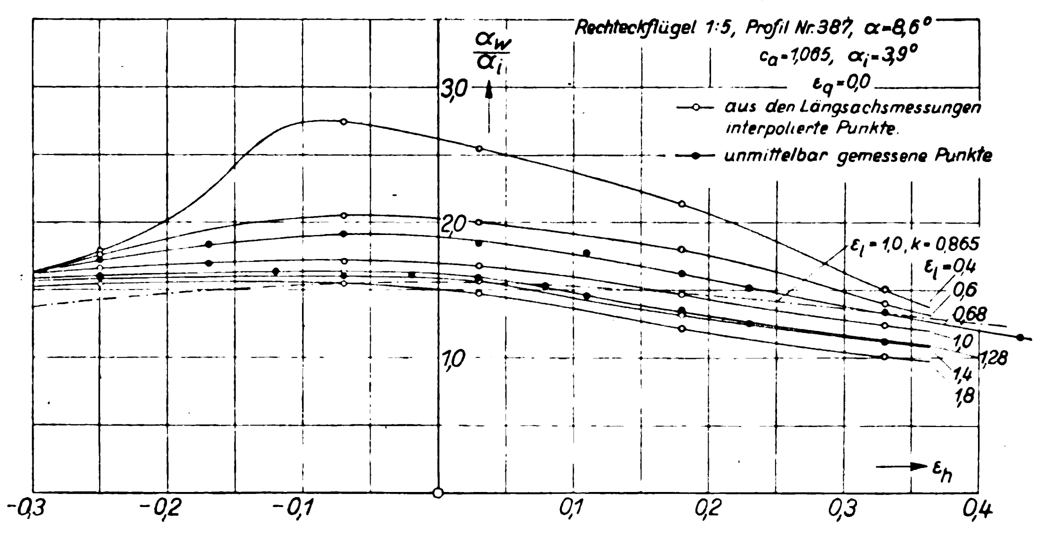


Abb. 7. Rechteckflügel: Abwindbeiwerte für 6 Hochachsen in Flügelsymmetrieebene.

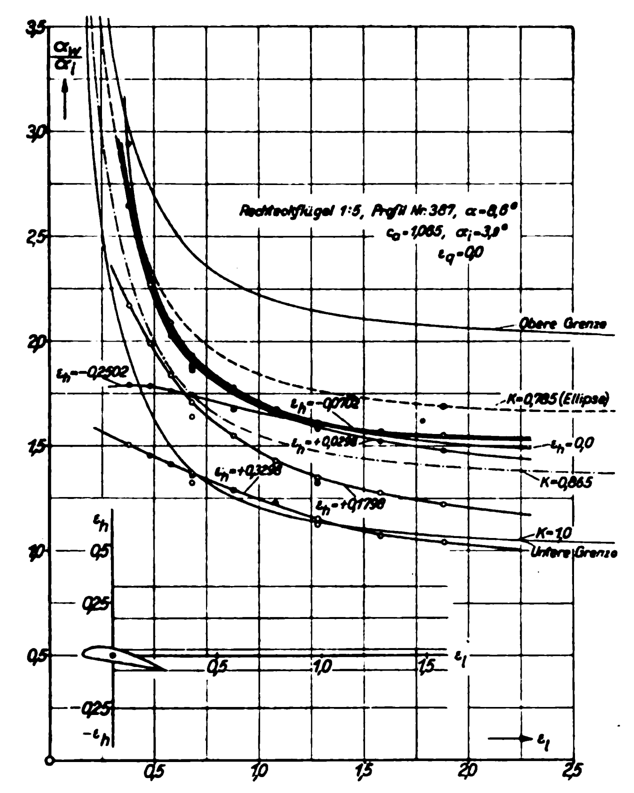
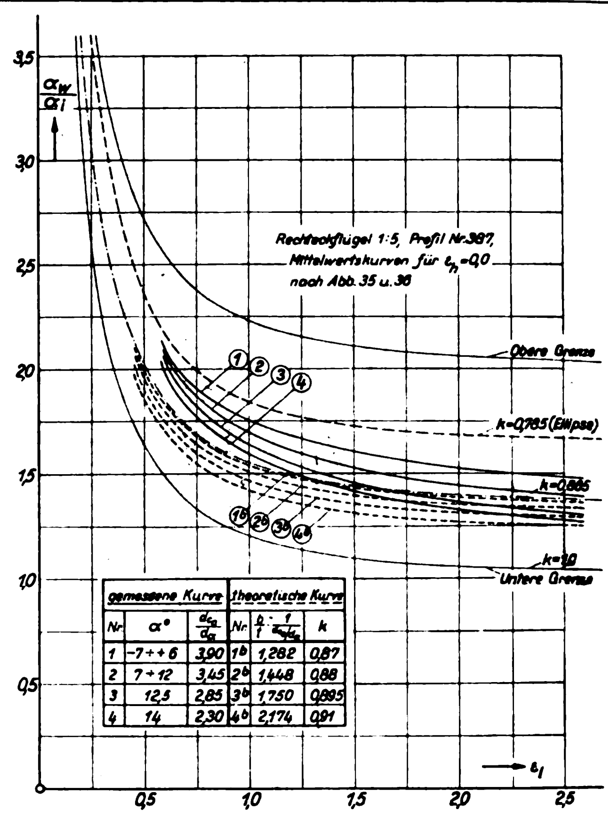


Abb. 8. Rechteckflügel: Abwindbeiwerte für 6 Längsachsen in Flügelsymmetrieebene.



gemessene Kurve			theoretische Kurve		
Nr.	α°	$\frac{dc_a}{d\alpha}$	Nr.	$\frac{b}{l}\cdot\frac{1}{dc_a/d\alpha}$	k
1	−7 ÷ +6	3,90	1b	1,282	0,87
2	7 ÷ 12	3,45	2b	1,448	0,88
3	12,5	2,85	3b	1,750	0,895
4	14	2,30	4b	2,174	0,91

Abb. 9. Rechteckflügel: Experimentelle und theoretische Abwindbeiwerte für die Längsachse durch den Koordinatenursprung bei verschiedenem Anstellwinkel.

$$\frac{\alpha_w}{\alpha_i} = \frac{\frac{1}{2}\left[\frac{1}{\varepsilon_h^2+k^2} + \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_h^2+k^2+1}}\left(\frac{1}{\varepsilon_h^2+k^2} + \frac{1}{\varepsilon_h^2+1}\right)\right]}{1 + \frac{c_a}{\pi}\,\frac{F}{b^2}\,\frac{\varepsilon_h}{\varepsilon_h^2+1}\,\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_h^2+k^2+1}}}, \quad (10)$$

wenn das theoretische Wirbelsystem durch einen Hufeisenwirbel mit dem Randwirbelabstand $a = k\,b$ ersetzt wird. Der Nenner unterscheidet sich von 1 fast gar nicht, so daß mit dem Zähler allein ausgewertet werden konnte.

Abb. 8, die die Abwindbeiwerte für sechs übereinander liegende Längsachsen bringt, enthält noch die zur ε_l-Achse durch den Koordinatenursprung gehörenden theoretischen Kurven für:

a) »obere Grenze«,
b) »untere Grenze«,
c) elliptische Auftriebsverteilung, Wirbelband aufgerollt, $k = 0{,}785$,
d) Rechteckflügel-Auftriebsverteilung, Wirbelband aufgerollt, k ermittelt bei der vereinfachten Annahme, daß der Auftriebsgradient $d c_a/d\alpha_\infty$ des Flügels gleich 2π sei ($k = 0{,}865$ für $\lambda = 5$).

In Abb. 9 sind außer den bereits genannten theoretischen Längsachskurven noch vier weitere theoretische Kurven gestrichelt aufgenommen worden, die mit k-Werten für Rechteckflügel-Auftriebsverteilung nach Betz errechnet wurden (s. Abschnitt I).

Bei den auf den Querachsen gemessenen Abwindkurven (Abb. 6) fällt auf, daß sie einen merkwürdig wellenartigen Verlauf haben, der anscheinend um so stärker ausgeprägt ist, je kleiner der Anstellwinkel ist. Die Falten liegen in Strömungsrichtung, so daß auf Längsachsen gemessene Kurven diesen wellenartigen Charakter nicht haben und Kurven von hintereinanderliegenden Querachsen parallel ausgerichtet sind. Die Erscheinung dürfte damit zusammenhängen, daß auch der vorgegebene Freistrahl des 2,25-m-Windkanals nicht unerhebliche Änderungen der Strömungsrichtung über den Querschnitt aufweist.

Sieht man von der Welligkeit der Kurven ab, so kann über ihren allgemeinen Verlauf folgendes ausgesagt werden: bis etwa $\varepsilon_q = \pm\,0{,}6$ ist ein geringes Ansteigen der Abwindwinkel im Betrage von ungefähr $0{,}2\,\alpha_i$, d. h. im Maximum etwa 1°, festzustellen. Im Bereiche der Spannweite des Leitwerkes eines Flugzeuges, d. i. im Bereiche von $\varepsilon_q = \pm\,0{,}25$, ist jedoch praktisch keine Änderung des Abwindwinkels vorhanden. Es ist daher auch auf die Eintragung einer theoretischen Kurve in das Diagramm verzichtet worden. Oberhalb $\varepsilon_q = \pm\,0{,}6$ fällt der Abwindwinkel, wenn sich die Querachse ober- oder unterhalb des Flügels befindet; er steigt, wenn die Querachse die Randwirbel schneidet.

Die Hochachskurven (Abb. 7) zeigen entsprechend sämtlichen aufgenommenen Hochachsdiagrammen, daß auf der Druckseite die gemessenen Werte etwas höher liegen als die theoretischen, wobei der Verlauf der experimentell ermittelten Kurven etwa der gleiche wie der der theoretisch berechneten ist. Auf der Saugseite hingegen ist mit wachsendem ε_h-Wert ein stärkerer Abfall der experimentellen Werte zu finden als die theoretische Kurve angibt. Vielleicht kann diese Erscheinung mit der Nachlaufströmung erklärt werden, die sich wie ein Keil zwischen die oberhalb und unterhalb des Flügels entlang streichende Luft einschiebt und insbesondere aus abgebremsten Teilchen der oberhalb des Flügels entlang gestrichenen Luft besteht.

Das Diagramm der auf den Längsachsen gemessenen Abwindkurven für $\alpha = 8{,}6°$ (Abb. 8) zeigt folgendes:

Es sind bei kleinen ε_h-Werten ($\varepsilon_h = -0{,}0702$ und $+\,0{,}0298$) zwei Kurven aufgenommen worden, die annähernd zusammenfallen und damit sich auch ungefähr mit der Kurve für $\varepsilon_h = 0{,}0$ decken. Diese Kurven liegen etwa in der Mitte der »theoretischen« Kurven für $k = 0{,}785$ (elliptische Auftriebsverteilung, Wirbelband aufgerollt) und $k = 0{,}865$ (Rechteckflügel-Auftriebsverteilung, Wirbelband aufgerollt), so daß sie durch Einführung eines Wertes $k = 0{,}825$ vorausberechnet werden könnten. Die prozentuale Abweichung der gemessenen Werte von den mit $k = 0{,}865$ berechneten theoretischen beträgt etwa 10%.

Die steilere Lage der experimentell ermittelten Kurve in Modellnähe gegenüber der mit der Annahme eines Huf-

eisenwirbels berechneten Kurve ist hauptsächlich auf den noch nicht vollendeten Aufrollvorgang des Wirbelbandes in Modellnähe zurückzuführen. Dadurch nähern sich die Werte der »oberen Grenze«. Ein weiterer Grund kann in der endlichen Flügeltiefe liegen. Bei der Aufstellung der Formeln war der Flügel bekanntlich durch eine tragende Linie ersetzt worden.

Die Auftragung der Abwindbeiwerte über den Längsachsen für $\varepsilon_h = 0{,}0$ bei wachsendem Anstellwinkel (Abb. 9) läßt erkennen, daß in der Lage der Kurven im Diagramm eine bestimmte Gesetzmäßigkeit vorhanden ist; die Kurven für die kleinen Anstellwinkel, für die $n = \frac{d\,c_a}{d\,\alpha} =$ konst. ist, also bis etwa zu $c_a = 0{,}9$, fallen fast genau übereinander. Diese Kurven liegen am höchsten, und zwar nähern sie sich der theoretischen Kurve für $k = 0{,}785$ bei $\varepsilon_l = 0{,}5$ und fallen bei $\varepsilon_l = 2{,}0$ zwischen die Kurven für $k = 0{,}785$ und $0{,}865$. Die Kurve für $\alpha = 14^0$ hingegen schneidet bereits die theoretische Kurve mit $k = 0{,}865$. Zieht man die theoretischen Kurven für k-Werte, die nach dem genaueren Verfahren von Betz in das Diagramm eingezeichnet wurden, zum Vergleich heran, so fallen auch die theoretischen Kurven mit größeren Anstellwinkeln tiefer. Es ist also ein durch die Theorie bereits festgelegtes Verhalten der Lage der Kurven festzustellen. Auffallend aber ist, daß die Abweichung der experimentell ermittelten Kurven von den gestrichelt eingezeichneten theoretischen bedeutend größer ist, als von den voll ausgezogenen theoretischen. Da k nun dem Abstand der Randwirbel voneinander proportional ist, wäre somit auf einen kleineren Randwirbelabstand, als die Theorie voraussagt, zu schließen.

Die Messungen des Randwirbelabstandes beim Flügel mit elliptischem Umriß werden aber erweisen, daß der Randwirbelabstand in Wirklichkeit nicht kleiner, sondern größer ist. Es bedarf daher noch weiterer Untersuchungen, um zu einer theoretischen mit dem Experiment übereinstimmenden Abwindformel zu gelangen.

b) Rechteckflügel, Profil-Nr. 422.

Abb. 10 zeigt das der I. Lieferung der »Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen« entnommene Polardiagramm für den Rechteckflügel, Profil-Nr. 422.

Eine Abwindwinkelmessung auf mehreren Achsen wurde (in zwei Meßabschnitten) nur bei den Anstellwinkeln $\alpha = 4{,}2^0$ und $8{,}1^0$ durchgeführt. Der Verlauf sämtlicher Auftragungen der Abwindbeiwerte über den jeweiligen Achsen war der gleiche wie bei dem Rechteckflügel Nr. 387, so daß auf eine Mitteilung der einzelnen Diagramme verzichtet werden kann.

Über die Größe der Abwindbeiwerte von Profil-Nr. 422, verglichen mit denjenigen von Profil-Nr. 387, kann folgendes ausgesagt werden, wenn der Einfachheit halber nur die in Flügelsymmetrieebene aufgenommenen Längsachskurven für $\varepsilon_h = 0{,}0$ verglichen werden: Die bei $\alpha = 4{,}2^0$ und $8{,}1^0$ aufgenommenen Längsachskurven unterscheiden sich in Modellnähe im Maximum nur etwa um $0{,}3^0$, so daß wir mit einer mittleren Kurve für beide Anstellwinkel rechnen können. Trüge man diese gemittelte Kurve in das Diagrammblatt Abb. 9 ein, so liegt die Kurve bis $\varepsilon_l = 1{,}5$ etwa zwischen den Kurven (1) und (2) und nähert sich dann bei größeren ε_l-Werten mehr der Kurve (1). Da der der Kraftmessung entnommene mittlere Wert von $n = \frac{d\,c_a}{d\,\alpha} = 3{,}45$ ist — entsprechend Kurve (2) —, so kann man von einer für die praktischen Bedürfnisse guten Übereinstimmung der Abwindbeiwerte von Profil-Nr. 387 und 422 sprechen. Diese Aussage dürfte ohne Zweifel für alle ähnlichen Profile gelten.

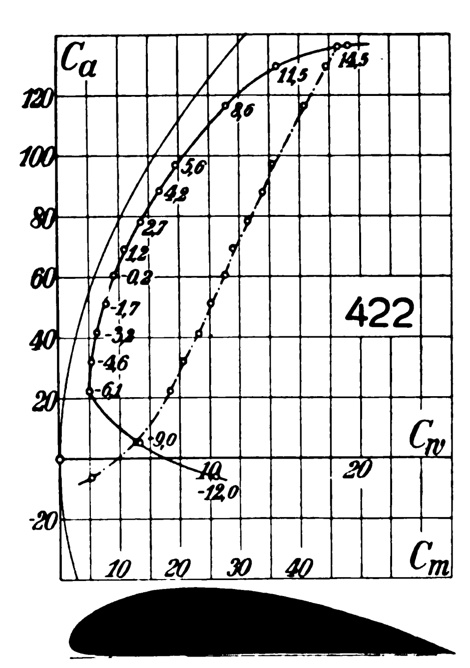


Abb. 10. Polardiagramm für den Rechteckflügel, Profil Nr. 422.

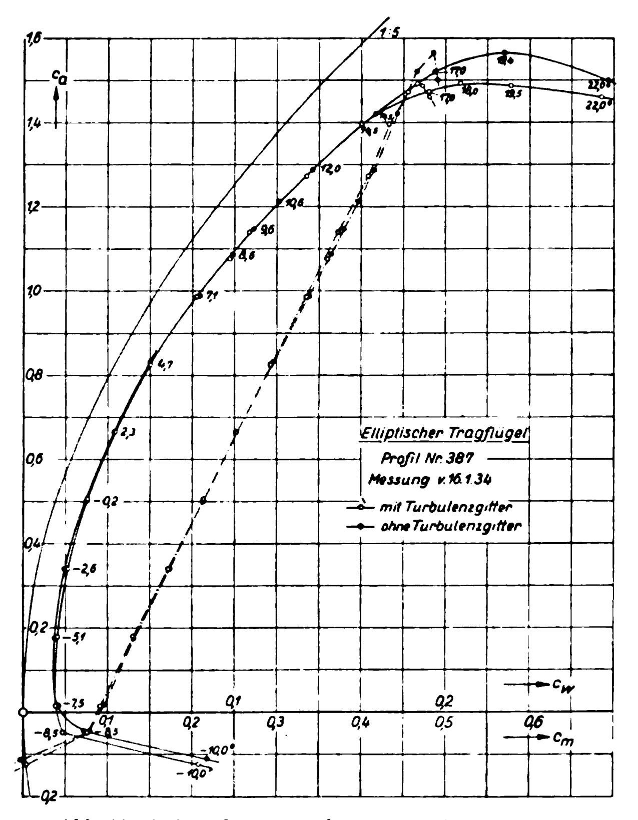


Abb. 11. Polare des elliptischen Flügels 1:5, Profil 387.

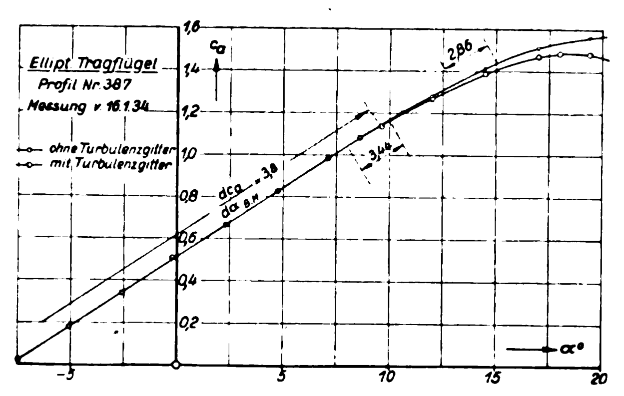


Abb. 12. Elliptischer Flügel: Abhängigkeit des Auftriebsbeiwertes vom Anstellwinkel.

c) Elliptischer Flügel, Profil-Nr. 387.

Abb. 11 und 12 zeigen die Ergebnisse der **Luftkraftmessungen.**

Die Abwindmessungen an dem elliptischen Flügel teilen sich wieder in eine »erste Messung« und in eine »Nachmessung«. Hierzu kommt eine Abwindmessung auf mehreren Längsachsen bei $\alpha = 8{,}6^0$, die bei Einschaltung eines Turbulenzgitters in den Luftstrom durchgeführt wurde. Diese Messung wurde vorgenommen, da sich bei der Messung ohne Turbulenzgitter herausgestellt hatte, daß die Längsachs-Abwindkurven sich von der vorangegangenen Rechteckflügelmessung ziemlich stark unterschieden, so daß auf eine

Die Versuchsergebnisse sind in den Abb. 13 bis 17 enthalten.

Wie Abb. 13 zeigt, bringen die Querachsmessungen grundsätzlich nichts neues.

Bei den Hochachsmessungen (Abb. 14) ist die Nichtübereinstimmung mit den theoretischen Kurven viel größer als beim Rechteckflügel. Eine Ähnlichkeit besteht nur insofern, als hier die Abweichungen im Strömungsfeld unterhalb der Druckseite des Flügels stärker als auf dem saugseitigen Strömungsfelde sind.

Hinsichtlich der Messungen auf den Längsachsen möge die Besprechung auf die gemittelte Messung von Abb. 17

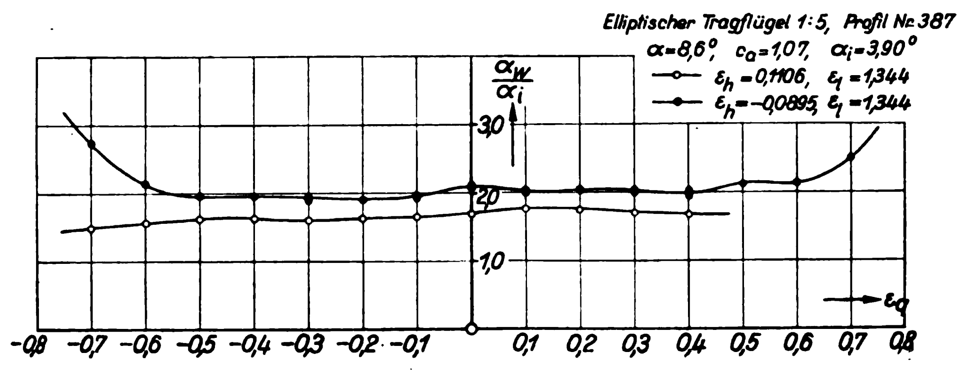


Abb. 13. Elliptischer Flügel: Abwindbeiwerte für 2 Querachsen.

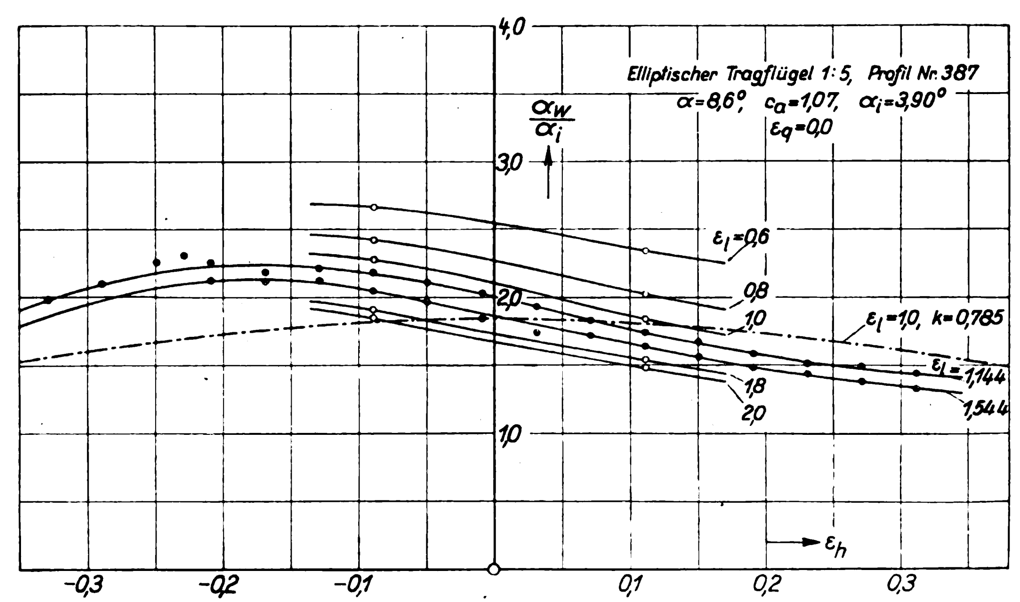


Abb. 14. Elliptischer Flügel: Abwindbeiwerte für 6 Hochachsen in Flügelsymmetrieebene.

Auftriebsverteilung geschlossen werden mußte, die mit der angestrebten elliptischen Auftriebsverteilung nicht in Übereinstimmung war. Ein Vergleich der ohne Turbulenzgitter gemessenen Polare des elliptischen Flügels mit der Polare des Rechteckflügels erhärtete diese Vermutung, da die Polare des elliptischen Flügels weiter rechts im Diagramm als die des Rechteckflügels lag. Es wurde angenommen, daß diese Erscheinung mit den geringen Kennwerten der äußeren Profile des elliptischen Flügels zusammenhing, so daß bei Anwendung eines Turbulenzgitters erwartet werden konnte, daß sich sowohl die Polare als die Abwindwinkel änderten. Es zeigte sich aber bei der Kraftmessung, daß sich die Polare mit Turbulenzgitter von der ohne Turbulenzgitter nur hinsichtlich der maximalen c_a-Werte unterschied. Jedoch trat, wie weiter unten zu ersehen ist, eine Änderung der Abwindbeiwerte auf.

Die »erste Messung« wurde bei $\alpha = -0{,}2^0$, $4{,}5^0$, $8{,}6^0$ und 14^0 durchgeführt, die »Nachmessung« bei den gleichen Anstellwinkeln und $\alpha = -3{,}2^0$.

beschränkt werden, wobei bemerkt sei, daß insbesondere bei den großen Anstellwinkeln $\alpha = 8{,}6$ und 14^0 die erste und zweite Messung fast genau übereinstimmten[20].

Das Diagramm Abb. 17 hat eine gewisse Verwandtschaft mit dem entsprechenden Diagramm (Abb. 9) für den Rechteckflügel. Unterschiede bestehen jedoch in folgendem:

a) Bei dem gleichen Anstellwinkelbereich von -3^0 bis $+14^0$ liegen die einzelnen Kurven weiter auseinander, d. h. der eingeschlossene Abwindwinkelbereich ist größer.

b) Die Kurven liegen höher im Diagramm. Beim Rechteckflügel als auch beim elliptischen Flügel schneidet jeweils die Kurve für den größten Anstellwinkel mit anliegender Strömung die theoretische Kurve (beim Reckteckflügel die theoretische Kurve mit $k = 0{,}865$, beim elliptischen Flügel mit $k = 0{,}785$). Die am höchsten liegende Kurve beim elliptischen Flügel schneidet hierzu die Kurve für die

[20]) Die Winkel $\alpha = -3{,}2^0$ und $\alpha = -0{,}2^0$ wurden im Diagramm Abb. 17 zusammengefaßt, da beide Winkel den gleichen Auftriebsgradienten haben.



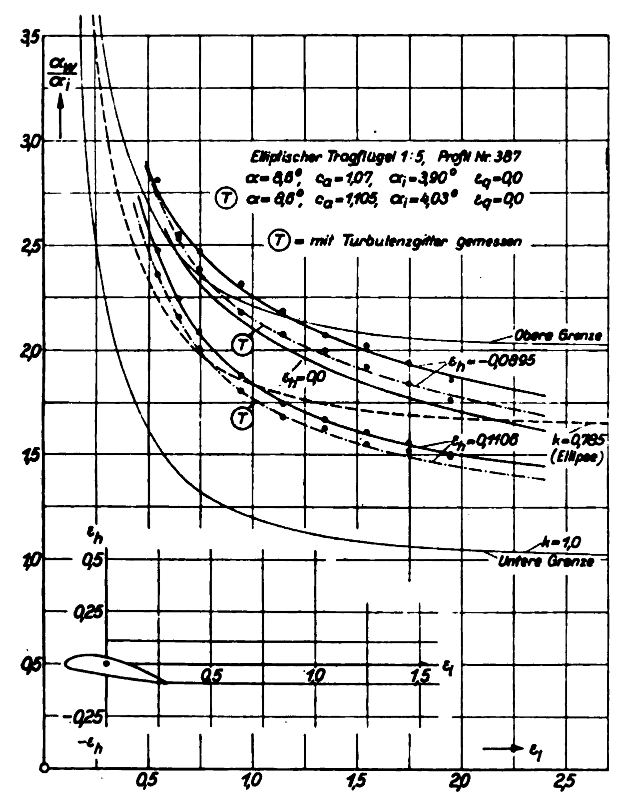


Abb. 15. Elliptischer Flügel: Abwindbeiwerte für 2 Längsachsen in Flügelsymmetrieebene, gemessen mit und ohne Turbulenzgitter.

»obere Grenze« bei $\varepsilon_l = 1{,}2$, während im Falle des Rechteckflügels die am höchsten liegende Kurve die »obere Grenze« nicht erreichte. Die auffallend hohen Werte für Flügelnähe dürften zum Teil auch auf einen Einfluß der Tiefe des Profiles, die in Flügelmitte gleich $\frac{b}{4}$ ist, zurückgeführt werden.

c) Die Kurven liegen steiler.

Erwähnung verdient noch die Abb. 15, die den Einfluß des Turbulenzgitters bzw. den vermutlichen Einfluß eines höheren Kennwertes bei $\alpha = 8{,}6^0$ widergibt. Bei gleichem Anstellwinkel erhält man bei Gegenwart des Turbulenzgitters einen etwas größeren c_a-Wert als ohne Turbulenzgitter. Der Wert $n = d c_a / d \alpha$ ist kleiner. Dementsprechend liegen die Abwindkurven tiefer als beim Modell ohne Turbulenzgitter.

III. Untersuchung über die Lage der Randwirbelkerne beim elliptischen Flügel.

1. Versuchsdurchführung.

Bei dem Flügel mit elliptischem Umriß wurde noch eine Ausmessung der Lage des Randes der Wirbelfläche hinter dem Flügel vorgenommen, die bekanntlich in größerem Abstande hinter dem Flügel mit der Lage der Kerne der Einzelrandwirbel identisch ist. Die Ränder der Wirbelfläche bzw. die Wirbelkerne sind mit Hilfe einer Fadensonde sehr leicht zu erkennen, da dort der Faden der Sonde eine schnelle kegelförmige Drehbewegung ausführt. Diese Drehbewegung führt der Faden allerdings nicht nur in einem Punkte, sondern über einen kreisförmigen Querschnitt mit ungefähr 1 bis 3 cm Durchmesser je nach der Größe des Anstellwinkels aus. Als Lage der Ränder wurde jeweils der Mittelpunkt dieses Kreises angegeben. Das Ergebnis der Messung, die bei 3 Anstellwinkeln durchgeführt wurde, ist in **Abb. 18** und **19** enthalten. Abb. 18 zeigt den Abstand der Randwirbel voneinander. Man erkennt, daß die Randwirbel sich dem durch die Theorie vorgegebenen Abstand $b' = kb$ (vgl. S. 29) asymptotisch nähern. Der Abstand ist etwas kleiner, je größer der Anstellwinkel ist, doch sind die Unterschiede nicht wesentlich. Die Konzentration der flächenhaft

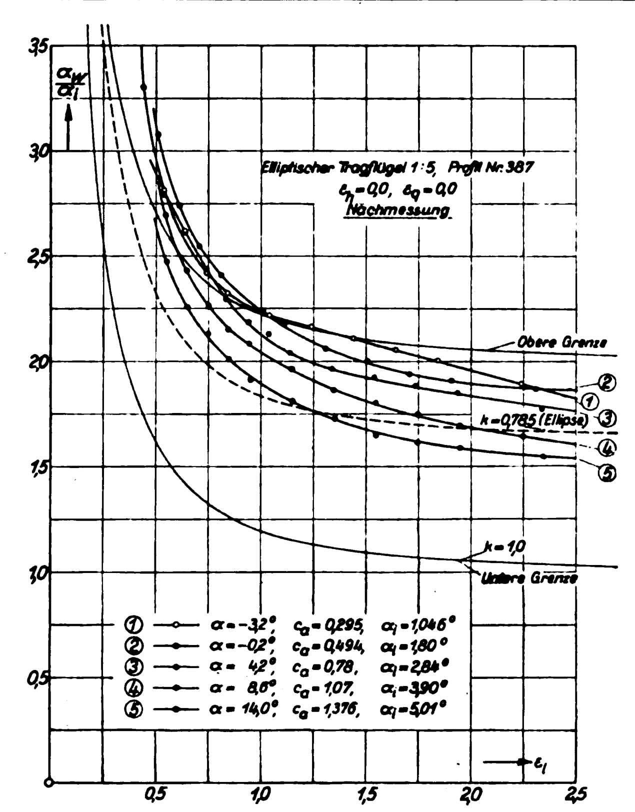
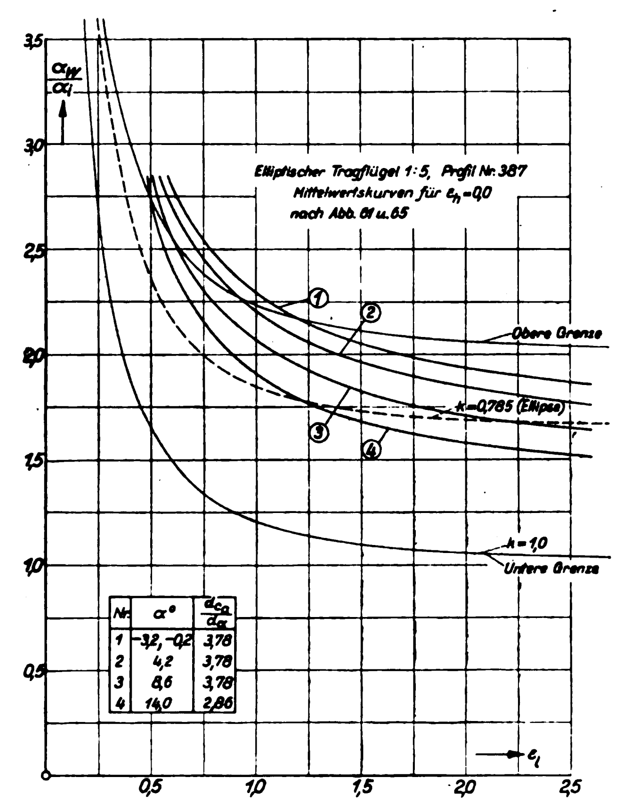


Abb. 16. Elliptischer Flügel: Abwindbeiwerte für die Längsachse durch den Koordinatenursprung bei verschiedenem Anstellwinkel (Nachmessung).



Nr.	α°	$\frac{dc_a}{d\alpha}$
1	−3,2, −0,2	3,78
2	4,2	3,78
3	8,6	3,78
4	14,0	2,86

Abb. 17. Elliptischer Flügel: Abwindbeiwerte für die Längsachse durch den Koordinatenursprung bei verschiedenem Anstellwinkel (Mittelwerte).

verteilten Wirbel in zwei einzelne Randwirbel ist nach einer englischen Untersuchung[21]) etwa bei $\varepsilon_l = 4$ beendet; der theoretische Abstand $b' = 0{,}785\, b$ der Randwirbel ist dabei allerdings, wie Abb. 18 zeigt, noch nicht erreicht. Er beträgt vielmehr etwa $0{,}85\, b$ im Bereiche $\varepsilon_l = 2$ bis 4. Die

[21]). Vgl. Anm. 6.



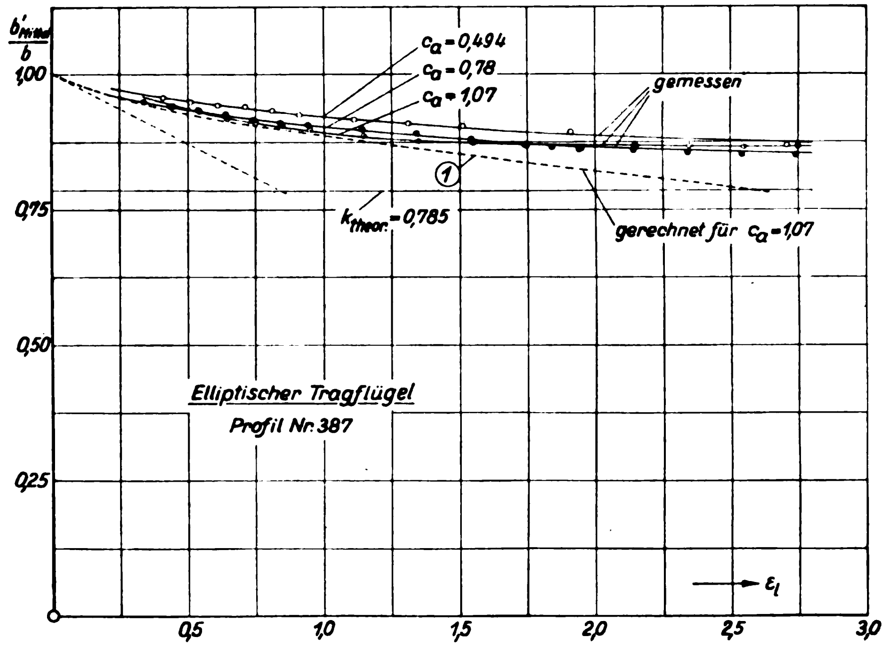


Abb. 18. Abstand der Randwirbel beim elliptischen Flügel.

Abwindbeiwerte müßten demnach tiefer liegen, als es die in die Diagramme der Abwindbeiwerte in Abhängigkeit von ε_l (bei $\varepsilon_h = 0$) eingetragenen theoretischen Kurven angeben. Trüge man die theoretische Kurve der $\frac{\alpha_w}{\alpha_i}$-Werte für $k = 0,85$ in Abb. 17 ein, die um etwa $\frac{\alpha_w}{\alpha_i} = 0,25$ tiefer liegt als die gestrichelt eingetragene Kurve für $k = 0,875$, so würde man jedoch erkennen, daß selbst die Kurve (4) für $\alpha = 14^0$ höher als die theoretische Kurve für $k = 0,85$ liegt.

Abb. 19 zeigt die Höhenabweichung der Lage der Randwirbel von der Längsachse des gewählten Koordinatensystems. Die Betrachtung ergibt folgenden Verlauf: die Randwirbelkurven beginnen genau in der Drucklinie des Flügels, die wegen der ebenen Druckseite des Flügels an den Flügelenden in der Flügelsehne liegt. Der Verlauf der Kurve ist zuerst parabolisch; bei $\varepsilon_l = 1$ bis 2 biegen die Kurven ab, um in Geraden parallel zur Längsachse überzugehen. Der Abstand dieser Parallelen von der Längsachse ist maximal nur etwa gleich der Profildicke in Flügelmitte, also unbedeutend, so daß in dieser Hinsicht die Voraussetzungen des in Strömungsrichtung liegenden Hufeisenwirbels für die Berechnung der Abwindwerte gut erfüllt ist.

2. Vergleich der gemessenen Lage der Randwirbelkerne mit einer theoretischen Berechnung nach Kaden-Betz[22]).

H. Kaden gibt in seiner Dissertation »Aufwicklung einer unstabilen Unstetigkeitsfläche« Ausdrücke für die Lage des Spiralenmittelpunktes einer sich bekanntlich in der Form einer Spirale aufwickelnden Unstetigkeitsfläche an. Die Unstetigkeitsfläche, die sich vertikal zu sich mit konstanter Abwärtsgeschwindigkeit bewegt, ist hierbei nur einseitig begrenzt. Nimmt man jedoch an, daß bei einer genügend breiten bandförmigen Wirbelfläche der Aufrollvorgang an den Rändern der gleiche ist, so können wir uns die Wirbelfläche als durch einen Flügel mit elliptischer Auftriebsverteilung erzeugt denken. Wir können weiter den Mittelpunkt der Spirale mit den Randwirbelkernen, über deren Messung im vorigen Abschnitt berichtet wurde, annähernd identifizieren, da — wie Kaden ebenfalls zeigte — in größerem Abstande hinter dem Flügel die Zirkulation um den Spiralenmittelpunkt derart ist, als wenn nur ein konzentrierter Wirbel vorhanden wäre. Für den Anfang des Aufrollvorganges gilt ebenfalls, daß die Zirkulation um den Spiralenmittelpunkt die gleiche wie um einen Wirbelfaden ist, wenn der Kreis um den Spiralenmittelpunkt, für den die Zirkulation berechnet wird, nicht zu klein ist. Unter diesen Annahmen können wir die Ergebnisse des vorigen Abschnittes mit den Kadenschen theoretischen Aussagen vergleichen.

Der Ausdruck für die Verringerung des Abstandes der Randwirbel voneinander lautet dann

$$\frac{a}{b/2} = 0,68 \left(\frac{c}{b}\right)^{2/3} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

Der Ausdruck für die Erhebung der Randwirbel über den tiefsten Punkt des Wirbelbandes ist

$$\frac{h}{b/2} = 1,04 \left(\frac{c}{b}\right)^{2/3} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

Hierbei ist $a = \frac{b - b'}{2}$ und $c = w\,t$ die Verschiebung der Unstetigkeitsfläche, wenn w die Vertikalgeschwindigkeit der Unstetigkeitsfläche und t die verflossene Zeit ist.

Die Vertikalgeschwindigkeit der Unstetigkeitsfläche eines Flügels mit elliptischer Auftriebsverteilung ist, wenn von der Aufrollung abgesehen wird, in großer Entfernung hinter dem Flügel gleich der doppelten der Störungsgeschwindigkeit am Orte des Flügels:

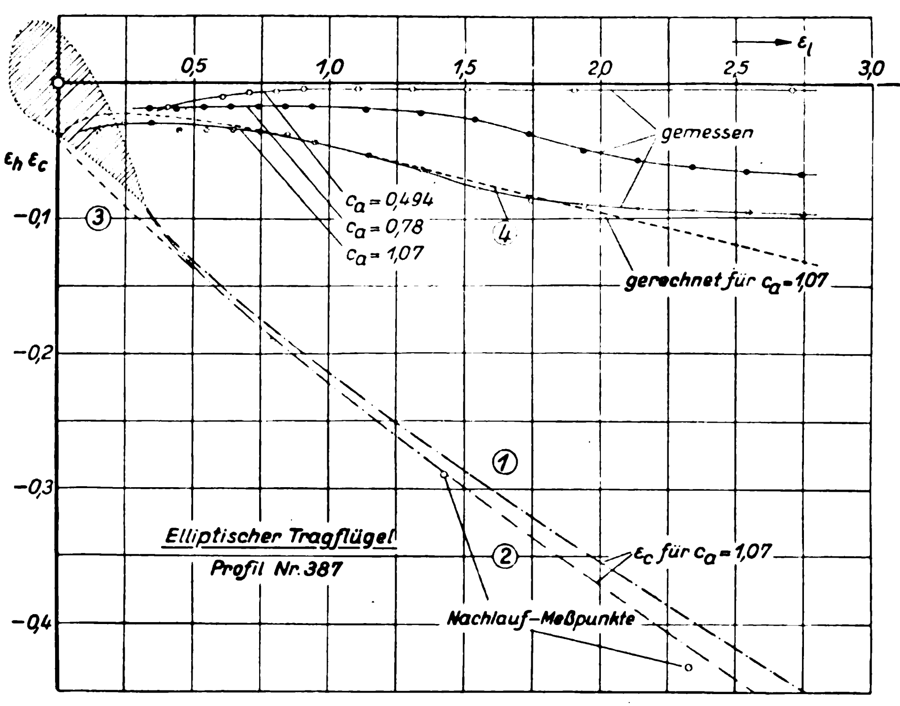


Abb. 19. Höhenlage der Randwirbel beim elliptischen Flügel.

[22]) Siehe Anm. 2.

$$w = 2\,w_0 = 2\,\frac{c_a}{\pi}\,\frac{F}{b^2}\,V_0.$$

Dieser Wert ist in die Ausdrücke (1) und (2) einzuführen, da die vorgegebene Zirkulationsverteilung in der Wirbelfläche im unmittelbaren Zusammenhange mit dieser Größe steht bzw. dieser Wert ein Maß für die Intensität der Wirbelfläche darstellt.

Um die mit diesen Werten zu berechnende theoretische Kurve der Erhebung $\frac{h}{b/2}$ der Randwirbel mit den gemessenen Werten der Lage der Randwirbel vergleichen zu können, wollen wir noch den Scheitelpunkt der Wirbelfläche in der Symmetrieebene des Flügels feststellen, da näherungsweise h von diesem tiefsten Punkte der Wirbelfläche aus ermittelt werden kann. Genauer gilt das nur, solange die Erhebung h sehr klein im Verhältnis zur Breite des Wirbelbandes ist. Dieser Punkt kann einmal meßtechnisch dadurch bestimmt werden, daß die Nachlaufwirbelfläche mit einer Gesamtdrucksonde ausgemessen wird. Die Lage des Minimums der Gesamtdrücke ist mit dem zu bestimmenden Punkt identisch. Die Messung ist — allerdings aus anderen Gründen — für zwei Abstände hinter dem Flügel durchgeführt worden. Ein anderer Weg besteht darin, daß wir mit Hilfe der gemessenen Abwindbeiwerte auf der durch die Flügelhinterkante gehenden Längsachse durch Integration dieser Beiwerte über ε_l die Lage bestimmen. Wir haben, wenn $\frac{\alpha_w}{\alpha_i} = z$ und w die Störungsgeschwindigkeit im Punkte ε_l ist:

$$\alpha_w = \frac{w}{V_0};\; w = \alpha_w\,V_0 = z\,\alpha_i\,V_0;$$

$$c = \int_0^{t_l} w\,d\,t;\; t = \varepsilon_l\,\frac{b/2}{V_0}\;(\text{da } l = V_0\,t),$$

$$\varepsilon_c = \frac{c}{b/2} = \alpha_i \int_0^{\varepsilon_l} z\,d\,\varepsilon_l.$$

Die durch graphische Integration unter Verwendung der z-Werte für $\varepsilon_h = -0{,}09$ der Abb. 15 gefundenen Werte für ε_c sind in Abb. 19 für $c_a = 1{,}07$ eingetragen (Kurve (1)). Bei der Integration wurde von dem Werte $\varepsilon_l = 0{,}32$, dem Werte für die Austrittskante des Profiles, ausgegangen. Durch Einführung der Korrekturen für den endlichen Strahldurchmesser wurde die Kurve (2) der Abb. 19 ermittelt.

Man sieht, daß die durch Ausmessung des Nachlaufes gemessenen ε_c-Werte mit den so berechneten ε_c-Werten sehr gut übereinstimmen. Die kleine Abweichung des Meßpunktes bei $\varepsilon_l = 2{,}33$ rührt davon her, daß bei größeren Abständen genauer die z-Werte einer bei $\varepsilon_h = -0{,}4$ liegenden Längsachse hätten genommen werden müssen. Die gute Übereinstimmung der Werte läßt im übrigen auf die gute Brauchbarkeit der angewandten Abwindwinkelmeßmethode schließen. Im Bereiche $\varepsilon_l = 0$ bis $0{,}5$ wurde schließlich die so gefundene Kurve auf den Punkt der tragenden Linie in der Flügelsehne extrapoliert, um den Verhältnissen an den Flügelspitzen besser zu entsprechen (Kurve (3)).

Die nach der Kaden-Betzschen Theorie berechnete Kurve (4) stimmt dann sehr genau mit der gemessenen Kurve bis etwa $\varepsilon_l = 2{,}0$ überein. In dieser Gegend schwenkt die gemessene Kurve allmählich in eine Parallele zur Längsachse über. Vielleicht ist die Annahme berechtigt, daß in diesem Punkte der Aufrollvorgang beendet ist.

H. Kaden gibt in seiner Dissertation einen anderen Punkt für die Beendigung des Aufrollvorganges an. Er geht hierbei von der Voraussetzung aus, daß die Aufrollgeschwindigkeit, d. h. die Geschwindigkeit, mit der die Ränder des Wirbelbandes sich der Tragflügelmitte nähern, also die Größe

$$u = \frac{d\,a}{d\,t}$$

ihren Anfangswert beibehält, bis die Strecke

$$a_{\max} = \frac{b - b'}{2}$$

zurückgelegt ist.

In Abb. 18 gibt Kurve (1) die nach Ausdruck (1) von Seite 36 berechneten Werte der Lage der Randwirbel für $c_a = 1{,}07$ wieder. Diese theoretische Kurve stimmt nur in Flügelnähe einigermaßen mit den experimentell ermittelten Werten überein. Bei konstanter Aufrollgeschwindigkeit wäre der Weg der Randwirbel durch eine Tangente im Anfangspunkt der theoretischen Kurve (1) gekennzeichnet. Der Schnittpunkt der Tangente mit der Parallelen zur Abszissenachse, die die theoretische Endlage der Randwirbel bezeichnet, ergäbe dann den Punkt, in dem der Aufrollvorgang beendet ist. Er liegt nach Kaden bei $\varepsilon_l = 0{,}568 \cdot \frac{b^2}{F} \cdot \frac{1}{c_a}$ [23]), also bei $\varepsilon_l = 2{,}65$ für $c_a = 1{,}07$.

Wir erhalten also eine befriedigende Übereinstimmung mit dem aus Abb. 19 entnommenen Werte $\varepsilon_l = 2{,}0$.

IV. Zusammenfassung.

Der Abwind hinter einem Tragflügel kann aus dem Wirbelsystem, durch das der Tragflügel ersetzt werden kann und das dieser erzeugt, berechnet werden. Hierbei wird der tatsächliche Ablauf des Aufrollvorganges des freien Wirbelbandes außer acht gelassen es können nur Grenzen für die Abwindbeiwerte mit den Annahmen, daß entweder kein Aufrollen stattfindet, oder die ausgebildeten Randwirbel unmittelbar an der tragenden Linie ansetzen, angegeben werden. Die tatsächlichen Abwindbeiwerte liegen beim Rechteckflügel mehr in der Größenordnung der Werte, die mit den unmittelbar am Flügel beginnenden ausgebildeten Randwirbel berechnet werden können. Hierbei ist eine Abhängigkeit vom c_a-Wert vorhanden: die auf den induzierten Anstellwinkel bezogenen Abwindbeiwerte werden mit wachsendem c_a kleiner.

Letzteres gilt in noch stärkerem Maße für den elliptischen Flügel. Bei diesem erreichen die Abwindbeiwerte bei kleinen Anstellwinkeln bereits die Größe der durch das nicht aufgerollte Wirbelband gegebenen, falls man nicht weiter als etwa das 1,5fache der Halbspannweite vom Flügel stromabwärts entfernt ist.

Die Ausmessung der Lage der Randwirbelkerne beim elliptischen Flügel zeigte, daß die Kerne sich erst in sehr großer Entfernung dem theoretischen Werte nähern.

[23]) Unter Berücksichtigung eines Faktors 3,2, um den die Kadenschen Werte irrtümlich zu klein angegeben worden sind.

Über Messungen von Wirbelfrequenzen.

Von H. Blenk, D. Fuchs, F. Liebers.

Bericht 35/01 der Deutschen Versuchsanstalt für Luftfahrt, E. V., Berlin-Adlershof.

Manche Flugzeugteile können durch die Folge der sich von ihnen ablösenden Luftwirbel oder wegen ihrer Lage in der Wirbelstraße eines anderen Bauteiles zum Schwingen angeregt werden. Zur Untersuchung dieser Frage wurden einfache Messungen im Wind- und Wasserkanal vorgenommen mit dem Ziel, die Frequenz der Wirbel hinter Körpern verschiedenen Querschnitts in Abhängigkeit von Geschwindigkeit und Anstellwinkel festzustellen.

Gliederung.

1. Anlaß zur Untersuchung.

Bei der Untersuchung der Schüttelschwingungen an Höhenleitwerken[1]) hat sich ergeben, daß diese Schwingungen durch Auftreten einer Resonanz zwischen der Wirbelfrequenz im Störungsgebiet des Tragflügels und der Eigenfrequenz des Höhenleitwerks sehr gefährlich werden können. Da es sich besonders bei Tiefdeckern kaum vermeiden läßt, daß das Höhenleitwerk bei großen Anstellwinkeln in den Störungsbereich des Flügels gerät, muß man wenigstens dafür sorgen, daß der Resonanzfall vermieden wird.

Auch für Luftschraubenschwingungen kann die Wirbelablösung am Luftschraubenprofil Bedeutung haben, da ihre Frequenz in die gleiche Größenordnung fällt wie die der Torsionsschwingungen des Luftschraubenblattes[2]). Eine nähere Untersuchung über diese Zusammenhänge steht noch aus.

Ferner dürfte in manchen Fällen die Übereinstimmung der Eigenfrequenz von Streben, Stoßstangen an den Querrudern und von ähnlichen Bauteilen mit der Frequenz der sich von diesen Körpern ablösenden Wirbel Ursache für beobachtete Schwingungen gewesen sein.

Zur Untersuchung der verschiedenen genannten Fälle ist es erforderlich, die Wirbelfrequenz hinter aerodynamischen Profilen in Abhängigkeit vom Anstellwinkel festzustellen. Soweit bei der Durchführung der hier beschriebenen Versuche bekannt war, waren bisher nur an Kreiszylindern und senkrecht in der Strömung stehenden Platten Untersuchungen des Wirbelgebietes durchgeführt worden, meist im Zusammenhang mit der v. Kármánschen Theorie der Wirbelstraße[3]). Erst nach Abschluß dieser Versuche bekamen wir durch einen Zufall Kenntnis von früheren englischen Versuchen ähnlicher Art[4]).

[1]) H. Blenk, H. Hertel und K. Thalau, Die deutsche Untersuchung des Unfalls bei Meopham (England), Z. Flugtechn. Motorluftsch. Bd. 23 (1932), S. 73 ff.

[2]) F. Liebers, Versuche über Luftschraubenschwingungen, Z. Flugtechn. Motorluftsch. Bd. 23 (1932) Nr. 9, S. 251-259.

[3]) Vgl. z. B. Handbuch d. Experimentalphysik von W. Wien und F. Harms Bd. IV, 1. Teil, S. 165 (Leipzig 1931). Dort findet sich auch ein Hinweis auf die Orginalarbeit von v. Kármán und Rubach: Phys. Z. Jg. 13 (1912), S. 49.

[4]) E. Tyler, Vortex Formation behind Obstacles of Various Sections. Phil. Mag. April 1931.

2. Beschreibung der Versuchsmethoden.

Die Untersuchungen wurden auf zwei verschiedenen Wegen durchgeführt. Zunächst wurden im Instrumentengebläse[5]) der DVL die Wirbelfrequenzen hinter verschiedenen Profildrähten durch Abhören bestimmt. Durch richtige Wahl der Drahtstärke und der Geschwindigkeit kann man die Wirbelfrequenzen in den hörbaren Frequenzbereich bringen und durch Vergleichen mit einem bekannten Ton festlegen. Als Vergleichsgerät wurde ein Audiometer benutzt, das von der Abteilung für Funkwesen und Elektrotechnik entwickelt war und zur Verfügung gestellt wurde. Die Hauptschwierigkeit bei diesen Versuchen bestand darin, den durch die Wirbelablösung entstehenden Ton aus dem Windkanalgeräusch herauszuhören. Dies gelang im allgemeinen gut, wenn der Ton zwischen 1000 und 6000 Hertz lag. Eine Kontrolle dafür, daß es sich bei dem abgehörten Ton wirklich um die Wirbelfrequenz hinter dem Profildraht handelte, ergab sich dadurch, daß bei Störung der Strömung durch Abschirmung des Profildrahtes der Ton verschwand.

Wie die gewonnenen Ergebnisse zeigen werden, war es nicht möglich, bei allen Anstellwinkeln der Profildrähte einwandfreie Töne festzustellen. Da die Ursache dieser Erscheinung nicht klar ersichtlich war, erschien es wünschenswert, einen besseren Einblick in die Wirbelablösung auf anderem Wege zu gewinnen. Zu diesem Zwecke stand ein kleiner Wasserkanal zur Verfügung, der beim Lehrstuhl Professor Hoff an der T. H. Berlin zu Demonstrationsversuchen benutzt wurde. In der üblichen Weise wurde Aluminiumpulver auf die Oberfläche des Wassers gestreut, so daß der Verlauf der Stromlinien und die Wirbelbildung an den hineingestellten Widerstandskörpern sichtbar wurden. Bei diesen Versuchen, die zunächst nur qualitative Bedeutung haben sollten, zeigte es sich, daß trotz der rohen Versuchsmethode auch zahlenmäßig brauchbare Ergebnisse erzielt werden konnten. Es sei jedoch an dieser Stelle bereits ausdrücklich darauf hingewiesen, daß die Ergebnisse keinen Anspruch auf große Genauigkeit machen können.

Der Antrieb des Wasserkanals erfolgte durch einen kleinen Elektromotor. Die Geschwindigkeit des Wasserkanals wurde in Abhängigkeit von der Drehzahl der Schaufeln in der Weise bestimmt, daß möglichst gut eintauchende Schwimmkörper über eine konstante Meßstrecke gestoppt wurden. Auf das Geschwindigkeitsprofil, das sich übrigens auf der kurzen Strecke des Kanals bereits stark änderte, konnte keine Rücksicht genommen werden. Auch die Nähe des keineswegs einwandfreien Einlaufs mußte unbeachtet bleiben. Nur verhältnismäßig kleine Versuchskörper konnten also einigermaßen einwandfreie Meßergebnisse liefern. Die Genauigkeit der aus vielen Einzelmessungen gemittelten Ergebnisse im Wasserkanal beträgt etwa 10%.

3. Versuchsergebnisse.

a. Zylinder

Um die Genauigkeit unserer Versuchsmethoden praktisch festzustellen, wurden zunächst Kreiszylinder untersucht, deren Verhalten aus der Literatur[3]) bekannt ist. Abb. 1 zeigt die Ergebnisse der Versuche im Windkanal, bei denen die Frequenzen durch Abhören der entstehenden

[5]) Die Messungen stammen aus dem Jahre 1931/32.



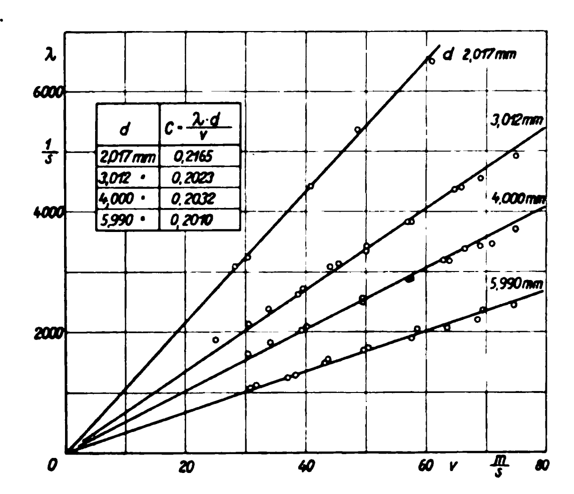


Abb. 1. Zylinder verschiedenen Durchmessers d im Windkanal: Wirbelfrequenzen λ in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit v.

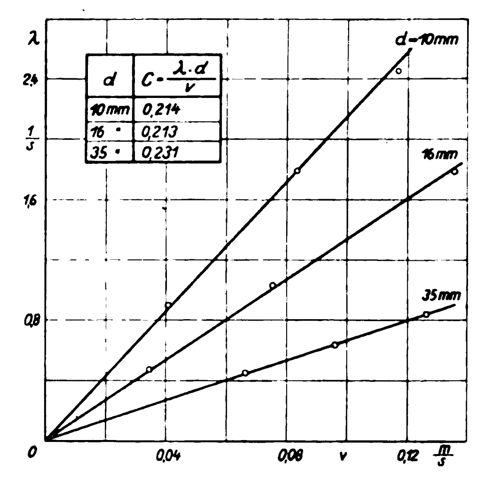


Abb. 2. Zylinder verschiedenen Durchmessers d im Wasserkanal: Wirbelfrequenzen λ in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit v.

Töne festgestellt wurden. Hier bedeutet v die Windgeschwindigkeit, d den Zylinderdurchmesser und λ die sekundliche Frequenz. Man erkennt, daß die dimensionslose Größe

$$C = \frac{\lambda \cdot d}{v}$$

nahezu konstant ist. Nur bei dem kleinsten Draht von 2 mm Dmr. ergibt sich eine Abweichung von 7% gegenüber dem Mittel der Werte C der drei dickeren Drähte. Die letzteren streuen ½% gegen ihr Mittel $C = 0{,}2022$. Kármán und Rubach fanden $C = 0{,}202$ für einen Zylinder von 1,5 cm Dmr. im Wasserkanal. Die Übereinstimmung ist also hier recht gut.

Abb. 2 gibt die gleichen Ergebnisse für den Wasserkanal. Jeder Meßpunkt ist hier durch Mittelbildung aus 10 Einzelmessungen gewonnen, bei denen je 20 bis 100 Wirbel gezählt wurden. Die Konstante C stimmt für die beiden kleineren Zylinderdurchmesser gut überein: $C = 0{,}213$. Für den Zylinder von 35 mm Dmr. ist offenbar schon ein merklicher Einfluß des Kanalrandes bemerkbar (Kanalbreite = 205 mm), so daß man diese Messung ausschalten muß. Auch der für die kleineren Zylinder bestehende Unterschied gegenüber dem kleineren Werte C aus den Windkanalversuchen dürfte zum Teil aus derselben Ursache stammen. Die Abweichung beträgt rd. 6%.

Einen unmittelbaren Vergleich der Windkanal- mit den Wasserkanalergebnissen kann man allerdings nicht durchführen, da die Reynoldsschen Zahlen in beiden Fällen verschieden sind. In Abb. 3 sind sämtliche Zylindermessungen über der Reynoldsschen Zahl aufgetragen. Die Wasserkanalversuche liegen bei kleineren Reynoldsschen Zahlen als die Windkanalversuche. Eine gemeinsame Ausgleichskurve ergibt ein langsames Abfallen der Konstante C mit wachsender Reynoldsschen Zahl R. (Außerdem enthält

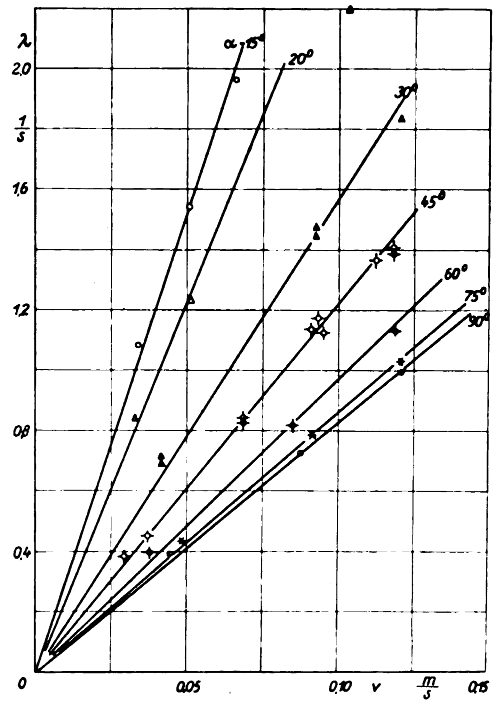


Abb. 4. Platte (20,6 · 1,1 mm²) im Wasserkanal bei verschiedenen Anstellwinkeln α: Wirbelfrequenzen λ in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit v.

Abb. 3 englische Meßergebnisse, auf die weiter unten zurückgekommen wird.)

b. Platten

Es wurden drei Platten gleicher Dicke $t = 1{,}1$ mm und verschiedener Breite $b = 10{,}1$; 20,6 und 29,8 mm und zwei Platten gleichen Seitenverhältnisses 1:5 (29,9 · 5,76 und 9,97 · 1,91 mm²) im Wasserkanal untersucht. Als Beispiel zeigt Abb. 4 die Meßergebnisse für die Platte 1,1 · 20,6 mm². Auch hier ergibt sich für jeden Anstellwinkel α eine konstante Größe

$$C = \frac{\lambda \cdot b}{v},$$

wenn auch die Meßgenauigkeit nicht ganz so gut ist wie bei den Zylinderversuchen. Der Einfluß der Plattenbreite ist verhältnismäßig gering, wie man besonders aus Abb. 5 erkennt. In dieser

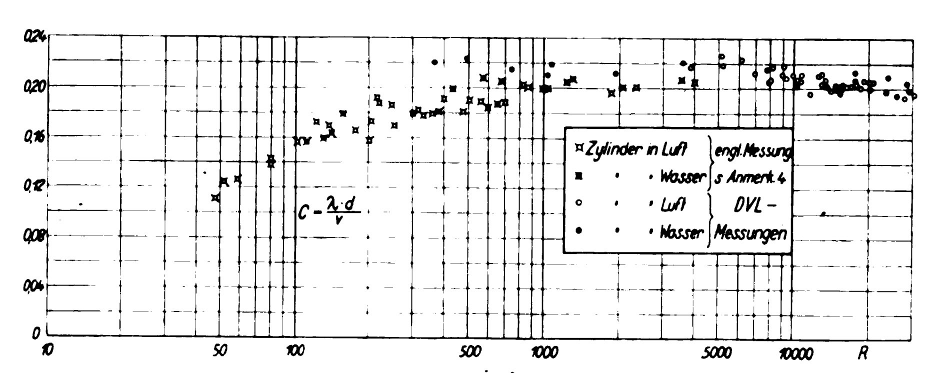


Abb. 3. Zylinder im Wind- und Wasserkanal: $C = \frac{\lambda \cdot d}{v}$ in Abhängigkeit von der Reynoldsschen Zahl R.

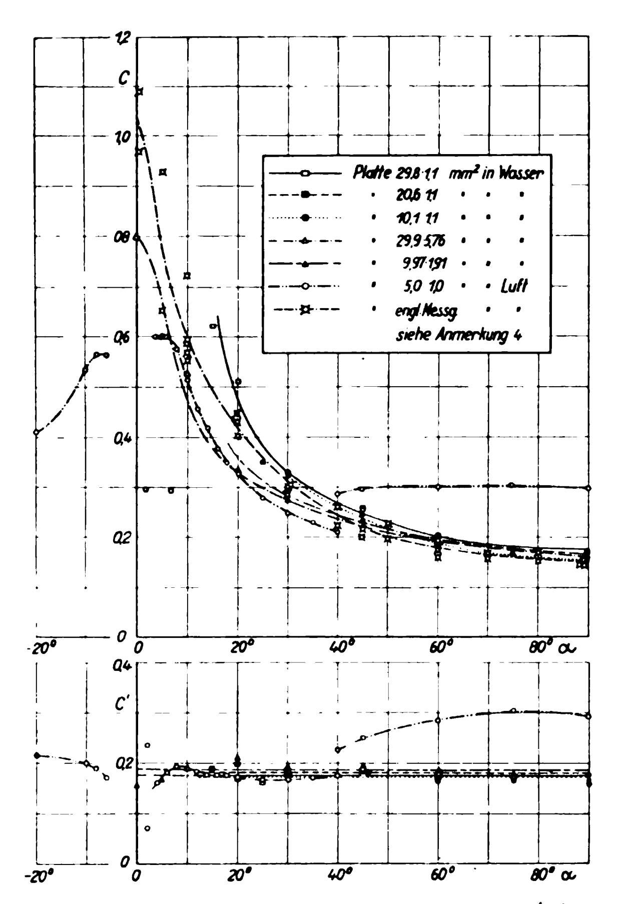


Abb. 5. Platten im Wind- und Wasserkanal: $C = \frac{\lambda \cdot b}{v}$ und $C' = \frac{\lambda \cdot p}{v}$ in Abhängigkeit vom Anstellwinkel α.

Abbildung ist die Größe C über dem Anstellwinkel aufgetragen. Außer C ist noch eine Konstante

$$C' = \frac{\lambda \cdot p}{v}$$

(siehe unteren Teil von Abb. 5) eingetragen, wobei p die Projektion des Profils auf die zur Strömung senkrechte Richtung bedeutet. Bezeichnet b die Breite und t die Dicke der rechteckigen Platten, so ist also

$$p = b \cdot \sin \alpha + t \cdot \cos \alpha.$$

Aus Abb. 5 ergibt sich, daß die Konstante C' nahezu unabhängig vom Anstellwinkel ist: $C' = 0{,}18$ im Mittel für die verschiedenen Platten. Das bedeutet, daß die Breite der hinter einem Widerstandskörper entstehenden Wirbelschicht im wesentlichen nur von der Breite der Stirnfläche abhängt, oder — wie man auch sagen kann — daß die statt auf die Breite des Widerstandskörpers auf seine Projektion in Strömungsrichtung bezogene Wirbelfrequenz eine Konstante ist.

Bei der großen Platte ($29{,}9 \cdot 5{,}76$ mm²) ist es gelungen, die Messungen bis zum Anstellwinkel 0° durchzuführen, was bei den anderen Platten nicht möglich war.

Abb. 5 enthält schließlich das Ergebnis für eine Platte von $5 \cdot 1$ mm², die im Windkanal untersucht wurde. Auffallend ist der Sprung bei 40°, der sich bemerkbar machte bei Annäherung an diesen Winkel einmal von kleineren, einmal von größeren Winkeln her. Eine stichhaltige Erklärung für diese Erscheinung ist nicht anzugeben.

c. Profile

Zur Untersuchung der Wirbelfrequenzen für aerodynamische Profile wurden die Göttinger Profile 387, 409, 411 ausgewählt. Profil 387 ist ein unsymmetrisches Flügelprofil, Profil 409 ein symmetrisches Profil mit abgerundeter

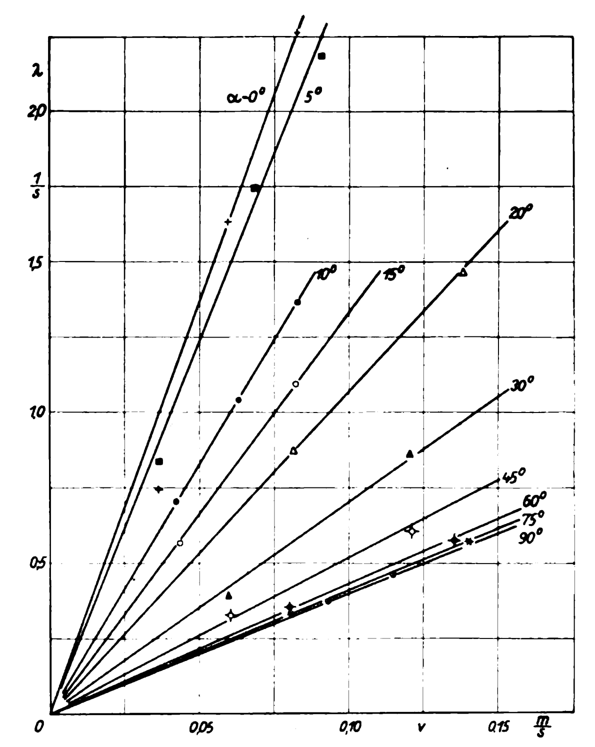


Abb. 6. Unsymmetrisches Flügelprofil Göttingen 387 bei verschiedenen Anstellwinkeln α im Wasserkanal: Wirbelfrequenzen λ in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit v.

Vorderkante, Profil 411 ist ebenfalls symmetrisch, hat jedoch eine scharfe Vorderkante.

Als Beispiel der im Wasser durchgeführten Versuche enthält Abb. 6 für Profil 387 die gemessenen Wirbelfrequenzen bei verschiedenen Anstellwinkeln und Geschwindigkeiten. Die Ergebnisse unterscheiden sich nur unwesentlich von den entsprechenden Werten für Platten. Bei den kleinen Anstellwinkeln ist die Unsicherheit der Messungen am größten. Das gleiche gilt für Anstellwinkel in der Nähe von 30°. Woher diese Unsicherheit kommt, ist nicht anzugeben.

Die Abb. 7 enthält wieder die Werte C und C' in Abhängigkeit vom Anstellwinkel. b ist hier die Profiltiefe. Auch bei den Profilen ist C' nahezu unabhängig vom Anstellwinkel: $C' = 0{,}21$. Auffällig ist, daß C' für die Profile dem entsprechenden Wert für Zylinder näherkommt, als dem für ebene Platten.

Immerhin sind aber die Unterschiede in den Werten C' für die recht verschiedenen Widerstandskörper, Zylinder, Platten, Profile, nicht größer als rd. 16%. Bei erster Betrachtung kann man also sagen, daß die Frequenz der Wirbel hinter einem Widerstandskörper zur Hauptsache von der Größe seiner Stirnfläche und sehr viel weniger von seiner Gestalt abhängt.

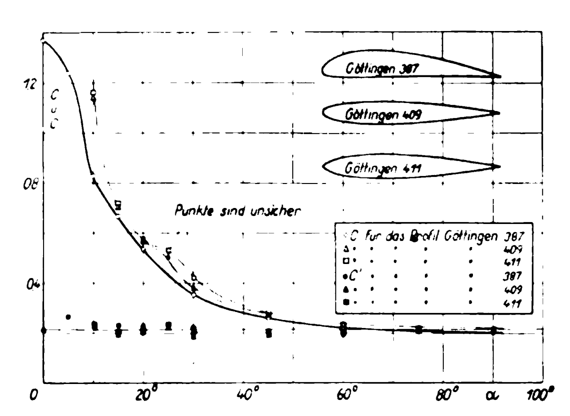


Abb. 7. Profile Göttingen 387; 409; 411 im Wasserkanal: $C = \frac{\lambda \cdot b}{v}$ und $C' = \frac{\lambda \cdot p}{v}$ in Abhängigkeit vom Anstellwinkel α.



4. Vergleich mit englischen Messungen.

Wie schon eingangs erwähnt, wurden nach Ausführung der Messungen englische Versuche[4]) bekannt, die hier zum Vergleich herangezogen werden können. Es handelt sich dabei um verschiedene Methoden, die teils mit den hier beschriebenen übereinstimmen, teils auf der Anwendung von Hitzdrähten und entsprechenden elektrischen Schaltungen beruhen. Bei den Zylindern, die bei kleineren Reynoldsschen Zahlen als bei uns gemessen wurden, ergibt sich etwa für $R = 1000$ ein ganz guter Anschluß, Abb. 3. Die Streuung der ermittelten Werte ist ungefähr ebenso groß wie bei unseren Messungen. Für die Plattenmessungen (Abb. 5) und die Profilmessungen (Abb. 8) gilt ähnliches. Es ist nur bemerkenswert, daß bei den englischen Messungen für große Anstellwinkel die Ausgleichskurven für Platten und Profile übereinstimmen im Gegensatz zu unseren Ergebnissen.

5. Zusammenfassung.

Ausgehend von der Tatsache, daß die Bestimmung der Wirbelfrequenz hinter Profilen für verschiedene Probleme (Leitwerkschütteln, Luftschraubenschwingungen, Schwingungen von Streben, Queerrudergestänge usw.) wichtig ist, werden Versuche beschrieben, die in der DVL im Wind- und Wasserkanal angestellt wurden. Die Untersuchungen erstrecken sich auf Kreiszylinder, rechteckige Platten verschiedenen Seitenverhältnisses und Profile, wobei besonders die Abhängigkeit vom Anstellwinkel berücksichtigt wurde. Die Ergebnisse werden in Schaubildern dargestellt. Es ergibt sich dabei, daß man eine dimensionslose Größe

$$C' = \frac{\lambda \cdot p}{v}$$

(λ = Wirbelfrequenz, p = Projektion des Widerstandsprofiles in Richtung senkrecht zur Strömung, v = Geschwindigkeit) nahezu unabhängig vom Anstellwinkel finden kann. Diese Größe liegt für Zylinder bei rd. 0,207, für Flügelprofile bei etwa 0,21, für rechteckige Platten bei etwa 0,18. Die Fehler der Messungen haben im ungünstigen Fall die Größenordnung von etwa 10 bis 15%, was auf die primitive

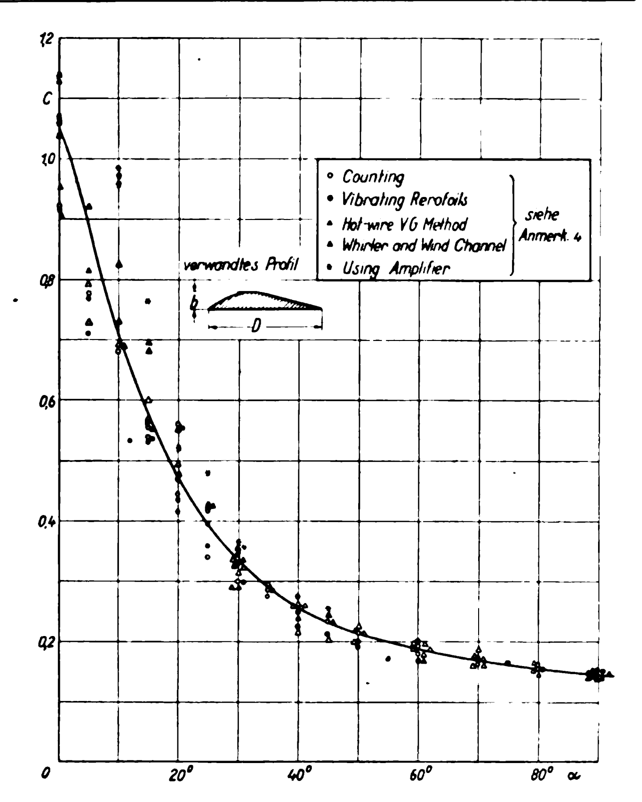


Abb. 8. Flügelprofil im Wind- und Wasserkanal nach englischen Messungen: $C = \frac{\lambda \cdot b}{v}$ in Abhängigkeit vom Anstellwinkel α.

Versuchsanordnung zurückzuführen ist. Es wäre deswegen nicht überflüssig, die gleichen Messungen mit geeigneteren Versuchsanordnungen zu wiederholen. Zum Schlusse wird auf englische Messungen hingewiesen und gezeigt, daß deren Streuungen etwa gleich groß sind und die Übereinstimmung teilweise befriedigend ist.

Versuche mit Kugeln betreffend Kennzahl, Turbulenz und Oberflächenbeschaffenheit.

Von S. Hoerner.

Bericht 35/02 der Deutschen Versuchsanstalt für Luftfahrt, e. V., Berlin-Adlershof[1]).

Die Kugel ist »einer der sowohl in strömungswissenschaftlicher als auch in meßtechnischer Hinsicht aufschlußreichsten Versuchskörper« [1].

Wegen ihrer Kennzahlempfindlichkeit wird die Kugel als Turbulenzanzeiger verwendet. Um dieses Anzeigeverfahren zu prüfen, wurden nähere Untersuchungen betreffend Aufhängung und Oberflächenbeschaffenheit der Kugel im Windkanal durchgeführt. Als Ergänzung hierzu wurden Versuche in freier Luft mittels Kraftwagen und Flugzeug vorgenommen. Im Laufe der Untersuchungen ergaben sich wertvolle Erkenntnisse über die notwendige Oberflächenbeschaffenheit widerstandsarmer Körper.

Gliederung.

1. Grundlagen.

a) Über Widerstandskörper allgemein.

In nichtzäher Flüssigkeit würde nach den Gesetzen der reibungsfreien Potentialströmung an der Rückseite angeströmter Körper sich die Strömung wieder entsprechend schließen, wie sie sich an der Vorderseite auseinanderteilt. An der Rückseite würde sich dabei der gleiche Überdruck (Staudruck) ergeben wie an der Vorderseite, und es wäre ein Widerstand nicht vorhanden.

In zähen Flüssigkeiten bildet sich entlang der Oberfläche der Körper eine Reibungs- oder Grenzschicht, d. i. eine Schicht verminderter Geschwindigkeit. Dem durch die Reibung verursachten Impulsverlust der Grenzschicht entspricht der reine Reibungswiderstand.

An Widerstandskörpern hat die Grenzschicht eine meist wichtigere Wirkung: sie leitet nach der Prandtlschen Grenzschichttheorie [4] [5] eine Ablösung der Strömung von der Rückseite der Körper ein.

An den seitlichen Oberflächenteilen der Körper herrscht ein Unterdruck, dessen Größe nach dem Bernoullischen Gesetz mit der Umströmungsgeschwindigkeit verbunden ist. Je nach der Körperform ist daher der Unterdruck verschieden groß. Bei einer senkrecht angeblasenen dünnen Scheibe (Abb. 1a) ist er beispielsweise sehr hoch (theoretisch unendlich hoch). Gering ist dagegen Umströmungsgeschwindigkeit und Unterdruck an schlanken Körpern.

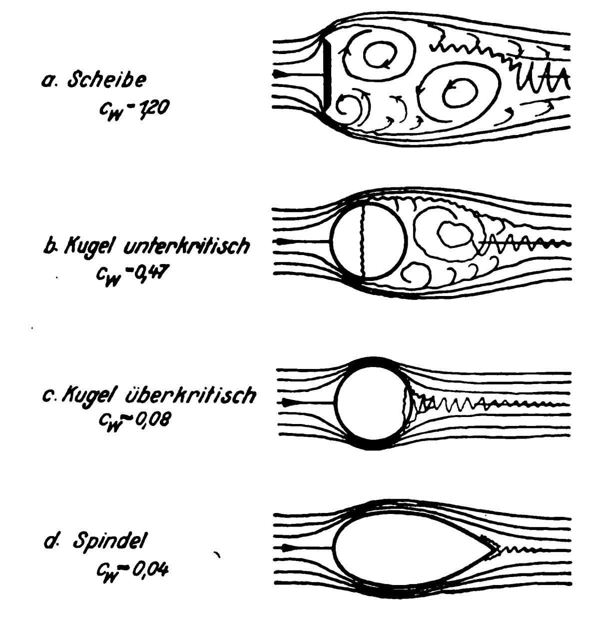


Abb. 1. Strömungsbild verschiedener Widerstandskörper.

In reibungsfreier Flüssigkeit würde der Oberflächendruck zum rückwärtigen Staupunkt hin von einem gegenüber der ungestörten Strömung negativen Betrage auf einen positiven Höchstwert (Staudruck) zunehmen. In Wirklichkeit reicht aber die durch Reibung verminderte Bewegungsenergie der Grenzschicht nicht aus, diesen Druckanstieg ganz zu überwinden. Die Geschwindigkeit der Grenzschicht wird vielmehr durch den Gegendruck weiter vermindert; unter Umständen kommen die in der Schicht strömenden Luftteilchen sogar zum Stillstand. Sie bewirken durch ihre Ansammlung, daß sich die Strömung von der Rückseite des Körpers ablöst; Kräfte, welche die Stromfäden in den entstehenden Totraum hineinlenken, sind nicht vorhanden. — Die zum Stillstand gebrachten Grenzschichtteile werden durch Vermischung mit der äußeren Strömung in einzelnen Wirbelballen durch diese fortgespült.

Der Wiederanstieg des Druckes an der Körperrückseite ist der Geschwindigkeitsverminderung der Grenzschicht bzw. der Ablösung der Strömung entsprechend vermindert. Der Totraum nimmt ungefähr den Druck der angrenzenden Stromfäden an (vgl. für die Kugel in Abb. 2). Der daraus folgende Luftwiderstand wird als Druck- oder Formwiderstand bezeichnet. Die Grenzschicht bedingt also nicht nur den reinen Reibungswiderstand, sie ist vielmehr das »Relais« zu dem an wirklichen Körpern sehr oft unvergleichlich größeren Formwiderstand.

Die durch Versuche gefundene Körperform geringsten Luftwiderstandes ist die Spindel (Abb. 1d). Ihr Widerstandsbeiwert beträgt (bezogen auf Spantfläche) $c_w \approx 0{,}05$, d. i. etwa 4% desjenigen der Scheibe nach Abb. 1a. Der Druckanstieg an der Rückseite wird bei der Spindel überwunden durch stetige und langsame Verjüngung, wie das in gleicher Weise z. B. bei Diffusoren vorgeschrieben ist, wenn das Abreißen der Strömung vermieden werden soll. Die

[1]) Ein Teil der Versuche wurde im Flugtechnischen Institut der Technischen Hochschule Braunschweig durchgeführt [2].



Grenzschicht bezieht durch Vermischung nur nach und nach aus der ungestörten Strömung die zur Überwindung des Druckanstieges notwendige Bewegungsenergie.

b) Grenzschichtverhalten der Kugel.

In Abb. 2 ist die potentialtheoretische Druckverteilung der angeströmten Kugel enthalten. Im Äquator herrscht der Unterdruck — $1{,}25 \cdot q$. Den Wiederanstieg des Druckes auf $+ 1 \cdot q$ im rückwärtigen Staupunkt macht in Wirklichkeit die Grenzschicht nicht mit. Die Strömung löst sich vielmehr zunächst ganz von der Kugelrückseite ab (Abb. 1b).

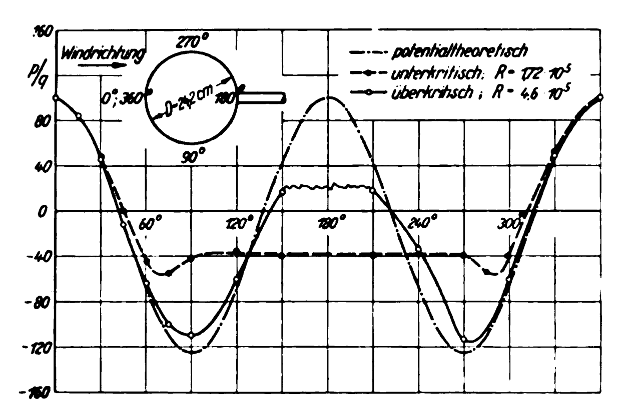


Abb. 2. Druckverteilung der angeströmten Kugel nach Flachsbart [3].

Durch Untersuchungen Eiffels [6] und Prandtls [7] wurde bekannt, daß bei einer bestimmten, der kritischen Kennzahl sich die Strömung nahezu wieder an die Kugelrückseite anlegt (Abb. 1c).

Die Grenzschichttheorie erklärt diese Erscheinung aus dem Turbulentwerden der Grenzschicht. Die Wirkung dieses Vorganges auf den Widerstand in Strömungsrichtung liegender Platten ist bekannt: der Reibungswiderstand geht im kritischen Kennzahlbereich vom unterkritischen laminaren auf den für turbulente Grenzschicht höheren überkritischen Verlauf über. Der Grund hierfür liegt darin, daß in turbulenter Strömung durch Vermischung ein starker Energieaustausch zwischen benachbarten Schichten stattfindet. Es wird auf diese Weise durch die Grenzschicht die äußere Strömung stärker beeinträchtigt.

Im Falle der Kugel wird umgekehrt die turbulente Grenzschicht stärker von der äußeren Strömung angetrieben, so daß sie mit einem gegenüber dem laminaren Zustand bedeutend größeren Inhalt an Bewegungsenergie den vom Kugeläquator ab erfolgenden Druckanstieg anzugreifen vermag. Der Ablösungspunkt wird auf die Kugelrückseite hinausgeschoben (Abb. 1c).

Der an der Kugelrückseite herrschende Druck steigt im kritischen Kennzahlbereich von einem gegenüber der ungestörten Strömung negativen unterkritischen Betrage (etwa $0{,}32 \cdot q$) auf einen überkritischen positiven ($0{,}2$ bis $0{,}3 \cdot q$) an; s. Abb. 2. Der Widerstandsbeiwert c_w sinkt entsprechend von etwa 0,47 auf 0,06 bis 0,10 ab; s. die spätere Abb. 13. — Die Ablösung der Strömung beginnt unterkritisch bereits etwas vor dem Äquator. Von hier aus entfernen sich die Stromfäden tangential von der Kugel. Überkritisch folgt die Strömung weitgehend dem potentialtheoretischen Verlauf.

Das über die Rolle der Kugelgrenzschicht Gesagte gilt grundsätzlich für eine Reihe anderer Widerstandskörper, so z. B. für Kreiszylinder [8] und Luftschiffkörper [9]. Körper, deren Profil scharfe Kanten aufweist, sind dagegen kennzahlunempfindlich. So ist z. B. bei der Scheibe nach Abb. 1a der zwischen Scheibenrand und Rückseite zu überwindende Drucksprung derartig groß und plötzlich, daß die Grenzschicht denselben auf keinen Fall zu überwinden vermag. Ob die Grenzschicht turbulent ist oder nicht ist in diesem Falle ohne Einfluß.

Aus der großen Anzahl bekannt gewordener Kugelmessungen sind hier die geschichtlich und/oder den Ergebnissen nach wichtigsten aufgezählt:

1912 Eiffel [6]; Feststellung eines kritischen Kennzahlgebietes, in dem der Kugelwiderstand im Zusammenhang mit einem Umschlag des Strömungsbildes auf einen niedrigeren Wert übergeht.

1914 Prandtl und Wieselsberger [7] und [10]; Einfluß der Strömungsturbulenz auf die kritische Kennzahl, Entstehung der Prandtlschen Grenzschichttheorie.

1922 NACA [11]; Einfluß von Aufhängevorrichtungen auf kritische Kennzahl und überkritische Widerstandshöhe, Turbulenzmessungen einschließlich von Fallversuchen in freier Luft.

1930 Bureau of Standards [12]; Turbulenzmessungen im Zusammenhang mit Messungen von Geschwindigkeitsschwankungen.

1932 Göttingen [14]; Turbulenzmessungen in den verschiedenen Göttinger Kanälen mit Hilfe der Kugel.

1932 ARC [9]; Versuche mit verschiedenen Turbulenzgittern.

1933 GALCIT Pasadena [15]; Widerstandsmessungen in turbulenzarmem Kanal und im freien Fluge.

2. Einfluß der Aufhängung auf den Widerstand der Kugel.

a) Einfluß rückwärtiger Aufhängevorrichtungen.

Durch amerikanische [11] und Göttinger [3] Versuche ist der große Einfluß bekannt, den Aufhängevorrichtungen, welche die Kugel im Bereich ihres Äquators und auf ihrer Vorderseite berühren, auf kritische Kennzahl und überkritische Widerstandshöhe haben. Als beste, die Strömungsform nicht störende Aufhängung, ist die an rückwärtiger Haltestange empfohlen, und zwar deswegen, weil die Stange die Kugel an einer Stelle erreicht, wo die Strömung sowieso immer abgelöst ist und die gesunde äußere Strömung nicht berührt wird.

Da über den verbleibenden Einfluß rückwärtiger Aufhängevorrichtungen nähere Feststellungen nicht vorlagen, wurden im Braunschweiger Windkanal [17] einige Versuche hierüber ausgeführt.

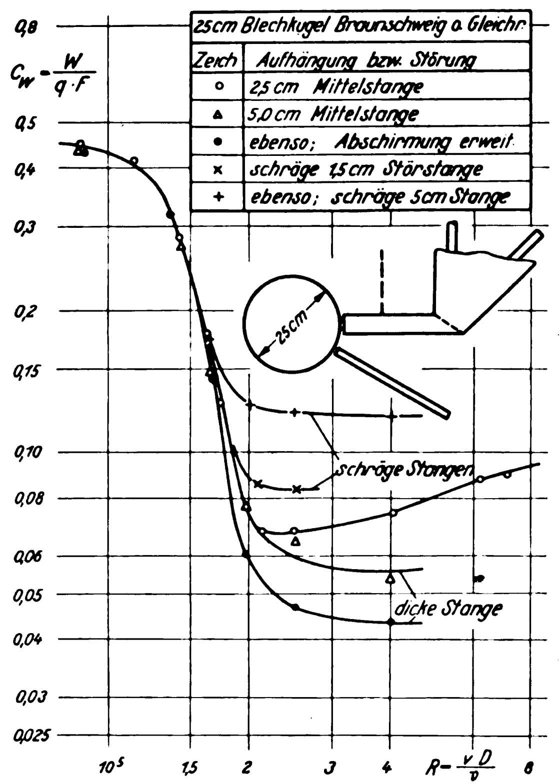


Abb. 3. Einfluß von Aufhängevorrichtungen im Raume hinter der Kugel auf ihren Widerstandsverlauf.



Zur Messung des Kugelwiderstandes diente hier zunächst eine besondere Vorrichtung. Über dem Strahl war ein Waagebalken aufgelagert, von dem aus eine Stange senkrecht in den Strahl führte. An ihrem unteren Ende war die Stange rechtwinklig abgebogen und von rückwärts an die Kugel herangeführt. Waagebalken, Gestänge und das an die Kugel führende Stück der Stange waren bis an diese heran mit Hilfe von Pappe und Blech vollständig abgeschirmt, so daß der reine Kugelwiderstand (ohne Aufhängung) gemessen wurde.

An einer Kupferhohlkugel von 25 cm Durchmesser wurde untersucht, in welcher Weise verschiedene Änderungen an der Aufhängevorrichtung den Widerstandsverlauf im kritischen Kennzahlgebiet beeinflussen (Abb. 3):

1. Durch Aufschieben einer Blechhülse wurde der Durchmesser der Haltestange von 2 auf 5 cm vergrößert. Der überkritische Widerstand wird dadurch merklich verringert.
2. Eine zusätzliche Stange wurde schräg von hinten radial zur Kugel in den Totraum bis unmittelbar an die Kugeloberfläche herangeführt. Der überkritische Widerstand steigt je nach Stangendurchmesser erheblich an. Die schräge Stange stört also das Strömungsbild, während die Mittelstange umgekehrt strömungführend wirkt.
3. Es konnte nicht festgestellt werden, daß Drähte welche das Gebiet hinter der Kugel durchqueren, innerhalb der Meßgenauigkeit die Widerstandshöhe und überhaupt den Kurvenverlauf beeinflussen. So wurde für ein 8 cm hinter der Kugel angeordnetes radiales Kreuz von 2,2 mm starken Drähten ein Widerstandsverlauf festgestellt, welcher vollkommen mit dem der einfachen Anordnung übereinstimmt.
4. Eine Erweiterung der Abschirmung des Wagengestänges nach vorwärts zur Kugel hin bis zu einer Entfernung von 8 cm von deren Rückseite verringert ähnlich wie die verstärkte Mittelstange den überkritischen Widerstand.
5. Der unterkritische Widerstand wird durch die genannten Eingriffe kaum beeinflußt. Nur besonders grobe Maßnahmen im Gebiete hinter der Kugel sind unterkritisch wirksam.
6. Ein Einfluß aller vorgenommenen Versuche auf den Übergang vom unterkritischen zum überkritischen Gebiet ist nicht zu erkennen. Erst bei c_w-Werten unterhalb von 0,2 ist der führende Einfluß der mittleren Haltestangen bzw. der störende der schrägen Stangen bemerkbar.

Diese Feststellung ist wichtig für Turbulenzmessungen mit Hilfe der Kugel.

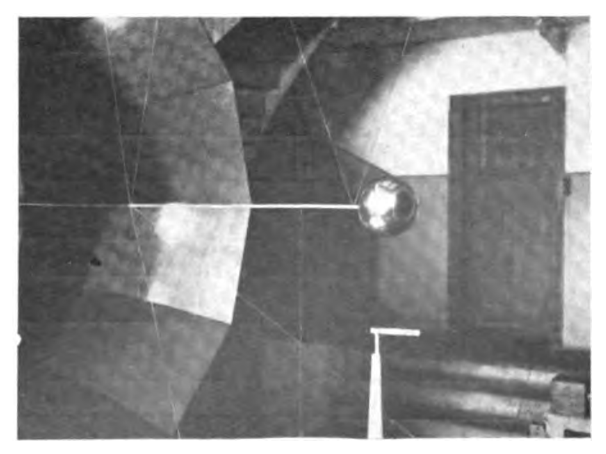


Abb. 4. Aufhängung der 15-cm-Kugel im Braunschweiger Windkanal, das hintere nach oben führende Drähtepaar führt zu der über dem Strahl angeordneten Waage.

b) Abhängigkeit des überkritischen Widerstandes vom Durchmesser der Haltestange.

Bei weiteren Versuchen waren die Kugeln nach Abb. 4 auf eine rückwärtige Haltestange aufgeschraubt. Die Stange ist ihrerseits an Stahldrähten von 0,4 und 0,7 mm Durchmesser aufgehängt. Durch den mechanischen Aufbau wird die waagerechte Luftkraft in senkrechte Richtung umgelenkt und so an einer Hebelwaage gewogen. Durch einen nach rückwärts über eine Rolle führenden Draht wird eine Vorspannung gegeben und geeicht. Der Eigenluftwiderstand der Aufhängung betrug unterkritisch nur etwa $^1/_8$, überkritisch etwa $^2/_3$ des Kugelwiderstandes.

An einer 15-cm-Kugel wurden Versuche mit verschieden dicken Haltestangen ausgeführt. Der Durchmesser der eigentlichen nur 1 cm starken Haltestange wurde nacheinander durch Aufschieben von Blechhülsen auf 2, 4 und 6 cm gebracht.

Bei der Trennung der Kugel von der Haltestange, welche vorgenommen wird, um den Eigenluftwiderstand der Aufhängung bei vorgeblendeter Kugel zu bestimmen, werden auf die freigewordenen Flächen von Kugel und Haltestange Druckkräfte wirksam. Es ist bei dicken Haltestangen zu überlegen, in welcher Weise diese Kräfte bei der Errechnung des Kugelwiderstandes zu berücksichtigen sind. Bei den vorliegenden Versuchen ist der Kugelwiderstand in einfacher Weise als Unterschied zwischen dem Gesamtwiderstand (Kugel + Aufhängung) und dem Widerstand der Aufhängung bestimmt worden. Der so erhaltene Kugelwiderstand ist derjenige, der in Abwesenheit der Stange dann vorhanden sein würde, wenn das Strömungsbild das gleiche bliebe wie mit Stange. Dabei würde eine gleich große statische Luftkraft auf den freigewordenen Teil der Kugelrückseite wirken, wie sie an der Stirnfläche der Stange vorhanden ist. In der Berechnung heben sich diese Kräfte auf, weil sie bezogen auf den Kugelwiderstand entgegengesetztes Vorzeichen haben.

Das Ergebnis der Versuche mit verschiedenen Haltestangen ist nach Abb. 5 folgendes:

1. In Übereinstimmung mit den Feststellungen unter a) hat die rückwärtige Haltestange im unterkritischen Widerstandsbereich keinen feststellbaren Einfluß.

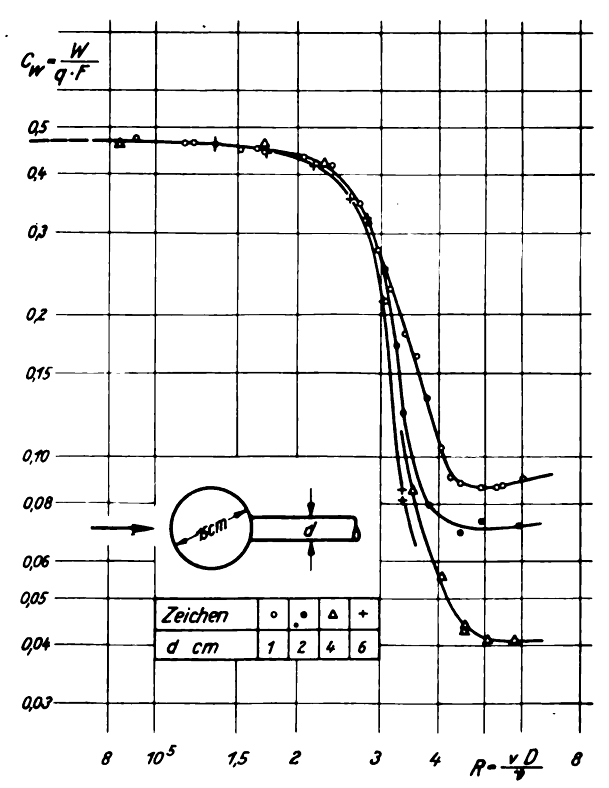


Abb. 5. Einfluß der rückwärtigen Haltestange auf den Widerstandsverlauf der Kugel.



2. Auch auf den Eintritt des Überganges zum überkritischen Gebiet hat die Haltestange praktisch keinen Einfluß. Nur die dickste Stange (über ⅓ des Kugeldurchmessers!) führt den Übergang anscheinend etwas früher herbei.
3. Die Einwirkung der verschiedenen rückwärtigen Haltestangen auf den überkritischen Widerstand ist dagegen bedeutend. Der Widerstandsbeiwert sinkt um über die Hälfte ab.

In der DVL sind nach einem anderen Versuchsverfahren bestätigende Messungen ausgeführt worden. Eine 15-cm-Stahlkugel wurde an einem V-förmigen Drähtepaar als Pendel im Strahl des dortigen 1,2-m-Windkanales [18] aufgehängt. Hinter der Kugel wurden, getrennt von ihr, Haltestangen verschiedener Durchmesser befestigt. Die Aufhängeachse des Pendels wurde mittels eines Drehbanksupports dem Windstrom entgegen verschoben, bis die Kugel von der Stange freikam. Aus der Größe des Ausschlages wurde der Kugelwiderstand errechnet. — Die Genauigkeit der Pendelmessung ist nicht sehr groß, weil die Kugel starken Widerstandsschwankungen und seitlichen Schwingungen ausgesetzt ist (± 5 vH).

In Abb. 6 ist der Einfluß der Haltestange auf den überkritischen Widerstand der Kugel (bei jeweils bestimmter Reynoldsscher Zahl) aufgetragen. Daß die DVL-Messungen gegenüber den Braunschweiger Versuchen etwa doppelte Widerstandshöhe aufweisen, ist durch die Pendeldrähte verursacht, welche das Strömungsbild der Kugel in bekannter Weise [3], [11] stören.

Durch eine Haltestange mit $d = {}^1/_{10} \cdot D$ wird der überkritische Widerstand um 12 bzw. 18 vH vermindert. Die großen Stangendurchmesser in der Ordnung von $d = ½ \cdot D$ sind gemessen worden, um über den weiteren Verlauf der Kurve eine Vorstellung zu bekommen; der Widerstand sinkt bis etwa auf ¼ ab. — Es wurde eine gleichartige Widerstandsverminderung durch verschiedene Versuchsverfahren gefunden. Je zwei den Abb. 3 und 12 entnommene Werte passen außerdem in das Kurvenbild. — Für überkritische Widerstandsmessungen ist nach Abb. 6 eine möglichst dünne Haltestange vorzusehen ($d = 0{,}06 \cdot D$?).

Zur Erklärung der Beeinflussung Stange/Kugel kann folgendes angeführt werden:

1. Durch eine dicke Stange wird der theoretisch zu erwartende Druckanstieg (Abb. 2) an der Kugelrückseite abgekürzt.
2. Die Haltestange kommt in ihrer Wirkung in etwa einem kegeligen Ansatz (Stromlinienform) gleich. Die Strömung legt sich bald an dieselbe an und schafft die angesammelten Grenzschichtteile vorteilhaft fort.
3. Ausbildung und Querwanderung größerer Wirbel wird durch eine Stange beeinflußt. Die Stange ändert dadurch das Strömungsbild.

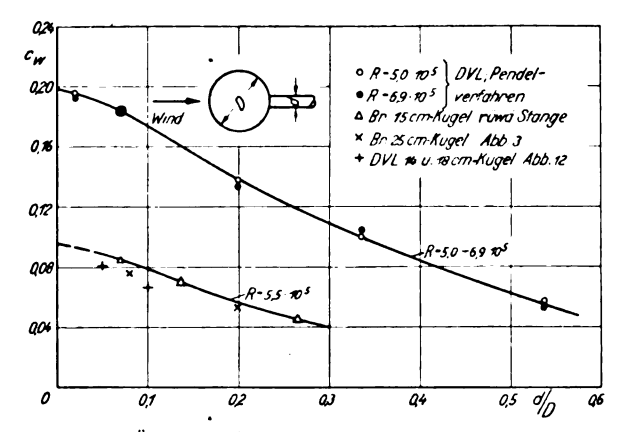


Abb. 6. Überkritischer Widerstand verschiedener Kugeln in Abhängigkeit vom Durchmesser der Haltestange.

8. Messung von Windkanalturbulenz mittels der Kugel.

a) Begriff der Turbulenz.

Bei Modellmessungen in Windkanälen beeinflußt in manchen Fällen die Turbulenz des verwendeten Luftstromes Größe und Verlauf der Luftkräfte. So ist z. B. der Höchstauftrieb von Tragflügeln von der Turbulenz bekanntlich stark abhängig. Die Kenntnis der in einem Kanal wirkenden Tubulenz ist daher notwendig.

Der Begriff Turbulenz ist vieldeutig, insofern die einzelnen, durch gemeinsam kreisende oder schwingende Bewegung von Luftteilen gebildeten »Turbulenzballen« sehr verschiedene Ausdehnung (Durchmesser) haben und in verschiedener Folgezeit auftreten können. In freier Atmosphäre sind jedem Flugzeugführer grobe Störungen unter dem Begriff Böen bekannt. Ihre Ausdehnung ist in der Größenordnung der Flugzeuge anzunehmen. Von solchen groben Störungen ist die Windkanalströmung durch die Art der Führung und durch Gleichrichter befreit. Dagegen ist sie von feinen Wirbeln, deren Durchmesser in der Größenordnung von 1 cm liegt, mehr oder weniger durchsetzt. Diese feinen Störungen wirken erfahrungsgemäß auf die Grenzschicht angeströmter Körper ein.

Von solcher grenzschichtwirksamen Turbulenz ist im folgenden die Rede. Die Art der Turbulenz ist also durch ihre Wirkung gekennzeichnet, ohne daß über ihr Wesen und ihren Mechanismus näheres bekannt zu sein braucht. Offenbar entsprechen aber der Turbulenz bestimmte Druck- und Geschwindigkeitsschwankungen der Strömung. Und diese sind mit Hilfe von Hitzdraht und Oszillograph in Amerika [19] [12] gemessen und aufgezeichnet worden. Ins einzelne gehende Feststellungen über den Vorgang der turbulenten Strömung und über die Größe der schwingenden Luftballen sind bei diesen Messungen nicht gemacht worden.

b) Meßverfahren.

Nach dem im Abschnitt 1b über die Vorgänge in der Kugelgrenzschicht Gesagten ist verständlich, daß im Bereiche dicht unterhalb der kritischen Kennzahl der Übergang zum überkritischen Strömungsverlauf durch die in der verwendeten Strömung bereits vorhandene Turbulenz vorzeitig herbeigeführt wird. Diejenige Reynoldssche Zahl, bei der der Widerstand einer Meßkugel auf den überkritischen geringeren Wert absinkt, ist daher ein Maßstab für die der Strömung innewohnende grenzschichtwirksame Turbulenz. Diese Möglichkeit ist zur vergleichenden Turbulenzmessung in Windkanälen häufig benutzt worden. Üblicherweise wird als kritische Kennzahl diejenige Reynoldssche Zahl angegeben, bei der der Widerstandsbeiwert $c_w = 0{,}3$ ist. Der Zusammenhang zwischen der kritischen Kugelkennzahl und den Geschwindigkeitsschwankungen ist in Abb. 7 dargestellt.

Die Verwendung der Kugel als Anzeiger für die Turbulenz, ein Verfahren, welches erstmalig 1914 von Prandtl [7] vorgeschlagen wurde, hat den für die Praxis der Windkanäle wesentlichen Umstand für sich, daß un-

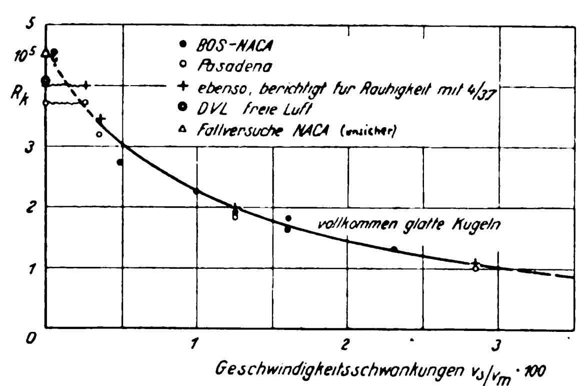


Abb. 7. Zusammenhang zwischen der kritischen Kennzahl der Kugel und den Geschwindigkeitsschwankungen der turbulenten Strömung.

Nr.	Zeich.	Kanal und Kugel
1	▲	mit Gleichrichter; 9 ⌀ Stahlkugel
2	●	" " 15 ⌀ "
3	◑	" " 25 ⌀ Blechkugel
4	◐	" " 25 ⌀ Wulstkugel
5	△	ohne " 9 ⌀ Stahlkugel
6	○	" " 15 ⌀ "
7	⊖	" " 25 ⌀ Blech, wellig
8	× +	Künstl. Turbul. o. Gleichr.; 9 u. 15 ⌀
9	▼ ◎	Übergangspunkte 10 u. 50 ⌀ o. Gleichr.

$c_w = \frac{W}{q \cdot F}$ $R = \frac{v D}{\nu}$

Abb. 8. Widerstandsverlauf verschiedener Kugeln im Braunschweiger Kanal.

mittelbar der Einfluß der Turbulenz auf einen angeströmten Körper angezeigt wird.

Nach den in Abschnitt 2 mitgeteilten Versuchen hat die Art der Aufhängung, sofern sie von rückwärts an die Kugel heranführt, keinen Einfluß bei Turbulenzmessungen. Demgegenüber beeinflußt die Oberflächenbeschaffenheit der Meßkugel die kritische Geschwindigkeit in gleicher Größenordnung wie die Turbulenz der Strömung (vgl. Abschnitt 6). Es sind daher bei Turbulenzmessungen formgenaue und mit allen technischen Mitteln geglättete Kugeln zu verwenden.

c) Turbulenz bei verschiedenen Geschwindigkeiten.

Die vom Verfasser sowohl im Braunschweiger, als auch im 1,2-m-DVL-Windkanal ausgeführten Messungen mit Kugeln verschiedener Durchmesser zeigten, daß die kritischen Reynoldsschen Zahlen großer Kugeln merklich kleiner waren als diejenigen kleiner Kugeln. Für den Braunschweiger Kanal ergaben sich nach Abb. 8 folgende kritische Zahlen R_k (mal 10^5) und zugehörige kritische Geschwindigkeiten v_k:

ohne Gleichrichter	9-cm-Kugel	$R_k = 2{,}52$	$v_k = 39$ m/s
	15- "	" $= 2{,}25$	" $= 21$ "
mit Gleichrichter	9- "	" $= 3{,}18$	" $= 49$ "
	15- "	" $= 2{,}95$	" $= 29$ ".

Für den 1,2-m-DVL-Kanal ergab sich für:

15-cm-Stahlkugel	$R_k = 3{,}50$	$v_k = 34$ m/s
polierte 28 cm Siluminkugel . .	" $= 3{,}20$	" $= 17$ ".

Bei der Prüfung der wenigen, von anderen Kanälen bekanntgewordenen Messungen mit Kugeln verschiedener Durchmesser ist mehrfach festzustellen, daß die kritische Kennzahl bei großen Kugeln geringer ist als bei kleinen Kugeln; z. B. [12] bei der 5-Zoll- und der 8,6-Zoll-Kugel im 10-Fuß-Kanal und neuerdings [15] bei vier verschiedenen Kugeldurchmessern. In Abb. 9 sind alle erwähnten Messungen über der kritischen Geschwindigkeit $v_k = R_k \cdot \nu / D$ aufgetragen.

Da an der Gültigkeit des Reynoldsschen Gesetzes auch für das kritische Gebiet der Kugel nicht zu zweifeln ist, muß geschlossen werden, daß der Grad der Turbulenz bei verschiedenen Kanalgeschwindigkeiten, die bei Kugeln verschiedener Durchmesser zur Erreichung gleicher Reynoldszahlen anzuwenden sind, verschieden groß ist. Die wirksame Turbulenz ist offenbar in allen Kanälen nach Abb. 9 bei kleinen Geschwindigkeiten am größten; sie nimmt mit der Geschwindigkeit merklich ab. Bestimmt man aus der Eichkurve nach Abb. 7 die der Turbulenz zugrunde

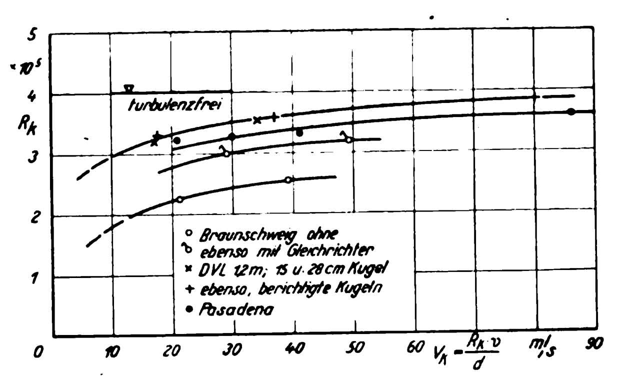


Abb. 9. Turbulenzmessungen bei verschiedenen Kanalgeschwindigkeiten.



liegenden Geschwindigkeitsschwankungen, so ergibt sich, daß dieselben im 1,2-m-DVL-Kanal und im Pasadena-Kanal von 0,3 vH bei kleinen, auf 0,1 vH bei hohen Geschwindigkeiten zurückgehen.

Die Erscheinung, daß die Übergangskurven verschieden großer Kugeln nicht zur Deckung kommen, müßte bei Schleppversuchen in ruhendem Wasser verschwinden, weil hier natürlich keine Turbulenz enthalten ist. Die bekanntgewordenen Messungen von Krey [22] an Kugeln und von Eisner [23] an Zylindern bringen nicht den erwarteten Beweis, weil bei beiden die Grenzschicht durch die Art der Aufhängung an empfindlicher Stelle gestört wird.

Bei vergleichenden Turbulenzmessungen in verschiedenen Kanälen erscheint es nach dem oben Gesagten nützlich, den Kugeldurchmesser bzw. den kritischen Geschwindigkeitsbereich zu berücksichtigen. Es könnte z. B. eine Kugel verwendet werden, deren Durchmesser so bemessen ist, daß der kritische Übergang im jeweiligen Geschwindigkeitsbereich normaler Modellmessungen liegt. — Für die Praxis der Windkanäle folgt aus Abb. 9 möglicherweise die Vorschrift, mit großen Geschwindigkeiten zu arbeiten, wenn es auf turbulenzarme Messungen ankommt.

d) Vergleich verschiedener Windkanäle.

In Abb. 10 sind verschiedene aus anderen Kanälen stammende Kugelmessungen in üblicher Weise doppeltlogarithmisch aufgetragen. Die Braunschweiger und DVL-Messungen stimmen besonders gut überein mit den Göttinger Kurven [14], sowohl in der unter- und überkritischen Widerstandshöhe als auch im Verlauf des Überganges.

Es ist bekannt, daß durch Verengung des Strömungsquerschnittes sehr gleichmäßige Versuchsluftströme erzeugt werden (vgl. [24] S. 73). Offenbar wird durch eine solche

Tafel I. Turbulenzmessungen mit Hilfe der Kugel; die Turbulenz entspricht der kritischen Kennzahl R_k mal 10^5; Verengungsverhältnis $f = F_0/F$.

Lfd. Nr.	Kanal	Bemerkungen	f	R_k (10^5)	Quelle
1	DVL 1,2-m-Kanal	ohne Gleichrichter	4,0	2,6	—
2	» » »	mit »	4,0	3,2	—
3	» » »	mit Vorsatzdüse	22,0	3,5	—
4	» » »	ebenso; berichtigt	22,0	3,8	—
5	» » »	glatte 15-cm-Kugel	4,0	3,5	—
6	» » »	Zustand 1935	4,0	3,6	—
7	Göttingen, großer	mit Gleichrichter	5,0	3,2	[14]
8	» kleiner	» »	2,1	2,8	[14]
9	» Luftschrauben-	kleine Düse	6,2	3,1	[14]
10	» Luftschrauben-	große Düse	2,8	2,4	[14]
11	Braunschweig	ohne Gleichrichter	4,8	2,4	—
12	»	mit »	4,8	3,0	—
13	NACA Überdruck-	geschlossen (1925)	1,0	0,9	[11]
14	» »	Freistrahl (1929)	2,5	1,6	[13]
15	» »	geschlossen (1930)	1,0	1,2	[13]
16	» Tunnel Nr. 1	mit Gleichrichter	3,1	1,7	[21]
17	» Senkrechter	Freistrahl ohne	3,2	1,8	[28]
18	» Full Scale-	Strahlmitte	5,0	3,4	[16]
19	» » »	im übrigen	5,0	3,7	[16]
20	BOS 10-Fuß-Kanal	langer Anlauf	1,0	2,3	[12]
21	» 4,5-Fuß-Kanal	kurzer Anlauf	1,0	1,7	[12]
22	» 3,0-Fuß-Kanal		5,5	2,7	[12]
23	Galcit Pasadena	ohne Gleichrichter	4,0	3,3	[15]
24	Massachusets 7,5 Fuß	NPL-Bauart	1,5	2,1	[9]
25	Akron Guggenheim	Senkrecht Frei	4,2	2,6	[29]
26	NPL Überdruck-	nichts bekannt	—	1,9	[30]
27	Turin	NPL-Bauart	4,5	2,0	[31]
28	DVL freie Luft	Flug-u. Fahrversuch	—	4,0	—
29	Galcit freie Luft	Flugversuch	—	3,7	[15]
30	MIT Luft	Schleppversuch	—	2,9	[26]

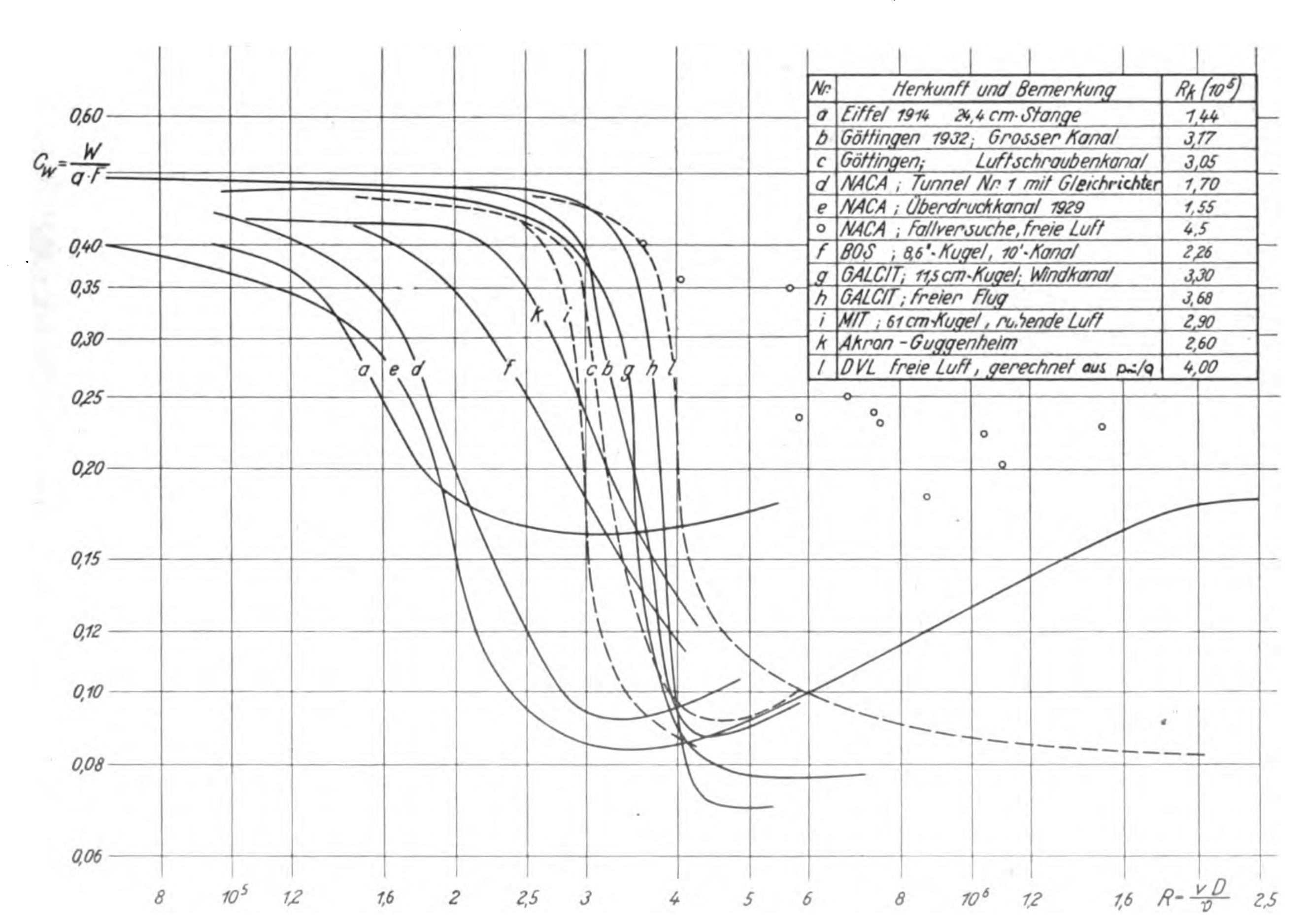


Abb. 10. Widerstandsbeiwert der Kugel im kritischen Kennzahlgebiet; Messungen aus verschiedenen Kanälen.

Verengung in gleicher Weise, wie örtliche Geschwindigkeitsunterschiede ausgeglichen werden, auch die Turbulenz der Strömung wesentlich verringert. In Abb. 11 sind die die Turbulenz kennzeichnenden kritischen Reynoldsschen Zahlen, wie sie in verschiedenen Kanälen für die Kugel gefunden worden sind, über dem Verengungsverhältnis dieser Kanäle aufgetragen.

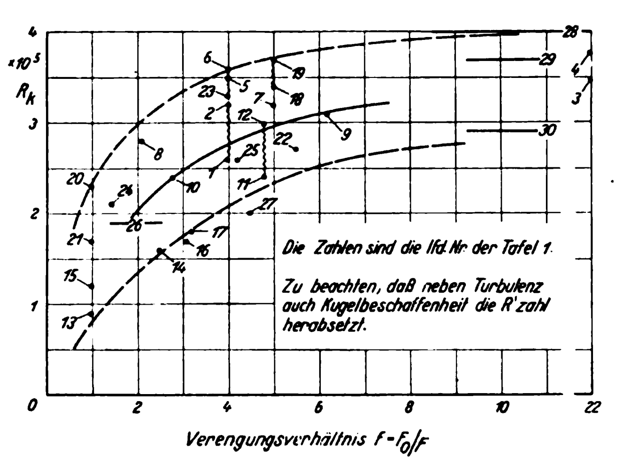


Abb. 11. Einfluß der Kanalverengung auf die Turbulenz des Windstromes; kritische Kugelkennzahlen aufgetragen über dem Verengungs-Verhältnis.

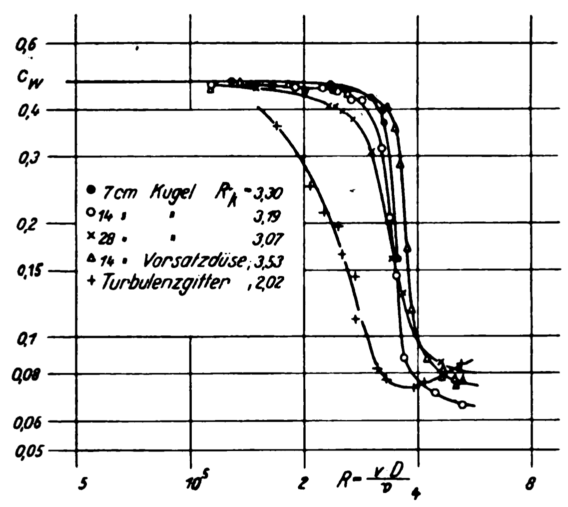


Abb. 12. Widerstandsverlauf verschiedener Kugeln im 1,2-m-Windkanal der DVL.

In zwei Fällen sind Werte vorhanden, welche für denselben Kanal bei Verwendung verschieden großer Düsen, also bei verschieden großen Kontraktionsverhältnissen gemessen wurden. So ist im 1,2-m-DVL-Kanal versuchsweise eine Vorsatzdüse angebracht und der Düsenquerschnitt von 1,13 auf 0,2 m² vermindert worden. Der mit Vorsatzdüse (Verengung 22 zu 1) gemessene Wert $R_k = 3{,}53 \cdot 10^5$ (Abb. 12) nähert sich dem an der gleichen Kugel für turbulenzfreie Luft (Abschnitt 5) festgestellten Werte $R_k = 3{,}72 \cdot 10^5$.

Aus Abb. 11 ist ersichtlich, wie die Güte der Kanäle hinsichtlich ihrer Turbulenz mit dem Verengungsverhältnis zunimmt. Natürlich hängt die in der Meßstrecke eines Kanals festgestellte Turbulenz nicht nur von der Verengung, sondern in erheblichem Maße auch von der Güte der Strömung vor dieser Kontraktion ab (Störungen durch Gebläse, Erweiterung und Umlenkung). Wesentlich ist auch die Länge der Beruhigungsstrecke, die der Düsenverengung vorgeschaltet ist. Die kritischen Kennzahlen betragen für die turbulenzreichsten Kanäle $R_k \approx 1{,}0$, für gute Kanäle der früheren englischen Bauart (ohne wesentliche Verengung, langer Anlauf) $R_k = 1{,}7$ bis $2{,}3$, für gute Kanäle der Göttinger Bauart (Verengung 4 bis 5 auf 1) $R_k = 3{,}0$ bis $3{,}5$ und für turbulenzfreie Luft (Abschnitt 5) $R_k = 3{,}7$ bis $4{,}1 \cdot 10^5$. Die Messung im 1,2-m-DVL-Kanal (Zustand 1935) übertrifft mit $R_k = 3{,}6$ alle zur Zeit aus anderen Kanälen bekannten Werte.

4. Windkanalversuche betreffend Turbulenz.

a) Druckmeßverfahren zur Bestimmung der kritischen Kennzahl.

Nach Abschnitt 1 ändert sich der Widerstand der Kugel durch die Druckverteilung. Es liegt daher nahe, bei Verwendung der Kugel als Turbulenzanzeiger einfach den an ihrer Rückseite herrschenden Druck zu beobachten. Dieser Druck muß dem Widerstandsbeiwert entsprechend einen kritischen Wert durchlaufen.

Die Messung des Rückseitendruckes geschieht folgendermaßen. Die Kugel wird auf ein rückwärtiges Rohr aufgeschraubt. Dort, wo das Rohr die Kugeloberfläche trifft, ist es viermal angebohrt, so daß durch das Halterohr hindurch der im Winkel zwischen Kugel und Rohr herrschende statische Druck fortgeleitet wird.

In Abb. 13 sind für zwei Kugeln zusammengehörige Widerstands- und Druckwerte über der gleichen Reynoldsschen Zahl aufgetragen. Die Druckkurve $(p_{rü}/q)$

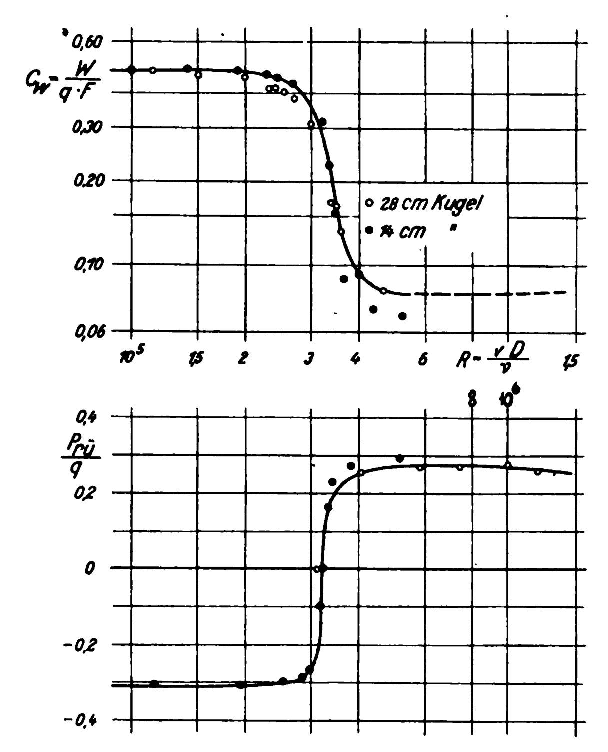


Abb. 13. Widerstand und Rückseitendruck zweier Kugeln in Abhängigkeit von der Kennzahl; DVL-Windkanal.

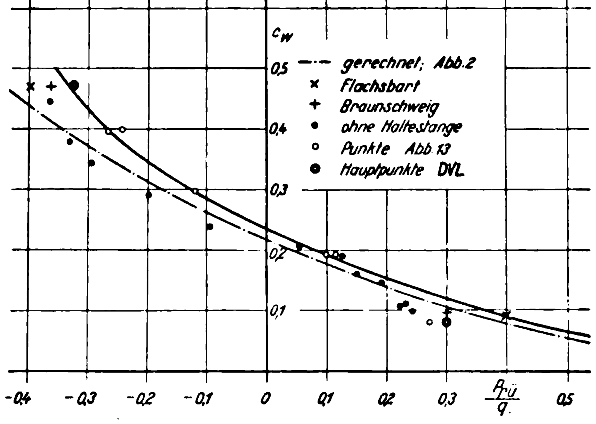


Abb. 14. Zusammenhang zwischen dem Widerstand der Kugel und dem an ihrer Rückseite herrschenden Druck.

entspricht spiegelbildlich der Widerstandskurve (c_w). Der Zusammenhang von $p_{rü}$ und c_w ist durch gleichzeitige Messung genauer festgestellt und in Abb. 14 aufgetragen. Die Kurve gilt streng genommen nur für den gemessenen Fall: »vollkommen« glatte 15-cm-Kugel in turbulenzarmer Strömung ($R_k = 3{,}6 \cdot 10^5$). Es darf aber angenommen werden, daß z. B. in turbulenter Strömung ziemlich der gleiche Zusammenhang zwischen c_w und $p_{rü}$ besteht. — In der Abbildung liegen die Meßpunkte unterhalb der aus der Druckverteilung zu errechnenden Kurve. Diese Unstimmigkeit ist nicht aufgeklärt worden.

Als kritische Kennzahl wird zweckmäßig jene bezeichnet, bei der der Druck an der Kugelrückseite vom negativen unterkritischen zum positiven überkritischen wechselt, wo also $p_{rü} = 0$ ist. Die so bestimmten Zahlen liegen etwas über den durch Widerstandsmessung (für $c_w = 0{,}3$) erhaltenen (etwa 2 vH).

Der kritische Staudruck q_k wird bei den Messungen sehr genau bestimmt. Eine Über- oder Unterschreitung von q_k um 1 vH macht sich darin bemerkbar, daß $p_{rü}$ sich um etwa 8 vH des Staudruckes vom Nullpunkt entfernt. Geringste Turbulenzunterschiede werden daher empfindlich angezeigt.

Bei Turbulenzmessungen wird die durch die Bestimmung des Widerstandes der Aufhängung umständliche Messung des Kugelwiderstandes durch das Druckmeßverfahren überflüssig. Es genügt, festzustellen, bei welchem Staudruck $p_{rü} = 0$ wird; R_k wird also durch einen einzigen Meßpunkt ermittelt.

b) Durch einzelne Drähte erzeugte Turbulenz.

In manchen Fällen ist es nützlich, bei Modellmessungen in Windkanälen Turbulenzgitter anzuwenden; nämlich dann, wenn durch Erzeugung künstlicher Turbulenz kritische Kennzahlgebiete (z. B. an Tragflügeln) übersprungen bzw. vorkritische Zustände vermieden werden (vgl. [32] S. 188). Um für solche Turbulenzgitter Unterlagen betreffend Drahtstärke und Drahtabständen zu bekommen, sind im DVL-Kanal mit Hilfe der Kugel als Turbulenzanzeiger die Wirbelstraßen einzelner Drähte untersucht worden.

In Abb. 15 ist die Wirkung von Drähten verschiedener Durchmesser, welche in bestimmtem Abstande vor der Kugel genau mittig zu dieser quer durch den Strahl gespannt waren, dargestellt. Der kritische Staudruck wird um so kleiner, je dicker der verwendete Draht ist.

Die Drahtturbulenz übt auf den überkritischen Kugeldruck $p_{rü}$ nach Abb. 15 zunächst eine unerwartete Wirkung aus. Durch Drähte geringer Durchmesser (etwa 1 mm) wird der Druck zunächst erhöht auf $+ 0{,}37 \cdot q$. Demnach müßte durch Vorschaltung eines dünnen Drahtes der überkritische Kugelwiderstand erniedrigt werden. Die Wirkung dünner Drähte war auch bei wesentlich größerer Kennzahl die gleiche. — Eine Erklärung könnte darin gesucht werden, daß durch den einzelnen Draht eine bestimmte Ebene der Strömung turbulent und die Anordnung der Wirbel hinter der Kugel hierdurch beeinflußt ist.

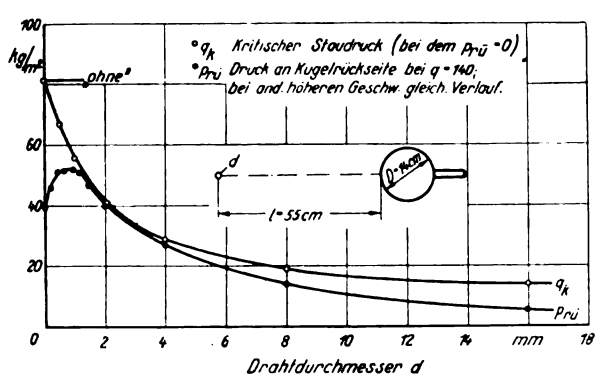


Abb. 15. Einfluß von Turbulenzdrähten verschiedener Durchmesser auf kritischen Staudruck und überkritisches Strömungsbild der Kugel.

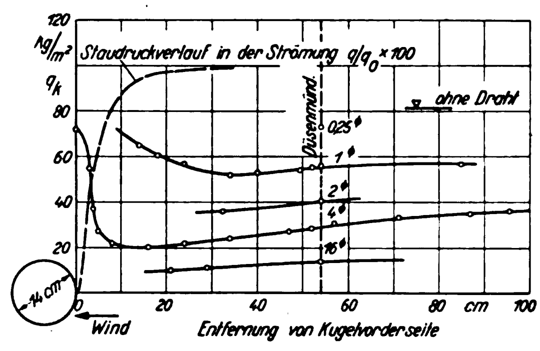


Abb. 16. Turbulenzwirkung einzelner Drähte, welche in verschiedener Entfernung vor der Meßkugel angebracht sind.

Das durch stärkere Turbulenz (dickere Drähte) verursachte Anwachsen des überkritischen Kugelwiderstandes (entsprechend dem Absinken des rückseitigen Druckes) ist zu erklären aus der nach bekannter Anschauung durch Turbulenz »scheinbar« verstärkten Zähigkeit der strömenden Luft. Die scheinbare Zähigkeit bewirkt überkritisch eine ähnliche Grenzschichtverzögerung, wie sie unterkritisch durch wirkliche Zähigkeit bekannt ist. — Diese Erkenntnis ist für die Anwendung von Turbulenzgittern bei Modellversuchen wichtig. Es wird durch künstliche Turbulenz zwar ein »überkritischer« Zustand herbeigeführt. Dieser Zustand weicht aber von dem durch Vergrößerung des Kennwertes verwirklichten wegen größerer wirksamer Zähigkeit der strömenden Flüssigkeit ab; es ist also ein dritter Zustand erreicht.

Aus Abb. 16 ist ersichtlich, in welcher Weise sich die Turbulenzwirkung von Drähten mit ihrer Entfernung stromaufwärts von der Kugel ändert. In unmittelbarer Kugelnähe ist die Wirkung der Drähte gering; offenbar bilden sich wegen der dort stark verminderten Strömungsgeschwindigkeit (in der Abbildung eingezeichnet) nur schwache Wirbel aus. Ähnliche Versuche mit Turbulenzgittern sind in [9] zu finden.

Von dem Einfluß der seitlichen Lage der Turbulenzdrähte zur Kugel, Abb. 17, ist auf die räumliche Ausbreitung der Wirbelstraßen hinter den Turbulenzdrähten zu schließen. Es haben insbesondere dünne Drähte (1 mm Durchmesser) eine ausgesprochene Richtwirkung. Der Umstand, daß diese Drähte ihre Wirkung schon fast ganz verlieren, wenn sie um Millimeter aus der Kugelachse entfernt werden, zeigt, daß es hier darauf ankommt, genau durch den Staupunkt Turbulenz in die Grenzschicht einzuführen. Dickere Drähte haben eine wesentlich weiter ausgebreitete Wirbelstraße hinter sich, deren Turbulenz auch dann noch in die Grenzschicht der Kugel eindringt, wenn die Drähte seitlich der Kugelachse angeordnet sind.

In Abb. 18 ist die Turbulenzwirkung zweier parallel laufender Drähte dargestellt. Es zeigt sich, daß bei gewissem geringen Abstande dieser Drähte ihre Wirkung verhältnismäßig klein ist. Offensichtlich kommen dann die benachbarten inneren Seiten der von den Drähten aus-

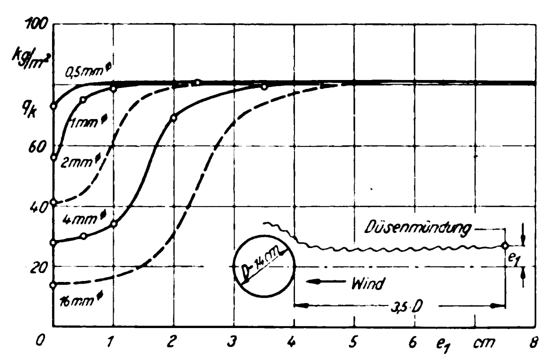


Abb. 17. Einfluß der seitlichen Lage von Turbulenzdrähten zur Kugel.

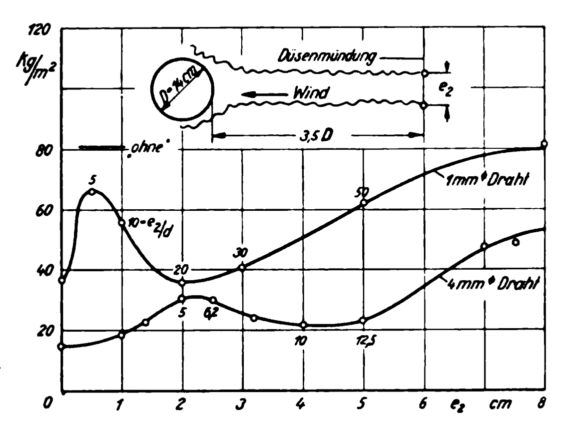


Abb. 18. Turbulenzwirkung eines Drähtepaares.

gehenden Wirbelstraßen nicht richtig zur Ausbildung. Wird der Abstand der Drähte vergrößert, so erreicht die von ihnen erzeugte Turbulenz einen Höchstwert (q_k erreicht einen Geringstwert). Bei weiterer Vergrößerung ihres Abstandes verlieren die Drähte ihre Wirkung, weil die von ihnen erzeugten Wirbelstraßen außen an der Kugel vorbeistreichen.

c) Beeinflussung der Grenzschicht durch akustische Luftschwingungen.

Durch amerikanische Hitzdrahtmessungen [19] [15] ist bekannt, daß ein bestimmter Zusammenhang zwischen der an einer Meßkugel beobachteten kritischen Reynoldsschen Zahl und den die Turbulenz bildenden Geschwindigkeitsschwankungen der Strömung besteht (Abb. 7). Es liegt der Gedanke nahe, daß akustische Luftschwingungen in gleicher Weise wie die gemessenen Geschwindigkeitsschwankungen auf die Grenzschicht angeströmter Körper einwirken. Zur Klärung dieser Frage sind verschiedene Kugeln einem starken Pfeifton ausgesetzt und beobachtet worden.

Der Ton von rd. 3000 Hz wurde mit einer Preßluftpfeife (1,5 bis 3 at an der Pfeife) erzeugt und durch einen Trichter aus 1 m Entfernung schräg von vorne auf die Kugel gerichtet. In Abb. 19 ist der Druckverlauf der 15-cm-Kugel wiedergegeben. Im übrigen ergaben sich für den Pfeifton folgende kritische Reynoldssche Zahlen (Werte ohne Ton in Klammern):

28-cm-Kugel $R_k = 3{,}04 \cdot 10^5$ (3,13)
15- » $R_k = 2{,}40 \cdot 10^5$ (3,50)
7- » $R_k = 2{,}74 \cdot 10^5$ (3,24)

Alle drei Kugeln werden durch den Ton beeinflußt; die kritischen Reynoldsschen Zahlen sind erniedrigt um 3 bis 31 vH. Die akustische Störung der Grenzschicht ist der durch Turbulenzgitter erzeugten ähnlich. — Die Tonstörung ist am geringsten bei der 28-cm-Kugel; ihre kritische Reynoldssche Zahl ist nur wenig verändert. Stark ist die Wirkung der Tonschwingungen bei der 15- und 7-cm-Kugel. Möglicherweise paßt die Frequenz der Schwingungen (3000 Hz) zu den kleinen Kugeln besser als zu der großen oder sie paßt besser zu den großen Geschwindigkeiten als zu den kleinen.

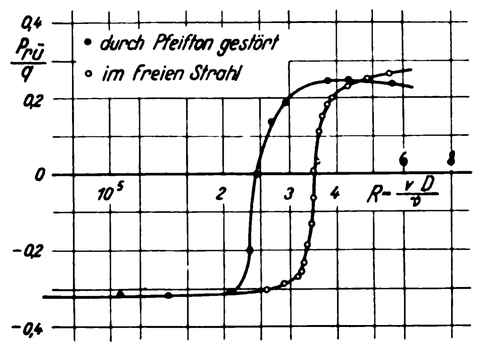


Abb. 19. Beeinflussung der Kugelgrenzschicht durch akustische Luftschwingungen.

— Die Grenzschichtwirkung der Tonschwingungen ist probeweise auch an einem Tragflügelmodell beobachtet worden; der Höchstauftrieb wurde (geringfügig) verändert.

Nach den derzeitigen Versuchserfahrungen entsteht grenzschichtwirksame Windkanalturbulenz

1. durch grobe Störung der Kanalströmung infolge zu starker Erweiterung, mangelhafter Umlenkung u. dgl.;
2. durch Wirbelstraßen, welche ausgehen von Gleichrichterwänden, Umlenkschaufeln und Turbulenzgittern;
3. durch (hörbare) Luftschwingungen, welche den Schaufelschlägen des Kanalgebläses entsprechen. Solche Schwingungen sind bereits gemessen worden [25].

5. Versuche betreffend Turbulenz der freien Luft.

a) Vorbemerkungen.

Über die grenzschichtwirksame Turbulenz der Atmosphäre sind folgende Kugelversuche bekannt:

1922 hat das NACA Kugeln aus großer Höhe abwerfen lassen und aus dem Fallvorgang Widerstand und Geschwindigkeit bestimmt [11].

1932 sind in Pasadena Flugversuche mit einer am Flugzeug gehaltenen Kugel ausgeführt worden. Der Kugelwiderstand wurde mittels einer besonderen hydraulischen Vorrichtung gemessen.

1934 ist in Pasadena eine große Kugel in einer geschlossenen Halle geschleppt worden [26]. Widerstandsmessung geschah durch mitfahrendes aufzeichnendes Gerät.

Da bei den ersteren beiden Versuchen für ruhige Luft sehr verschiedene kritische Reynoldssche Zahlen gefunden worden sind, hat die DVL 1933 ihrerseits Kugelmessungen in freier Luft ausführen lassen. Der Zweck dieser Versuche war, festzustellen, welche kritische Reynoldssche Zahl in turbulenzfreier Luft erreicht wird, um einen Maßstab, einen »Nullpunkt« für die im Windkanal ausgeführten Turbulenzmessungen zu gewinnen und jene Turbulenz der freien Luft zu messen, die an wirklichen Flugzeugen als grenzschichtwirksam zu erwarten ist.

b) Versuchsverfahren.

Die Wägung des Luftwiderstandes wurde ersetzt durch das im Abschnitt 4a beschriebene Druckmeßverfahren. Dieses Verfahren eignet sich besonders für Flugversuche, bei denen der Aufbau einer Waage sehr schwierig ist, Druckmessungen dagegen einfach auszuführen sind. — Die jeweilige Kugel wird aufgeschraubt auf eine rückwärtige Haltestange. Diese Stange ist in einer Gabel allseitig drehbar an der Spitze eines kleinen Mastes gehalten und trägt an ihrem Ende ein Leitwerk. Die Stange stellt sich wie eine Windfahne ein und kehrt die Kugel dem Winde zu. Der Mast wurde zuerst auf einem Kraftwagen und dann nach Abb. 20 auf dem Rumpf eines Flugzeuges aufgebaut.

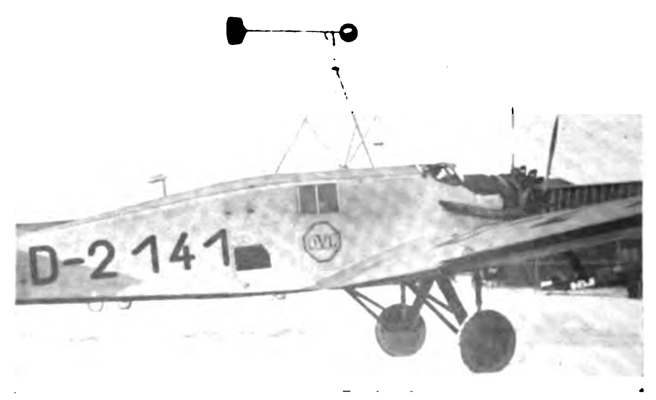


Abb. 20. Aufbau einer Meßkugel (28 cm) auf dem Versuchsflugzeug Junkers W 34.



An der Kugelvorderseite befindet sich eine Bohrung, durch die der Staudruck q entnommen wird. An der Kugelrückseite wird im Winkel zwischen Kugel und Stange der Rückseitendruck $p_{rü}$ und an der Haltestange etwa 4 Kugeldurchmesser hinter der Kugel vor dem Leitwerk der statische Gegendruck p_0 abgenommen. Durch Windkanalversuche war festgestellt, daß der statische Druck hinter der Kugel sehr bald von seinem negativen (unterkritischen) oder positiven (überkritischen) Betrag zurückkehrt zu dem der ungestörten Strömung entsprechenden Werte p_0. Unterkritisch ist das der Fall in einer Entfernung von etwa 3½ Kugeldurchmessern von Kugelrückseite, überkritisch bereits nach 2½ Durchmessern.

Es stellte sich bei den Flugversuchen heraus, daß das Druckfeld des Flugzeuges am Kugelort meist einen etwas anderen Wert aufweist, als an dem weiter hinten gelegenen Meßort für p_0. Dieser Druckunterschied ist für verschiedene Fluggeschwindigkeiten und Fluglagen (Vollgasflug und Gleitflug) durch Vergleich von p_{stange} mit einem an Stelle der Kugel angebrachten statischen Meßrohr bestimmt worden. Die Kugelmessungen sind nach den erhaltenen Eichkurven berichtigt.

Das verwendete Flugzeug ist eine Junkers W 34 mit SH 20-Motor. Geschwindigkeitsbereich 90 bis 210 km/h. Der verwendete Kraftwagen ist ein offener Wagen älterer Bauart, welcher bis 85 km/h erreicht. — Zur Bestimmung der Reynoldsschen Zahl ist Temperatur und Luftdruck (bei den Flugversuchen mittels Feinhöhenmessers) abgelesen worden. Die Messung der Drücke erfolgte durch zwei Differenzdruckmanometer Bauart Askania. Diese mit weichen Metalldosen arbeitenden Zeigergeräte sind für Messungen an nicht ruhendem Orte sehr gut brauchbar: einfache Ablesung, empfindlich und trägheitslos auf etwa ½ vH, ziemlich unempfindlich gegen Lage und Beschleunigung.

In Abb. 21 und 22 sind die Messungen an zwei Kugeln dargestellt. Unterkritisch folgen beide Kurven dem auch im Windkanal gemessenen Parameter $p_{rü} = -0{,}32 \cdot q$. Überkritisch verlaufen die Kurven im Bereiche der Parameter $p_{rü} = +(0{,}25 \text{ bis } 0{,}30) \cdot q$. — In Abb. 23 sind sämtliche Freiluftversuche und in Abb. 24 an den gleichen Kugeln im 1,2-m-DVL-Kanal ausgeführte Messungen maßfrei dargestellt.

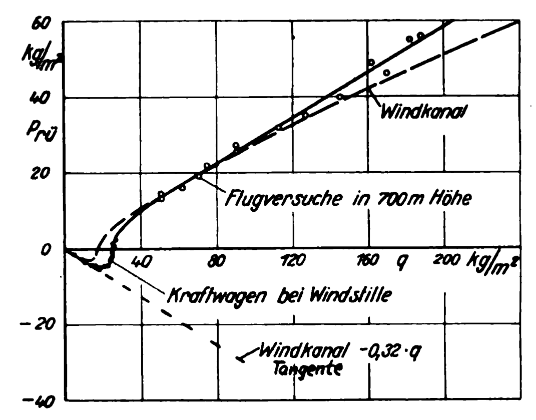


Abb. 21. Druckverlauf der 28-cm-Kugel in ruhender freier Luft; Kraftwagen- und Flugversuche.

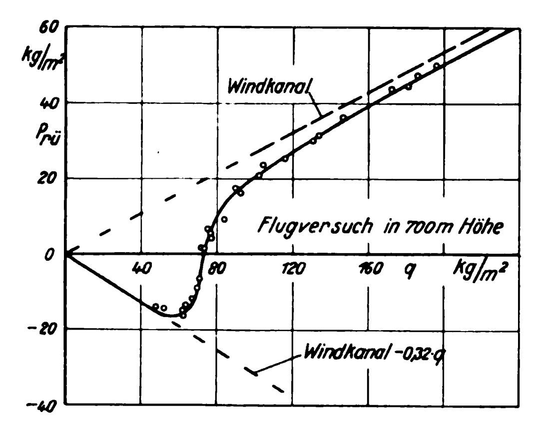


Abb. 22. Druckverlauf der 15-cm-Stahlkugel im Fluge.

c) Oberflächenbeschaffenheit.

Es zeigt sich nach Tafel II, daß unter den Siluminkugeln in turbulenzfreier Luft die größte Reynoldssche Zahl mit der größten Kugel (28 cm) erreicht wird. — Diese Kugeln sind gleichartig hergestellt (Siluminguß, genau abgedreht, mit Schellack poliert), besitzen also annähernd gleiche Oberflächenbeschaffenheit. Da die verbliebene Oberflächenrauhigkeit bei kleinen Kugeln relativ zum Kugeldurchmesser größer erscheint, ist anzunehmen, daß bei diesen eben durch Rauhigkeit kleinere kritische Reynoldssche Zahlen sich einstellen, als bei großen Kugeln. Die 28-cm-Kugel zeigt als die relativ glatteste die höchste Zahl $R_k = 4{,}03$ an.

Nach diesem Ausfall der Versuche ist die besonders glatte 15-cm-Kugel beschafft und im Fluge gemessen worden.

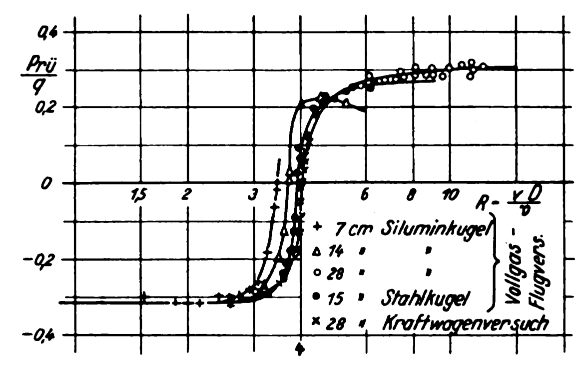


Abb. 23. Druckverlauf verschiedener Kugeln in turbulenzfreier Luft.

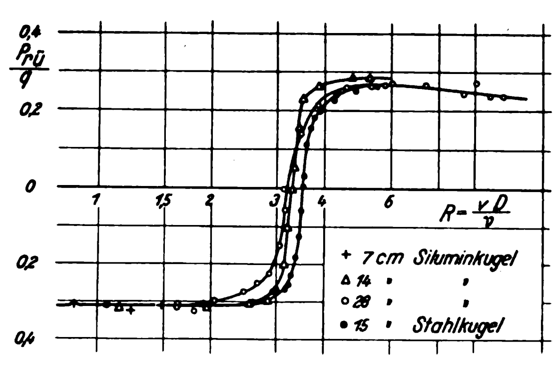


Abb. 24. Druckverlauf verschiedener Kugeln im 1,2-m-Windkanal der DVL.

Tafel II. Kritische Kennzahlen R_k (10^5) verschiedener Kugeln in freier Luft.

Kugel	ruhige freie Luft	bewegte Luft	1,2-m-Kanal
7 cm-Silumin	Vollgasflug 3,48	—	3,38 × 10⁵
14 » »	» 3,72	—	3,27 × 10⁵
28 » »	Kraftwagen 4,03	Straße bei Wind 2,70	3,20 × 10⁵
15 » Stahlkugel	Vollgasflug 3,92 Gleitflug 4,00	bockiges Wetter 3,85 Flugplatz 3,60	3,50 × 10⁵



Es ist dies die im Abschnitt 6a beschriebene Kugellagerkugel. Mit dieser Kugel ist ziemlich genau dasselbe R_k erreicht worden, wie mit der 28-cm-Kugel. In Anbetracht dessen, daß die Oberfläche der Siluminkugeln nach Möglichkeit geglättet war, muß festgestellt werden, daß der Einfluß der Oberfläche auf die kritische Kennzahl außerordentlich stark ist. Es ist wahrscheinlich, daß eine sorgfältig geglättete, und von Erschütterungen verschonte Kugel noch höhere Reynoldssche Zahlen erreicht als sie durch die vorliegenden Messungen bestimmt wurden. Die Extrapolation in Abb. 25 scheint auf 4,1 hinzuzielen.

d) Ergebnisse.

Mit der 15-cm-Stahlkugel sind zahlreiche Messungen in Flughöhen von 200 bis 4000 m Höhe sowohl im Horizontalflug, als auch im Vollgassteigflug und Gleitflug und bei verschiedenen Wetterlagen ausgeführt worden. Jeweils ist nur der kritische Staudruck (bei dem $p_{rü} = 0$ ist) bestimmt und die zugehörige kritische Reynoldssche Zahl errechnet worden.

Eine planmäßige Änderung der kritischen Reynoldsschen Zahl mit der Höhe über Erdboden oder dgl. ist nicht festgestellt. Es ergaben sich für die Atmosphäre kritische Zahlen zwischen 3,85 und $4{,}05 \cdot 10^5$. Und zwar wurden im Gleitflug durchweg Zahlen gefunden um 0,1 größer als im Vollgasflug. Eine Erklärung hierfür wird in den Motorerschütterungen gesucht.

Bei bockigem Wetter wurde (im Vollgasflug) der Wert $R_k = 3{,}85$ gefunden. Die grenzschichtwirksame Turbulenz der bockigen Wetterlage ist demnach sehr gering. Bei den Kraftwagenversuchen ergab sich bei Windstille $R_k = 4{,}03 \cdot 10^5$, auf der mit Bäumen besäumten Landstraße bei seitlichem Winde R_k bis herab zu $2{,}7 \cdot 10^5$, auf dem von Gebäuden umgebenen Flugplatz (5 m über dem Boden) bei Wind $R_k = 3{,}6$. In der Grenzschicht der Erdoberfläche ist also hinter Hindernissen grenzschichtwirksame Turbulenz vorhanden. Diese Feststellung stimmt überein mit Flugversuchen in Pasadena [15]. Dort wurde gemessen bei ruhigem Wetter $R_k = 3{,}68$ und bei Sturm wenige Meter über dem Boden $R_k = 3{,}45$.

Daß die in Pasadena gemessenen Zahlen erheblich unter den DVL-Werten liegen, dürfte auf die Beschaffenheit der verwendeten Kugel zurückgehen. — Bei neuerdings bekanntgewordenen Messungen [26] wurde an einer in geschlossener Halle geschleppten größeren Gummikugel die kritische Reynoldssche Zahl $R_k = 2{,}9 \cdot 10^5$ gemessen. Dieser Wert liegt noch weiter unterhalb der DVL-Messungen.

Die NACA-Fallversuche [11] sind mit Kugeln großer Durchmesser und natürlich frei von Motorerschütterungen ausgeführt worden (stationärer Zustand im freien Fall? Veränderliche Luftdichte?). Wenn aus den in Abb. 10 eingetragenen Meßpunkten eine kritische Reynoldssche Zahl abgelesen werden soll, so könnte sie zwischen 4 und $5 \cdot 10^5$ liegen.

6. Versuche betreffend Oberflächenbeschaffenheit.

a) Einfluß auf die kritische Kennzahl.

Es ist bekannt, daß in Rohren und an ebenen Wänden die Oberflächenrauhigkeit den Übergang von der laminaren zur turbulenten Grenzschichtströmung wesentlich begünstigt. Nach Abschnitt 1b ist daher selbstverständlich, daß die kritische Kennzahl der Kugel durch Rauhigkeit oder Unregelmäßigkeit der Oberfläche herabgesetzt wird.

Bei den Braunschweiger Versuchen sind u. a. hohle Kupfer- und Messingblechkugeln benutzt worden, deren Oberflächen feine ringförmige Wellen und an den Lötfugen entlanglaufende Wülste aufweisen. Im übrigen waren diese Kugeln blank poliert. Demgegenüber waren die hauptsächlich verwendeten Stahlkugeln genau gerundet; Kugellagerkugeln von 9, 12 und 15 cm Durchmesser, zur Verfügung gestellt von der Kugelfabrik Fischer in Schweinfurt.

Abb. 8 zeigt, wie unterschiedlich der Widerstandsverlauf der verschiedenen Kugeln ist. Bei den Blechkugeln setzt im Vergleich zu den Stahlkugeln der kritische Übergang in allen Fällen bei merklich kleineren Reynoldsschen Zahlen ein. So ist z. B. bei einer 10-cm-Blechkugel $R_k = 2{,}08 \cdot 10^5$, während (bei gleichem Kanalzustand) für die 12-cm-Stahlkugel $R_k = 2{,}38$ und für die 9-cm-Kugel sogar $2{,}52 \cdot 10^5$ ist.

Bei einer 25 cm großen Blechkugel, welche längs ihrer Lötfuge im Äquator einen ringförmigen Wulst von etwa 0,4 mm aufwies, wurde beobachtet, daß bei bestimmter Geschwindigkeit ohne Zwischenzustand ein plötzlicher Sprung von der unterkritischen zur überkritischen Widerstandshöhe eintritt. Bei gleicher Geschwindigkeit wechselt ebenso plötzlich der überkritische Zustand wieder in den unterkritischen; Abb. 8.

Ergebnis: die Welligkeit der Oberfläche führt einen wesentlich früheren kritischen Übergang herbei. Der Verlauf des Überganges ist außerdem unregelmäßig und manchmal sprunghaft.

Der Einfluß der Oberflächenrauhigkeit (ohne Welligkeit) ist an Zylindern näher untersucht worden. Leider fehlt in der englischen Quelle [8] die Angabe der verwendeten Korngröße, so daß der Grad der fraglichen Rauhigkeit unbekannt geblieben ist.

Bereits in Abschnitt 5c ist bei den Freiluftversuchen auf Oberflächenrauhigkeit geschlossen worden. Diesbezügliche planmäßige Versuche sind daraufhin mit der 28-cm-Siluminkugel ausgeführt worden. Die Kugel wurde mit Schellacklösung bestrichen und Quarzsandkörner bestimmter ausgesiebter Größe aufgestreut. Die Körner liegen dicht aneinander; ihre Größe dient als Rauhigkeitsmaß.

Aus Abb. 25 ist ersichtlich, in welchem Maße die kritische Kennzahl der Kugel mit der Rauhigkeit heruntergeht. Die Extrapolation auf $k/D = 0$ ergibt für turbulenzfreie Luft ungefähr $R_k = 4{,}1 \cdot 10^5$; dies ist die für die Kraftwagenversuchsbedingungen gültige kritische Kennzahl der vollkommen glatten Kugel in turbulenzfreier Luft. — Es sind in der Abbildung u. a. eingetragen Messungen an den verschiedenen Siluminkugeln. Die Rauhigkeit dieser Kugeln ist geschätzt auf $^1/_{100}$ bzw. $^{1,5}/_{100}$ mm.

b) Abhängigkeit des überkritischen Widerstands.

Auch oberhalb der kritischen Kennzahl ist die Grenzschicht bestimmend für den Widerstand. Je stärker dieselbe an der Kugelvorderseite z. B. durch Oberflächenrauhigkeit verzögert wird, um so größer ist der Formwiderstand.

Nach geltender Anschauung wirkt eine Oberfläche aerodynamisch dann als glatt, wenn die Rauhigkeitserhebungen in der oberflächennächsten laminaren Teilschicht der Grenzschicht, die auch in der turbulenten Grenzschicht vorhanden ist, ganz eingebettet sind. Unter dieser Voraussetzung ist es überhaupt nur möglich, überkritisch aerodynamisch vollkommen glatte Kugeln technisch herzustellen. Bei ebenen Flächen, welche in Strömungsrichtung liegen, wird überkritisch die zulässige Korngröße

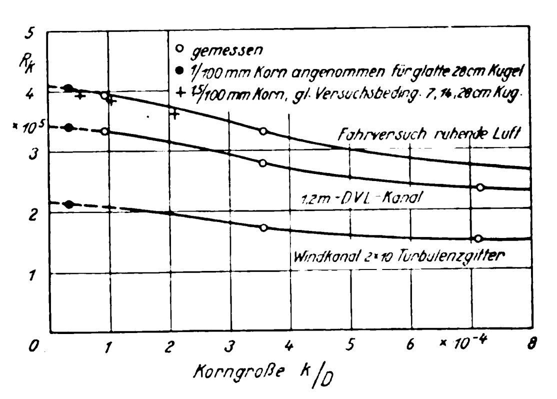


Abb. 25. Abhängigkeit der kritischen Kugelkennzahl von der Oberflächenrauhigkeit.



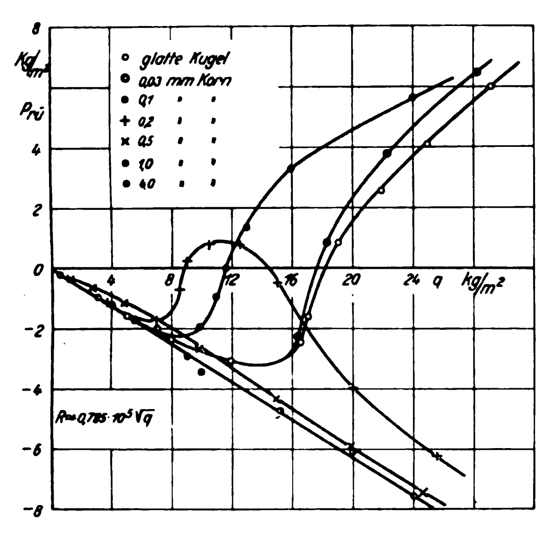


Abb. 26. Druckverlauf der 28-cm-Kugel bei verschiedener Rauhigkeit; 1,2-m-DVL-Kanal.

mit der Kennzahl stetig kleiner. Grenzbedingung für die Korngröße ist der ungefähr gleichbleibende Wert $R_{\text{Korn}} = v \cdot k/\nu = 1,5 \cdot 10^2$ [27]. Bei der turbulenten rauhen Reibung wird dann ein nur von der Korngröße abhängiger gleichbleibender Endwiderstand erreicht (quadratisches Widerstandsgesetz).

Für die Kugel ist überkritisch ein grundsätzlich gleichartiger Widerstandsverlauf zu erwarten, wie er von Platten her bekannt ist. Der Reibungswiderstand erscheint bei ihr »potenziert« als Formwiderstand. Für ganz glatte Kugeln wird also c_w mit der Kennzahl stetig weiter abnehmen (Abb. 27a). Die technische Herstellung der bei großen Kennzahlen (über etwa $5 \cdot 10^6$) notwendigen Oberflächenglätte dürfte sehr schwierig sein. Das Korn der 28-cm-Kugel müßte in diesem Falle schätzungsweise erheblich unterhalb von $^1/_{10000}$ mm bleiben. Nach dem Schema Abb. 27 ist anzunehmen, daß rauhe Kugeln überkritisch einen bestimmten Endwiderstand erreichen, wie das z. B. im Überdruckkanal auch gemessen worden ist (Abb. 10). Genügend rauhe Kugeln ($k/D = 0,004$) verlassen nach Abb. 26 das unterkritische Strömungsbild überhaupt nicht. Ihr Widerstandswert ist daher auch überkritisch mit etwa 0,47 gleichbleibend anzunehmen (Abb. 27d). Kugeln dieser Rauhigkeit sind also kennzahlunempfindlich; das abgelöste unterkritische Strömungsbild wird beim Turbulentwerden ihrer Grenzschicht nicht verlassen.

Bemerkenswert ist, daß bei gegebener Oberfläche der überkritische Widerstand durch Turbulenz bis zum dreifachen Betrage erhöht wird (Schema Abb. 28). Das kann einerseits zurückgehen auf scheinbar verstärkte Zähigkeit, andererseits ist sicherlich die zulässige Korngröße in turbulenter Strömung geringer. Unter der Voraussetzung glatter Oberfläche ist demnach nicht nur die kritische Kennzahl, sondern auch die überkritische Widerstandshöhe ein Maßstab für Turbulenz. Es erscheint sogar einseitig, nur immer den Einfluß der Turbulenz auf die kritische Kennzahl zu untersuchen. Die meisten technischen Strö-

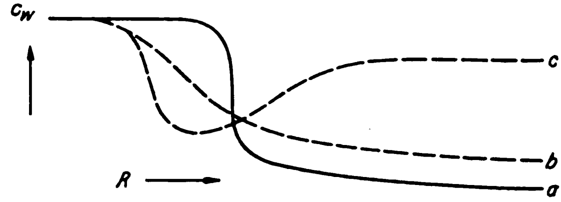


Abb. 28. Einfluß der Turbulenz auf den Widerstandsverlauf der Kugel (schematisch).

mungsvorgänge sind überkritische; und es ist durchaus wissenswert, welche überkritische Wirkung die Turbulenz hat.

c) Anwendung auf Windkanalmessungen.

Die für die verschiedenen Kugeln in turbulenzfreier Luft erreichten kritischen Kennzahlen können für diese Kugeln als Eichung für »Turbulenz = 0« betrachtet werden. Je tiefer die Windkanalwerte unter den Freiluftwerten liegen, um so größer ist die Windkanalturbulenz. Nach Abb. 25 ist es möglich, auf $k/D = 0$ extrapolieren, wenn für eine Kugel der Freiluftwert bekannt ist. Zeigt eine Meßkugel in freier Luft infolge von Rauhigkeit eine um 10 vH verminderte kritische Kennzahl an, so wird in turbulenter Strömung eine um etwa dieselbe vH-Zahl zu niedrige Zahl gemessen.

In den Abb. 9 und 11 sind Werte eingetragen, welche auf diese Weise nach Abb. 25 berichtigt worden sind. In Abb. 9 stellt also die entsprechende Kurve diejenigen Reynoldsschen Zahlen dar, welche bei verschiedenen Kanalgeschwindigkeiten mit vollkommen glatten Kugeln (verschiedener Durchmesser) erhalten werden würden. Die Abnahme der Turbulenz mit der Kanalgeschwindigkeit ist bei den untersuchten Kanälen so stark, daß durch sie der Einfluß der an kleinen Kugeln relativ stärkeren Rauhigkeit übertroffen wird.

Hinsichtlich Turbulenz und Oberflächenrauhigkeit sind Widerstandsmessungen an Kugeln nach den schematischen Abb. 27 und 28 folgendermaßen zu beurteilen:

1. durch Rauhigkeit wird der Widerstandssprung zu kleineren Reynoldsschen Zahlen hin verschoben; der Übergang erfolgt dabei gleich steil (Abb. 27c);
2. infolge von Turbulenz tritt der Sprung ebenfalls früher ein; die Übergangskurve ist aber grundsätzlich verflacht (Abb. 28b);
3. bei glatten Kugeln sinkt der Widerstandsbeiwert überkritisch stetig weiter ab (Abb. 27a);
4. auch in turbulenter Strömung dürfte das der Fall sein; die Kurve liegt aber höher, die zulässige Rauhigkeit ist geringer (Abb. 28b).
5. durch Rauhigkeit wird das Absinken des überkritischen Widerstandes zunächst verhindert (Abb. 27b), bei genügender Rauhigkeit steigt der Widerstand wieder an, bis er den gleichbleibenden überkritischen Endwiderstand erreicht (Abb. 27c);
6. bei grober Rauhigkeit tritt der kritische Widerstandssprung überhaupt nicht ein, c_w bleibt ungefähr gleich 0,47. Die Kugel ist in diesem Falle kennzahlunempfindlich wie alle scharfkantigen Körper (Abbildung 27d).

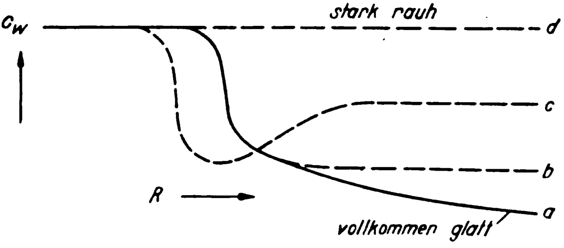


Abb. 27. Einfluß der Oberflächenrauhigkeit auf den Widerstand der Kugel (schematisch).

7. Zusammenfassung.

Das Kennzahlverhalten der Kugel wird (in bekannter Weise) mittels der Grenzschichttheorie erklärt.

Rückwärtige Aufhängevorrichtungen fälschen die überkritische Widerstandshöhe der Kugel u. U. erheblich (Abb. 3). Aufhängedrähte im Raume hinter der Kugel haben dagegen keinen nachweisbaren Einfluß.

Eine rückwärtige mittlere Haltestange erniedrigt je nach Durchmesser den überkritischen Widerstand wesentlich, weil sie die Strömung mehr zum Anliegen bringt. Auf einen Durchmesser zu kommen, der praktisch ohne Einfluß auf die überkritische Widerstandshöhe bleibt,



ist schwer, weil mit Rücksicht auf die sichere und schwankungsfreie Aufhängung der Kugel die Stange einen Mindestquerschnitt behalten muß.

Der unterkritische Widerstand und der Eintritt des Übergangs wird durch eine rückwärtige Haltestange nachweisbar nicht beeinflußt. Stangendurchmesser bis zu ¼ des Kugeldurchmessers sind hier zulässig. Turbulenzmessungen mit Hilfe der Kugel als Anzeiger (Indikator) werden durch rückwärtige Aufhängevorrichtungen nicht beeinflußt; zulässiger Haltestangendurchmesser über $0{,}2 \cdot D$.

Entscheidenden Einfluß auf Turbulenzmessungen mittels Kugeln hat die Oberflächenbeschaffenheit. Zu eindeutigen Messungen sind formgenaue, spiegelblank polierte (Metall-) Kugeln erforderlich. Der Einfluß der Oberflächenkorngröße ist durch Versuche quantitativ ermittelt worden.

Zur Ermittlung des kritischen Kennwertes der Kugel ist ein neues Verfahren angewendet worden. Es wird jene kritische Windgeschwindigkeit festgestellt, bei welcher der an der Kugelrückseite herrschende statische Druck der gleiche ist, wie der der ungestörten Strömung. — Das Verfahren gestattet, die kritische Kennzahl durch einen einzigen Meßpunkt zu erfassen. Wegen seiner großen Einfachheit eignet es sich besonders für Flugversuche. Zwischen $p_{rü}$ und c_w besteht ein bestimmter Zusammenhang.

Die Messung grenzschichtwirksamer Turbulenz mittels einer »vollkommen« glatten 15-cm-Stahlkugel ergab für den Braunschweiger Kanal eine kritische Kennzahl $R_k = 2{,}95 \cdot 10^5$. Die mit der gleichen Kugel im 1,2-m-Windkanal der DVL (Zustand 1935) gemessene Zahl $R_k = 3{,}6 \cdot 10^5$ übertrifft alle bekannten derartigen Messungen.

Durch Messung mit mehreren verschieden großen Kugeln ergab sich für die untersuchten Kanäle eine Abnahme der wirksamen Turbulenz mit der Geschwindigkeit; Abb. 9. — Die Turbulenz wird merklich vermindert durch Verengung des Kanalquerschnittes.

In Hinsicht auf Turbulenzgitter ist die durch einzelne Drähte erzeugte Turbulenz (Wirbelstraße) durch Kugelmessungen näher untersucht worden.

Es wurde nachgewiesen, daß die Kugelgrenzschicht akustisch (durch einen starken Pfeifton) gestört werden kann. Die kritische Kennzahl der 15-cm-Kugel ging von 3,50 auf $2{,}40 \cdot 10^5$ herab.

Durch Fahrversuch und Flugversuche sind die kritischen Kennzahlen verschiedener in freier Luft fortbewegter Kugeln bestimmt worden. In ruhender (windstiller) Luft und bei Wind frei von Hindernissen sind die gleichen kritischen Kennzahlen $R_k = 3{,}95$ bis $4{,}05 \cdot 10^5$ festgestellt worden. Die grenzschichtwirksame Turbulenz der freien Atmosphäre ist sehr gering ($R_k = 3{,}90$ bei »bockigem« Wetter). — Es ist wahrscheinlich, daß mit Kugeln, welche vor äußeren Erschütterungen bewahrt sind, noch höhere Zahlen erreicht werden.

Die Oberflächenrauhigkeit hat besonders großen Einfluß auf die überkritische Widerstandshöhe. Die Erkenntnis betr. Oberfläche wird auf die Windkanalmessungen mit Kugeln angewendet.

Aus den Kugelversuchen sind folgende Schlüsse für Körper geringen Widerstandes zu ziehen: Am wichtigsten ist die Oberflächenbeschaffenheit. Jede Unregelmäßigkeit der Form (Stufen) und Rauhigkeit kosten Grenzschichtenergie; der Formwiderstand nimmt unverhältnismäßig stark zu. An Flugzeugrümpfen sind z. B. Absätze, Fugen und Beschläge wichtiger zu nehmen als das z. Z. geschieht. Lackierung und kostspielige Formung wird in vielen Fällen durch kleine Fehler in ihrer Wirkung aufgehoben. — Die Kennzahl hat praktisch (oberhalb des kritischen Bereiches) gegenüber der Oberflächenbeschaffenheit ganz untergeordnete Bedeutung.

8. Schrifttum.

[1] H. Muttray, Tatsachen des Widerstandes, Handb. Exp. Ph. Wien Harms Bd. IV 2, S. 232, 291.

[2] Hoerner, Untersuchungen Windkanal TH Braunschweig, Diss. Braunschweig 1933.

[3] O. Flachsbart, Luftwiderstand von Kugeln, Phys. Z. Bd. 28 (1927) S. 461.

[4] Prandtl und Betz, Erg. AVA Göttingen, 2. Lief. (1927).

[5] Ebenso, 3. Lief. (1929), S. 6.

[6] Eiffel, Récherches résistance de l'air et l'aviation, Paris 1914.

[7] Prandtl, Nachr. Ges. Wissensch. Göttingen, math. phys. Kl. 1914.

[8] Fage und Warsap, Turbulence and Surface Roughness on Zylinders, ARC Rep. 1283 (1930).

[9] H. M. Lyon, Turbulence Drag of Airship Models, ARC Rep. 1511 (1933).

[10] Wieselsberger, Luftwiderstand von Kugeln, Z. Flugtechn. Motorluftsch. 5 (1914), S. 140.

[11] Bacon und Reid, Resistance of Spheres in Wind Tunnels and in Air, NACA Rep. 185 (1923).

[12] Dryden und Kuethe, Effect of Turbulence Wind Tunnel Measurements, NACA Rep. 342 (1930).

[13] E. N. Jakobs, Thick Airfoils Variable Density Wind Tunnel, NACA Rep. 391 (1931).

[14] O. Flachsbart, Widerstand von Kugeln, kritische Reynoldssche Zahl, Erg. AVA Göttingen, 4. Lief. (1932), S. 106.

[15] Millikan und Klein, Effect of Turbulence, Aircraft Engg. 5 (1933), S. 169.

[16] Silverstein, Scale Effect Clark-Y-Airfoil Full Scale Wind Tunnel, NACA Rep. 502 (1934).

[17] Hoerner, Windkanal der TH Braunschweig, Z. Flugtechn. Motorluftsch. Bd. 23 (1932), S. 486.

[18] F. Seewald, Kleiner Windkanal der DVL, Z. Flugtechn. Motorluftsch. Bd. 24 (1933), S. 559.

[19] Dryden und Kuethe, Fluctuations of Air Speed Hot Wire Anemometer, NACA Rep. 320 (1929).

[20] Dryden, Reductione of Turbulence in Wind Tunnels, NACA Rep. 392 (1931).

[21] Reid, Standardization Tests No 1 Wind Tunnel, NACA Rep. 195 (1924).

[22] Krey, Sandkörner und Kugeln in Wasser, Mitt. Vers.-Anst. Wasserbau Schiffbau Berlin (1921).

[23] Eisner, Widerstandsmessungen an Zylindern, Mitt. Pr. Vers.-Anst. Wasserbau Schiffbau Berlin, Heft 14 (1929).

[24] Prandtl, Herstellung einwandfreier Luftströme, Handb. Exp. Ph. Wien Harms Bd. IV, 2 (1933), S. 63.

[25] Doetsch und v. Mathes, Schwankungsmessungen im Windkanal, Abh. Aerod. Inst. TH Aachen, Heft 10 (1931).

[26] Sauerwein, MIT, Sphere drag coasting through still air, J. Aeron. Sciences Bd. 1 (1934), S. 147.

[27] Prandtl und Schlichting, Widerstandsgesetz rauher Platten, WRH 15 (1934), S. 4.

[28] Wenzinger und Harris, Vertical Wind Tunnel, NACA Rep. 387 (1931).

[29] Troller, Vertical Wind Tunnel, Guggenheim Airship Inst. Publ. 1 (1933), S. 11.

[30] E. F. Relf, Results Compressed Air Tunnel, J. R. Aeron. Soc. 39 (1935), S. 1.

[31] Ferrari, Caratteristiche Galleria (Torino), Aerotecnica Bd. 14 (1934), S. 380.

[32] Seiferth und Betz, Untersuchung von Flugzeugmodellen, Handb. Exp. Ph. Wien Harms Bd. IV, 2 (1933), S. 107.

Der induzierte Widerstand von Flügeln mit kleinem Seitenverhältnis.

Von Schilhansl, Deutsche Versuchsanstalt für Luftfahrt, e. V., Berlin-Adlershof.

Die Tragflügeltheorie läßt erwarten, daß bei Rechteckflügeln die Größe des induzierten Widerstandes von dem für elliptische Auftriebsverteilung geltenden Kleinstwert

$$c_{w_i} = \frac{c_a^2}{\pi} \cdot \frac{t}{b}$$

um so mehr abweicht, je kleiner das Seitenverhältnis ist. Versuche zeigen jedoch das Gegenteil. Im folgenden wird eine Erklärung für diesen Widerspruch gegeben.

Der induzierte Widerstand von Tragflügeln wird nach Prandtl so errechnet, daß man den Flügel durch einen Wirbelfaden ersetzt und die Zirkulation um denselben als elliptisch über seine Länge verteilt annimmt. Mit dieser Näherung erhält man den Beiwert des induzierten Widerstandes c_{w_i} aus

$$c_{w_i} = \frac{c_a^2}{\pi} \cdot \frac{t}{b};$$

darin bedeutet c_a den Auftriebsbeiwert, t die Flügeltiefe und b die Spannweite.

Es besteht wohl kein Zweifel, daß die Näherung um so zuverlässigere Ergebnisse liefert, je weniger die Vereinfachungen von der Wirklichkeit abweichen, d. h. für Flügel mit großem Seitenverhältnis am zuverlässigsten ist. Diese Tatsache ist schon mehrfach experimentell erhärtet worden.

Fragt man weiter, welche Unterschiede sich im induzierten Widerstand ergeben, wenn man Flügel untersucht, bei denen die bisherigen vereinfachenden Annahmen nicht mehr gemacht werden dürfen, so kann aus der Tatsache, daß die Annahme elliptischer Auftriebsverteilung den kleinsten induzierten Widerstand liefert, geschlossen werden, daß bei Rechteckflügeln, bei welchen die Auftriebsverteilung bekanntlich völliger als die elliptische ist, der wirkliche induzierte Widerstand um so größer ausfällt als der aus der vereinfachten Theorie zu errechnende, je kleiner das Seitenverhältnis ist.

Überraschenderweise trifft diese Erwartung nach Versuchen von C. H. Zimmermann (NACA Rep. 431) nicht zu, man beobachtet vielmehr das gerade Gegenteil, wie Abb. 1, die der Abb. 14 des Rep. 431 entspricht, entnommen werden kann. In dieser ist der Beiwert des Profilwiderstandes, also der Differenz des Gesamt- und induzierten Widerstandes, aufgetragen. Zimmermann hat letzteren nach der üblichen, oben angeführten Näherungsformel gerechnet, also nach unserer bisherigen Erwartung eher zu klein als zu groß. Da die Versuchsergebnisse eine erträgliche Streuung aufweisen und bei den kleinen Seitenverhältnissen mit denselben Meßverfahren gearbeitet wurde wie bei den großen, so kann nicht angenommen werden, daß die Ergebnisse durch irgendwelche Meßfehler gefälscht werden. Aus der Abbildung geht nun hervor, daß die auf einer Minimalbedingung aufgebaute Näherungsrechnung einen zu großen induzierten Widerstand liefert.

Es gibt nun eine Möglichkeit, diesen Widerspruch zu lösen. In der Theorie wird immer stillschweigend vorausgesetzt, daß der Abstand der abgehenden Wirbel gleich der Spannweite des Flügels ist. Diese Voraussetzung setzt weiter voraus, daß die induzierte Strömung die Flügelenden mit unendlich großer Geschwindigkeit umströmt. Unendlich große Geschwindigkeiten kennt aber nur die Potentialtheorie; es kann also vermutet werden, daß in Wirklichkeit jedoch ein Abreißen der induzierten Strömung an den Flügelenden eintritt und dort je ein Wirbel entsteht, dessen Kern außerhalb der Spannweite liegt. Der Abstand b' der beiden Wirbelkerne müßte demnach größer als die Spannweite b sein. Die Richtigkeit dieser Vermutung wurde durch einen einfachen Versuch im kleinen Windkanal der DVL festgestellt: man brachte einen Flügel mit dem Seitenverhältnis 1 : 0,5 in den Strahl und beobachtete mit einer Fadensonde die Richtung der abgehenden Strömung an der Hinterkante. Das Vorhandensein von Wirbeln erkennt man daran, daß der Faden zu rotieren beginnt, wenn man ihn in den Wirbelkern hält und dabei einen Kegelmantel beschreibt, dessen Öffnungswinkel von dem Verhältnis der

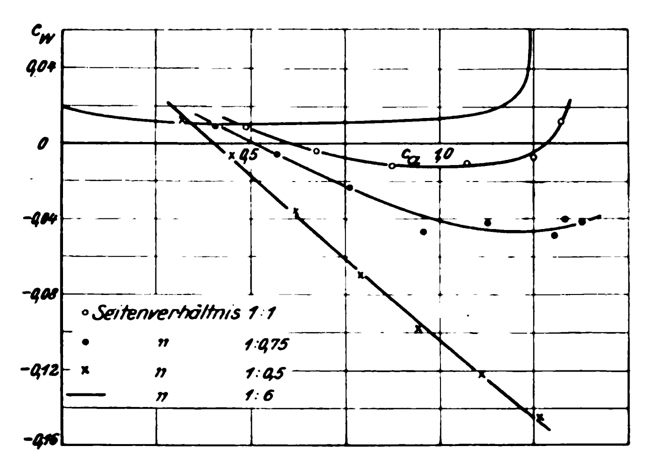


Abb. 1. Widerstandsbeiwert c_w für Seitenverhältnis 1 : ∞, errechnet aus Versuchen mit Flügeln verschiedenen Seitenverhältnisses.

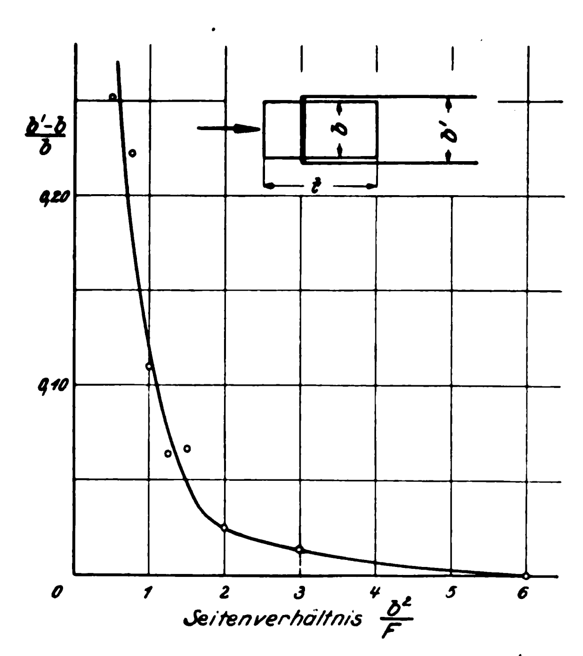


Abb. 2. Verhältnis der Differenz des Randwirbelabstandes b' und der Spannweite b zur Spannweite in Abhängigkeit zum Seitenverhältnis $\frac{b^2}{F}$.



Drehgeschwindigkeit zur Anblasegeschwindigkeit abhängt. Die Spitze des Kegels liegt nach der Beobachtung außerhalb der Spannweite. Es wurde allerdings die genaue Lage des Wirbels nicht zahlenmäßig festgestellt, da der Versuch nur einen ersten Anhaltspunkt geben sollte.

Wenn wir nun unsere Vermutung, daß in die Formel für die Berechnung des induzierten Widerstandes nicht die Spannweite b, sondern der Abstand der äußersten abgehenden Wirbel b' einzusetzen ist, wobei b' in Wirklichkeit größer als b ist, als durch den einfachen Versuch erwiesen unterstellen, so können wir die Zimmermannschen Versuche dazu benutzen, um eine zahlenmäßige Abhängigkeit zwischen b und b' zu finden; allerdings muß dabei angenommen werden, daß der Profilwiderstand für alle Seitenverhältnisse der gleiche ist. Für das Verhältnis $\frac{b'-b}{b}$ findet man die in Abb. 2 aufgetragenen Werte. Eine noch übersichtlichere Darstellung ergibt sich, wenn man die Differenz $b'-b$ in Beziehung zur Flügeltiefe t setzt; man findet dann die einfache Regel, daß der Abstand der Wirbel bzw. die Breite des abgehenden Wirbelbandes um etwa 10% der Flügeltiefe größer ist als die Spannweite.

Diese Regel ist rein empirisch gefunden und dürfte wegen ihrer Einfachheit eine erwünschte Ergänzung der Ergebnisse, die mit einer Theorie der ersten Näherung gewonnen werden, darstellen. Es bleibt natürlich Aufgabe der Theorie, eine zweite Näherung zu entwickeln und sie mit entsprechend ausgedehnten Messungen zu vergleichen.

LUFTFAHRTFORSCHUNG

Band 12 | 16. Mai 1935 | Nr. 2

Häufigkeitsbetrachtungen zur Ermittlung der erforderlichen Festigkeit von Flugzeugen[1]).

Von H. G. Küssner, Göttingen.

Um Betriebserfahrungen zur Verbesserung eines industriellen Erzeugnisses in möglichst vollkommener Weise zu verwerten, bedient man sich in steigendem Umfange der statistischen Auswertung der Betriebserfahrungen. Aus einer großen Zahl von Betriebsergebnissen lassen sich statistische Gesetzmäßigkeiten finden, die wertvoll für die Verbesserung des Erzeugnisses sind, die aber der direkten Wahrnehmung verschlossen geblieben wären, sei es, daß die Anfangsbedingungen unbekannt sind oder daß die Zahl der Variablen zu groß ist. Im folgenden wird die Statistik zur Bestimmung der erforderlichen Festigkeit von Flugzeugen aus den Beanspruchungsmessungen herangezogen.

Gliederung.

I. Einleitung.

Bei der Anwendung der Statistik auf die Festigkeit von Flugzeugen stößt man auf eine Schwierigkeit, die darin besteht, daß die Zahl der im Flugbetriebe beobachteten Brüche keine große Zahl im Sinne der Statistik ist.

Hinsichtlich der Festigkeit sind zunächst nur Flugzeuge des gleichen Baumusters vergleichbar, weil selbst geringe Änderungen der Steuerorgane oder der Motorleistung großen Einfluß auf die Beanspruchungen in der Luft haben können. Infolge der raschen Entwicklung der Flugtechnik ist die insgesamt in den Betrieb kommende Stückzahl eines Flugzeugmusters in der Regel ebenfalls keine große Zahl im Sinne der Statistik.

II. Definition der Brucherwartungszeit.

Flugzeugbrüche werden auch in Zukunft unvermeidlich sein. Man wird jedoch bei der Konstruktion eines neuen Flugzeugmusters bestrebt sein, die Bruchhäufigkeit auf ein geringes, tragbares Maß zu vermindern. Als Maß für die Bruchhäufigkeit möge im folgenden die Flugstundenzahl t_0 dienen, in der durchschnittlich ein Flügelbruch erfolgen würde, wenn die Stückzahl und die Gesamtbetriebsdauer des betreffenden Musters sehr groß wäre. Die Zeitdauer t_0 wird im folgenden Brucherwartungszeit genannt. Sie ist bisher nur bei wenigen, in großer Stückzahl gebauten Flugzeugmustern der Größenordnung nach bekannt, und zwar ist für

Fokker D 13	$t_0 \sim 10^4$ h,
Junkers F 13	$t_0 \sim 10^5$ h.

Ein Flügelbruch ist, gemessen an der Lebensdauer eines Flugzeuges, deren Größenordnung 10^3 Flugstunden ist, ein seltenes Ereignis. An eine kurzdauernde Erprobung, die ohne Bruch verlaufen ist, kann man daher nur ungewisse Vermutungen hinsichtlich der Brucherwartungszeit knüpfen. Es besteht dann die Möglichkeit, daß eine Bruchserie auftritt, wenn das Muster in großer Stückzahl geflogen wird. Diese Gefahr besteht besonders bei neuartigen Flugzeugmustern, bei denen keine zuverlässigen Erfahrungswerte für die Größe der zu erwartenden Beanspruchung vorliegen.

Die Brüche, die hier in Betracht kommen, sind sogenannte statische oder Gewaltbrüche, die sich bei einmaliger hoher Beanspruchung ereignen. Die auf anderen Ursachen beruhenden Schwingungsbrüche bedürfen einer gesonderten Behandlung.

III. Häufigkeit der Beanspruchungen.

Es liegt nahe, die Beanspruchungen des zu erprobenden Flugzeugmusters im Betriebe statistisch zu untersuchen, um aus der im Fluge gemessenen Häufigkeitsverteilung der Beanspruchung Rückschlüsse auf die Brucherwartungszeit zu machen. In verhältnismäßig kurzer Erprobungsdauer kann durch Beanspruchungsmessungen ein umfangreiches Zahlenmaterial gewonnen werden, das einer statistischen Bearbeitung zugänglicher ist als die seltenen Beobachtungen von Brüchen. Hat man bei der Durchführung der Erprobung dafür Sorge getragen, daß durchschnittlich die Verhältnisse des späteren regelmäßigen Flugbetriebes eingehalten werden, hat man das Flugzeug also in allen in Frage kommenden Wetterlagen von verschiedenen Flugzeugführern fliegen lassen, so kann man annehmen, daß auch bei verlängerter Erprobungsdauer die relative Häufigkeit der gemessenen Beanspruchungen sich nicht mehr wesentlich ändert, daß es also einen Grenzwert der relativen Häufigkeit gibt.

Die Voraussetzung eines »Kollektivs« von Beobachtungsergebnissen in »regelloser« oder »zufallsartiger« Anordnung und das Vorhandensein von Grenzwerten der relativen Häufigkeit gewisser Gruppen von Beobachtungsergebnissen sind die Grundaxiome der Wahrscheinlichkeitslehre. In der Wahrscheinlichkeitslehre bezieht man die absolute Häufigkeit auf die Gesamtzahl der Beobachtungsergebnisse und nennt den Grenzwert dieses Quotienten die Wahrscheinlichkeit.

Da im vorliegenden Falle die Gesamtzahl der Beobachtungsergebnisse von der Art der Auswertung abhängt, ist es zweckmäßiger, die Häufigkeit auf die Zeiteinheit oder eine andere geeignete Maßeinheit zu beziehen (relative Häufigkeit).

Hat man durch ein Meßgerät die Beanspruchung eines Flugzeugteils als Funktion der Zeit registriert, z. B. die Flügeldurchbiegung in Abb. 1, so kann man das Meßergebnis in verschiedener Weise statistisch auswerten. Zunächst muß man die Variationsbreite der registrierten Kurve, d. h. den Unterschied zwischen größter und kleinster Durchbiegung, in eine Anzahl Intervalle teilen und durch

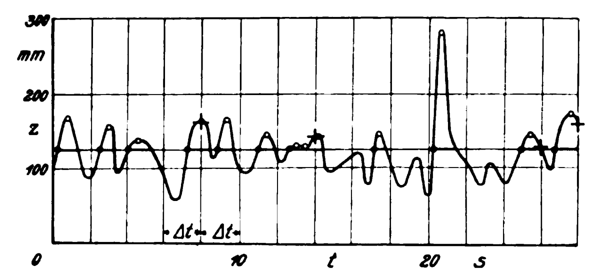


Abb. 1. Auszählung der Häufigkeit von Flügeldurchbiegungen.

[1]) Die Arbeit geht auf Untersuchungen zurück, die vom Verfasser während seiner Tätigkeit in der Deutschen Versuchsanstalt für Luftfahrt durchgeführt wurden.

jede Intervallgrenze eine Bezugsgerade konstanter Beanspruchung legen. Zahl und Größe der Intervalle sind so zu wählen, daß einerseits der Verlauf der Häufigkeit sicher dargestellt wird, anderseits die zufälligen Streuungen der Zählergebnisse benachbarter Intervalle in zulässigen Grenzen bleiben. Die relative Streuungsbreite wird bei normaler Verteilung gleich der relativen Intervallbreite, wenn die halbe Zahl der Intervalle gleich der 3. Wurzel aus der Gesamtzahl der Beobachtungsergebnisse ist. Zur Erleichterung der Auswertungsarbeit wird man jedoch auch bei großer Gesamtzahl nicht mehr als 20 Intervalle nehmen. Ferner hat man festzulegen, welche Merkmale der gemessenen Kurve als Beobachtungsergebnisse gelten sollen, d. h. in welcher Art die gemessene Kurve auszuwerten ist. Zählt man die Merkmale in jedem Intervall zwischen zwei Bezugsgeraden und trägt sie über dem betreffenden Intervall der Beanspruchung als parallelen Strich auf, so erhält man eine treppenförmige Verteilungslinie.

Zählt man alle Merkmale auf einer Seite einer Bezugsgeraden, indem man die Merkmalzahlen aller auf der betreffenden Seite der Bezugsgeraden liegenden Intervalle summiert, so erhält man eine treppenförmige Summenlinie, welche vom Wert Null bis zu der Gesamtzahl aller Merkmale monoton ansteigt. Da es hier auf die Beantwortung der Frage ankommt, wie groß die Häufigkeit aller Beanspruchungen ist, die einen bestimmten Wert überschreiten, wird man in der Regel Summenlinien zu bilden haben.

Es ist zweckmäßig, für jede gemessene Verteilung zwei Summenlinien zu bilden, indem man an beiden Seiten des Variationsbereichs mit der Summierung beginnt und diese jeweils bis etwa zum Mittelwert der Verteilung durchführt, weil dann bei logarithmischer Auftragung der Häufigkeit übersichtliche Ergebnisse erhalten werden.

Im folgenden seien einige Auswertungsarten genannt:

1. Zählung aller Extremwerte auf einer Seite der Bezugsgeraden, s. Abb. 1, Punkte ∘;
2. Zählung aller Maxima oberhalb der Bezugsgeraden oder aller Minima unterhalb der Bezugsgeraden, Punkte ∘.
3. Zählung jedes zweiten Schnittpunktes der Bezugsgeraden mit der Kurve, Punkte •; zum selben Ergebnis gelangt man, wenn man auf einer Seite der Bezugsgeraden die Maxima positiv, die Minima negativ zählt.
4. Zählung der Abstände je zweier Schnittpunkte der Bezugsgeraden mit der Kurve, stark ausgezogene Linien —.
5. Markierung von Kurvenpunkten in konstanten Zeitintervallen Δt; Zählung aller markierten Punkte auf einer Seite der Bezugsgeraden, Punkte +.
6. Harmonische Analyse der Beanspruchungskurve nach Art der Geräuschanalyse.

Die 2. Art wurde bei den ersten in der DVL ausgeführten Häufigkeitsmessungen von Flügeldurchbiegungen angewandt.

Die 3. Art wird gegenwärtig in der DVL angewandt und eignet sich für automatische Zählgeräte. Der Beschleunigungszähler von Langer-Thomé zählt nach dieser Art. Das Zählergebnis ist eine Verteilungslinie, keine Summenlinie, da es keine monoton wachsende Funktion ist. Bei hohen Beanspruchungen stimmt es jedoch nahezu mit der nach der 2. Art erhaltenen Summenlinie überein, weil dann fast nur noch Maxima über der Bezugsgeraden liegen.

Der Mangel der 1. bis 3. Auswertungsart besteht darin, daß kein Unterschied zwischen Beanspruchungen verschiedener Zeitdauer gemacht wird.

Die 4. Art ergibt die Zeitdauer aller Beanspruchungen, die einen bestimmten Wert überschreiten. Das Zählergebnis ist eine Summenlinie. Diese Auswertungsart ist wichtig für die Berechnung der Häufigkeit überlagerter Beanspruchungen.

Die 5. Art liefert eine Summenlinie. Das Zählergebnis enthält nur einen Bruchteil der Zahl der vorkommenden

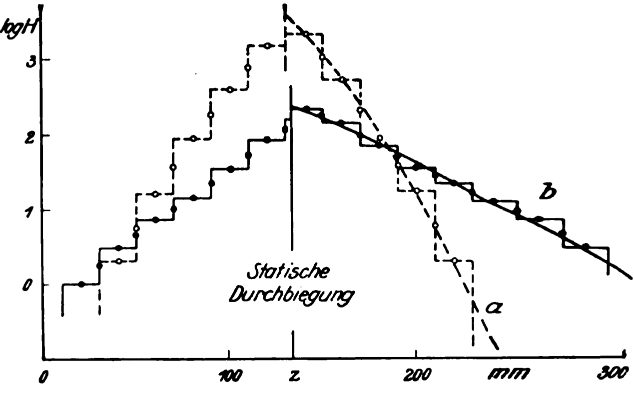


Abb. 2. Summenlinien für die Häufigkeit von Flügeldurchbiegungen.

Beanspruchungen, wenn das Zeitintervall Δt größer als die mittlere Dauer einer Beanspruchung ist. Die Größe dieses Bruchteils kann durch Vergleichsmessungen nach der 2. oder 3. Art bestimmt werden. Wichtig ist, daß man aus den untengenannten Korrelationsmessungen Verteilungen nach der 5. Art auszählen kann.

Die 6. Art bedingt weniger einfache automatische Geräte, stellt dafür aber auch die weitestgehende Auswertung der Versuchsergebnisse dar. Diese Art wird unter der Bezeichnung »Periodographie« in der Meteorologie angewandt und als statistisches Problem behandelt. Die Messung kann in der Weise durchgeführt werden, daß man eine Anzahl von Siebfrequenzen im Bereich zwischen der höchsten und niedrigsten zu erwartenden Frequenz der Beanspruchungen wählt. Für jede Siebfrequenz erhält man eine Amplitudensummenlinie.

Diese Art erscheint zunächst ungeeignet zur Ermittlung der Häufigkeit hoher Beanspruchungen, da bei der Analyse die Beanspruchung in Teilamplituden zerlegt wird. Aus den für jede Siebfrequenz erhaltenen Unterkollektiven kann man jedoch die Häufigkeit des Erreichens einer bestimmten Beanspruchung durch Überlagerung der Amplituden rückberechnen. Die Richtigkeit der Berechnung kann man durch Vergleich mit einer gleichzeitig ausgeführten Messung nach der 2. oder 3. Art prüfen. Es ist anzunehmen, daß diese Methode der Häufigkeitsberechnung bei sehr hohen Beanspruchungen der Wirklichkeit näher kommt als die direkte Extrapolation der nach den anderen Arten gewonnenen Summenlinien, weil die Zahl der Beobachtungsergebnisse bei der 6. Art am größten ist.

Als Beispiel einer Auswertung der 2. Art sind in Abb. 2 Summenlinien für die absolute Häufigkeit H von Flügeldurchbiegungen des Musters M 20b dargestellt.

Das gesamte Versuchsergebnis war subjektiv in 3 Klassen nach der Stärke der Böen eingeteilt. Die Kurve a stellt die Klasse: stark böig mit 55,9 min Dauer dar, die Kurve b die Klasse: sehr böig mit 2,9 min Dauer. Legt man durch die treppenförmigen Summenlinien Ausgleichkurven (Punkte ∘ und •), so stimmen diese bis auf geringe Schwankungen mit der Summenlinie der Gaußischen oder »normalen« Verteilung überein, welche in der Statistik eine Sonderstellung einnimmt. Man kann die gemessenen Summenlinien für $z > z_{st}$ mit genügender Genauigkeit darstellen durch den Ansatz

$$\log H = C + f\left(\frac{z - z_{st}}{s} + \beta\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Darin ist die Funktion $f(x)$ der gewöhnliche Logarithmus des Fehlerintegrals zwischen den Grenzen ∞ und x. Ferner ist z_{st} die statische Durchbiegung vom spannungsfreien Zustand ab gerechnet, C und β sind Konstanten.

Tafel 1. Logarithmus des Fehlerintegrals.

x	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3.5	4,0	4,5
$-f(x)$	0	0,32	0,80	1,47	2,33	3,39	4,66	6,13	7,82	9,71



Für $x \geq 5$ ist mit ausreichender Genauigkeit

$$-f(x) = \frac{x^2}{2{,}303} + \log x + \frac{1}{2} \log \pi \quad . \; . \; . \quad (2)$$

Die Konstanten der in Abb. 2 eingezeichneten Summenlinien a und b sind in Tafel 2 enthalten.

Würde man die Verteilungen a und b addieren, so ließe sich die so erhaltene Summenlinie nicht mehr durch eine normale Verteilung darstellen. Die normale Verteilung stellt sich ihrem Wesen nach nur dann ein, wenn einheitliche Versuchsbedingungen vorliegen, z. B. unveränderte Wetterlage. Dies ist durch die subjektive Auswahl der Verteilungen a und b aus dem gesamten Versuchsergebnis bereits nahezu erreicht worden.

Liegt jedoch das Zählergebnis eines automatischen Zählgeräts über eine längere Versuchsdauer vor, so ist eine subjektive Auswahl nicht mehr möglich. In diesem Falle kann man das Zählergebnis durch eine Reihe normaler Verteilungen darstellen, welche mit wachsender Streuung fortschreitet. Eine derartige Entwicklung erleichtert die weitere rechnerische Behandlung erheblich.

IV. Berechnung der Brucherwartungszeit.

Bei der Auswertung der obengenannten Meßergebnisse sind Böenbeanspruchungen und Abfangbeanspruchungen in gleicher Weise gezählt worden, weil ihre Unterscheidung allein aus der Beanspruchungskurve kaum möglich ist. Da die Abfangbeanspruchungen in sehr viel geringerer Zahl vorkommen als die Böenbeanspruchungen, beeinflussen sie das Zählergebnis auch nicht merklich. Sowohl die Böenbeanspruchung wie die Abfangbeanspruchung ist jedoch jede für sich dem Zufall unterworfen, so daß Überlagerungen der beiden Beanspruchungsarten in jedem beliebigen Verhältnis möglich sind.

Die Summenlinie H_2 der Böenbeanspruchung sei nach der 2. Art bestimmt und durch die Normalfunktion nach Gl. (1) mit den Konstanten C_1, s_1, β_1 gegeben. Die Summenlinie H_4 der reinen Abfangbeanspruchungen sei nach der 4. Art bestimmt durch Messung der Zeitdauer. Ihre Konstanten seien C_2, s_2, β_2.

Nimmt man an, daß die Einwirkungsdauer einer Böenbeanspruchung klein gegenüber der einer Abfangbeanspruchung sei, so wird die absolute Häufigkeit des Überschreitens der Beanspruchung z durch Überlagerung der beiden Beanspruchungen im Bereich z_{st} bis z für Werte des Arguments $\gtrsim 2$ näherungsweise

$$\log H = C_1 + C_2 - \log t + f\left(\frac{z - z_{st} + \beta_1 s_1 + \beta_2 s_2}{\sqrt{s_1^2 + s_2^2}}\right). \quad (3)$$

Die Gesamtdauer aller Abfangbeanspruchungen ist nur gering gegenüber der gesamten Versuchsdauer, ebenso die Zeitdauer der starken Böenbeanspruchungen. Daher kann man die Gesamthäufigkeit des Überschreitens der Beanspruchung z annähernd gleich der Summe der einfachen Häufigkeiten und der überlagerten Häufigkeiten setzen. Für die beiden Böenverteilungen a, b und die Abfangverteilung c wird die Gesamthäufigkeit

$$H_{2\,\mathrm{ges}} \sim H_2(a) + H_2(b) + \frac{H_4(c)}{\varDelta t} + H_2(a+c) + H_2(b+c). \quad (4)$$

Die oben gekennzeichnete Häufigkeit $H_4(c)$ hat die Dimension $[h]$. Sie ist daher durch die mittlere Dauer einer Abfangbeanspruchung $\varDelta t$ zu dividieren, um einen mit den Häufigkeiten 2. Art vergleichbaren Zahlenwert zu erhalten. Für die Verteilung c sind in Tafel 2 zum Zwecke der Beispielrechnung Konstanten angenommen worden, welche möglichen Betriebszuständen entsprechen. Bei der mittleren Dauer einer Abfangbeanspruchung $\varDelta t = 5 \cdot 10^{-4}$ h $= 1{,}8$ s besagt diese Annahme, daß in der Versuchsdauer $t = 18{,}5$ h insgesamt 37 mal abgefangen wurde und daß nur eine dieser Beanspruchungen den Wert $z = z_{st} + 150$ mm überschritten hat.

Bei den Meßflügen, welche die stärksten Beanspruchungen ergaben, war aus Sicherheitsgründen die Fluggeschwindigkeit auf $v \sim 145$ km/h vermindert worden, während die größte Waagerechtgeschwindigkeit des Musters M 20 b $v_h = 208$ km/h beträgt. Im Betriebe ist daher eine höhere Reisefluggeschwindigkeit als bei den Meßflügen zu erwarten.

Die Böenbeanspruchung $z - z_{st}$ ist proportional der Fluggeschwindigkeit. Daher ist auch die Streuung s der Böenbeanspruchung proportional der Reisefluggeschwindigkeit anzunehmen.

Für die Abfangbeanspruchung sind die beiden möglichen Grenzen

$$A = m\,b,$$

$$A = \frac{\varrho}{2} v^2 F c_{a\,\max}.$$

Im ersten Falle nimmt man an, daß der Flugzeugführer so geschult ist, daß er gewisse Werte der Beschleunigung b unabhängig von der Fluggeschwindigkeit einhalten kann. Im zweiten Falle nimmt man an, daß der Flugzeugführer beim Hochreißen vor einem Hindernis den maximalen Auftrieb erreicht, der unabhängig von der Flugzeugmasse m ist.

Die Streuung kann jedoch nur ein Gesetz befolgen, und es ist anzunehmen, daß es in der Mitte zwischen diesen beiden Grenzen liegt. Man kann daher die Streuung s der Abfangbeanspruchung $z - z_{st}$ proportional der Reisefluggeschwindigkeit und proportional der Wurzel der Flugzeugmasse annehmen, solange keine vergleichenden Häufigkeitsmessungen der Abfangbeanspruchung vorliegen.

Da die Böen ortsbedingt sind, nimmt die Gesamtzahl der Böenbeanspruchungen in der Zeiteinheit proportional der Fluggeschwindigkeit zu. Ebenso kann man annehmen, daß bei höherer Fluggeschwindigkeit entsprechend öfter abgefangen wird.

Ist die Summenlinie für die Fluggeschwindigkeit v bekannt, s. Gl. (1), so ist die Summenlinie für die Fluggeschwindigkeit v' daher allgemein

$$\log H' = C + \log \frac{v'}{v} + f\left(\frac{z - z_{st}}{s} \cdot \frac{v}{v'} + \beta\right) \quad . \; . \quad (5)$$

Für die Abfangbeanspruchung ist bei Änderung des Fluggewichts die Streuung außerdem entsprechend der obenstehenden Annahme zu ändern.

Die statische Bruchfestigkeit des M-20-Flügels wird bei der ideellen Durchbiegung $z_0 \sim 600$ mm erreicht, wobei unter ideeller Durchbiegung eine der Beanspruchung stets proportionale Rechengröße verstanden wird.

Die absoluten Häufigkeiten der Überschreitung der Durchbiegung z_0 während der Versuchsdauer t sind in Tafel 2 für die Kollektive a, b, c und ihre Überlagerungen berechnet worden, und zwar für drei verschiedene Reisefluggeschwindigkeiten. Berechnet man daraus durch Addition nach Gl. (4) die Gesamthäufigkeit H_{ges}, so wird die Brucherwartungszeit

$$t_0 = \frac{t}{H_{\mathrm{ges}}}.$$

Tafel 2. Zahlenwerte zur Häufigkeitsberechnung des Musters M 20 b.

Verteilungen		a	b	c	$a+c$	$b+c$
Stat. Durchbieg. z_{st} mm		131	134	134	131	134
Konstante C		4,65	3,34	—1,73	1,65	0,34
Konstante β		1,21	1,13	0	0,59	0,90
v km/h						
145	Streuung s mm	54	128	96	110,2	160,0
	Häufigk. $\log H_2$	—39,0	—7,46	—9,60	—9,49	—6,83
170	Streuung s mm	63,3	150,0	112,5	129,0	187,6
	Häufigk. $\log H_2$	—28,7	—5,27	—6,65	—6,92	—5,37
195	Streuung s mm	72,6	172,0	129,0	148,0	215,1
	Häufigk. $\log H_2$	—22,1	—3,78	—4,69	—4,88	—4,37

Im vorliegenden Beispiel ist die Versuchsdauer $t = 18{,}5$ h. Ob in dieser Zeit durchschnittliche Betriebsverhältnisse vor-

gelegen haben, soll hier nicht erörtert werden. Nimmt man das an, so ist die Brucherwartungszeit für

$$v = 145\ \text{km/h},\quad H_{ges} = 1{,}83 \cdot 10^{-7},\quad t_0 = 1{,}01 \cdot 10^8\ \text{h},$$
$$v = 170\ \text{km/h},\quad H_{ges} = 1{,}00 \cdot 10^{-5},\quad t_0 = 1{,}86 \cdot 10^6\ \text{h},$$
$$v = 195\ \text{km/h},\quad H_{ges} = 2{,}42 \cdot 10^{-4},\quad t_0 = 7{,}75 \cdot 10^4\ \text{h}.$$

Bei $v = 195$ km/h erreicht die Brucherwartungszeit des Musters M 20b die Größenordnung der für das Muster F 13 oben angegebenen Erfahrungszahl $t_0 \sim 10^5$ h.

Bemerkenswert ist der außerordentlich starke Einfluß der Reisefluggeschwindigkeit v. Die Brucherwartungszeit ist in diesem Beispiel ungefähr proportional v^{-24}. Steigt v nur um 10%, so sinkt t_0 bereits auf den 10. Teil. Eine nachträgliche Steigerung der Motorleistung kann daher auch bei gut bewährten Mustern rasch zu Brüchen führen. Dies ist eine bekannte Erfahrungstatsache.

Eine Erhöhung der Bruchfestigkeit des Flügels hat auf die Brucherwartungszeit fast dieselbe Wirkung wie eine proportionale Erniedrigung der Reisefluggeschwindigkeit. Nach Gl. (5) ist

$$\frac{H'}{v'} = \text{const., wenn } \frac{z - z_{st}}{v'} = \text{const.}$$

ist. Soll z. B. die Geschwindigkeit des Musters M 20b um 50% gesteigert werden, ohne daß die Brucherwartungszeit sich wesentlich ändert, so ist die erforderliche ideelle Bruchdurchbiegung des Flügels

$$z_i = z_{st} + 1{,}5\,(z_0 - z_{st}) = 134 + 1{,}5 \cdot 466 = 834\ \text{mm}.$$

Dem entspricht eine Erhöhung des Bruchlastvielfachen von 4,15 auf 5,77.

Eine Erhöhung des Fluggewichts wirkt sich auf die Böen- und Abfangbeanspruchung in verschiedener Weise aus. Mit Hilfe der obengenannten Annahme kann jedoch ebenfalls die erforderliche Erhöhung der Bruchfestigkeit berechnet werden, wenn auch nicht in so einfacher Weise wie bei einer Geschwindigkeitssteigerung.

Eine Verminderung der oben berechneten Brucherwartungszeiten ist dadurch zu erwarten, daß Böen- und Abfangbeanspruchungen korreliert sind. Bei vorübergehender Erhöhung der Fluggeschwindigkeit wachsen beide Beanspruchungen gemeinsam. Ferner kann bei böigem Wetter schlechte Sicht zu häufigem Abfangen zwingen.

Man kann jedoch diese Korrelationen zunächst außer acht lassen, da es nicht so sehr auf eine genaue Ermittlung der Brucherwartungszeit ankommt. Eine im üblichen Sinne genaue Berechnung der Brucherwartungszeit ist schon allein deshalb nicht möglich, weil der unvermeidliche Fehler bei der Bestimmung der Fluggeschwindigkeit in der Brucherwartungszeit in etwa 24facher Größe erscheint, wie oben gezeigt wurde.

Für den Vergleich der Größenordnung der Brucherwartungszeiten verschiedener Flugzeugmuster kann bereits ein einfaches Rechenverfahren in der Art des oben entwickelten zweckdienlich sein. Es ist zu erwarten, daß aus einem Vergleich der Größenordnungen wertvolle Rückschlüsse auf die Flugsicherheit und die zulässige Geschwindigkeit der verglichenen Flugzeugmuster gezogen werden können.

V. Korrelation der Beanspruchungen und Flugeigenschaften.

Eine weitere wichtige Aufgabe der Betriebsstatistik ist die Ermittlung der Abhängigkeit zwischen den Beanspruchungen des Flugzeugs und den Variablen, welche den jeweiligen Flugzustand des Flugzeugs kennzeichnen. Da diese Variablen nicht von vornherein bekannt sind, sondern von zufälligen Steuerbetätigungen des Flugzeugführers und zufälligen Böenwirkungen abhängen, kann die Beanspruchung auch nicht als »Funktion« dieser Variablen berechnet werden. Die Beanspruchung ist anderseits nicht unabhängig von diesen Variablen. Sie kann nicht beliebige Werte im Variationsbereich annehmen, wenn die Variable beliebige Werte in ihrem Variationsbereich annimmt. Hohe Beanspruchungen sind z. B. bei niedrigem Staudruck nicht möglich, ihre Wahrscheinlichkeit ist Null. Besteht zwischen zwei Variablen keine eindeutige »funktionale« Abhängigkeit, sind sie anderseits aber auch nicht unabhängig im Sinne der Wahrscheinlichkeitslehre, so bezeichnet man sie als »stochastisch abhängige« Variable und nennt ihre Abhängigkeit »Korrelation«.

Die Messung dieser Korrelationen im Betriebe kann in der Weise geschehen, daß man einen Schreibstift in einer Richtung z. B. durch die Beschleunigung, in der dazu senkrechten Richtung durch den Staudruck sich bewegen läßt. Gleitet der Schreibstift ständig über die Schreibfläche, so erhält man als Korrelation zwischen Beschleunigung und Staudruck ein »Kurvenknäuel«. Dieses Knäuel kann man mit einer Grenzkurve umzeichnen. Geht man von dieser Grenzkurve senkrecht ins Innere des Knäuels und zählt dabei die Schnittpunkte, so kann man weitere Linien gleicher Schnittpunktzahl in das Knäuel einzeichnen und erhält auf diese Weise eine Kurvenschar nach Art von Äquipotentiallinien.

Läßt man den Schreibstift nicht ständig schreiben, sondern nur in kurzen Zeitabständen auf die Schreibebene niederdrücken, so erhält man einen Punkthaufen. Teilt man sich diesen Punkthaufen durch ein Linienraster in gleich große Flächenelemente und zählt die Zahl der auf jedes Flächenelement entfallenden Punkte aus, so kann man in den Punkthaufen Linien gleicher Punktdichte einzeichnen. Sind die beiden Variablen »fast unabhängig« voneinander, so sind die Linien gleicher Punktdichte bei geeignetem Maßstab annähernd kreisförmig. Sie schrumpfen im Innern schließlich auf einen Punkt zusammen, s. Abb. 3a. Ist jedoch eine Abhängigkeit vorhanden, so sind die Linien gleicher Punktdichte im Innern langgestreckt und schmal, so daß man eine Mittellinie durch sie hindurchlegen kann, s. Abb. 3b.

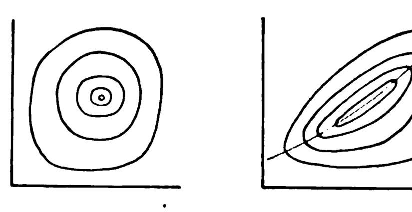


Abb. 3a. Abb. 3b.
Linien gleicher Punktdichte für zwei Korrelationen mit verschiedenem Kontingenzmaß.

Die Korrelation kann man kennzeichnen durch die Gleichung der Mittellinie und durch das Pearsonsche Kontingenzmaß. Dieses enthält die Quadratsumme der Abweichungen von der regellosen Verteilung. Es verschwindet, wenn die Variablen unabhängig sind, und wird gleich 1, wenn eine funktionale Abhängigkeit besteht, d. h. wenn alle Punkte auf einer Kurve liegen.

Da es hier hauptsächlich auf die Ermittlung der Abhängigkeit hoher Beanspruchungen ankommt, kann man die Korrelation ferner durch die Gleichung einer Linie gleicher Punktdichte kennzeichnen, die fast alle Punkte umschließt und nur einen geringen Bruchteil, etwa 1% oder 10%, außerhalb läßt.

Wie bereits oben erwähnt wurde, kann man eine Punkthaufen-Korrelation auch zur Auszählung der Häufigkeitsverteilung 5. Art verwenden, die jeder Variablen für sich zukommt. Man hat zu diesem Zwecke den Punkthaufen durch parallele Linien in streifenförmige Elemente zu teilen.

Stellt man eine Anzahl gleicher Meßgeräte auf und richtet es so ein, daß der Schreibstift eines bestimmten Meßgeräts nur dann niedergedrückt wird, wenn eine dritte Variable in einem bestimmten Variationsbereich liegt, so erhält man schließlich Korrelationen zwischen drei Variablen. Man hat dann totale und partielle Korrelationen zu unterscheiden.

Hat man Korrelationen der gleichen Variablen für mehrere verschiedene Flugzeugmuster gemessen, so kann man durch Vergleich dieser Korrelationen feststellen, ob allge-

mein gültige Beziehungen zwischen den Variablen bestehen. Es ist z. B. möglich, daß für die untersuchten Muster annähernd dieselbe Beziehung zwischen dem Staudruck und der oberen Grenze der vorkommenden Beanspruchungen besteht. Dann kann man diese Beziehung auch für die richtige Wahl der Festigkeit eines neuen Flugzeugmusters zugrunde legen, dessen Staudruckbereich von dem der untersuchten Flugzeugmuster abweicht. Stimmen dagegen die Korrelationen der untersuchten Muster nicht überein, so wird man die Ursache der Abweichung in konstruktiven Unterschieden der Muster zu suchen haben. Das Ziel derartiger Untersuchungen wird dann sein, eine Bauart zu finden, die bei gleichen Flugleistungen die niedrigsten Beanspruchungen aufweist.

Es ist zu erwarten, daß auf diesem Wege in Zukunft noch bedeutende Fortschritte erzielt werden, welche sich in einer Steigerung der Sicherheit oder einer Verminderung des Baugewichts der Flugzeuge auswirken können.

VI. Zusammenfassung.

Es wird gezeigt, wie aus den in verhältnismäßig kurzer Zeit durchführbaren Beanspruchungsmessungen durch statistische Auswertung der Häufigkeitsverteilung der Beanspruchungen die sog. Brucherwartungszeit ermittelt werden kann. Hierbei ergibt sich, daß die Brucherwartungszeit außerordentlich stark von der Reisefluggeschwindigkeit abhängt. Aus dem Vergleich der Größenordnung der Brucherwartungszeiten lassen sich wertvolle Rückschlüsse auf die Flugsicherheit und die zulässige Geschwindigkeit der einzelnen Flugzeugmuster ziehen.

Zur Trennung der Einflüsse, die die Beanspruchung nach Größe und Häufigkeit bestimmen, und zur Feststellung ihrer gegenseitigen Abhängigkeit wird die Aufnahme von »Kurvenknäueln« oder »Punkthaufen« vorgeschlagen, die dadurch entstehen, daß der Schreibstift durch eine Variable, z. B. die Beschleunigung, in einer Richtung und durch eine zweite Variable, z. B. den Staudruck, in der dazu senkrechten Richtung bewegt wird.

VII. Schrifttum.

(1) Handbuch der Physik, Bd. III, Berlin 1928, Kap. 12. Zernike, Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik.

(2) v. Mises, Wahrscheinlichkeitsrechnung, Leipzig 1931.

Untersuchung der beschleunigten Längsbewegung eines Flugzeugs.

Von R. Schwarz.

Für die Beurteilung der Festigkeit und der Steuerbarkeit von Flugzeugen ist die Kenntnis des Bewegungsablaufes bei beschleunigten Längsbewegungen wie Hochreißen, Looping usw. von Bedeutung. In der vorliegenden Arbeit wird ein Verfahren zur Untersuchung der Abhängigkeit solcher Flugbewegungen vom Höhenruderausschlag entwickelt und ein Beispiel durchgerechnet.

Gliederung.

I. Formelzeichen.

In vorliegender Arbeit werden folgende Formelzeichen verwendet:

G [kg] Fluggewicht.
N [PS] Leistung des Motors.
S [kg] Propellerzug.
F [m²] Flügelfläche.
F_{H} [m²] Höhenleitwerksfläche.
t_m [m] mittlere Tiefe der Flügelfläche (bei Doppeldeckern der oberen Fläche).
l_H [m] Abstand des Angriffspunktes der auf das Höhenleitwerk wirkenden Luftkraft vom Schwerpunkt des Flugzeugs.
i_x [m] Trägheitsradius des Flugzeugs bezogen auf die Querachse.
η Wirkungsgrad des Propellers.
g [m/s²] Erdbeschleunigung.
$\varrho \left[\frac{\text{kg} \cdot s^2}{\text{m}^4}\right]$ Luftdichte, so daß ϱ_0 die Luftdichte für die Höhe 0 m ist.
c_a Auftriebsbeiwert.
c_w Widerstandsbeiwert des Flugzeugs.
c_m Momentenbeiwert des Flugzeugs bezogen auf seinen Schwerpunkt.
$c_{n_H}{}' = \frac{d\, c_{n_H}}{d\, \alpha_H}$ Ableitung des Beiwerts der auf das Höhenleitwerk wirkenden Normalkraft nach dem Anstellwinkel des Höhenleitwerks.
v [m/s] Bahngeschwindigkeit.
$\dot{v}$ [m/s²] zeitliche Änderung der Bahngeschwindigkeit.
$\omega_\xi = \frac{d\gamma}{d\,t}$ [1/s] Die der Bewegung des Flugzeugschwerpunktes erteilte Winkelgeschwindigkeit (in dieser Arbeit gekürzt als Winkelgeschwindigkeit des Flugzeugschwerpunktes bezeichnet).

α	Anstellwinkel.	s. Abb. 1.
$\varkappa$	Einstellwinkel.	
γ	Bahnneigungswinkel.	
ϑ	Winkel zwischen Profilsehne und Horizontalen.	
β	Winkel zwischen Flugzeugachse und Bewegungsrichtung.	
β_H	Höhenruderausschlag; positiv, wenn er positives, also kopflastiges Moment erzeugt.	

Die Winkel sind im Bogenmaß einzusetzen. Zwischen den Winkeln ergeben sich nach Abb. 1 folgende Beziehungen:

$$\alpha = \beta + \varkappa \qquad (1)$$

$$\vartheta = \gamma + \alpha \qquad (2)$$

Die Bedeutung weiterer Formelzeichen, die nur vorübergehend angewandt werden, ist in der Arbeit angegeben.

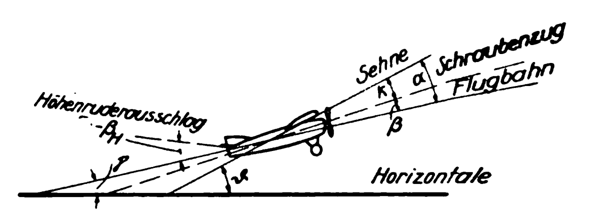


Abb. 1. Bezeichnungen.

II. Einleitung.

Die beschleunigte Längsbewegung eines Flugzeugs kann hervorgerufen werden durch eine ungewollte Änderung des Gleichgewichtszustandes, in dem sich das Flugzeug gerade befindet, oder durch eine gewollte Änderung, die durch den Ruderausschlag des Piloten hervorgerufen wird.

Ist die Abweichung vom stationären Flugzustand nicht groß, hält sich also die Änderung von α, γ und v in engen Grenzen, wie es z. B. meist bei einer ungewollten Änderung des Gleichgewichtszustandes der Fall ist, so wird die beschleunigte Längsbewegung eines Flugzeugs durch Anwendung der Methode der kleinen Schwingungen, die von Bryan zuerst in die Flugtechnik eingeführt wurde[1], untersucht. Ist die Änderung der veränderlichen Größen α, γ und v nicht mehr so klein, daß die höheren Potenzen der Veränderlichen in den als Taylorsche Reihe entwickelten Funktionen vernachlässigt werden können, wie z. B. meistens bei einer gewollten Zustandsänderung, so kann die Änderung der Größen α, γ und v durch schrittweise Integration bestimmt werden, wobei die Voraussetzung gemacht wird, daß die Geschwindigkeit v in den ersten Zeitintervallen konstant ist, da sie sich in der Tat auch nur sehr langsam ändert[2][3]. Bei der schrittweisen Integration läßt sich eine Änderung des Steuerruderausschlags berücksichtigen. Man geht jedoch nicht von der Frage aus, wie sich der Zustand eines Flugzeugs ändert, wenn der Pilot dem Höhenruder einen anderen Ausschlag gibt, sondern man berechnet von Intervall zu Intervall aus dem Diffenzenquotienten veränderlicher Größen, z. B. γ, ϑ, ω usw., den Zuwachs, den eine solche Variable erfährt, und behandelt die Änderung des Höhenruderausschlags nur sekundär.

Betrachtet man jedoch die Steuerbarkeit eines Flugzeugs, so kann es von Interesse sein, z. B. die Abhängigkeit der Bahnneigungsänderung eines Flugzeugs von der Änderung des Höhenruderausschlags festzustellen, d. h. die Funktion $\gamma = f(\beta_H)$ anzugeben, woraus sich Schlüsse auf die Steuerbarkeit und Geschmeidigkeit eines Flugzeugs ziehen lassen. Die Funktion $\gamma = f(\beta_H)$ analytisch aufzustellen, dürfte jedoch außerordentlich schwierig, wenn nicht unmöglich sein.

In vorliegender Arbeit soll nun die Frage behandelt werden, wie sich die Lage eines Flugzeugs im Raume ändert, wenn der Pilot dem Höhenruder einen anderen Ausschlag gibt, wobei die Untersuchung sich jedoch nur auf eine Bewegung in der Symmetrieebene des Flugzeugs erstrecken soll. Es wird also vorausgesetzt, daß keinerlei Seitenkräfte oder -momente (z. B. durch Seitenruderausschläge) auftreten oder daß auftretende Momente, die das Flugzeug nach der Seite zu drehen versuchen (z. B. das Kreiselmoment), durch entgegengesetzte Momente (z. B.

[1]) Bryan, The longitudinal stability of aeroplane gliders; Übersetzung von Bader. Verl. Springer, Berlin 1914.

[2]) Bairstow, Applied Aerodynamics, Kapitel V. S. 259; Verl. Longmans, Green u. Co., London 1920.

[3]) Hopf, Der überzogene Flug, seine Gefahren und seine Beeinflussung durch die Konstruktion; Beiheft I zur Z. Flugtechn. Motorluftsch. (1920). S. 72.

durch Quer- oder Seitenruderausschläge) aufgehoben werden.

Um die Arbeit nicht zu umfangreich werden zu lassen, wird die Einschränkung gemacht, daß nur Flugbewegungen mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω_ξ untersucht werden sollen. Flugmessungen[4]) zeigen, daß viele beschleunigte Längsbewegungen mit konstanter bzw. nahezu konstanter Winkelgeschwindigkeit des Flugzeugs $\frac{d\vartheta}{dt}$ ausgeführt werden. Nach Gl. (2) ist aber

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{d\gamma}{dt} + \frac{d\alpha}{dt} \quad \ldots\ldots\ldots (2a)$$

$\frac{d\alpha}{dt}$ kann erfahrungsgemäß in erster Annäherung in den ersten Sekunden konstant gesetzt werden[2]), so daß tatsächlich die Voraussetzung $\omega_\xi = \frac{d\gamma}{dt} = \text{const.}$ eine gewisse Berechtigung hat.

III. Die Bewegungsgleichungen.

Der Untersuchung der beschleunigten Längsbewegung werden die drei Bewegungsgleichungen zugrunde gelegt, und zwar für die in Bahnrichtung wirkenden Kräfte

$$\frac{G}{g}\frac{dv}{dt} = S\cos\beta - G\sin\gamma - c_w F \frac{\varrho}{2} v^2, \quad \ldots (3)$$

für die senkrecht zur Bahnrichtung wirkenden Kräfte

$$\frac{G}{g}\cdot v\cdot\frac{d\gamma}{dt} = S\sin\beta - G\cos\gamma + c_a F\frac{\varrho}{2}v^2; \quad . (4)$$

ferner als Gleichung der Drehbewegung

$$G\cdot i_x^2\cdot\frac{d^2\vartheta}{dt^2} = -c_m F\, t_m \frac{\varrho}{2}v^2 - c_{n_{II}}'\, l_{II}^2 F_{II}\frac{\varrho}{2}v\frac{d\vartheta}{dt}. \quad (5)$$

Hierin sind S, v, γ, ϑ, β, c_w, c_a und c_m veränderlich, während ϱ als konstant angesehen werden kann. Drückt man jedoch die Abhängigkeit der veränderlichen Größen $S = f(v)$, c_w, c_a und $c_m = f(\alpha)$ analytisch aus und ersetzt man die Winkel β und ϑ durch die Gl. (1) bzw. (2), wobei der Einstellwinkel $\varkappa$ in Gl. (1) eine konstante Größe ist, die nach dem Typ des Flugzeugs zwischen -1 und $+3^0$ schwankt, so ergeben sich drei Gleichungen mit den drei Veränderlichen v, α und γ.

Der Schraubenzug S läßt sich ausdrücken durch die Formel

$$S = \frac{\varrho}{\varrho_0}(S_0 - \sigma v^2) \quad \ldots\ldots\ldots (6)$$

Hierin kann nach Madelung bei gegebener Leistung und Flächenleistung

$$S_0 = 4N\sqrt[3]{\frac{F}{N}} \quad \ldots\ldots\ldots (6a)$$

gesetzt werden[5]). Der Beiwert σ kann dann aus S_0 und $S = \frac{75\,N\,\eta}{v}$ leicht berechnet werden.

Die durch Modellversuch gefundenen Beiwerte c_a, c_w und c_m lassen sich in einfacher Weise als Funktionen des Anstellwinkels α ausdrücken. Obwohl Modellmessungen erkennen lassen, daß ein Höhenruderausschlag auch die c_a- und c_w-Werte ändert[6]), so soll doch diese Abhängigkeit vernachlässigt werden, da für einen bestimmten Anstellwinkel bei veränderlichem Ruderausschlag β_{II} der Unterschied zwischen den c_a- bzw. c_w-Werten im Gegensatz zu den c_m-Werten klein ist.

Der Auftriebsbeiwert c_a läßt sich als lineare Funktion von α ansetzen. Linear verläuft diese Funktion aber nur im Bereich mittlerer Anstellwinkel. Bei hohen Anstellwinkeln, wie sie oft bei beschleunigten Längsbewegungen auftreten, steigt der Auftrieb im Verhältnis zum Anstellwinkel nicht mehr so schnell wie bisher. In sämtliche Beziehungen ist der Anstellwinkel α im Bogenmaß einzusetzen. α_{max} dürfte selbst im beschleunigten Fluge 30^0 nicht überschreiten, ist also kleiner als 1, so daß in der Funktion $c_a = f(\alpha)$ die höheren Potenzen von α vernachlässigt werden können.

Der Widerstandsbeiwert c_w läßt sich als Veränderliche des Anstellwinkels α mit hinreichender Genauigkeit als Parabel ansetzen.

Setzt man also

$$c_a = k_1\alpha + c_1 \quad \ldots\ldots\ldots (7)$$

und

$$c_w = k_2(\alpha - \alpha_1)^2 + c_2, \quad \ldots\ldots (8)$$

so bedeuten hierin

$k_1 = \frac{dc_a}{d\alpha}$, der Auftriebsgradient,

$c_1 = c_a$ für $\alpha = 0$,

$k_2 = \frac{1}{2}\frac{d^2c_w}{d\alpha^2}$,

$c_2 = c_{w\,min}$ den kleinsten Widerstandsbeiwert für das ganze Flugzeug und

$\alpha = \alpha_1$ den Anstellwinkel für $c_{w\,min}$.

Der Momentenbeiwert c_m besteht aus zwei Teilen, $c_{m\,Fl}$ und $c_{m_{II}}$, von denen der eine der Momentenbeiwert der Tragfläche, der andere der Momentenbeiwert des Höhenleitwerks bezogen auf die Tragflächentiefe ist, so daß sich also $c_{m_{II}} = \frac{c_{n_{II}}\cdot l_{II}}{t_m}$ ergibt.

Für den Momentenbeiwert der Tragfläche $c_{m\,Fl}$ sei gesetzt

$$c_{m\,Fl} = a + b\,\alpha + c\,\alpha^2 + d\,\alpha^3 \quad \ldots\ldots (9)$$

worin a, b, c und d konstante Werte bedeuten, die aus der durch Modellversuch gewonnenen $c_{m\,Fl}$-Kurve ermittelt werden können.

Der Momentenbeiwert des Höhenleitwerks $c_{m_{II}}$ ist jedoch, wie schon erwähnt, nicht nur eine Funktion des Anstellwinkels α, sondern auch des Ruderausschlagwinkels β_{II}. Aus Modellmessungen ist zu ersehen[6])[7]), daß $c_{m_{II}} = f(\alpha)$ für konstantes β_{II} linear ist und daß eine Veränderung des Ruderausschlages eine Verschiebung der Geraden $c_{m_{II}}$ parallel zur Ordinatenachse hervorruft. Es ist also analog Gl. (7)

$$c_{m_{II}} = k_3\alpha + c_3,$$

worin

$$k_3 = \frac{dc_{m_{II}}}{d\alpha}$$

und

$$c_3 = c_{m_{II}} \text{ für } \alpha = 0$$

ist (Abb. 3). Da $c_{m_{II}}$ jedoch noch eine Funktion von β_{II} ist, die Änderung von β_{II} sich jedoch durch eine Parallelverschiebung äußert, ist c_3 nicht konstant, sondern seinerseits eine Funktion von β_{II}. Auch diese Funktion ist linear, wie die obenerwähnten Modellversuche erkennen lassen. Die Funktion $c_3 = f(\beta_{II})$ läßt sich also ansetzen zu

$$c_3 = k_4\beta_{II} + c_4. \quad \ldots\ldots\ldots (11)$$

Hierin ist

$$k_4 = \frac{dc_3}{d\beta_{II}}$$

und

$$c_4 = c_3 \text{ für } \beta_{II} = 0 \text{ (Abb. 4).}$$

Es ist also

$$\begin{aligned} c_m &= c_{m\,Fl} + c_{m_{II}} \\ &= a + b\,\alpha + c\,\alpha^2 + d\,\alpha^3 + \\ &\quad k_3\alpha + k_4\beta_{II} + c_4 \quad \ldots\ldots (12) \end{aligned}$$

Die trigonometrischen Funktionen $\sin\beta$ und $\cos\beta$, $\sin\gamma$ und $\cos\gamma$ werden durch Reihen ersetzt.

Da der Anstellwinkel α höchstens einen Wert von 30^0 erreicht, β diesen Wert kaum überschreitet — denn der Einstellwinkel ist im allgemeinen positiv —, läßt sich mit genügender Genauigkeit

[4]) N. A. C. A., Report 153, Fig. 10 und Report 155, Fig. 6.

[5]) S. auch Blenk, Startformeln für Landflugzeuge. Z. Flugtechn. Motorluftsch. 18. Jahrg. (1927), S. 30.

[6]) S. u. a. Munk-Molthan, Messungen an einem Flugzeugmodell Aeg D I, TB III, S. 32, und Molthan, Messungen an einem Modell des D-Flugzeugs T. 29, TB III, S. 253.

[7]) Norton-Bacon, The pressure distribution over the horizontal tail surfaces of an airplane, N. A. C. A., Report 119, S. 355, Fig. 83.

und
$$\left.\begin{aligned}\sin\beta &= \beta = \alpha - \varkappa \\ \cos\beta &= 1 - \frac{\beta^2}{2} = 1 + \alpha\varkappa - \frac{\alpha^2}{2}\end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (13)$$

setzen, wobei das Glied $-\frac{\varkappa^2}{2}$ im Ausdruck für $\cos\beta$ als klein vernachlässigt werden kann. Der Fehler beträgt für $\sin\beta$ im Höchstfalle 5%, für $\cos\beta$ dagegen noch nicht 1%. Wollte man auch für $\sin\beta$ ungefähr dieselbe Genauigkeit erreichen, wie für $\cos\beta$, so müßte ein Glied α^3 eingeführt werden. Mit Rücksicht darauf aber, daß β nur in ganz seltenen Fällen so groß wird (und dann nur vorübergehend), daß die Ungenauigkeit 5% beträgt, wurde von einem Glied α^3 abgesehen.

Der Bahnneigungswinkel γ kann sich von 0 bis 360° ändern. Würde man ihn als Reihe ansetzen, so dürfte diese, um genügende Genauigkeit zu erhalten, erst nach einer großen Zahl von Gliedern abgebrochen werden. Aus diesem Grunde wird die Vertikalebene in 4 Quadranten eingeteilt, so daß nur Winkel γ von 0 bis 90° auftreten. Dann ändern sich jedoch die Funktionen von Quadrant zu Quadrant, so daß statt

$+\cos\gamma$ bzw. $+\sin\gamma$,
im II. Quadranten $-\sin\gamma$ bzw. $+\cos\gamma$,
im III. Quadranten $-\cos\gamma$ bzw. $-\sin\gamma$,
im IV. Quadranten $+\sin\gamma$ bzw. $-\cos\gamma$

zu setzen ist. Für $\gamma = 90°$ läßt sich, um genügende Genauigkeit zu erreichen, sowohl für $\cos\gamma$ wie auch für $\sin\gamma$ die Reihe nach drei Gliedern abbrechen, so daß man erhält

und
$$\left.\begin{aligned}\cos\gamma &= 1 - \frac{\gamma^2}{2} + \frac{\gamma^4}{24} \\ \sin\gamma &= \gamma - \frac{\gamma^3}{6} + \frac{\gamma^5}{120}\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (14)$$

Außerdem kann γ noch durch $\omega_\xi \cdot t$ ersetzt werden, da nach Voraussetzung $\omega_\xi = \frac{d\gamma}{dt} = \text{const}$ sein sollte, und wobei die Zeit t mit dem Augenblick beginnt, wo das Flugzeug die Horizontale, also $\gamma = 0$, durchfliegt.

Für $\frac{d\vartheta}{dt}$ kann gesetzt werden

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{d\gamma}{dt} + \frac{d\alpha}{dt} = \frac{d\alpha}{dt} + \omega_\xi = \dot\alpha + \omega_\xi \quad . \quad (15\text{a})$$

und für $\frac{d^2\vartheta}{dt^2}$

$$\frac{d^2\vartheta}{dt^2} = \frac{d^2\gamma}{dt^2} + \frac{d^2\alpha}{dt^2} = 0, \quad \ldots\ldots \quad (15\text{b})$$

da die Einschränkung gemacht worden war, daß $\frac{d\alpha}{dt}$ und und $\frac{d\gamma}{dt} = \omega_\xi$ konstant und demnach $\frac{d^2\vartheta}{dt^2} = 0$ sein sollte.

Ersetzt man nun in den Gleichungen (3), (4) und (5) die Veränderlichen durch ihre analytischen Funktionen (6) bis (15) so erhält man drei Gleichungen mit den Unbekannten v, α, ω_ξ und β_{II}.

Der Ruderausschlag β_{II} ist eine willkürliche und unabhängige Veränderliche, denn es ist dem Belieben des Piloten überlassen, einen schnellen oder langsamen Ruderausschlag zu geben. Aus diesem Grunde kann der Ruderausschlag β_{II}, wie auch amerikanische Messungen zeigen[8]), für den Anfang der Bewegung als eine lineare Funktion der Zeit t angesetzt werden. Die Geschwindigkeit, mit der der Ruderausschlag geändert wird, sei dadurch festgelegt, daß t_s angibt, in welcher Zeit eine Änderung des Ruderausschlags β_{II} um einen Winkel von 10° erfolgt.

Die Geschwindigkeit v läßt sich in einfacher Weise eliminieren, so daß zwei Gleichungen $f(\alpha, t) = 0$ übrigbleiben, die durch die Winkelgeschwindigkeit ω_ξ miteinander gekoppelt sind.

[8]) Reid, A study of airplane maneuvers, N. A. C. A., Report 155, S. 566, Fig. 6.

IV. Bestimmung des Anstellwinkels, der Winkelgeschwindigkeit, der Geschwindigkeit, des Lastvielfachen, des Ruderausschlags und der Flugbahn.

Die beiden Gleichungen $f(\alpha, t)$ lassen sich nun in einfacher Weise lösen. Ihre Lösung wird als Reihe nach steigenden Potenzen von t angegeben und lautet

bzw.
$$\left.\begin{aligned}\alpha &= a_{0\,\mathrm{I}} + a_{1\,\mathrm{I}}\cdot t + a_{2\,\mathrm{I}}\cdot t^2 + a_{3\,\mathrm{I}}\cdot t^3 \\ \alpha &= a_{0\,\mathrm{II}} + a_{1\,\mathrm{II}}\cdot t + a_{2\,\mathrm{II}}\cdot t^2 + a_{3\,\mathrm{II}}\cdot t^3\end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (16)$$

Nach Errechnen der Koeffizienten läßt sich der Anstellwinkel als Veränderliche der Zeit t bestimmen.

Die Winkelgeschwindigkeit ω_ξ wird graphisch ermittelt. Die beiden Gleichungen (16) sind, wie schon erwähnt, durch die Winkelgeschwindigkeit miteinander verbunden. Diese ist aber wieder von der Geschwindigkeit abhängig, mit der der Ruderausschlag geändert wird. Eine Änderung des Ruderausschlags hat jedoch erst auf den Koeffizient $a_{3\,\mathrm{II}}$ eine Wirkung, da β_{II} erst in diesem Koeffizienten auftritt. Berechnet man nun den Koeffizienten $a_{3\,\mathrm{I}}$ für mehrere Winkelgeschwindigkeiten und $a_{3\,\mathrm{II}}$ für mehrere Winkel- und Ruderausschlagsgeschwindigkeiten und trägt diese Koeffizienten als Funktion von ω_ξ auf, so ergibt der Schnittpunkt einer Kurve $a_{3\,\mathrm{II}} = f(\omega_\xi)$ für eine bestimmte Ruderausschlagsgeschwindigkeit mit der Kurve $a_{3\,\mathrm{I}} = f(\omega_\xi)$ die Winkelgeschwindigkeit, die dem Flugzeugschwerpunkt durch diese Ruderausschlagsgeschwindigkeit erteilt wird.

Die Geschwindigkeit v wird aus der zweiten Bewegungsgleichung errechnet.

Das auftretende Lastvielfache ist

$$n = \frac{v\cdot\omega_\xi}{g}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

läßt sich also nach Berechnung von v in einfacher Weise angeben.

Der Ruderausschlag β_{II} wird für den weiteren Verlauf der Flugbewegung aus der dritten Bewegungsgleichung berechnet.

Die Flugbahn wird aus der Horizontalkomponenten x und Vertikalkomponenten y zusammengesetzt. Es ist also

und
$$\left.\begin{aligned}x &= \int v_x\,dt = \int v\cos\gamma\,dt \\ y &= \int v_y\,dt = \int v\sin\gamma\,dt\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (18)$$

Die Werte x und y werden graphisch ermittelt.

V. Berechnung eines Beispiels.

1. Die Flugzeugkonstanten und die Bestimmung der aerodynamischen Faktoren.

Als Beispiel werde die Bewegung eines Flugzeugs im I. und II. Quadranten (halber Looping) berechnet. Da von dem amerikanischen Curtis-Flugzeug JN 4 H, einem verspannten Doppeldecker, die meisten Angaben in der Literatur vorhanden sind, sowohl was Modellmessungen als auch Meßflüge anlangt, so wurde dieses Flugzeug der Berechnung zugrunde gelegt.

Die Flugzeugdaten ergeben sich zu[9]):

Gewicht	G	= 1000 kg
Tragfläche	F	= 32,75 m²
Leistung	N	= 150 PS, also nach Gl. (6a) $S_0 \sim 375$ kg
Einstellwinkel	$\varkappa$	= 2° = 0,035 im Bogenmaß
Tragflächentiefe, oben	t_0	= 1,51 m
Höhenleitwerksfläche	F_{II}	= 4,67 m²
Hebelarm	l_{II}	= 5 m
Quadrat des Trägheitsradius	i^2_x	= 3,34 m².[10])

[9]) Warner und Norton, Preliminary report on free flight tests, N. A. C. A., Report 70.

[10]) Munk, The tail plane, N. A. C. A., Report 133, Part III.



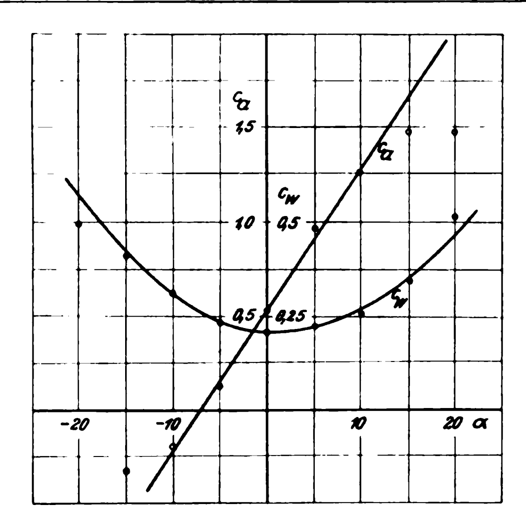


Abb. 2. Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte des Flugzeugs Curtis JN 4 H.

Von einem Modell des Flugzeugs Curtis JN 4 H sind für einen Anstellwinkel 0 bis 360° der Auftrieb und der Widerstand gemessen worden. Hieraus lassen sich c_a und $c_w = f(\alpha)$ leicht berechnen. Sie sind in Abb. 2 eingezeichnet[11]). Für die Gleichungen (7) und (8) ergeben sich auf Grund dieser Kurven:

$k_1 = 4{,}275, \quad c_1 = 0{,}28,$
$k_2 = 2{,}58, \quad c_2 = 0{,}0777, \quad \alpha_1 = +\,0{,}031$ in Bgm.

Die Kreise und Punkte sind die aus den Modellmessungen errechneten c_a- und c_w-Werte, während die Kurven gezeichnet sind auf Grund obiger in Gl. (7) und (8) eingesetzter Werte, so daß also

$$c_a = 4{,}275\,\alpha + 0{,}28 \qquad (7)$$

und

$$c_w = 2{,}58\,(\alpha - 0{,}031)^2 + 0{,}0777. \qquad (8)$$

Aus der Polaren errechnet sich die Horizontalgeschwindigkeit zu 34,5 m/s bei $\alpha = +\,3°$. Dann ist zur Berechnung des Schraubenzuges $S = f(v)$ in Gleichung (6)

$$\sigma = 0{,}15.$$

Die Luftdichte sei für die Berechnung des Beispiels zu $\varrho = 1/9{,}81$ kg/m³ gesetzt, so daß also die Flugbewegung in ungefähr 2000 m Höhe erfolgen würde.

Die Momentenbeiwerte bzw. die Faktoren a, b, c, d, k_3, k_4 und c_4 für Gleichung (12) werden ebenfalls aus Modellmessungen gewonnen[12]). Aus den auf Grund dieser Modellmessungen gefundenen Momenten für das ganze Flugzeug bei verschiedenen Höhenruderausschlägen $\beta_H = -\,25$ bis $+\,15°$, sowie für die Zelle mit Rumpf werden die c_m-Werte berechnet, wobei berücksichtigt werden muß, daß im Gegensatz zur amerikanischen Literatur in der deutschen kopflastige Momente und dementsprechend solche Momente hervorrufende Steuerruderausschläge (Tiefensteuer) positiv angesetzt werden. Die sich auf Grund der Umrechnung ergebenden Werte für c_m sind in Abb. 3 eingezeichnet. Aus den $c_{m\,Fl}$-Werten, also den Momentenbeiwerten für Zelle + Rumpf, ergeben sich die Werte a, b, c und d zu

$a = +\,0{,}0335,$
$b = -\,2{,}2,$
$c = +\,7{,}34,$
$d = -\,8{,}26.$

Mit den so gefundenen Werten a, b, c und d ist die Kurve $c_{m\,Fl} = f(\alpha)$ in Abb. 3 gezeichnet worden.

Die Faktoren k_3, k_4 und c_4 in der Gleichung $c_{m_H} = k_3\,\alpha + k_4\,\beta_H + c_4$ wurden aus den auf Grund der Modellversuche errechneten und in Abb. 3 eingetragenen c_{m_H}-

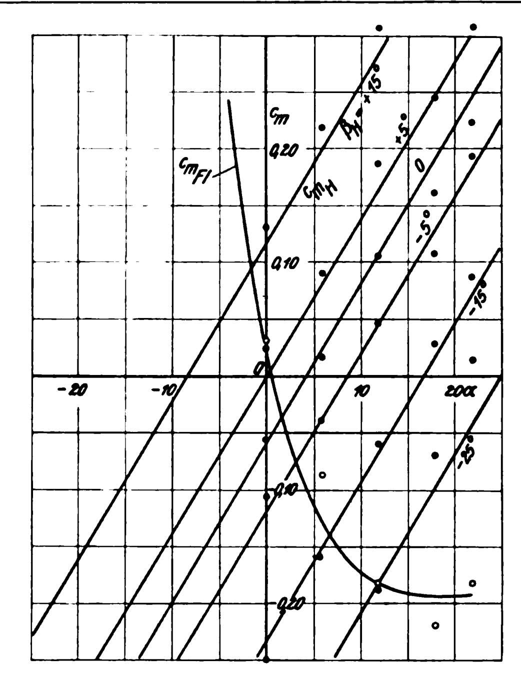


Abb. 3. Momentenbeiwerte für Flügel und Höhenleitwerk des Flugzeugs Curtis JN 4 H.

Werten mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate berechnet. Es ergeben sich hiernach

$k_3 = 0{,}81,$
$k_4 = 0{,}673,$
$c_4 = -\,0{,}0595.$

Mit Hilfe dieser Werte lassen sich die Geraden $c_{m_H} = f(\alpha)$ für $\beta_H = +\,15,\ +\,5,\ 0,\ -\,5,\ -\,15$ und $-\,25°$ in Abb. 3 einzeichnen. Die Übereinstimmung mit den aus den Modellversuchen errechneten Werten c_{m_H} ist eine befriedigende, so daß daraus die auf Seite 63 gemachte Voraussetzung, daß $c_3 = f(\beta_H)$ linear ist, also $c_3 = k_4\,\beta_H + c_4$, schon bewiesen wird.

In Abb. 4 sind die durch Versuch bestimmten Werte c_{m_H} für $\alpha = 0$ in Abhängigkeit von β_H aufgetragen, denn es ist

$$c_{m_H} = c_3 = k_4 \cdot \beta_H + c_4 \qquad \text{für } \alpha = 0.$$

Wie zu ersehen ist, liegen die c_{m_H}-Werte tatsächlich nahezu auf einer Geraden. Vermittels der Werte $k_4 = 0{,}673$ und $c_4 = -0{,}0595$ ist nun die Gerade $c_{m_H} = f(\beta_H)$ in Abb. 4 eingezeichnet worden.

Ferner ist noch $c_{n_H}{}' = \dfrac{\partial c_{n_H}}{\partial \alpha_H} = 2{,}8$. Dieser Wert wurde entsprechend der Form des Höhenleitwerks und einem Seitenverhältnis $\dfrac{b_H}{t_H} = 1{,}6$ aus Fuchs und Hopf, Aero-

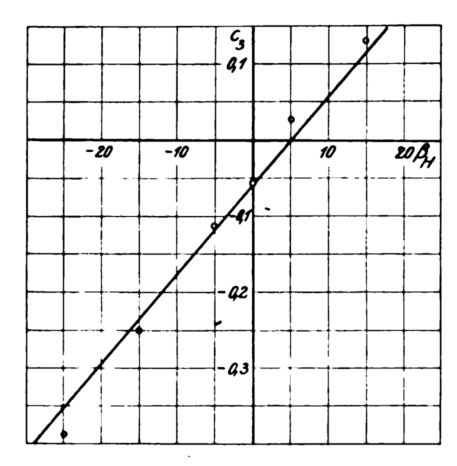


Abb. 4. Momentenbeiwert des Höhenleitwerks bei Anstellwinkel $\alpha = 0$ in Abhängigkeit vom Höhenruderausschlag.

[11]) Bacon, Preliminary experiments on a JN 4 H Biplane, N. A. C. A., Report 122, Fig. 13, S. 400.
[12]) Norton und Bacon, Horizontal tail surfaces of an airplane, N. A. C. A., Report 118, Fig. 83.

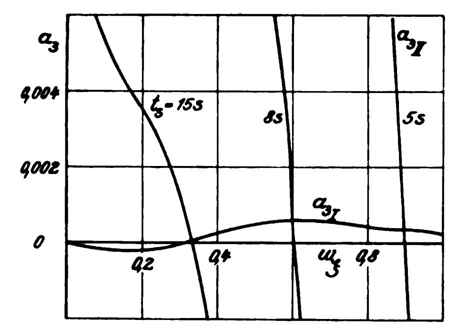


Abb. 5. Graphische Ermittlung der Winkelgeschwindigkeit des Flugzeugs Curtis JN 4 H bei verschiedenen Ruderausschlaggeschwindigkeiten.

dynamik, St. 338, Abb. 227, entnommen und in Bogenmaß umgerechnet.

2. Berechnung der Winkelgeschwindigkeit für verschiedene Ruderausschlagsgeschwindigkeiten.

Es soll die Winkelgeschwindigkeit ermittelt werden, die dem Flugzeugschwerpunkt erteilt wird, wenn der Pilot den Höhenruderausschlag um 10° in einer Zeit $t_s = 5$, 8 bzw. 15 s ändert.

Zu diesem Zweck ist mit den vorstehend für das Curtis-Flugzeug JN 4 H gefundenen Werten sowohl der Koeffizient a_{3I} als auch a_{3II} der Gleichungen (16) für verschiedene Winkelgeschwindigkeiten bzw. letzterer auch für die oben angegebenen Ruderausschlagsgeschwindigkeiten berechnet worden. Trägt man die Werte a_{3I} bzw. a_{3II} als Funktionen von ω_ξ auf (Abb. 5), so schneiden sich diese Kurven. Der Schnittpunkt ergibt die Winkelgeschwindigkeit ω_ξ, die dem Flugzeugschwerpunkt durch eine Änderung des Höhenruderausschlags um 10° in der Zeit t_s erteilt wird.

Aus Abb. 5 ist zu ersehen, daß für

$t_s =$	5	8	15	s
$\omega_\xi =$	0,894	0,598	0,335 wird.	

Die Werte a_{3I} ändern sich mit der Änderung von ω_ξ nur in beschränktem Maße, dagegen die Werte a_{3II} erheblich. Die Kurven a_{3II} schneiden die Abszissenachse fast senkrecht. Die Schnittpunkte dieser Kurven mit der Abszissenachse ergeben ω_ξ-Werte, die sich von obigen ω_ξ-Werten, den Schnittpunkten mit der a_{3I}-Kurve, kaum um 1% unterscheiden. Bei der Beispielsberechnung für ein anderes Flugzeug dürften die Verhältnisse nicht viel anders liegen. Es genügt daher praktisch — um auch gleichzeitig den Aufwand an Rechenarbeit erheblich zu verringern — $a_{3II} = f(\omega_\xi)$ zu berechnen und den Schnittpunkt der a_{3II}-Kurve mit der Abszissenachse zu bestimmen. Dieser Schnittpunkt ist dann die Winkelgeschwindigkeit, die dem Flugzeugschwerpunkt durch eine Ruderausschlagsänderung um 10° in einer bestimmten Zeit t_s erteilt wird.

3. Berechnung der Flugleistungen.

Die Flugleistungen sind nicht nur für die in vorstehendem Abschnitt gefundenen Winkelgeschwindigkeiten $\omega_\xi = 0{,}894$, 0,598 und 0,335 berechnet worden, sondern zu Vergleichszwecken auch für die willkürlich gewählte Winkelgeschwindigkeit $\omega_\xi = 1{,}5$.

Der Bahnneigungswinkel γ, der Anstellwinkel α, die Geschwindigkeit v, die Beschleunigung $\dot{v}$, das Lastvielfache n und der Ruderausschlag β_H sind in nachstehender Zahlentafel eingetragen und in die Abb. 6 bis 9 in Abhängigkeit von der Zeit t eingezeichnet. Die eingeklammerten Werte der Spalte für die Zeit t geben die Zeit für den II. Quadranten an, wobei die Zeit wieder vom Eintreten des Flugzeugs in den II. Quadranten, also von $\gamma = 90°$ ab gerechnet wird. Wieviel Zeit das Flugzeug zum Durchfliegen eines Quadranten gebraucht, ergibt sich aus der Gleichung

$$t = \frac{\pi}{2\,\omega_\xi} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (19)$$

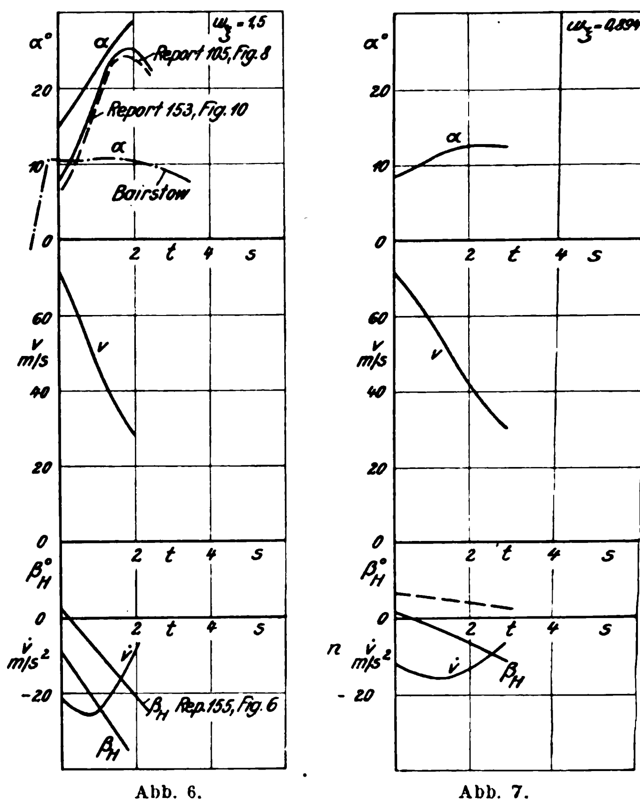


Abb. 6. Abb. 7.

Abb. 6 u. 7. Anstellwinkel, Geschwindigkeit, Lastvielfaches, Beschleunigung und Höhenruderausschlagswinkel des Flugzeugs Curtis JN 4 H in ihrem zeitlichen Verlauf für verschiedene Winkelgeschwindigkeiten des Flugzeugs.

Die Koordinaten x und y des vom Flugzeug zurückgelegten Weges sind ebenfalls aus nachstehenden Zahlentafeln ersichtlich. Die Flugbahn ist aus Abb. 10 zu ersehen.

Tafel I. $\omega_\xi = 1{,}5$.

t s	$\gamma°$	$\alpha°$	v m/s	$\dot{v}$ m/s²	n	$\beta_H°$	x m	y m
0	0	+15,0	71,7	—21,2	10,9	— 9,7	0	0
0,5	42,9	+18,4	60,0	—25,3	9,1	—16,3	29,6	10,8
1,0	85,7	+22,4	47,2	—24,6	7,2	—24,2	41,2	34,1
1,05 (0)	90,0	+22,8	46,0	—24,1	7,0	—25,0	—	—
1,55 (0,5)	132,9	+26,3	35,1	—16,9	5,4	—31,8	36,6	53,3
2,05 (1,0)	175,7	+29,0	27,7	— 7,2	4,2	—	23,4	61,5
2,10 (1,05)	180,0	+29,4	27,0	— 6,2	4,1	—	20,6	61,6

Tafel II. $\omega_\xi = 0{,}894$.

t s	$\gamma°$	$\alpha°$	v m/s	$\dot{v}$ m/s²	n	$\beta_H°$	x m	y m
0	0	+ 8,1	71,6	—12,3	6,5	+ 1,1	0	0
0,5	25,6	+ 9,3	64,8	—14,6	5,9	— 0,2	32,5	7,4
1,0	51,2	+10,7	57,1	—16,0	5,2	— 2,1	56,5	25,9
1,5	76,8	+11,9	49,1	—15,7	4,5	— 4,4	69,3	49,4
1,76 (0)	90,0	+12,5	45,0	—14,9	4,1	— 5,8	70,7	61,4
2,26 (0,5)	115,6	+13,0	38,0	—11,8	3,5	— 7,7	66,3	81,3
2,76 (1,0)	141,2	+12,8	31,8	— 7,3	2,9	—10,1	55,7	94,9
2,96 (1,2)	151,5	+12,5	29,9	— 5,3	2,7	—11,1	50,6	98,3

Tafel III. $\omega_\xi = 0{,}598$.

t s	$\gamma°$	$\alpha°$	v m/s	$\dot{v}$ m/s²	n	$\beta_H°$	x m	y m
0	0	+ 8,1	53,9	— 5,7	3,3	+1,9	0	0
0,5	17,1	+ 8,9	50,4	— 7,9	3,1	+1,1	26,6	3,9
1,0	34,3	+ 9,9	46,2	— 9,7	2,8	— 0,2	48,4	14,3
1,5	51,4	+11,1	41,0	—10,8	2,5	—2,5	64,4	29,1
2,0	68,5	+12,3	35,3	—11,1	2,2	—4,1	73,9	45,5
2,5	85,7	+13,1	29,7	—10,5	1,8	—5,0	77,7	61,1
2,63 (0)	90,0	+13,1	28,4	—10,2	1,7	—	77,8	64,8
3,13 (0,5)	107,1	+12,5	22,8	— 8,5	1,4	—6,2	75,8	77,6

Tafel IV. $\omega_\xi = 0{,}335$.

t s	γ^0	α^0	v m/s	$\dot v$ m/s²	n	$\beta_H{}^0$	x m	y m
0	0	+ 8,1	39,9	—1,8	1,4	+ 3,5	0	0
0,5	9,6	+ 8,5	38,8	—3,3	1,3	+ 3,1	19,6	1,7
1,0	19,2	+ 9,1	37,0	—4,6	1,3	+ 2,5	37,9	6,4
1,5	28,8	+ 9,9	34,6	—5,8	1,2	+ 1,5	54,2	13,6
2,0	38,4	+11,0	31,7	—6,7	1,1	— 0,1	68,1	22,8
2,5	48,0	+12,4	28,1	—7,5	1,0	— 2,6	79,0	33,0
3,0	57,6	+14,3	24,1	—8,0	0,8	— 6,9	86,9	43,4
3,5	67,2	+17,0	19,6	—8,3	0,7	(—14,5)	91,9	53,0
4,0	76,8	+20,9	14,3	—8,2	0,5	—	94,6	61,0
4,5	86,4	(+26,8)	6,3	—7,5	0,2	—	95,5	66,1

Die Ergebnisse für die Winkelgeschwindigkeit $\omega_\xi = 1{,}5$ wurden mit Rechnungen, die von Bairstow[13]) durchgeführt wurden, und Flugmessungen des National Advisory Committee for Aeronautics verglichen[14]).

Die Berechnung von Bairstow geht jedoch insofern von unrichtigen Voraussetzungen aus, als ein konstanter Ruderausschlagswinkel $\beta_H = -15^0$ angenommen wurde, abgesehen davon, daß ein Anfangswinkel von -15^0, wie die Schaubilder Abb. 6 bis 9 zeigen, viel zu groß ist. Der Schleifenflug ist eine gesteuerte Bewegung, bei der der Ruderausschlag sich ändert, selbst wenn infolge eines Gleitfluges dem Flugzeug schon vorher eine Winkelgeschwindigkeit erteilt wurde. Wird dagegen das Flugzeug aus der Horizontalen zum Schleifenflug hochgezogen, so darf der Ruderausschlag nicht zu schnell auf ein Maximum gebracht werden, sicherlich nicht so schnell, daß schon von der Zeit $t = 0$ ab mit einem maximalen Ruderausschlag gerechnet werden kann. Die Flugmessungen[15]) zeigen auch, daß bei einem Schleifenflug, der ca. 12 s dauert, der Höhenruderausschlag erst nach 4 s, also erst nach dem dritten Teil der gesamten für den Überschlag erforderlichen Zeit, sein Maximum erreicht. Der von Bairstow vorausgesetzte große Ruderausschlag dürfte auch der Grund dafür sein, daß, bevor das Flugzeug durch die Horizontale geflogen ist, der Anstellwinkel von ursprünglich $-0{,}4^0$ schon auf über 10^0 gestiegen ist und längere Zeit nahezu konstant bleibt (s. Abb. 6).

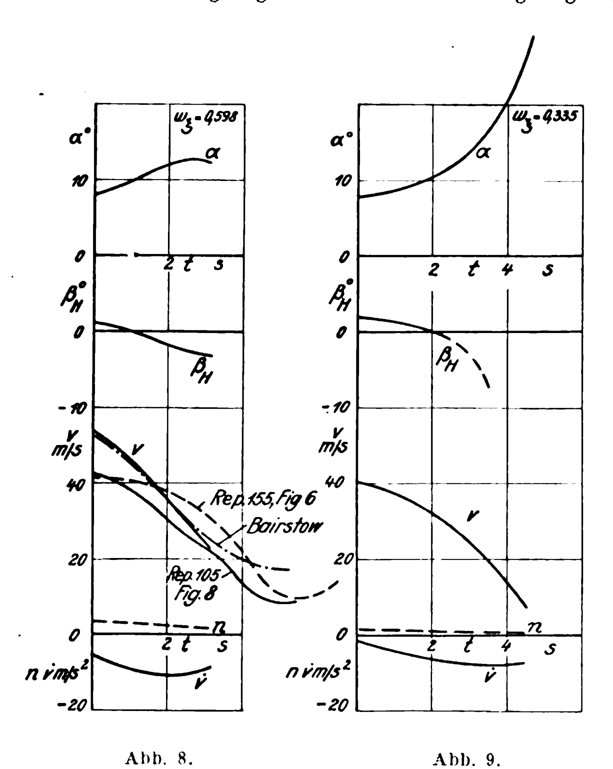


Abb. 8. Abb. 9.

Abb. 8 u. 9. Anstellwinkel, Geschwindigkeit, Lastvielfaches, Beschleunigung und Höhenruderausschlagswinkel des Flugzeugs Curtis JN 4 H in ihrem zeitlichen Verlauf für verschiedene Winkelgeschwindigkeiten des Flugzeugs.

[13]) Bairstow, Applied aerodynamics, S. 253 ff.
[14]) N. A. C. A., Report 105, 153 und 155.
[15]) N. A. C. A., Report 155, Fig. 6.

Wie aus den Zahlentafeln auf S. 66 und 67 und den Abb. 7 bis 9 zu ersehen ist, wird jedoch ein Flugzeug, das mit einer Ruderausschlagsgeschwindigkeit gesteuert wird, für die $t_s = 5$, 8 bzw. 15 s ist, keinen vollständigen Schleifenflug ausführen können, da die Energie nicht genügt, um den höchsten Punkt zu erreichen. Ist die Winkelgeschwindigkeit $\omega_\xi = 0{,}335$, so wird noch nicht einmal $\gamma = 90^0$ erreicht. Das Flugzeug besitzt also nicht so viel Energie, wie erforderlich ist, um in den II. Quadranten eintreten zu können.

Die in vorliegender Arbeit errechneten Anstellwinkel zeigen eine bessere Übereinstimmung mit den amerikanischen Flugmessungen als die von Bairstow durchgeführte Berechnung. Zwei Veröffentlichungen von Anstellwinkelmessungen, die mit dem Curtis-Flugzeug JN 4 H ausgeführt wurden, stehen zur Verfügung[16]). Die Flugmessungen ergeben ein starkes Anwachsen des Anstellwinkels. Es werden Werte bis zu 25^0 erreicht, Anstellwinkel, die bei einem stationären Fluge längst im Bereich des überzogenen Fluges liegen. Für die Berechnung ergibt sich bei $\omega_\xi = 1{,}5$ ein noch etwas größerer Anstellwinkel, da der Anstellwinkel für $t = 0$, der nach der von Bairstow angewandten schrittweisen Berechnung errechnet wurde, entsprechend der größeren Winkelgeschwindigkeit des Flugzeugschwerpunktes größer ist als bei den amerikanischen Anstellwinkelmessungen. Nach den Meßergebnissen wird im weiteren Verlauf des Fluges der Anstellwinkel wieder kleiner. Dies ist bei der Winkelgeschwindigkeit $\omega_\xi = 1{,}5$, soweit die Rechnung durchgeführt wurde, infolge der größeren Winkelgeschwindigkeit noch nicht der Fall. Bei $\omega_\xi = 0{,}894$ und 0,598 wird der Anstellwinkel ebenfalls größer, um allmählich wieder abzunehmen, nachdem er ein Maximum erreicht hat. Hier stimmt also der Verlauf der Kurve $\alpha = f(t)$ mit den amerikanischen Messungen eher überein. Infolge der Abnahme der kinetischen Energie wird die Geschwindigkeit schnell kleiner. Die Winkelgeschwindigkeit des Flugzeugs ist $\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{d\gamma}{dt} + \frac{d\alpha}{dt}$. Hierin ist $\frac{d\gamma}{dt}$ nach Voraussetzung konstant, während sich $\frac{d\alpha}{dt}$ nur in engen Grenzen ändert und im II. Quadranten negativ ist, um beim Übergang vom II. zum III. Quadranten Null zu werden. Ist also u die senkrecht auf der Bahngeschwindigkeit stehende Komponente der sich aus der Winkelgeschwindigkeit des Flugzeugs ergebenden Umfangsgeschwindigkeit »eines Punktes der Tragfläche«, so wird u größer, während gleichzeitig v schnell kleiner wird. Dann wird aber, wie aus Abb. 10 zu ersehen ist, bei kleinerer Geschwindigkeit v der Anstellwinkel α kleiner. Bei $\omega_\xi = 0{,}335$ wird der Anstellwinkel α immer größer. Er gelangt in Bereiche, für die die auf S. 63 und 64 — Gl. (7) und (13) — gemachten Voraussetzungen nur noch mit größerer Ungenauigkeit gelten, als in der Berechnung vorgesehen war.

Die Geschwindigkeit v zur Zeit $t = 0$ ist entsprechend der hohen Winkelgeschwindigkeit $\omega_\xi = 1{,}5$ natürlich höher, als wie die Berechnung von Bairstow und die amerikanischen Flugmessungen angeben. Da auch die gesamte für den

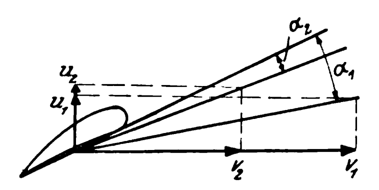


Abb. 10. Änderung des Anstellwinkels infolge veränderlicher Umfangsgeschwindigkeit eines »Tragflächenpunktes« und Vorwärtsgeschwindigkeit des Flugzeugs.

[16]) N. A. C. A., Report 105, Fig. 8 und Report 153, Fig. 10.

Schleifenflug benötigte Zeit kleiner ist, ist der Abfall der errechneten Geschwindigkeit ein viel stärkerer. Dagegen zeigt die Abnahme der Geschwindigkeit für $\omega_\xi = 0{,}598$ in ihrem Verlauf eine recht gute Übereinstimmung mit der Berechnung von Bairstow, in der die Winkelgeschwindigkeit $\omega_\xi \sim 0{,}75$ ist, und mit den amerikanischen Flugmessungen, deren mittlere Winkelgeschwindigkeiten ebenfalls ungefähr in dieser Höhe liegen. Die Geschwindigkeit wird aus der quadratischen Gleichung (4) berechnet (s. auch S. 64). Wird diese Gleichung explizit dargestellt, so tritt in derselben eine Wurzel auf, die imaginär werden kann für große negative Werte $\cos\gamma$ im II. Quadranten, wie es bei $\omega_\xi = 0{,}895$ und 0,598 der Fall ist, oder für zu große Anstellwinkel wie bei $\omega_\xi = 0{,}335$. Diese Winkelgeschwindigkeiten genügen also nicht, um einen Schleifenflug durchzuführen. Nur eine Änderung der Winkelgeschwindigkeit durch schnelleres Ziehen des Höhenruders wird einen Schleifenflug ermöglichen.

Die Beschleunigung (bzw. zunächst Verzögerung) $\dot{v}$ wurde ebenfalls in die Abb. 6 bis 9 eingezeichnet. Infolge der stärker abnehmenden Geschwindigkeit wird die Beschleunigung $\dot{v}$, die von vornherein einen negativen Wert hat, zunächst einen größeren negativen Wert annehmen. Schon vor dem Verlassen des I. Quadranten hat die Beschleunigung ihr Minimum erreicht, um dann wieder größer zu werden. Da beim Übergang vom II. zum III. Quadranten die Geschwindigkeit zuzunehmen beginnt, wird von diesem Punkte ab die Beschleunigung einen positiven Wert haben.

Das Lastvielfache n wird aus Gleichung (17) berechnet, in der die Geschwindigkeit die einzige Veränderliche darstellt. Daher verläuft die Kurve $n = f(t)$ gleichsinnig zur Kurve $v = f(t)$. Wie aus den Flugmessungen Report 153, Fig. 10 und Report 155, Fig. 6 zu ersehen, ist auch dort die Kurve des Lastvielfachen nahezu parallel der Geschwindigkeitskurve. Der Unterschied ergibt sich zunächst daraus, daß am Anfang und Ende des Schleifenflugs die Winkelgeschwindigkeit nicht vollständig konstant bleibt, wie bei der Berechnung vorausgesetzt wurde. Infolge der großen der Berechnung zugrunde gelegten Winkelgeschwindigkeit $\omega_\xi = 1{,}5$ ist das errechnete Lastvielfache natürlich erheblich höher als das durch den Meßflug gewonnene. Es können also bei einem Flugzeug, das aus einem Gleit- oder Sturzflug mit großer Winkelgeschwindigkeit hochgerissen wird, erheblich höhere Lastvielfache auftreten, als sie bisher der Berechnung der Flugzeugfestigkeit zugrunde gelegt wurden.

Der zeitliche Verlauf des Ruderausschlags β_H zeigt mit den Messungen (Report 155, Fig. 6) eine recht gute Übereinstimmung, wenn man berücksichtigt, daß der Winkel β_H zur Zeit $t = 0$ infolge der größeren Winkelgeschwindigkeit größer ist, als die Flugmessungen angeben. Die Geschwindigkeit, mit der der Ruderwinkel geändert wird, d. h. die Steigung der Kurve $\beta_H = f(t)$, ist nahezu dieselbe wie bei der Flugmessung. Aus beiden Kurven ist zu ersehen, daß der lineare Ansatz $\beta_H = f(t)$ für den Beginn des Schleifenflugs berechtigt ist. Der Steuerruderausschlag nimmt einen immer größer werdenden negativen Wert an, d. h. erzeugt ein immer größer werdendes negatives, also schwanzlastiges Moment. Für $\omega_\xi = 0{,}335$ nimmt β_H Werte an, die nicht mehr im Bereich der Wahrscheinlichkeit liegen. Der Ruderwinkel wird aus der dritten Bewegungsgleichung, Gl. (5), berechnet, in der

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{d\gamma}{dt} + \frac{d\alpha}{dt} = \omega_\xi + \frac{d\alpha}{dt} \quad \text{und} \quad \frac{d^2\vartheta}{dt^2} = \frac{d^2\alpha}{dt^2} \quad {}^{17)}$$

auftreten. Der Einfluß der ersten und zweiten Ableitung des Anstellwinkels nach der Zeit ist bei $\omega_\xi = 0{,}335$ sehr groß. Für sehr hohe Anstellwinkel werden diese Ableitungen, die aus Gleichung (16), S. 64 gewonnen werden, aber recht ungenau, so daß die Kurve $\beta_H = f(t)$ in Abb. 9 im Bereich $t > 2$ s gestrichelt gezeichnet wurde.

[17]) In diesen Lagen wird von der Annahme Gl. 15b also kein Gebrauch gemacht.

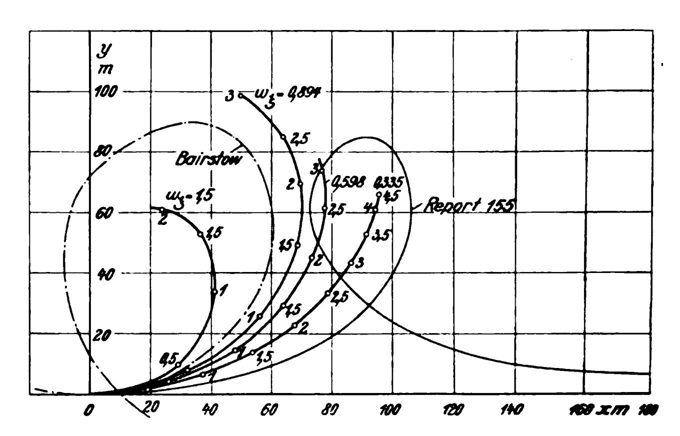


Abb. 11. Flugbahnen des Flugzeugs Curtis JN 4 H bei verschiedenen Winkelgeschwindigkeiten, hervorgerufen durch verschieden schnelle Betätigung des Höhenruders.

In Abb. 11 ist die Flugbahn des Flugzeugs für $\omega_\xi = 1{,}5$, 0,894, 0,598 und 0,335 eingezeichnet. Neben die Flugbahnen sind die Zeiten in Sekunden aufgetragen, die das Flugzeug vom Beginn der Zeit $t = 0$ gebraucht, um den betreffenden Punkt zu erreichen.

Hat der Flugzeugschwerpunkt eine Winkelgeschwindigkeit $\omega_\xi = 1{,}5$, so wird der höchste Punkt der Schleife erreicht.

Bei einer Winkelgeschwindigkeit von $\omega_\xi = 0{,}894$ erreicht das Flugzeug die Rückenlage. Da die Geschwindigkeit aber nicht genügt, um den höchsten Punkt zu erreichen, wird das Flugzeug auf dem Rücken liegend ins Trudeln kommen, falls der Pilot nicht durch schnellere Betätigung des Höhenruders dem Flugzeug eine größere Winkelgeschwindigkeit erteilt.

Ist die Winkelgeschwindigkeit des Flugzeugs $\omega_\xi = 0{,}598$, so wird eine Bahnneigung von 90° soeben überschritten. In Wirklichkeit wird die Geschwindigkeit schnell kleiner und zuletzt gleich Null werden. Der Anstellwinkel wird bald kleinere und später negative Werte annehmen (s. Abb. 8). Das Flugzeug rutscht nach hinten ab. Es wird also von rückwärts angeblasen, wobei der Anstellwinkel $\alpha = 180°$ und weniger betragen wird. Das Moment in diesem Anstellwinkelbereich wird wieder kopflastig[18]). Das Flugzeug kippt nach vorn und geht in einen normalen Sturzflug über. Diese Bewegung ist eine oft geübte Flugfigur.

Bei $\omega_\xi = 0{,}335$ bäumt sich das Flugzeug nur auf. Es schiebt mit immer größer werdendem Anstellwinkel in Längsrichtung. Sehr schnell ist der Zustand des überzogenen Fluges erreicht, und das Flugzeug wird, wenn der Pilot es nicht durch einen kräftigen Ruderausschlag aus diesem Zustand herausnimmt, ins Trudeln geraten.

Zum Vergleich wurden auch die von Bairstow errechnete Flugbahn, sowie die Bahn des Flugzeugs Curtis JN 4 H, mit dem der in Report 155, Fig. 6, veröffentlichte Meßflug gemacht wurde, eingezeichnet. Letztere Flugbahn wurde aus der Geschwindigkeit v und dem Bahnneigungswinkel γ nach Gleichung (18), S. 64 durch graphische Integration berechnet. Es ist eine recht gute Übereinstimmung zwischen der Form der in dieser Arbeit errechneten Flugbahnen und der Bairstowschen Berechnung festzustellen. Die Form des Schleifenfluges ist, wie auch durch diese Arbeit gezeigt wird, kein Kreis, sondern ein Oval, dessen große Achse in der ursprünglichen Flugrichtung des Flugzeugs geneigt ist. Je größer die Winkelgeschwindigkeit, desto kleiner ist die Form der Schleife. Die Form des aus dem Meßflug ausgewerteten Überschlags unterscheidet sich erheblich von der in dieser Arbeit und von Bairstow errechneten Form. Der Grund ist folgender. In dieser Arbeit werden nur Flugbewegungen mit konstanter Winkelgeschwindigkeit untersucht, d. h.

[18]) Bacon, Preliminary experiments on a JN 4 H Biplane, N. A. C. A., Report 122, Fig. 13, S. 400.



dem Schleifenflug geht ein Gleitflug voran. Bei den Meßflügen wird dagegen das Flugzeug nahezu aus der Horizontalen hochgezogen. Die Winkelgeschwindigkeit ist daher klein, um erst später einen konstanten und größeren Wert zu erreichen. Bei Betrachtung der Flugbahn für $\omega_{\xi} = 0{,}335$ erkennt man, daß bei kleiner Winkelgeschwindigkeit sich die Flugbahn in horizontaler Richtung stark streckt. Aus demselben Grunde ist auch die aus dem Meßflug gewonnene Flugbahn in der Horizontalen lang gestreckt. Aber auch hier ist die Schleife ein Oval, das mit der Form der errechneten Flugbahn gut übereinstimmt. Die Neigung der großen Achse ist jedoch sehr gering. Messungen von aus Gleit- oder Sturzflügen hochgezogenen Schleifenflügen sind nicht vorhanden. Sie würden eine bessere Übereinstimmung mit der errechneten Flugbahn zeigen. Die gedrungene Flugbahn der Bairstowschen Berechnung ist begründet durch den großen Ruderwinkel und die damit verbundene hohe Winkelgeschwindigkeit.

VI. Zusammenfassung.

In vorliegender Arbeit werden aus den bekannten Gleichungen der Längsbewegung eines Flugzeugs durch Einsetzen analytischer Funktionen für die veränderlichen Größen und Elimination der Geschwindigkeit für beschleunigte Längsbewegungen mit konstanter Winkelgeschwindigkeit des Flugzeugschwerpunktes zwei Gleichungen entwickelt, die die Veränderung des Anstellwinkels als Abhängige der Zeit errechnen lassen. Aus diesen beiden Gleichungen kann die Winkelgeschwindigkeit graphisch bestimmt werden, die der Flugbahntangente erteilt wird durch die verschiedene Betätigung des Höhenruders. Weiter lassen sich die Flugleistungen eines Flugzeugs bei beschleunigter Bewegung ermitteln.

Sodann wird für das Flugzeug Curtis JN 4 H die Änderung des Anstellwinkels, der Geschwindigkeit, der Beschleunigung, des Lastvielfachen und des Höhenruderausschlags bei verschiedenen Winkelgeschwindigkeiten, also Steuerbetätigungen des Führers, berechnet und mit den Ergebnissen amerikanischer Flugmessungen verglichen. Weiter werden auch die Berechnungen, die von Bairstow mit Hilfe seiner für beschleunigte Flugbewegungen entwickelten Rechenmethode ausgeführt wurden, zum Vergleich herangezogen. Mit beiden Vergleichsmöglichkeiten wird befriedigende Übereinstimmung festgestellt. Zum Schluß wird dann noch die Flugbahn für das Curtis-Flugzeug berechnet und ebenfalls mit der von Bairstow berechneten Flugbahn sowie einer Flugbahn verglichen, die sich aus den amerikanischen Flugmessungen ergibt.

Über Zugfelder in ursprünglich gekrümmten, dünnen Blechen bei Beanspruchung durch Schubkräfte.

Von H. Wagner und W. Ballerstedt.

Bericht aus dem Flugtechnischen Institut der Technischen Hochschule Berlin.

Als Schalen gebaute Rümpfe oder Flügel bestehen aus einem Verkleidungsblech und aus Versteifungsprofilen. Die Versteifungsprofile verlaufen teils in Längsrichtung (Längsprofile), teils quer dazu (Querprofile, Ringe).

Das krumme Verkleidungsblech ist meist so dünn, daß es lange vor Erreichen der Bruchlast der Konstruktion ausbeult. Nach dem Ausbeulen bilden sich im Blech schräge Falten. Für die Berechnung der Beanspruchungen von Blech und Versteifungsprofilen ist die Kenntnis der Richtung der Falten bzw. der Zugspannungen (Hauptspannungen) erforderlich. Diese Berechnung und die Berechnung der Beanspruchungen nach dem Ausknicken wird im Folgenden nach Darlegung der gemeinsamen Grundlagen für die beiden Fälle:

1. *in Längsrichtung eng versteifter Blechzylinder,*
2. *in Umfangsrichtung (Querrichtung) eng versteifter Blechzylinder*

durchgeführt.

So weit der Bericht in Längsrichtung eng versteifte Bleche betrifft, ist er, von geringfügigen Änderungen abgesehen, eine Wiedergabe des theoretischen Teiles eines Versuchsberichtes, den H. Wagner bei der Firma Rohrbach-Metallflugzeugbau im Jahre 1927 angefertigt hat und dessen Veröffentlichung Herr Dr. Rohrbach s. Z. freundlicherweise gestattete.

Gliederung.

1. Bezeichnungen.

- s Blechstärke.
- r Radius des Zylinders.
- x Koordinate in Achsrichtung (Längsrichtung).
- y Koordinate in Umfangsrichtung.
- F_x, F_y Querschnittsfläche eines Längsprofils bzw. Querprofils.
- t_x, t_y Abstand zweier Längsprofile bzw. Querprofile.
- X, Y Druckkraft in einem Längsprofil bzw. Querprofil.
- σ_x, σ_y Spannungen in einem Längsprofil bzw. Querprofil.
- f Durchbiegung eines Längsprofils.
- τ Schubbeanspruchung durch die gegebene äußere Belastung.
- τ_0 Knickschubspannung des Bleches.
- σ Zugspannung im Blech nach Bildung des Zugfeldes.
- α Richtung zwischen Hauptzugspannung σ bzw. Hauptdehnung und x-Achse.
- E Elastizitätsmodul.
- ε, ε_x, ε_y Hauptdehnung und Dehnung in x- und y-Richtung im Zugfeld.
- γ Schiebungswinkel.

Die Literaturhinweise beziehen sich auf die Arbeit H. Wagner, Ebene Blechwandträger mit sehr dünnem Stegblech, Z. Flugtechn. Motorluftsch. Jg. 20 (1929), Nr. 8 bis 12.

2. Beanspruchung von Blech und Profilen.

Für die Durchführung der Rechnung wird vorausgesetzt, daß die Dimensionierung von Blech und Profilen und die Beanspruchung durch Schub- und Längskräfte im ganzen Bereich gleichmäßig ist.

Bei einer entsprechend konstruierten ebenen Blechwand ist die Knicklast des Bleches gegenüber Schub meist so gering im Vergleich zur zulässigen Beanspruchung im Zugfeld, daß der Einfluß der Drucksteifigkeit des Bleches vernachlässigt werden kann. Bei krummen Blechen ist nun einerseits die Knickspannung meist wesentlich höher, andererseits kann man nach dem Ausknicken keine so hohen Spannungen zulassen, da sonst die Faltenbildung im krummen Blech zu bleibenden Deformationen führen würde. Man muß also bei Betrachtung der Zugdiagonalfelder krummer Bleche auf die Knicksteifigkeit des Bleches Rücksicht nehmen.

Den folgenden Betrachtungen liegt nun die Vorstellung zugrunde, daß das Blech auch nach dem Ausknicken den der Knickschubspannung τ_0 entsprechenden Anteil der Gesamtbeanspruchung τ weiterhin auf Schub überträgt und nur den über die Knicklast hinausgehenden Anteil $\tau - \tau_0$ auf Zug. Daraus folgt, daß die Versteifungsprofile, die ja vor dem Ausknicken nicht beansprucht werden, nur durch den Überschuß $\tau - \tau_0$ Beanspruchungen erfahren.

In Abb. 1 ist ein Stück der Schale dargestellt. Aus dem Gleichgewicht der Kräfte im Schnitt AA in y-Richtung

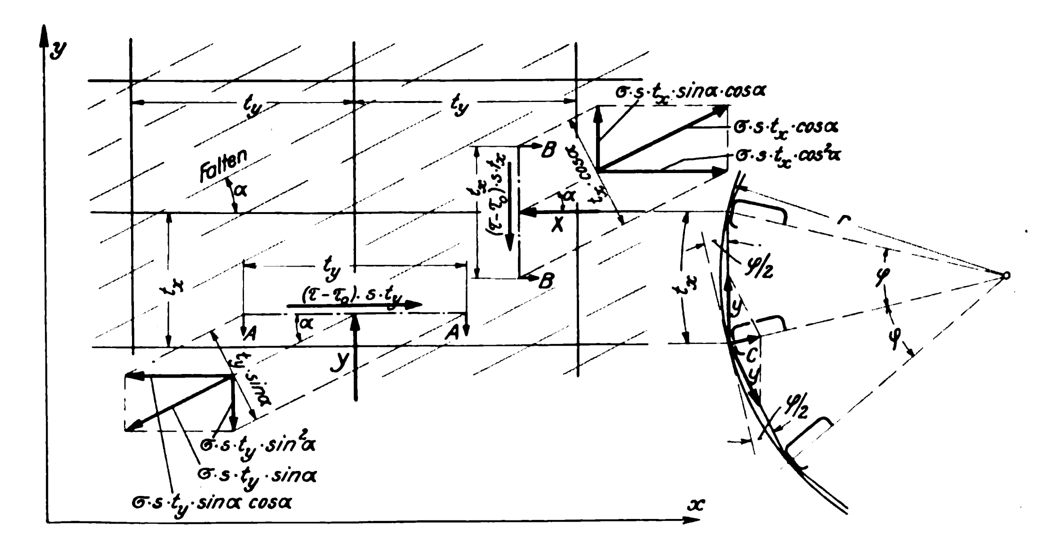


Abb. 1. Gleichgewicht im krummen Zugfeld.

und im Schnitt BB in x-Richtung ergeben sich aus dem Anteil $\tau - \tau_0$ die Kräfte (Druckkräfte) in den Profilen[1])

$$X = -(\tau - \tau_0) \cdot s \cdot t_x \cdot \operatorname{cotg} \alpha \quad \ldots \ldots (1\text{a})$$

$$Y = -(\tau - \tau_0) \cdot s \cdot t_y \cdot \operatorname{tg} \alpha \quad \ldots \ldots (1\text{b})$$

Damit werden die Spannungen in Längs- und Querprofilen

$$\sigma_x = -\zeta \cdot \tau \cdot \operatorname{cotg} \alpha \quad \ldots \ldots \ldots (2\text{a})$$

$$\sigma_y = -\eta \cdot \tau \cdot \operatorname{tg} \alpha \quad \ldots \ldots \ldots (2\text{b})$$

wobei der Kürze halber

$$\zeta = \frac{\tau - \tau_0}{\tau} \cdot \frac{s \cdot t_x}{F_x} \quad \ldots \ldots \ldots (3\text{a})$$

$$\eta = \frac{\tau - \tau_0}{\tau} \cdot \frac{s \cdot t_y}{F_y} \quad \ldots \ldots \ldots (3\text{b})$$

gesetzt sei.

Die Beanspruchung des Bleches ergibt sich unter obigen Voraussetzungen als resultierende Spannung aus der Knickschubspannung τ_0 und einer Zugspannung $\frac{\tau - \tau_0}{\sin \alpha \cos \alpha}$. Die für die Dimensionierung des Bleches maßgebende Zugbeanspruchung werde jedoch einfach angegeben zu

$$\sigma = \frac{\tau}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha} \quad \ldots \ldots \ldots (4)$$

und dementsprechend die Hauptdehnung des Bleches zu

$$\varepsilon = \frac{\tau}{E \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha} \quad \ldots \ldots \ldots (5)$$

Die in dieser Vereinfachung enthaltene geringe Ungenauigkeit liegt wohl innerhalb des Genauigkeitsgrades der Annahme, daß die nach dem Ausknicken auf Schub übertragene Spannung die Größe τ_0 besitzt.

3. Faltenrichtung bei in Längsrichtung eng versteiften Blechen.

Für die weitere Betrachtung wird vorausgesetzt, daß der Abstand der Querprofile (Ringe) größer ist als der der Längsprofile, zumindest etwa doppelt so groß. Der Abstand der Längsprofile wird als klein gegenüber dem Radius vorausgesetzt; z. B. $t_x < \frac{1}{3} r$.

Um die Faltenrichtung im Zugfeld zu berechnen, werden zuerst die Dehnungen ε_x und ε_y des Blechfeldes in x- und y-Richtung betrachtet. Die Dehnung ε_x ist durch die Kraft im Längsprofil gegeben:

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} = -\frac{\tau}{E} \cdot \zeta \cdot \operatorname{cotg} \alpha \quad \ldots \ldots \ldots (6)$$

Zwecks Bestimmung der Dehnung ε_y des Blechfeldes in y-Richtung betrachte man Abb. 2. Wirkt auf das ursprünglich spannungslose krumme Blech eine Schubkraft, so spannt sich das Blech unter Bildung von Zugfalten gerade. Die kleine Strecke $-t_x \cdot \varepsilon_y$, um welche die gerade Verbindung der beiden Punkte O' und U' nach der Belastung kürzer ist als die gekrümmte Verbindung der Punkte O und U vor der Belastung wird nun berechnet. Die Kürzung durch die Geradestreckung allein beträgt $\left(\varphi = \frac{t_x}{r}\right)$

$$r \cdot \varphi - 2 r \sin \frac{\varphi}{2} = r \frac{\varphi^3}{24} = \frac{1}{24} \frac{t_x^3}{r^2}.$$

Ferner nähern sich die beiden Längsprofile O und U infolge der Druckspannung σ_y in den Querstäben um das Maß

$$-\frac{\sigma_y}{E} \cdot t_x.$$

Die gesuchte Verkürzung der Verbindungslinie von $\widehat{OU}$ auf $\overline{O'U'}$ ist also

$$-t_x \cdot \varepsilon_y = +\frac{1}{24} \frac{t_x^3}{r^2} - \frac{\sigma_y}{E} \cdot t_x.$$

Die »Dehnung« in Querrichtung, ε_y, ist folglich (vgl. Gl. (2b))

$$\varepsilon_y = -\frac{1}{24} \frac{t_x^2}{r^2} - \frac{\tau}{E} \cdot \eta \cdot \operatorname{tg} \alpha \quad \ldots \ldots (7)$$

Da nach Gl. (5) auch die Dehnung ε des Bleches selbst bekannt ist, kennt man vom Zugfeld die drei Bestimmungs-

[1]) Vgl. Gl. (10) der vorn angeführten Arbeit.

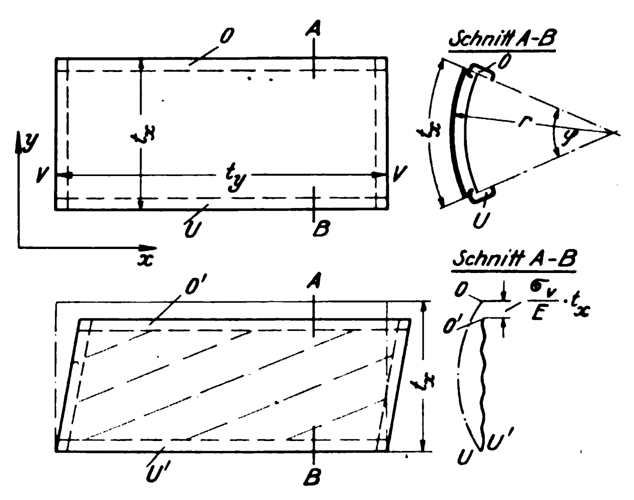


Abb. 2. Das Zugfeld in einem krummen Schalenstück ist dem Zugfeld in einem ebenen Zugfeld vergleichbar, bei dem eine zusätzliche Annäherung der beiden Gurte stattfindet.

größen ε, ε_y, ε_x. Durch drei Bestimmungsgrößen ist aber ein ebener Dehnungszustand, also auch der Dehnungszustand des Zugfeldes und folglich auch der Richtungswinkel α der Hauptdehnung ε, bzw. der Falten eindeutig festgelegt[2])

$$\operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{\varepsilon - \varepsilon_x}{\varepsilon - \varepsilon_y} \quad \ldots \ldots \ldots (8)$$

ε, ε_x, ε_y sind nach Gl. (5), (6) und (7) selbst wieder von α abhängig. Das Einsetzen der Dehnungen entsprechend diesen drei Gleichungen gibt schließlich die Beziehung

$$\frac{t_x}{r} \cdot \sqrt{\frac{E}{\tau}} = \sqrt{24 \cdot \operatorname{tg} \alpha \left(\frac{\cos 2\alpha}{\sin^4 \alpha} + \zeta \cdot \operatorname{cotg}^4 \alpha - \eta\right)} \quad (9)$$

Diese Gleichung ist nach $\frac{t_x}{r}$ aufgelöst, da eine Auflösung nach α nicht explicit möglich ist. Die Handhabung dieser Gleichung wird weiter unten besprochen.

Zuerst werde die Dehnung ε_y noch durch eine Korrektur ergänzt. Bei Aufstellung der Gleichung für ε_y wurde die Geradestreckung des Bleches und die Annäherung der Längsprofile O und U infolge der Druckspannung σ_y in den Querprofilen berücksichtigt. Durch die Umlenkung des Hautzuges werden die Längsprofile mit einer zur Zylinderachse gerichteten Kraft

$$s \cdot t_y (\tau - \tau_0) \cdot \frac{t_x}{r} \cdot \operatorname{tg} \alpha,$$

die auf der Länge t_y des Profils angenähert gleichmäßig verteilt ist, belastet und um ein leicht berechenbares Maß f nach innen gebogen. Diese Durchbiegung f ändert nun auch die Dehnung ε_y um einen Betrag ε_f; also (vgl. Gl. (7))

$$\varepsilon_y = -\frac{1}{24} \frac{t_x^2}{r^2} + \frac{\sigma_y}{E} + \varepsilon_f \quad \ldots \ldots (10)$$

Biegen sich z. B. mehrere benachbarte Längsprofile um das gleiche Maß f durch (vgl. Abb. 3), so hat, wie sich leicht ausrechnen läßt, ε_f den Wert $\frac{f}{r}$; da aber die Durchbiegung

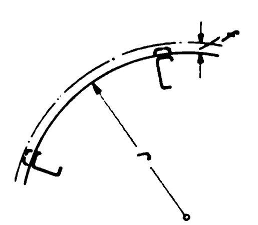


Abb. 3. Einfluß der Durchbiegung der Längsprofile auf den Dehnungszustand des Zugfeldes.

[2]) Vgl. Gl. (5a) der vorn angeführten Arbeit.

der Längsprofile an den Verbindungsstellen mit den Querprofilen Null ist, wird man näherungsweise

$$\varepsilon_f = -\frac{1}{2}\frac{f}{r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

setzen können. Wird nun ε_y nach Gl. (10) statt nach Gl. (7) in Gl. (8) eingesetzt, so ergibt sich

$$\frac{t_x}{r}\sqrt{\frac{E}{\tau}}\cdot\sqrt{1+\frac{12 f\cdot r}{t_x^2}} = \sqrt{24\cdot \mathrm{tg}\,\alpha\left(\frac{\cos 2\alpha}{\sin^4\alpha}+a\right)} \quad (12)$$

wobei

$$a = \zeta\cdot \mathrm{cotg}^4\alpha - \eta \quad \ldots\ldots (13\mathrm{a})$$

oder

$$a = \frac{\sigma_x}{\tau}\,\mathrm{cotg}^3\alpha - \eta \quad \ldots\ldots (13\mathrm{b})$$

Es wird nunmehr die Handhabung der Gleichungen 9—13 besprochen. Zur Durchführung der Rechnung ist in jedem Fall nur e i n e der beiden Gl. (13) heranzuziehen. Treten neben den Schubkräften (Torsionsmoment) k e i n e äußeren Längskräfte auf, so wird zweckmäßigerweise mit Gl. (13a) gearbeitet. Gl. (13b) kommt dann zur Anwendung, wenn die zulässige Druckspannung σ_x der Längsprofile von vornherein gegeben ist, also vor allem dann, wenn die Schale für gleichzeitige Wirkung von Querkräften und Längskräften zu dimensionieren ist. Werden die Längsprofile zugleich auch gebogen, so bedeutet σ_x die Spannung der an der Blechhaut liegenden Faser des Längsprofiles, und zwar die in Längsrichtung gemittelte Spannung dieser Faser.

Bei einer Konstruktion wird von vornherein $\frac{t_x}{r}$ gewählt sein, ferner wird die Belastung τ bekannt sein. Die Durchbiegung f der Längsprofile, die meist geringen Einfluß hat, kann man fürs erste schätzen (z. B. $f = 0{,}3$ cm) oder gleich Null setzen. Somit ist die linke Seite von Gl. (12) bekannt. Man nimmt nun für a willkürlich einige Werte an (z. B. 10, 20, 30) und entnimmt aus dem der Gl. (12) entsprechenden Schaubild Abb. 4 für diese Werte von a und entsprechend der bekannten Koordinate (linke Seite von Gl. (12)) auf der Abszissenachse die zugehörigen Werte von $\mathrm{cotg}\,\alpha$. Andererseits berechnet man $\mathrm{cotg}\,\alpha$ entsprechend den gewählten Werten von a aus Gl. (13a) bzw. (13b), also aus einer der beiden Gleichungen

$$\mathrm{cotg}\,\alpha = \sqrt[4]{\frac{a+\eta}{\zeta}} = \sqrt[4]{\frac{F_x}{s\cdot t_x}\cdot\left(\frac{\tau}{\tau-\tau_0}\cdot a+\frac{s\cdot t_y}{F_y}\right)} \quad (14\mathrm{a})$$

oder

$$\mathrm{cotg}\,\alpha = \sqrt[3]{\frac{\tau}{\sigma_x}(a+\eta)} = \sqrt[3]{\frac{\tau}{\sigma_x}\left(a+\frac{s\cdot t_y}{F_y}\cdot\frac{\tau-\tau_0}{\tau}\right)} \quad (14\mathrm{b})$$

Das Aufzeichnen der beiden verschiedenen sich einmal aus Abb. 4, das andere Mal aus einer der beiden Gl. (14) ergebenden Werte von $\mathrm{cotg}\,\alpha$ über a ergibt einen Schnittpunkt, der den richtigen Wert von $\mathrm{cotg}\,\alpha$ angibt.

Schließlich sei noch der Schiebungswinkel angegeben[3]):

$$\gamma = 2\,\mathrm{cotg}\,\alpha\,(\varepsilon-\varepsilon_x) \quad \ldots\ldots\ldots (15)$$

4. Beispiel.

Es sei gegeben (kg, cm):

τ =	400	E =	700000
s =	0,06	r =	50
t_x =	18	F_x =	1
t_y =	40	F_y =	1,2

Ferner werde die Durchbiegung der Längsprofile geschätzt zu $f = 0{,}4$.

Zunächst wird die Knick-Schubspannung berechnet,

$$\tau_0 = 0{,}1\,E\cdot\frac{s}{r} + 5{,}3\left(\frac{s}{t}\right)^2 E = 125\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{cm}^2}.$$

Mit diesen Werten gibt die linke Seite von Gl. (12) den Wert 19,9.

Jetzt wähle man für a z. B. die drei Werte

10, 15, 20

und entnimmt dann für diese Werte von a einmal aus Schaubild Abb. 4 bei einer Ordinate von 19,9 auf der Abszisse die drei Werte

$$\mathrm{cotg}\,\alpha = 2{,}3;\ 2{,}1;\ 1{,}8.$$

Da äußere Längskräfte bei diesem Beispiel nicht auftreten sollen, berechnet man ferner aus Gl. (14a) entsprechend den drei gewählten Werten von a

[3]) Vgl. Gl. (6) der vorn angeführten Arbeit.

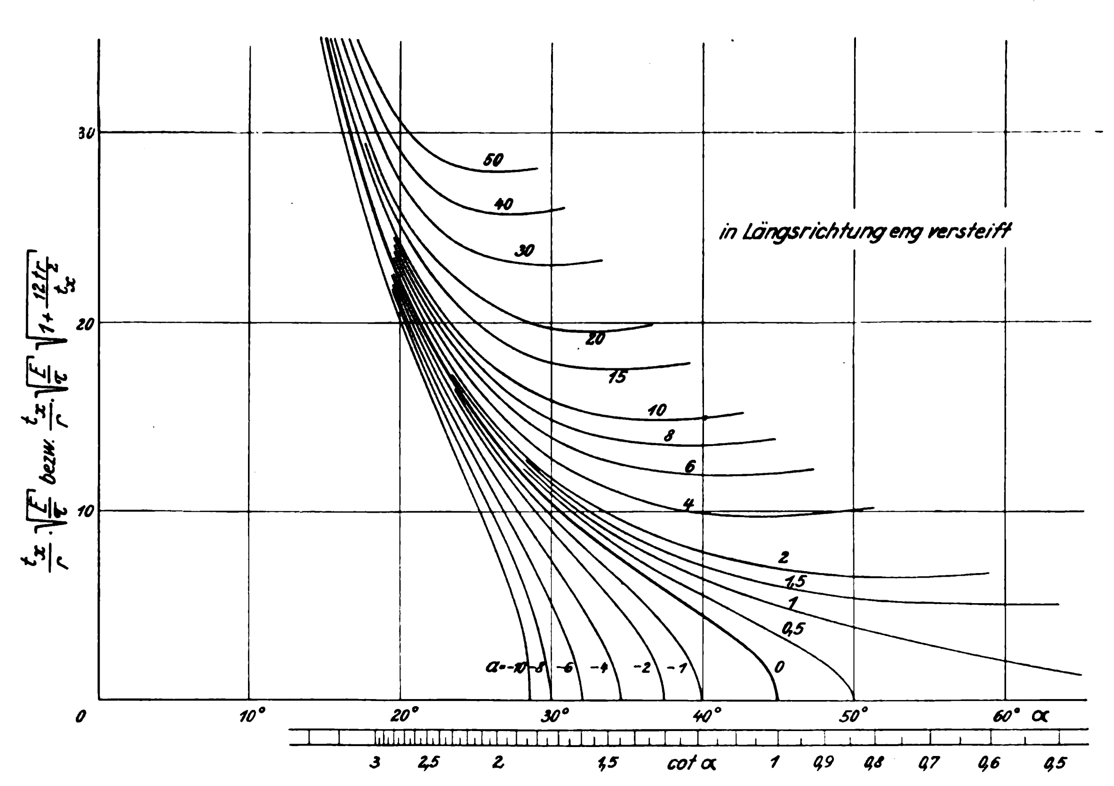


Abb. 4. In Längsrichtung eng versteifter Blechzylinder: Zusammenhang zwischen Abstand und Dimensionierung der Versteifungsprofile, Schubbelastung τ und Faltenrichtung.

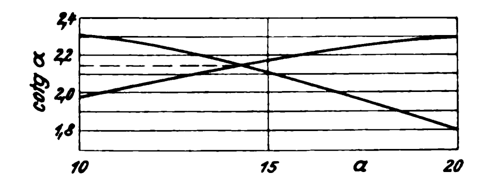


Abb. 5. Beispiel für die Ermittlung der Faltenrichtung.

$$\operatorname{cotg} \alpha = 1{,}98;\ 2{,}17;\ 2{,}30.$$

Nun trägt man in einem Diagramm die beiden Kurven cotg α über α auf (Abb. 5) und erkennt, daß bei cotg $\alpha = 2{,}14$ Übereinstimmung beider Werte besteht. Es ist also cotg $\alpha = 2{,}14$, $\alpha = 25{,}1^0$.

5. Faltenrichtung bei in Querrichtung eng versteiften Blechen.

Für das Weitere wird vorausgesetzt, daß der Abstand der Querprofile (Ringe) kleiner sei als der Abstand der Längsprofile, höchstens etwa halb so groß. Der Abstand der Querprofile sei ferner klein gegenüber dem Radius des Zylinders, z. B. $t_y < \frac{1}{3} r$. Abb. 6 zeigt ein solches in einem Versuch erhaltenes Zugfeld.

Bei Betrachtung des Dehnungszustandes geht man am besten davon aus, daß Hauptspannung σ bzw. Hauptdehnung ε im ganzen Bereich des Zugfeldes konstant sind und überall die gleiche Richtung (Richtungswinkel α) besitzen. Ferner kann die Dehnung ε_y in y-Richtung (Umfangsrichtung) an jeder Stelle des Zugfeldes leicht angegeben werden:

In Abb. 7 ist ein zwischen zwei Querprofilen (Ringen) liegender Blechzylinder in Aufriß und Grundriß dargestellt. Infolge der Geradestreckung der Blechfasern erscheint jede Faser im Grundriß als Sehne des Basiskreises. Die Pfeilhöhe p des Segmentes ist

$$p = \frac{t_y^2}{8\,r} \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha \quad . . . . (16)$$

Diese Pfeilhöhe stellt (vgl. Aufriß) die Einschnürung des Blechzylinders in der Mitte zwischen den Ringen (Querprofilen) dar. Da der Umfang eines Kreises dem Radius proportional ist, besitzt die durch die Einschnürung bedingte »Dehnung« des Blechfeldes in Umfangsrichtung in der Mitte zwischen den Ringen die Größe

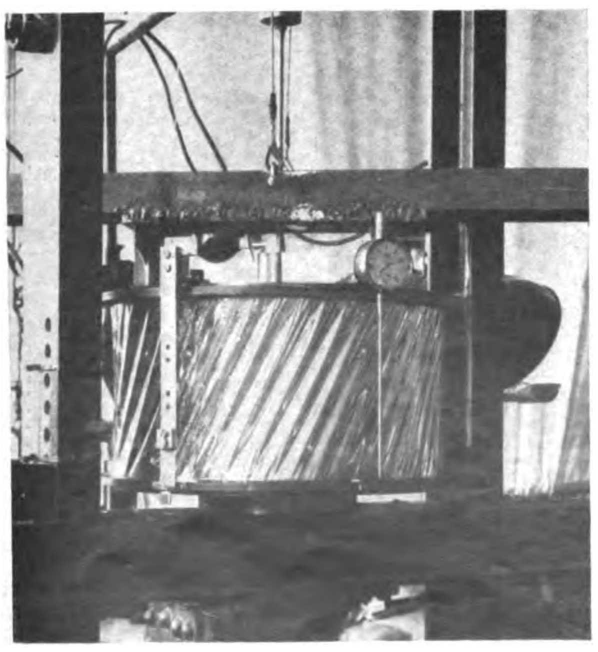


Abb. 6. Faltenbildung bei einem auf Schub beanspruchten Blechzylinder; Versuch.

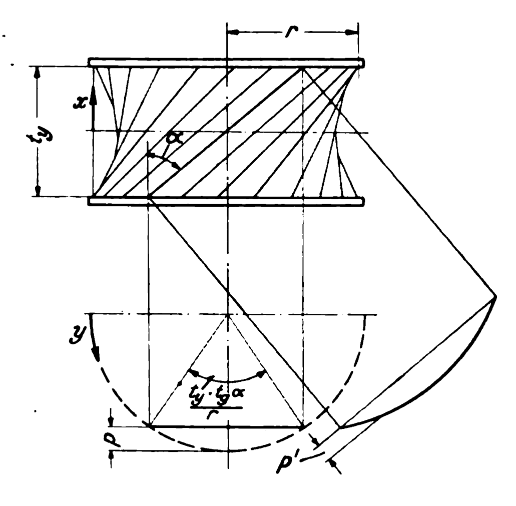


Abb. 7. In Umfangsrichtung eng versteiftes Zugfeld; Einfluß der Geradestreckung der Blechfasern auf den Dehnungszustand der Zugfeld-Elemente.

$$\varepsilon_k = -\frac{p}{r} \quad . . . . (17)$$

Infolge der Geradestreckung der Blechfasern liegt das Zugfeld auf einem Rotationshyperboloid. Die Einschnürung und die Dehnung in y-Richtung sind folglich an verschiedenen Stellen x der Höhe verschieden groß. Alle über x veränderlichen Größen seien mit einem ′ bezeichnet, also z. B. p', ε_k'. Die Kontur des Rotationshyperboloids stellt sich bei dem Genauigkeitsgrad unserer Betrachtung als Parabel dar. p' und ε_k' verlaufen also über die Höhe des Zylinders parabelförmig.

$$\frac{p'}{p} = \frac{\varepsilon_k'}{\varepsilon_k} = 1 - \left(\frac{x}{\frac{1}{2} t_y}\right)^2 \quad . . . . . . (18)$$

Die gesamte, wohl immer negative Dehnung ε_y' in Umfangsrichtung ist nun die Summe von ε_k' und der Dehnung $\frac{\sigma_y}{E}$ der Querprofile (Ringe) also

$$\varepsilon_y' = \varepsilon_k' + \frac{\sigma_y}{E} \quad . . . . (19)$$

Nun sind aber an jeder Stelle des Blechfeldes drei das Dehnungsfeld bestimmende Größen, nämlich ε, α und ε_y' bekannt. Dadurch ist der Dehnungszustand, der an jeder Stelle senkrecht zur Oberfläche des Rotationshyperboloids zu betrachten ist, an jeder Stelle eindeutig festgelegt. Alle anderen Größen des Dehnungsfeldes können durch die drei bekannten ausgedrückt werden:

$$\gamma' = 2 \operatorname{tg} \alpha \,(\varepsilon - \varepsilon_y') \quad . . . . (20)$$

$$\varepsilon_x' = \varepsilon\,(1 - \operatorname{tg}^2 \alpha) + \varepsilon_y' \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha \text{ [4]} \quad . . . . (21)$$

Da ε_y' längs der Höhe des Blechzylinders veränderlich ist, sind auch diese beiden Dehnungsgrößen veränderlich. Nun werde die gesamte Verschiebung in Umfangsrichtung des oberen Ringes gegenüber dem unteren mit $\gamma \cdot t_y$, die Änderung des Abstandes der beiden Ringe mit $\varepsilon_x \cdot t_y$ bezeichnet. Um diese Größen zu erhalten, werden γ' und ε_x' über die Länge t_y des Zylinders (über x) integriert. Man erhält für den Schiebungswinkel

$$\gamma = 2 \operatorname{tg} \alpha \left(\varepsilon - \frac{\sigma_y}{E} - \frac{2}{3}\,\varepsilon_k\right) \quad . . . . . . (22)$$

Bei Berechnung der Änderung $\varepsilon_x \cdot t_y$ des Abstandes der beiden Ringe muß außer den Dehnungen ε_x' noch beachtet werden, daß die Flächenelemente des Zugfeldes, die ja auf dem Rotationshyperboloid liegen, gegenüber der Achse des Zylinders um $\frac{d\,p'}{d\,x}$ geneigt sind, daß also der Abstand der beiden Ringe geringer ist als die Länge des (angenähert parabelförmigen) Meridians der Fläche des Zugfeldes.

[4] Vgl. Gl. (6), (5a) der vorn angeführten Arbeit.

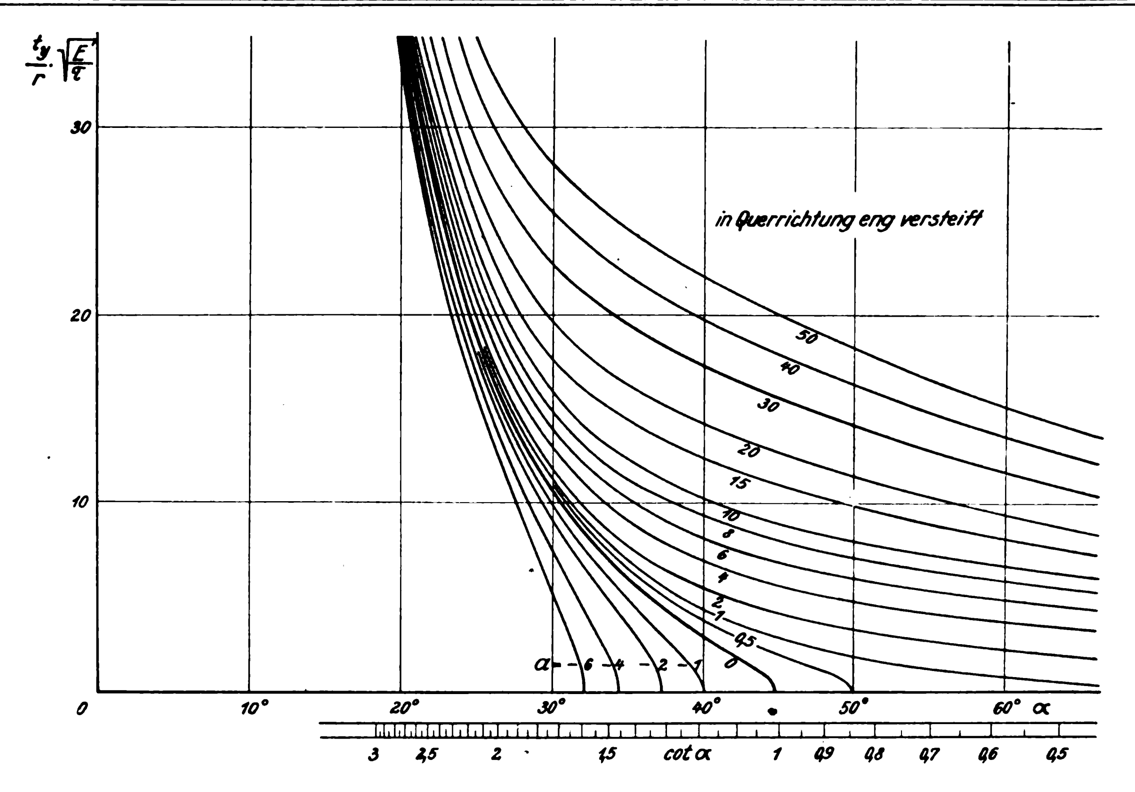


Abb. 8. In Umfangsrichtung eng versteifter Blechzylinder: Zusammenhang zwischen Abstand und Dimensionierung der Versteifungsprofile, Schubbelastung τ und Faltenrichtung.

$$\varepsilon_x \cdot t_y = \int_{-\frac{t_y}{2}}^{+\frac{t_y}{2}} \left[\varepsilon_x' - \frac{1}{2}\left(\frac{d\,p'}{d\,x}\right)^2\right] d\,x.$$

Die Integration wird bei Beachtung von Gl. (21) und Gl. (16), (17), (18) und (19) durchgeführt und gibt schließlich die spezifische Annäherung ε_x der beiden Ringe

$$\varepsilon_x = \varepsilon\,(1 - \mathrm{tg}^2\,\alpha) + \mathrm{tg}^2\,\alpha\left(\frac{\sigma_y}{E} + \varepsilon_k\right) \quad . \; . \; . \; . \; (23)$$

oder in anderer Form

$$\mathrm{tg}^2\,\alpha = \frac{\varepsilon - \varepsilon_x}{\varepsilon - \left(\frac{\sigma_y}{E} + \varepsilon_k\right)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (24)$$

Nun werde die Faltenrichtung bei gegebener Dimensionierung von Blech und Versteifungsprofilen berechnet. In Gl. (24) werden für ε, ε_x, σ_y und ε_k die in den Gleichungen (5) (23), (2b) und (17) angegebenen Werte eingesetzt. Man erhält

$$\frac{t_y}{r}\sqrt{\frac{E}{\tau}} = \sqrt{8 \cdot \mathrm{cotg}\,\alpha\left(\frac{\cos 2\,\alpha}{\sin^4\alpha} + a\right)} \quad . \; . \; . \; . \; (25)$$

wobei a die durch Gl. (13a) bzw. Gl. (13b) angegebene Bedeutung hat. Das Schaubild Abb. 8 ist entsprechend Gl. (25) entworfen.

Die Handhabung dieser Gleichungen ist genau die gleiche wie bei den in Längsrichtung eng versteiften Profilen.

6. Zusammenfassung.

Ein krummwandiger Blechzylinder, bestehend aus einem dünnen Verkleidungsblech und Versteifungsprofilen, knicke infolge äußerer Verdrehbeanspruchung des Bleches aus. Es wird die Faltenrichtung im Zugfeld für gegebene Dimensionierung von Blech und Versteifungsprofilen berechnet. Das Ergebnis wird in Schaubildern dargestellt. Ferner werden die Beanspruchungen von Blech und Profilen angegeben.

Gesamtdruckgerät mit großer Unempfindlichkeit gegen Schräganströmung.

Von G. Kiel.

Bericht 35/03 der Deutschen Versuchsanstalt für Luftfahrt, e. V., Berlin-Adlershof.

Für genaue Flugmessungen bestand das Bedürfnis nach einem Gesamtdruckgerät mit großer Unempfindlichkeit gegen Schräganströmung. Da die vorhandenen Geräte den Anforderungen nicht genügten, wurde ein Gesamtdruckgerät entwickelt, das in allen Fällen bis zu einer Schräganströmung von 40°, bei großen Reynoldsschen Zahlen sogar bis 43° den ungefälschten Gesamtdruck liefert.

Gliederung.

I. Anlaß zur Entwicklung des Gesamtdruckgeräts.

Zur Bestimmung des Flugstaudrucks wird bei Flugmessungen vielfach ein flugzeugfestes Staugerät im Vierecksflug geeicht. Diese Eichungen erweisen sich zuweilen als nicht vollkommen einwandfrei. Bei Änderung des Fortschrittsgrades der Luftschraube nimmt auch die Auftriebs- bzw. Geschwindigkeitsverteilung eine andere Form an. Verwendet man nun Eichkurven, die aus waagerechten Vierecksflügen (Schub = Widerstand) erhalten wurden, bei der Auswertung von Messungen im Steig- oder Leerlaufflug, so können sich erhebliche Fehler ergeben. Diese Fehler werden nur dann vermieden, wenn das flugzeugfeste Staugerät auch im Steig- bzw. Leerlaufflug einwandfrei geeicht wird. Die Eichung gelingt in allen Fällen (sowohl im Waagerechtflug als auch im Steig- oder Leerlaufflug), wenn die Messung des Flugstaudrucks so erfolgt, daß der Gesamtdruck einem am Flügel angebrachten Gesamtdruckgerät und der statische Druck einer unter dem Flugzeug in der ungestörten Strömung nachgeschleppten statischen Drucksonde entnommen wird.

Die Voraussetzung für die einwandfreie Messung des Flugstaudrucks ist die genaue Erfassung sowohl des Gesamt- als auch des statischen Druckes. Da aber nun am Anbringungsort des Gesamtdruckgeräts erhebliche Änderungen in der Anströmungsrichtung auftreten können, setzt das erwähnte Meßverfahren ein Gesamtdruckgerät voraus, das selbst bei großer Schräganströmung den Gesamtdruck noch richtig wiedergibt. Die bekannten Gesamtdruckgeräte werden nicht allen praktisch auftretenden Forderungen gerecht. Es bestand deshalb das Bedürfnis nach einem Gesamtdruckgerät von großer Unempfindlichkeit gegen Schräganströmung.

II. Physikalische Grundlagen.

Die Unempfindlichkeit der Gesamtdruckanzeige gegen Schräganströmung kann auf verschiedene Art erreicht werden. Man kann beispielsweise ein in Strömungsrichtung sich frei einstellendes Gerät verwenden. Derartige Geräte sind aber bei Flugmessungen wegen ihrer Größe oft unhandlich; außerdem geben die Bewegungsteile oft zu Störungen Anlaß. Bei dem im folgenden beschrittenen Weg wurden deshalb mechanisch bewegliche Teile vermieden.

Wird ein sich in strömender Flüssigkeit befindlicher rotationssymmetrischer Zylinder von entsprechender Länge schräg zu seiner Achse angeströmt, so wird in seinem Innern die Strömung je nach dem Grad der Schräganströmung in einem mehr oder minder großen Bereich in die Achsenrichtung des Zylinders umgelenkt. Zur Veranschaulichung der Verhältnisse sind in Abb. 1 Strömungsaufnahmen von einem einfachen Zylinder und in Abb. 2 von einem dem Venturirohr ähnlichen Zylinder wiedergegeben. Um die Strömung im Innern der Körper beobachten zu können, wurden sie aus Glas hergestellt. Die Glaskörper wurden in eine Wasserströmung gebracht, die mit winzigen Silberkristallen[1]) versetzt war. Unter Verwendung einer schmalen Spaltblende wurde eine Lichtebene durch die strömende Flüssigkeit und das Innere des Körpers gelegt, so daß die Durchleuchtung eine schmale Flüssigkeitsschicht sichtbar machte. Auf diese Weise war es möglich, die Stromlinien in der Schnittebene zu beobachten bzw. zu photographieren. Der Strömungsverlauf wurde bei verschiedenen Schräganströmungen aufgenommen. Der Winkel σ zwischen ungestörter Strömungsrichtung und Symmetrieachse der Hohlkörper ist bei den einzelnen Bildern angegeben. Die Strömungsgeschwindigkeit des Wassers betrug 0,15 bis 0,2 m/s. Die in den Abb. 1 und 2 wiedergegebenen Strömungsbilder zeigen deutlich, wie die Strömung bis zu verhältnismäßig großen Schräganströmungen in die Achsenrichtung umgelenkt wird. Wie Abb. 2 lehrt, schneidet der düsenförmige Zylinder besonders gut ab. Die Umlenkung der Strömung in die Achsenrichtung tritt hier bis zu recht beachtlichen Schräganströmungen auf.

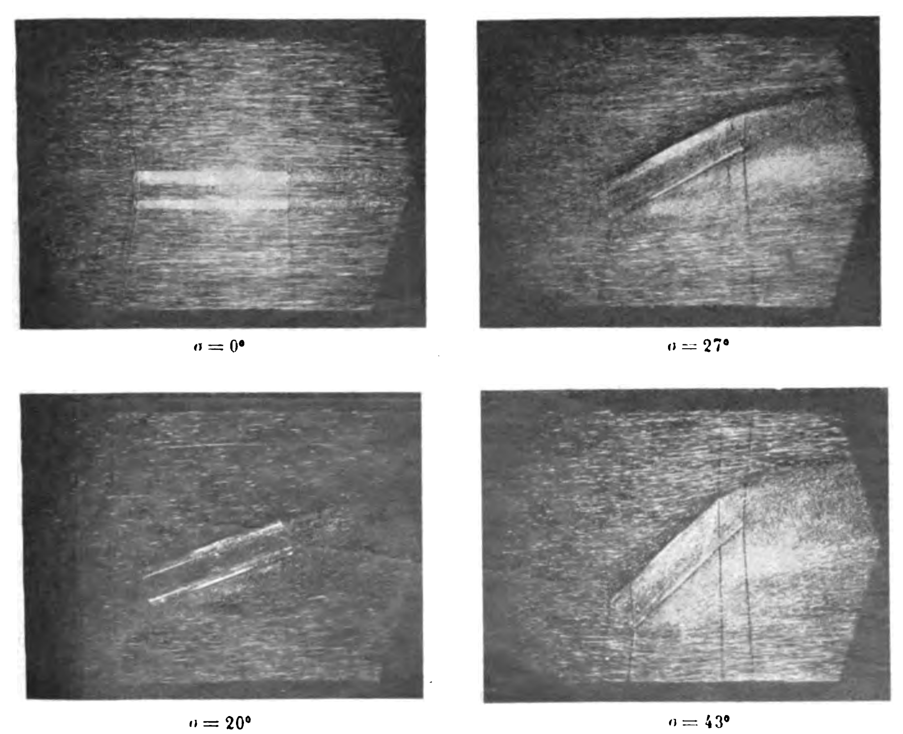


Abb. 1. Strömungsaufnahmen von einem Zylinder bei verschiedener Schräganströmung σ.

[1]) Vgl. Ulrich Schmieschek, Sichtbarmachung von Strömungen im Innern einer Flüssigkeit. 358. Bericht der DVL. Z. techn. Physik. Jg. 14 (1933) Nr. 12. S. 566 567.

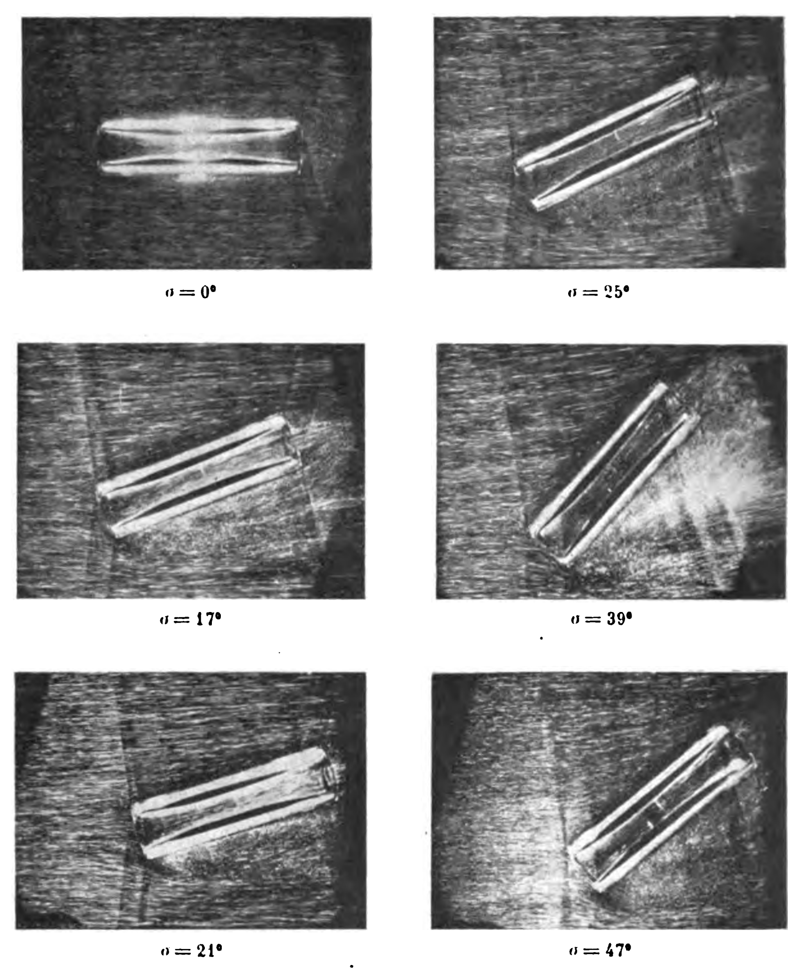
Nach dem Bernoullischen Gesetz ist nun in der verlust- oder wirbelfreien Strömung längs einer Stromlinie der Gesamtdruck konstant. Wird der Gesamtdruck mittels eines Pitotrohrs im Innern des Zylinders bzw. der Düse im Bereich der verlustfreien Strömung an einer Stelle entnommen, an der diese wenigstens angenähert in Achsenrichtung verläuft, so muß man selbst bis zu großen Schräganströmungen noch den ungefälschten Gesamtdruck erhalten[2]).

III. Gesamtdruck-Fehlanzeige längs der Achse einiger rotationssymmetrischer Hohlkörper bei Schräganströmung.

Die vorliegende Aufgabe bestand nun darin:

1. eine geeignete Form des die Strömung umlenkenden rotationssymmetrischen Hohlkörpers zu finden und
2. die günstigste Entnahmestelle im Innern des Hohlkörpers festzustellen.

Es wurden deshalb verschiedene Hohlkörperformen auf ihre Eignung hin untersucht. Die Form und die Hauptabmessungen gehen aus Abb. 3 hervor. Die Untersuchung wurde im kleinen Windkanal der DVL durchgeführt. Die Versuchsdurchführung ist in Abb. 4 schematisch dargestellt. Bei verschiedenen Schrägstellungen σ der Hohlkörper gegenüber der Anströmrichtung wurde die Gesamtdruckdifferenz $p_g - p_{g0}$ längs der Achse gemessen. Hierbei ist p_g der angezeigte Gesamtdruck und p_{g0} der wirkliche Gesamtdruck der Strömung. Die Messungen wurden so durchgeführt, daß bei jeweils konstantem σ der Abstand a der Druckentnahme vom Eintrittsquerschnitt geändert wurde. Der wirkliche Gesamtdruck an der Stelle des Versuchsgeräts wurde durch genaue Eichung festgestellt. Die Versuche wurden bei einem Staudruck von $q = 100$ kg/m² durchgeführt, nur das fertige Gerät wurde zwecks Feststellung etwaiger Kennwerteinflüsse bei verschiedenen Staudrücken untersucht. Zur Druckmessung wurde ein Mikromanometer mit einer Anzeige-Genauigkeit von $^1/_{10}$ bis $^1/_{20}$ kg/m² benutzt[3]). Legt man eine Genauigkeit des Mikromanometers von $^1/_{10}$ kg/m² zugrunde und nimmt weiterhin an, daß der Gesamtdruck vom Pitotrohr nur mit einer Genauigkeit von 1 vT erfaßt wird, so ergibt sich bei einem Staudruck von 100 kg/m² für



$\sigma = 0°$ $\sigma = 25°$

$\sigma = 17°$ $\sigma = 39°$

$\sigma = 21°$ $\sigma = 47°$

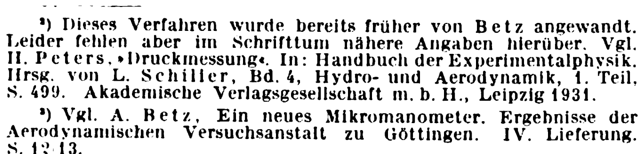
Abb. 2. Strömungsaufnahmen von einem Venturirohr bei verschiedener Schräganströmung σ.

die durchgeführten Versuche eine Meßgenauigkeit von ungefähr 2 vT.

Das Ergebnis der Messungen ist in den Abb. 5 bis 7 wiedergegeben. Für die einzelnen Formen ist bei verschiedenen Schrägströmungen σ die Gesamtdruckfehlanzeige in vH des Staudrucks $\left(100 \frac{p_g - p_{g0}}{q}\right)$ als Funktion des Abstandes a vom Eintrittsquerschnitt dargestellt. Der Abstand a vom Eintrittsquerschnitt ist hierbei in Durchmessern des Eintrittsquerschnitts D, also durch das Verhältnis $\frac{a}{D}$ ausgedrückt. Das Ergebnis der Messungen zeigt, daß bei allen untersuchten Hohlkörperformen die Kurven $100 \frac{p_g - p_{g0}}{q} = f\left(\frac{a}{D}\right)$ bei allen Schräganströmungen in ungefähr dem

[2]) Dieses Verfahren wurde bereits früher von Betz angewandt. Leider fehlen aber im Schrifttum nähere Angaben hierüber. Vgl. H. Peters, »Druckmessung«. In: Handbuch der Experimentalphysik. Hrsg. von L. Schiller, Bd. 4, Hydro- und Aerodynamik, 1. Teil, S. 499. Akademische Verlagsgesellschaft m. b. H., Leipzig 1931.

[3]) Vgl. A. Betz, Ein neues Mikromanometer. Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen. IV. Lieferung. S. 12/13.



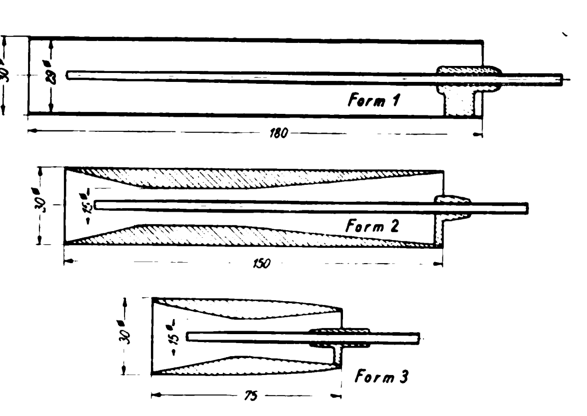


Abb. 3. Die untersuchten Hohlkörperformen.

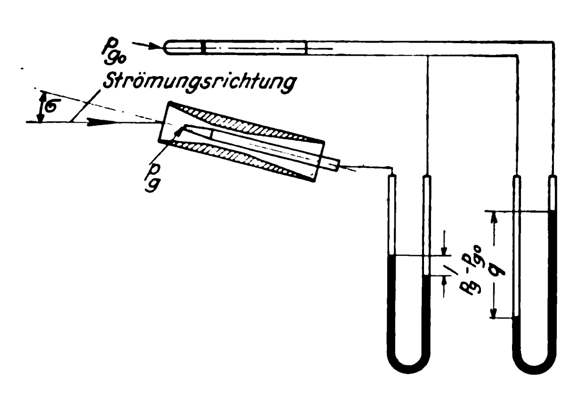


Abb. 4. Schematische Darstellung der Versuchsschaltung.



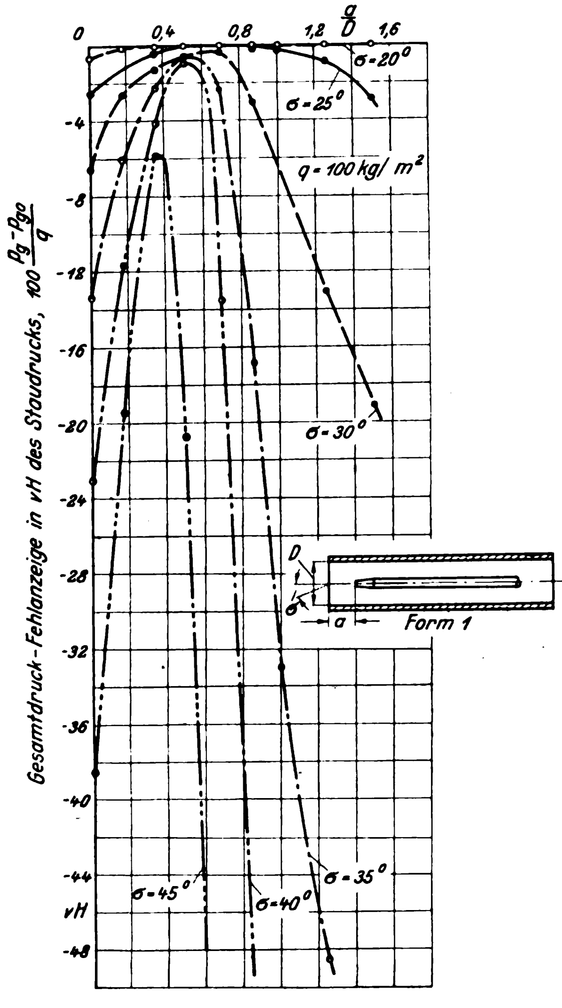


Abb. 5. Gesamtdruck-Fehlanzeige als Funktion des Abstandes vom Eintrittsquerschnitt bei verschiedener Schräganströmung σ.

$$100 \frac{p_g - p_{go}}{q} = f\left(\frac{a}{D}, \sigma\right).$$

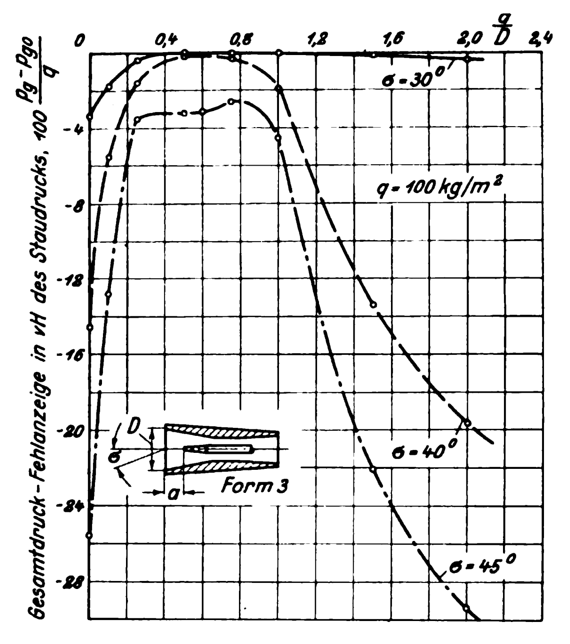


Abb. 7. Gesamtdruck-Fehlanzeige als Funktion des Abstandes vom Eintrittsquerschnitt bei verschiedener Schräganströmung σ.

$$100 \frac{p_g - p_{go}}{q} = f\left(\frac{a}{D}, \sigma\right).$$

gleichen Abstand vom Eintrittsquerschnitt, nämlich $\frac{a}{D} \approx 0{,}5$ den Wert Null, je nach Schräganblasung ganz oder nahezu erreichen. Am günstigsten schneidet die Form 2 ab. Besonders günstig ist bei dieser vor allem auch der flache Verlauf der Gesamtdruckkurven in der Gegend der Annäherung an den Wert Null. Das bedeutet, daß eine kleine Verschiebung der Gesamtdruckentnahme in der Gegend von $\frac{a}{D} = 0{,}5$ praktisch keinen Einfluß auf die Gesamtdruckanzeige hat. Die Düsenform 3 stellt eine Verkürzung der Form 2 dar. Die Messungen mit dieser Düse zeigen, daß sie ungeeigneter als Form 2 ist.

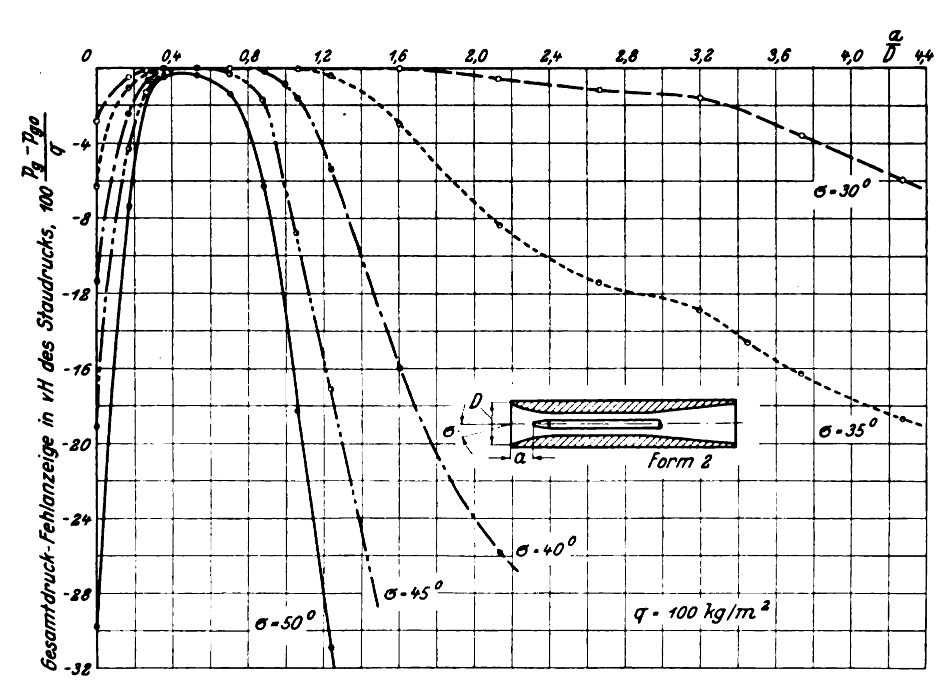


Abb. 6. Gesamtdruck-Fehlanzeige als Funktion des Abstandes vom Eintrittsquerschnitt bei verschiedener Schräganströmung σ.

$$100 \frac{p_g - p_{go}}{q} = f\left(\frac{a}{D}, \sigma\right).$$

In Abb. 8 ist die bei den einzelnen Formen in einem Abstand von 0,5 D vom Eintrittsquerschnitt gemessene Gesamtdruckfehlanzeige in vH des Staudrucks in Abhängigkeit von der Schräganströmung wiedergegeben

$$\left(100 \frac{p_g - p_{go}}{q} = f(\sigma) \text{ bei } \frac{a}{D} = 0{,}5.\right)$$

Der Vergleich ist hier noch anschaulicher als bei Betrachtung der Abb. 5 bis 7. Man erkennt deutlich die Überlegenheit der Düsenform 2, bei der für $\frac{a}{D} = 0{,}5$ der Gesamtdruck bis zu Schräganströmungen von 45° noch praktisch fehlerfrei angezeigt wird.

IV. Endgültige Form des Gesamtdruckgeräts, seine Prüfung im Windkanal und Erprobung im Fluge.

Für den praktischen Flugbetrieb ist ein möglichst handliches Gerät mit geringen Abmessungen erwünscht. Es wurde

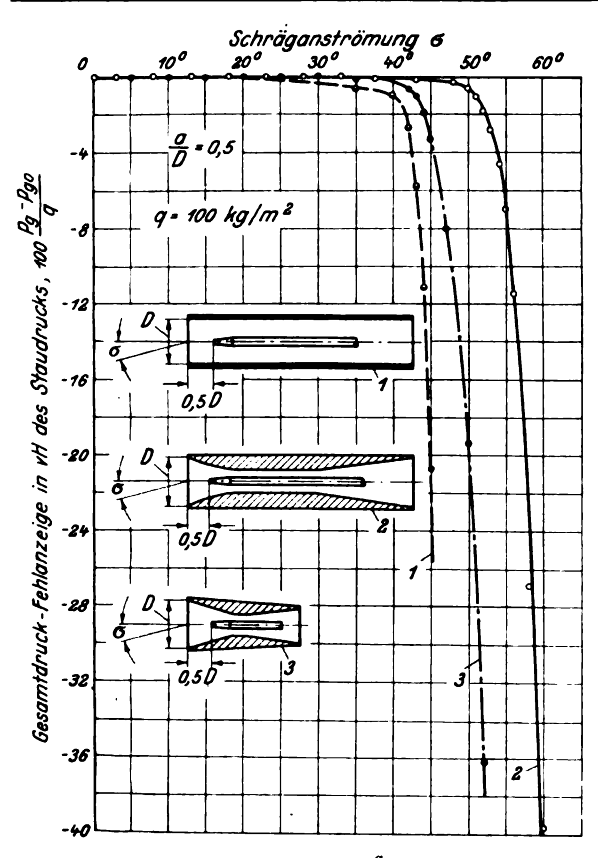


Abb. 8. Gesamtdruck-Fehlanzeige bei $\frac{a}{D} = 0{,}5$ in Abhängigkeit von der Schräganströmung für verschiedene Formen.

$$100\,\frac{p_g - p_{go}}{q} = f(\sigma) \quad \text{bei} \quad \frac{a}{D} = 0{,}5.$$

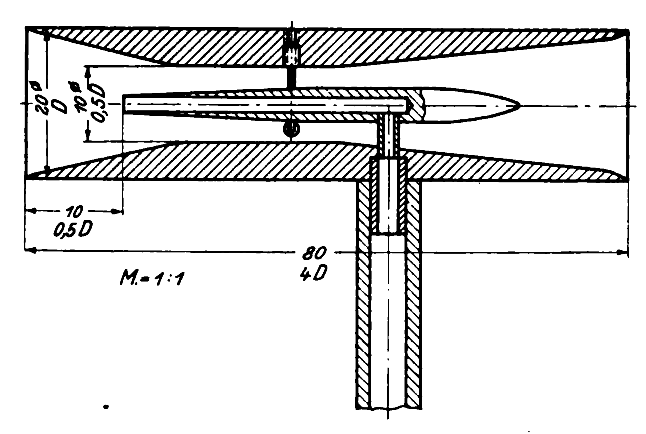


Abb. 9. Das endgültige Gesamtdruckgerät.

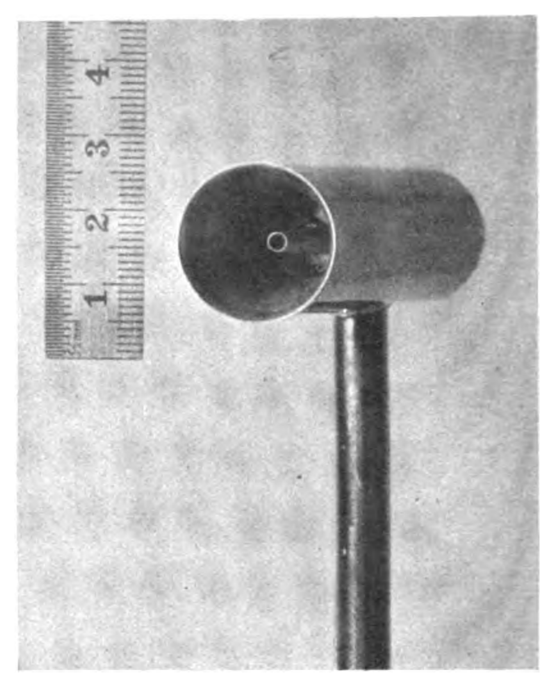


Abb. 10. Das fertige Gesamtdruckgerät.

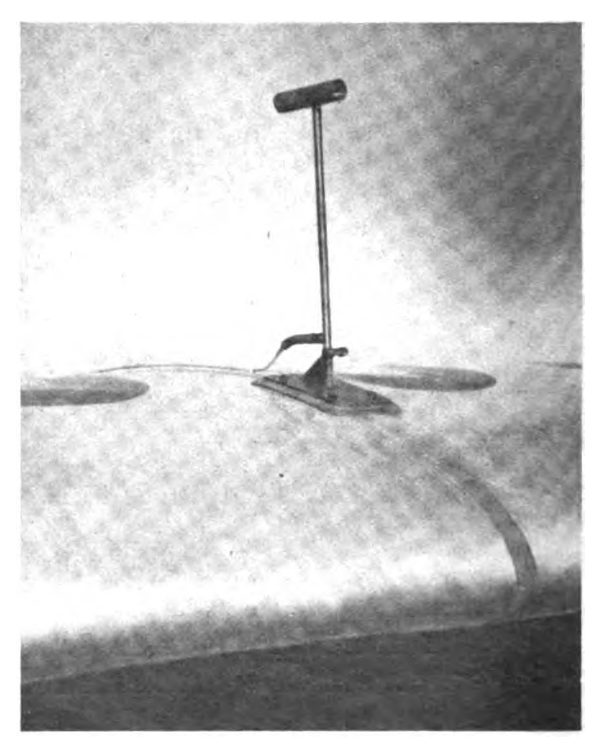


Abb. 11. Das an einem Flugzeugflügel angebaute Gesamtdruckgerät.

deshalb die Düsenform 2 mit kleineren Abmessungen nochmals untersucht. Die Messungen, die in der gleichen Art, wie oben geschildert, durchgeführt wurden, lieferten das gleiche Ergebnis wie die etwas größere Form 2. Es erübrigt sich deshalb auch diese Ergebnisse wiederzugeben, weil sie grundsätzlich den gleichen Charakter haben wie die in Abb. 6 bzw. 8 dargestellten und nichts wesentlich Neues bringen. Für den praktischen Flugbetrieb wurde das in Abb. 9 dargestellte Gesamtdruckgerät gebaut. Abb. 10 zeigt das fertige Gesamtdruckgerät nochmals im Lichtbild, und Abb. 11 das an einem Flugzeugflügel angebaute Gesamtdruckgerät. Die Hauptabmessungen gehen aus Abb. 9 hervor. Die maßgebenden Größen sind außerdem noch in Vielfachen des Düsendurchmessers angegeben.

Das endgültige Gesamtdruckgerät wurde im Windkanal nach der weiter oben beschriebenen Versuchsmethode geprüft. In Abb. 12 ist die Gesamtdruckfehlanzeige in vH des Staudrucks $\left(100\,\frac{p_g - p_{go}}{q}\right)$ in Abhängigkeit von der Schräganströmung σ bei verschiedenen Reynoldsschen Zahlen wiedergegeben. Die Abhängigkeit von der Reynoldsschen Zahl ist nur gering. Bei kleinen Reynoldsschen Zahlen erhöht sich die Empfindlichkeit gegen Schräganströmung in geringem Maße. Das Abbiegen der Fehlerkurve tritt bei dem fertigen Gerät, wie Abb. 12 zeigt, etwas früher ein als bei den Versuchsdüsen. Weiterhin macht sich eine kleine Unstetigkeitsstelle bemerkbar. Der Grund für dieses Verhalten dürfte in einer Störung der glatten Strömung durch die Befestigungsstäbe des Pitotrohrs zu suchen sein. Für die bei Flugmessungen in Frage kommenden Geschwindigkeiten genügt

das Gerät allen Anforderungen der Praxis. Es ist in allen Fällen bis zu Schräganströmungen von 40° und bei großen Geschwindigkeiten bis 43° Schräganströmung verwendbar. Die durchgeführten Versuche lassen weiterhin erkennen, daß das Gesamtdruckgerät bei Einhaltung der gleichen Verhältniszahlen der Abmessungen in allen möglichen Größen hergestellt werden kann und ohne Eichung jedes einzelnen Geräts den in der Praxis auftretenden Anforderungen voll genügt.

Um ein Bild über die praktische Verwendbarkeit bei genauen Flugmessungen zu erhalten, wurde das Gesamtdruckgerät am fliegenden Flugzeug erprobt. Es wurden Vierecksflüge durchgeführt und hierbei gleichzeitig der Staudruck mittels Gesamtdruckgerät und einer unter dem Flugzeug nachgeschleppten statischen Sonde gemessen. Die Vierecksflüge wurden nur bei ganz ruhigem Wetter durchgeführt, um wirklich einwandfreie Vergleichsmessungen zu gewährleisten. In Abb. 13 sind die mittels Gesamtdruckgerät und statischer Sonde gemessenen Flugstaudrücke mit den gleichzeitig aus Vierecksflügen erhaltenen Staudrücken verglichen. Die Übereinstimmung beider Meßverfahren ist sehr befriedigend. Dies ist ein Beweis dafür, daß das Gesamtdruckgerät in gleicher Weise für Flugmessungen und Laboratoriumsversuche verwendbar ist.

V. Zusammenfassung.

Die vielfach übliche Art, den Flugstaudruck in Vierecksflügen zu eichen, ist in vielen Fällen nicht vollkommen

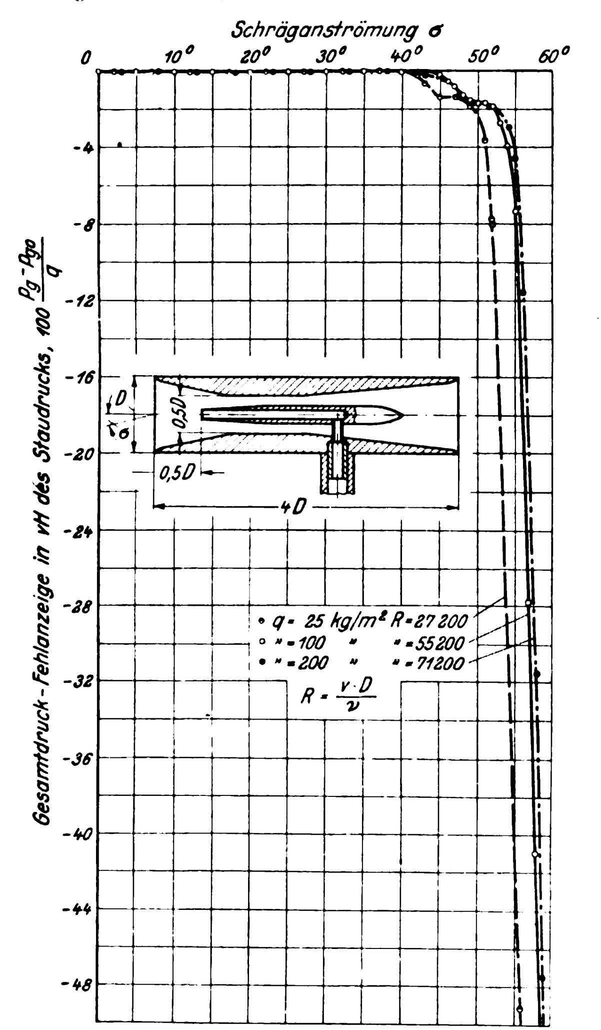


Abb. 12. Gesamtdruck-Fehlanzeige des endgültigen Gesamtdruckgeräts in Abhängigkeit von der Schräganströmung.

$$100 \frac{p_g - p_{g0}}{q} = f(\sigma).$$

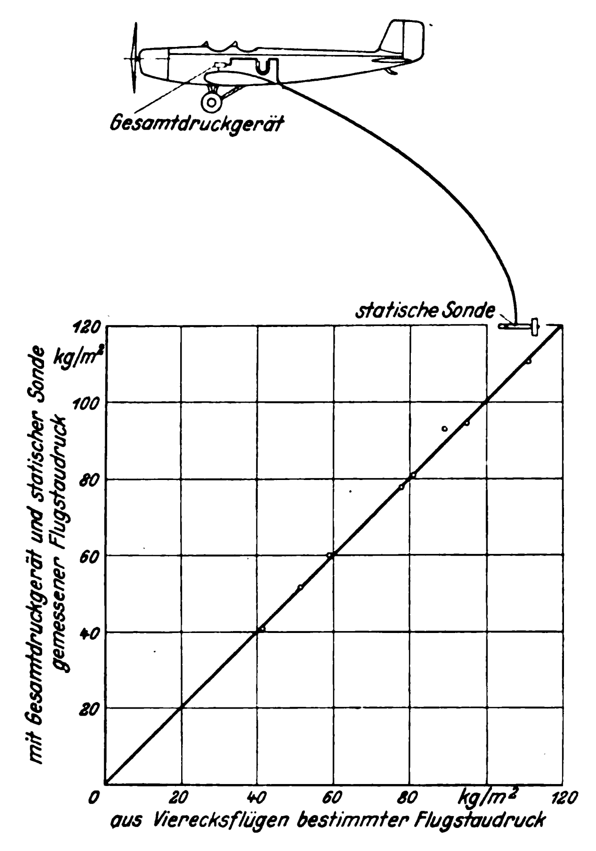


Abb. 13. Vergleich der mittels Gesamtdruckgerät und statischer Sonde gemessenen Flugstaudrücke mit den aus Vierecksflügen erhaltenen Staudrücken.

einwandfrei und zuweilen überhaupt nicht anwendbar (z. B. bei der Staudruckeichung im Höchstauftriebsbereich, im Steig- oder Leerlaufflug). Genauer und allgemeiner anwendbar ist das Verfahren, den Flugstaudruck in der Weise zu messen, daß der Gesamtdruck am Flügel und der statische Druck einer unter dem Flugzeug in der ungestörten Strömung nachgeschleppten Sonde entnommen wird. Hierbei ist jedoch ein Gesamtdruckgerät von großer Unempfindlichkeit gegen Schräganströmung erforderlich. Da die bisher vorhandenen Gesamtdruckgeräte den bei genauen Flugmessungen zu stellenden Anforderungen nicht genügten, wurde ein derartiges Gerät entwickelt. Es besteht im wesentlichen aus einer Venturidüse, die im Innern zur Entnahme des Gesamtdrucks ein Pitotrohr enthält. Bei Schräganströmung wird die Strömung im Innern der Düse je nach dem Grad der Schräganströmung in einen mehr oder minder großen Bereich in die Achsenrichtung der Düse umgelenkt. Es wurden mehrere Hohlkörperformen in bezug auf ihre Eignung untersucht und die günstigste Form beim Bau des Gesamtdruckgeräts verwendet. Es zeigte sich ganz allgemein bei allen untersuchten Formen, daß die am wenigsten durch Schräganströmung beeinflußte Stelle in einem Abstand von 0,5 Durchmessern des Eintrittsquerschnitts hinter diesem liegt. Befindet sich bei der gewählten Düsenform die Gesamtdruckentnahme 0,5 Durchmesser des Eintrittsquerschnitts hinter diesem, so liefert das Gerät bei kleinen Reynoldsschen Zahlen bis zu Schräganströmungen von 40°, bei großen bis 43° den ungefälschten Gesamtdruck.

Das Gesamtdruckgerät genügt allen Ansprüchen der Praxis. Es hat sich bei der Prüfung im Windkanal und der Erprobung im Fluge gut bewährt. Es ist sowohl für genaue Flugmessungen als auch zum Gebrauch im Laboratorium geeignet. Das Gerät besitzt den Vorteil großer Einfachheit. Ein besonderer Vorzug ist das Fehlen jeglicher mechanisch beweglicher Teile.



Über die Strahlungskennlinien und die Ausbreitung ultrakurzer Wellen ($\lambda = 7...10$ m).

Von P. von Handel und W. Pfister.

Bericht 35/04 der Deutschen Versuchsanstalt für Luftfahrt, E. V., Berlin-Adlershof.

Für die Beurteilung der Ausbreitungsvorgänge ultrakurzer Wellen ist die Kenntnis der Strahlungsverhältnisse der Senderantenne maßgebend, die durch die vertikale und horizontale Strahlungskennlinie wiedergegeben werden. Die Strahlungskennlinien werden für verschiedene Fälle unter Berücksichtigung der Dielektrizitätskonstante und der Leitfähigkeit des Erdbodens errechnet und meßtechnisch geprüft. Durch Flugmessungen auf größere Entfernungen wird der Verlauf der Linien konstanter Feldstärken im Raume angegeben.

Gliederung.

I. Einleitung.

In den vergangenen Jahren ist das Interesse für die Ausbreitungsvorgänge ultrakurzer Wellen — das sind die Wellen von etwa 1 bis 10 m Länge — sehr rege geworden. Es wurden aus Deutschland und insbesondere aus dem Auslande eine Reihe von Arbeiten bekannt, deren Ergebnisse zum Teil stark auseinander gingen, was auf die verhältnismäßige Schwierigkeit exakter Meßmethoden zurückzuführen ist sowie auf die stark im Fluß befindliche Entwicklung der Sender und Empfänger. Diese Geräteentwicklung ist heute so weit fortgeschritten, daß gut reproduzierbare Meßwerte erreicht werden können, insbesondere ist es heute auch möglich, Messungen im Flugzeug anzustellen. Solche Flugmessungen sind in diesem Wellenbereich besonders geeignet, Aufschlüsse über die Ausbreitungsvorgänge zu geben, da die Meßwerte bei ultrakurzen Wellen sehr stark von den örtlichen Verhältnissen der nahen Umgebung der Antennen (vom Erdboden, Häusern, Bäumen usf.) beeinflußt werden, ein Einfluß, der im Fluge völlig wegfällt. Überdies ist die Ermittlung der Strahlungsverhältnisse in Abhängigkeit von der Höhe über dem Erdboden zur Klärung des gesamten Ausbreitungsvorganges wichtig.

II. Strahlungskennlinien.

1. Die $\lambda/4$-Antenne am Erdboden.

Für die in größeren Entfernungen vom Sender zu erwartende Feldstärke ist die Kenntnis der Strahlungsverhältnisse der Senderantenne maßgebend. Diese werden durch die vertikale und die horizontale Strahlungskennlinie wiedergegeben. Die Feldstärke am Empfangsort setzt sich zusammen aus der Feldstärke des direkten Strahles und der Feldstärke des am Erdboden reflektierten Strahles. Die Gültigkeit der folgenden Betrachtungen beschränkt sich auf Entfernungen vom Sender, die groß sind gegenüber der Wellenlänge, so daß sich ebene Wellen ausgebildet haben, und andererseits auf Entfernungen, für die die Krümmung der Erdoberfläche vernachlässigt werden kann.

Zum Ausgangspunkt der Untersuchungen wurde die rechnerische Ermittlung der Strahlungsverhältnisse einer vertikalen auf dem Erdboden stehenden Sendeantenne von einer Viertelwellenlänge vorgenommen. Wesentlich für eine exakte Wiedergabe der Reflexionsgesetze bei ebenen Wellen ist die komplexe Durchführung der Rechnung unter gleichzeitiger Berücksichtigung der Dielektrizitätskonstante ε und der Leitfähigkeit σ des Erdbodens. Man erhält den komplexen Brechungsindex in der Form

$$n = \sqrt{\varepsilon - 2\, i\, \sigma\, \lambda\, c}$$

und die aus den Maxwellschen Gleichungen abgeleitete komplexe Fresnelsche Gleichung für das Reflexionsgesetz

$$A\, e^{i\Theta} = \frac{n^2 \sin\alpha - \sqrt{n^2 - \cos^2\alpha}}{n^2 \sin\alpha + \sqrt{n^2 - \cos^2\alpha}}$$

wobei A das Amplitudenverhältnis der vom Erdboden reflektierten zur direkten Welle, Θ den von beiden einge-

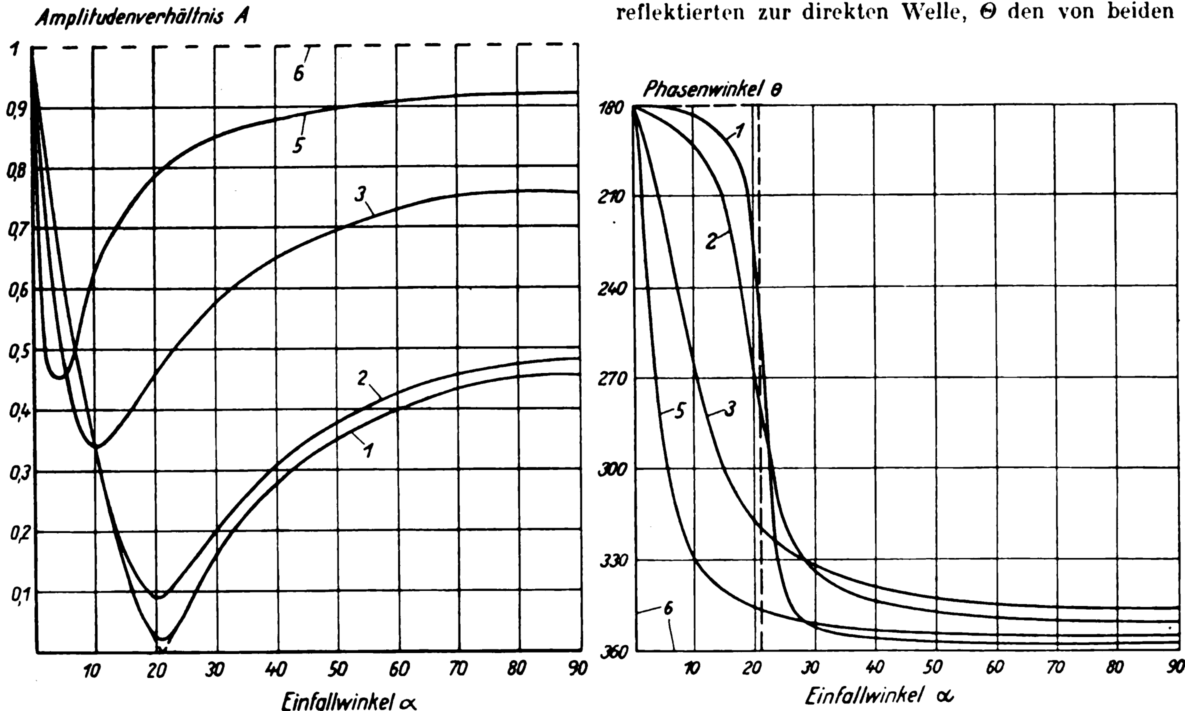


Abb. 1. Amplitudenverhältnis und Phasenwinkel zwischen reflektiertem und direktem Strahl.

schlossenen Phasenwinkel und α den Erhebungswinkel des Strahles über die horizontale Erdoberfläche bedeutet. Für eine vertikale $\lambda/4$-Antenne am Erdboden erhält man nach Integration über die Stromelemente der Antenne unter Verwendung des Verhältnisses A und des Winkels Θ die Gleichung

$$\mathfrak{E} = \frac{30\,J}{r\cos\alpha}\left[e^{i\frac{\pi}{2}\sin\alpha} - i\sin\alpha + A\,e^{i\Theta}\left(e^{-i\frac{\pi}{2}\sin\alpha} + i\sin\alpha\right)\right]$$

für das Strahlungsdiagramm der Antenne in der Vertikalebene.

Die Durchführung dieser Rechnungen ergibt für die Abhängigkeit A und Θ vom Einfallswinkel α den in Abb. 1 dargestellten Verlauf für verschiedene Werte der Leitfähigkeit σ; die Dielektrizitätskonstante ist zu $\varepsilon = 7$ angenommen. Die zugeordneten Wellenlängen sind in der Zahlentafel I angegeben. Bemerkenswert im Verlaufe der Kurven A ist derjenige Winkel α, an dem das Minimum des Amplitudenverhältnisses auftritt. Dieses Minimum bedeutet die Stelle, an der die vom Boden reflektierte Welle ihren kleinsten Wert besitzt. Für die Leitfähigkeit $\sigma = 0$, also für den Idealfall rein dielektrischen Bodens wird die Amplitude der reflektierten Welle bei einem Einfallswinkel von 21° zu Null. In dieser Richtung reflektiert der Boden also überhaupt nicht. Dieser Winkel entspricht dem aus der Optik bekannten Brewsterschen Polarisationswinkel. Für endliche Werte der Leitfähigkeit σ und längere Wellen wird die reflektierte Welle zwar niemals zu Null, erreicht jedoch an der Stelle des Polarisationswinkels ein ausgeprägtes Minimum.

Zahlentafel I.

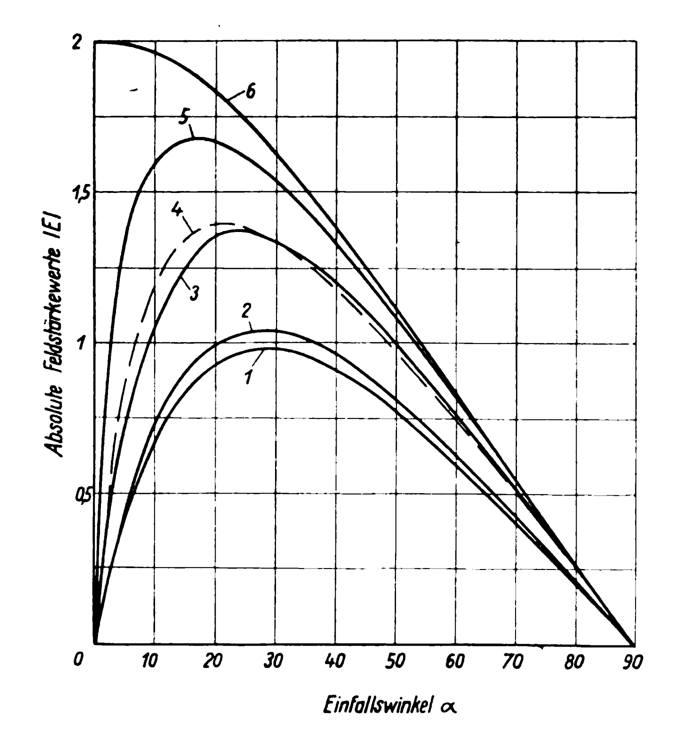
Kurve	$\sigma = 5\cdot10^{-15}$	$\sigma = 5\cdot10^{-14}$	$\sigma = 5\cdot10^{-13}$
	λ m	λ m	λ m
1 $n^2 = 7 - j\,0$			
$n^2 = 7 - j\,0{,}3$	10	1	0,1
2 $n^2 = 7 - j\,3$	100	10	1
3 $n^2 = 7 - j\,30$	1000	100	10
4 $n^2 = 80 - j\,3$		10 (Süßwasser)	
5 $n^2 = 7 - j\,300$	10 000	1000	100
6 $n^2 = 7 - j\,\infty$			

Die Phase Θ zwischen der direkten und der reflektierten Welle erleidet bei rein dielektrischer Erde ($\sigma = 0$) an der Stelle des Polarisationswinkels den aus der Optik bekannten Sprung um 180°, bei endlichen Werten von σ und längeren Wellen ändert sie sich kontinuierlich, wobei die stärkste Änderung wiederum an dem Polarisationswinkel stattfindet.

Die Kenntnis von Amplitude und Phase der am Erdboden reflektierten Wellen ist nicht nur für die Klärung der Ausbreitungserscheinungen von Wichtigkeit, sie wird z. B. auch bei der grundsätzlichen Untersuchung über elektromagnetische Höhenmeßmethoden wertvolle Aufklärung über die zu erwartende Amplitude des am Boden reflektierten Echos liefern.

Abb. 2 zeigt die nach der vorhin angeschriebenen Gleichung errechneten Vertikalkennlinien der Strahlung einer vertikalen $\lambda/4$-Antenne für verschiedene Leitfähigkeiten und verschiedene Wellenlängen. Die Feldstärken sind in Polarkoordinaten sowie auch in cartesischen Koordinaten aufgetragen. Auffallend ist es besonders, daß alle Kennlinien längs der Erdoberfläche auf Null einziehen außer bei dem Idealfall unendlicher Leitfähigkeit des Erdbodens ($\sigma = \infty$), daß also in geringer Höhe über dem Erdboden stets nur sehr kleine Feldstärken zu erwarten sind, während mit zunehmender Höhe (zunehmendem Erhebungswinkel α) die Feldstärken stark zunehmen müßten. Man hat bisher meist nur die Grenzfälle errechnet und die Kurve 6 als angenähert gültig für lange Wellen betrachtet, da hier der imaginäre Teil, der die Wellenlänge λ enthält, groß ist gegenüber dem reellen Teil ε, oder die Kurve 1 für sehr kurze Wellen, da hier ε überwiegt. Die genaue Durchführung der Rechnung, die hier vorliegt, zeigt, daß tatsächlich im Bereiche der ultrakurzen Wellen für Kurve 1 der imaginäre Teil, die Leitfähigkeit, vernachlässigt werden kann. Sogar für größere Leitfähigkeiten oder Wellen im Kurzwellenbereich bis zu 100 m unterscheidet sich die Kurve 2 nur wenig von 1.

Abb. 3 zeigt den Vergleich der in Abb. 2 errechneten Kurve 1 mit einer im Flugzeug bei $\lambda = 9$ m Wellenlänge gemessenen Kurve 2. Die Übereinstimmung ist im wesentlichen vorhanden. Die Kurve 1 wurde für einen Wert von $\varepsilon = 7$ errechnet. Dieser Wert scheint etwas zu tief gegriffen zu sein. Für $\varepsilon = 10$ oder 15 würde die Übereinstimmung noch besser werden. Die Theorie der Reflexionsgesetze für ebene Wellen stimmt demnach bei ultrakurzen Wellen mit der Erfahrung recht gut überein; die Strahlung geht im



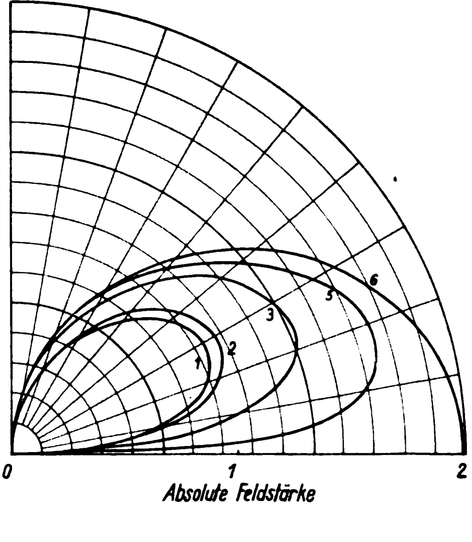


Abb. 2. Vertikale Strahlungskennlinie einer $\lambda/4$-Antenne über verschiedenem Erdboden.

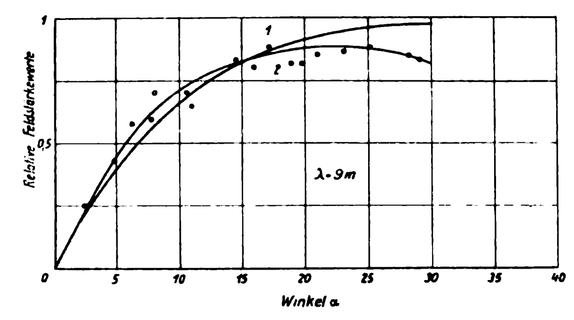


Abb. 3. Vertikale Strahlungskennlinie einer $\lambda/4$-Antenne. *1* gerechnet; *2* gemessen.

wesentlichen nach aufwärts, längs des Erdbodens dagegen treten nur geringe Feldstärken auf.

2. Antennen in großen Höhen über dem Erdboden.

Um möglichst große Reichweiten der Senderstrahlung auch für kleine Erhebungswinkel und längs der Erdoberfläche zu erhalten, gibt es grundsätzlich zwei Möglichkeiten:

1. Man kann die Antenne auf einem Mast möglichst hoch über dem Erdboden anbringen.
2. Man kann durch Richtstrahlantennensysteme die Strahlung in der Vertikalebene bündeln.

Es wurde zunächst rechnerisch die vertikale Strahlungskennlinie eines Hertzschen Dipols für $\lambda = 9$ m ermittelt, der auf einem Mast von 90 m Höhe angebracht ist. Der Ausdruck für die Feldstärke lautet

$$\mathfrak{E} = \frac{60\,\pi}{\lambda \cdot r} \cos\alpha \cdot J \cdot l \sqrt{1 + A^2 + 2\,A \cos\left(\frac{4\,\pi\,h}{\lambda} \cdot \sin\alpha + \Theta\right)},$$

wobei h die Höhe der Sendeantenne über dem Erdboden und r die Entfernung von der Antenne bedeutet. Das Ergebnis zeigt Abb. 4. Die Strahlung zerfällt in eine Anzahl von Blättern, deren unterstes tatsächlich große Feldstärken in flachen Winkeln liefert. Man kann sofort folgendes erkennen: Das Zerfallen der Gesamtstrahlung in einzelne Blätter ist auf die Interferenz der direkten mit der am Boden reflektierten Welle zurückzuführen. Da die Höhe des Dipols 90 m beträgt, die Welle 9 m, müssen 2×10 Maxima und Minima durch Interferenz auftreten. Die Lage und Größe dieser Maxima und Minima ergibt sich aus der Geometrie der Anordnung und aus dem vorhin errechneten Verlauf des Amplitudenverhältnisses A und des eingeschlossenen Phasenwinkels Θ zwischen reflektiertem und direktem Strahl. Der Brewstersche Polarisationswinkel ist deutlich bei 18° zu erkennen, dort verschwinden Maxima und Minima, da der reflektierte Strahl zu Null geworden ist. Die Rechnung ist zunächst einfachheitshalber für $\varepsilon = 10$ unter Vernachlässigung des Imaginärteiles mit σ ausgeführt worden.

Abb. 5 zeigt die gleiche Rechnung nochmals in cartesischen Koordinaten, jedoch für zwei verschiedene Werte von ε ($\varepsilon = 10$ und $\varepsilon = 20$) durchgeführt: Während bei ultrakurzen Wellen eine Veränderung von ε für die $\lambda/4$-Antenne am Boden die Strahlung wie vorhin gezeigt (Abb. 2) nur

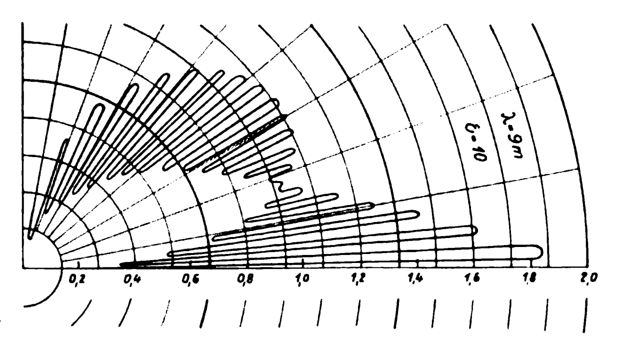


Abb. 4. Vertikale Strahlungskennlinie eines vertikalen Dipols in 90 m Höhe über Erde.

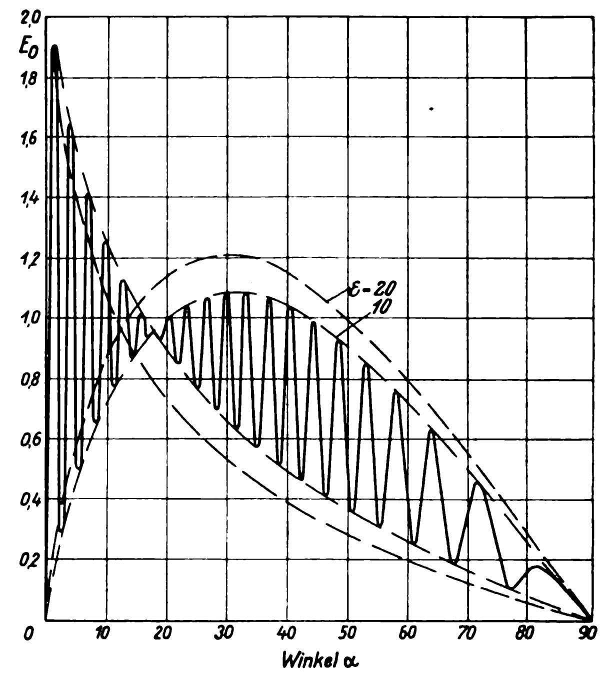


Abb. 5. Vertikale Strahlungskennlinie eines vertikalen Dipols in 90 m Höhe über Erde für $\varepsilon = 10$ und $\varepsilon = 20$, $\lambda = 9$ m.

wenig verändert, erkennt man eine erhebliche Verschiebung des Polarisationswinkels.

Abb. 6 zeigt in vergrößertem Maßstab die ersten beiden Maxima bei geringen Erhebungswinkeln für die Rechnung (a) und im Vergleich dazu für die Messung im Fluge (b). Die Übereinstimmung ist leidlich gut.

Abb. 7 zeigt das Ergebnis der exakten, komplexen Rechnung der Strahlungskennlinie eines Dipols in 130 m Höhe bei $\lambda = 9$ m und unter der Annahme von $\varepsilon = 7$ und von $\sigma = 5 \cdot 10^{-14}$. Man erkennt, daß beim Polarisationswinkel infolge der Berücksichtigung des Imaginärteiles $(2\,i \cdot \lambda \cdot \sigma \cdot c)$ die Maxima und Minima nicht mehr verschwinden, jedoch deutlich zusammenziehen. Man müßte also durch entsprechende Flugmessungen ein Mittel an der Hand haben, die Dielektrizitätskonstante ε und die Leitfähigkeit σ des Erdbodens zu messen. Bisher sind solche Messungen im wesentlichen nach zwei anderen Methoden vorgenommen worden. Es wurde entweder die Neigung der Wellenfront vertikal polarisiert ausgestrahlter Oberflächenwellen gegen die Vertikale am Empfangsort gemessen [1] und aus diesem Winkel nach Zennecks Gleichungen ε und σ ermittelt, oder es wurden im Laboratorium Erdbodenproben in einen Meßkondensator gebracht und aus dem Vergleich mit einem Kondensator bekannter Kapazität und bekannten Ohmschen Nebenschlusses die Werte von ε und σ bestimmt [2].

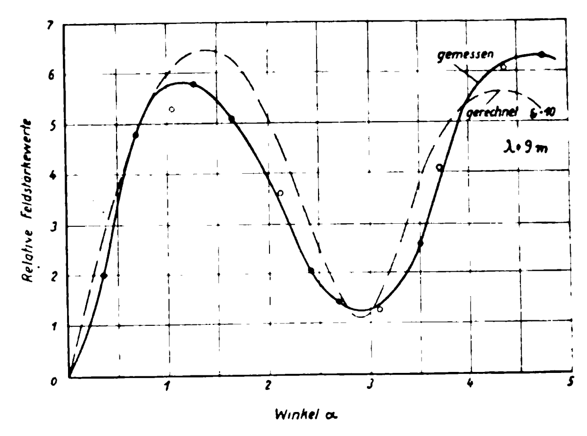


Abb. 6. Vertikale Strahlungskennlinien eines vertikalen $\lambda/2$-Dipols in 90 m Höhe über Erde. Gemessen und gerechnet.

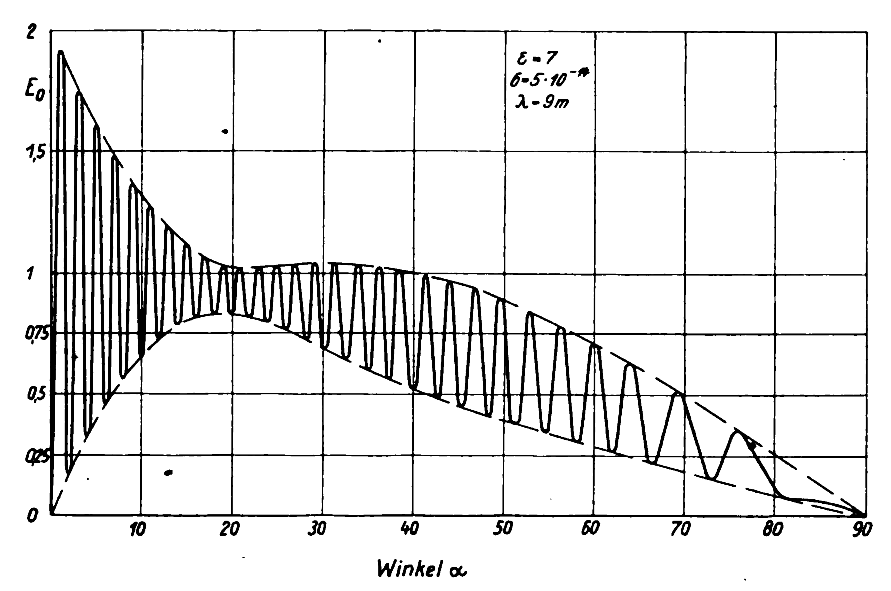


Abb. 7. Vertikale Strahlungskennlinie eines vertikalen $\lambda/2$-Dipols in 130 m Höhe über Erde.

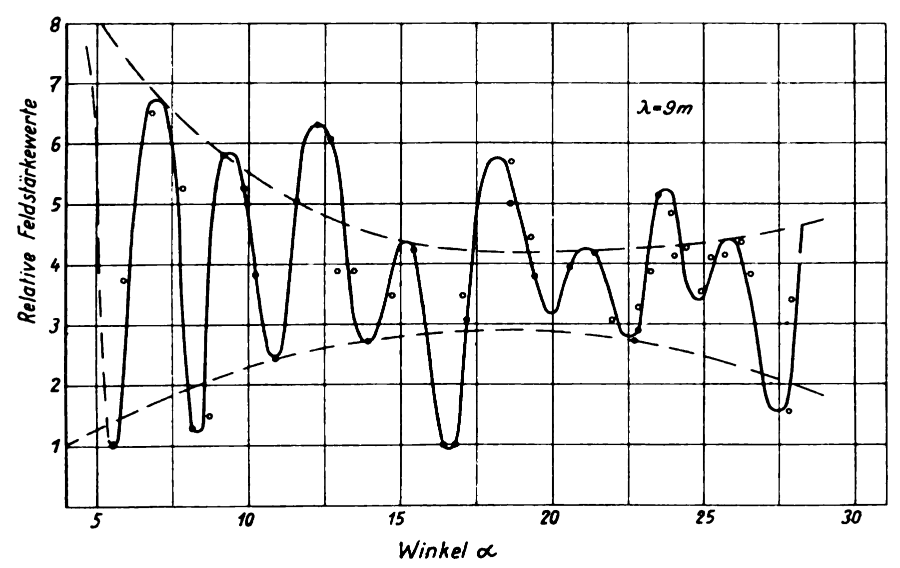


Abb. 8. Vertikale Strahlungskennlinie eines vertikalen $\lambda/2$-Dipols in 90 m Höhe über Erde; gemessen.

Die erste Methode hat den Nachteil großer Meßschwierigkeiten, weil die zu messenden Winkel sehr klein sind und weil die Bodenverhältnisse unmittelbar um die Empfangsantenne die Messung beinahe ausschließlich beeinflussen. Die zweite Methode gestattet nur einzelne kleine Bodenproben zu messen und gibt kein Bild über die tatsächlich im Gelände auftretenden Verhältnisse.

Abb. 8 zeigt das Ergebnis eines Flugversuches zur Vermessung des Vertikalstrahlungsdiagrammes bis über den Polarisationswinkel hinaus. Die Kurve zeigt nicht den erwarteten regelmäßigen Verlauf, kleine und größere Maxima wechseln dauernd ab. Immerhin kann man eine einhüllende Kurve gestrichelt eintragen und erhält den Polarisationswinkel etwa an der erwarteten Stelle bei 18°. Die Ursache dieses unregelmäßigen Verlaufes wurde festgestellt. Der 90 m hohe Mast, auf dem der Dipol angebracht war, bestand aus einer Stahlkonstruktion; überdies stand der Sender am Fußpunkt des Mastes, die Hochfrequenz wurde über eine konzentrische Energieleitung hochgeführt. Es bildeten sich längs dieser Leitung und wohl auch längs der Mastträger stehende Wellen aus, deren Strahlungsdiagramm errechnet und in Abb. 9 dargestellt ist. Die phasen- und amplitudenrichtige Überlagerung der beiden gerechneten Strahlungsdiagramme muß den Charakter der gemessenen Kurve (Abb. 8) haben. Es ist beabsichtigt, Versuche auf einem Holzturm mit einem Sender auszuführen, der aus Batterien gespeist wird und ohne Energieleitung auf der Spitze des Turmes direkt an den Dipol geschaltet werden soll. Es ist anzunehmen, daß in diesem Falle saubere Messungen möglich sein werden, aus denen eine genauere Ermittlung des Polarisationswinkels und der Werte von ε und σ möglich ist.

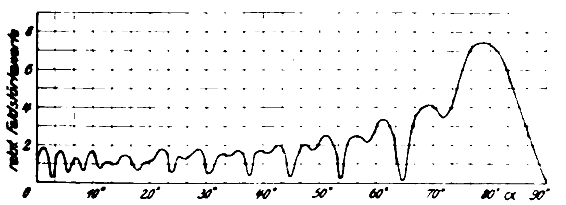


Abb. 9. Vertikale Strahlungskennlinie eines 90 m hohen elektrisch angeregten Mastes für $\lambda = 9$ m.

III. Ausbreitung auf größere Entfernung.

Die folgenden Versuche erstrecken sich auf Messungen der Feldstärke in größeren Entfernungen vom Sender, in



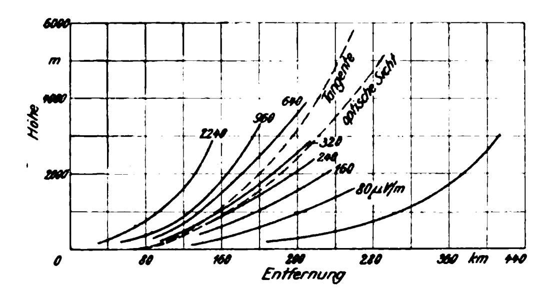


Abb. 10. Kurven gleicher Feldstärke für vertikale Polarisation ($\lambda = 9$ m).

denen die Krümmung der Erdoberfläche eine wesentliche Rolle spielt.

Abb. 10 zeigt den Verlauf von Kurven konstanter Feldstärke im Raume auf große Entfernungen. Als Abszissen sind die Entfernungen vom Sender in km eingetragen, als Ordinaten die Höhen in m über der Erdoberfläche. Die Flüge wurden derart ausgeführt, daß die Messung beispielsweise in 50 km Entfernung vom Sender und 50 m Flughöhe über dem Boden begonnen wurde. Die Empfangsapparatur wurde fest eingestellt und hierauf nicht mehr verändert. Der Flugzeugführer beobachtete dauernd ein Meßinstrument, das die Empfängerausgangsspannung anzeigte, und steuerte die Maschine derart, daß der Ausschlag konstant blieb. Es ergab sich ein allmählich anwachsender Steigflug und man langte beispielsweise bei einer Entfernung von 200 km in einer Höhe von über 3000 m an. Während die Kurven 2240 μ V/m bis 80 μ V/m nach einer Sendeantenne mit $\lambda = 9$ m auf einem 90 m hohen Turm geflogen wurden, gibt die unterste Kurve die Ausbreitung für die Bildfunksender Witzleben mit $\lambda = 6{,}95$ m und 130 m Masthöhe. In dieser Darstellung erscheinen die Kurven konstanter Feldstärke als Teile der vertikalen Strahlungskennlinie, die oben ausführlich behandelt wurde.

Eine Darstellungsform der gleichen Messungen, die den tatsächlichen Verhältnissen besser entspricht, zeigt Abb. 11. Hier ist die Tangente vom Sender an die Erdoberfläche als Gerade eingetragen, unter der sich die Erdoberfläche krümmt. Man sieht hier deutlich, wie die Strahlen der Krümmung der Erdoberfläche folgen.

Früher war man vielfach der Ansicht, daß die ultrakurzen Wellen auch insofern den Gesetzen der Optik folgen,

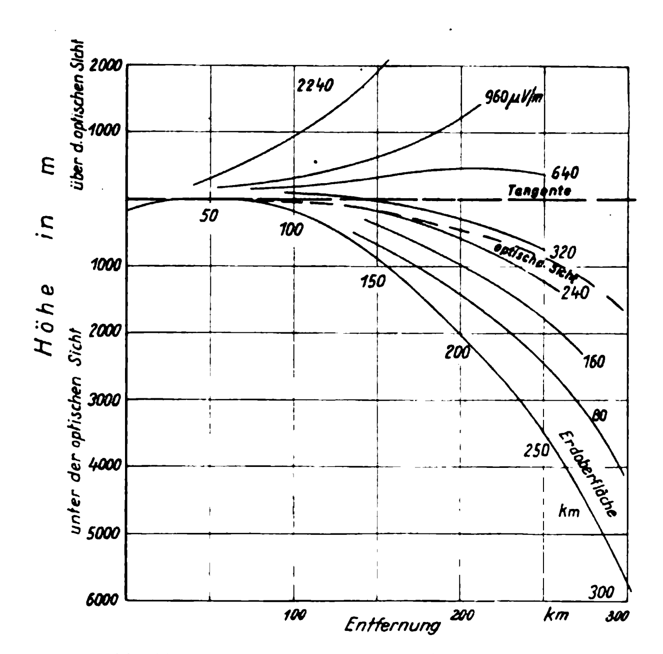


Abb. 11. Kurven gleicher Feldstärke für vertikale Polarisation ($\lambda = 9$ m).

als eine wesentliche Unterschreitung der Tangente des Strahles an die Erdoberfläche nicht möglich ist. Diese Ansicht ist durch vorliegende Versuche wie auch durch eine Reihe von früheren Versuchen widerlegt [3, 4, 5]. Es dürfte auf einem eigentümlichen Zufall beruhen, daß die Energie der Sender und die Empfindlichkeit der Empfänger, die damals zur Verfügung standen, gerade so bemessen waren, daß meist die optische Sicht etwa die Grenze darstellte, über die hinaus keine sauberen Messungen mehr möglich waren. Aus diesem Grunde dürfte auch die damals beobachtete Zunahme der Reichweite bei Hochsetzen des Senders auf einen Turm oder ein hohes Gebäude weniger auf die dadurch vergrößerte optische Entfernung als vielmehr auf die vorhin ausführlich behandelte Tatsache zurückzuführen sein, daß das Strahlungsdiagramm des Senders in diesen Fällen größere Feldstärken in flacheren Erhebungswinkeln liefert, wie dies auch hier bei dem 90-m-Turm der Fall ist.

Abb. 12 zeigt das Gesetz der Abnahme der Feldstärke mit der Entfernung für verschiedene Flughöhen. Zum Vergleich ist gestrichelt eine Kurvenschar eingetragen, deren Ordinaten mit $1/r^2$ abfallen. Überdies ist die Linie angedeutet, welche den Schnitt der Feldstärkekurven durch die Tangente an die Erdoberfläche anzeigt. Man erkennt, daß die Abnahme der Feldstärke im allgemeinen etwas stärker als mit dem Quadrat der Entfernung vor sich geht. Auch hier ist beim Durchschreiten der optischen Sicht nichts Besonderes zu beobachten.

Bisher wurde lediglich von vertikal polarisierten Wellen gesprochen. Abb. 13 zeigt eine Messung mit horizontal polarisierten Wellen in der gleichen Darstellung wie in Abb. 10. Es wurde ein Flug längs einer Linie konstanter Feldstärke mit horizontalen Antennen ausgeführt. Die optische Sicht wurde niemals überschritten. Das liegt im wesentlichen daran, daß das vertikale Strahlungsdiagramm

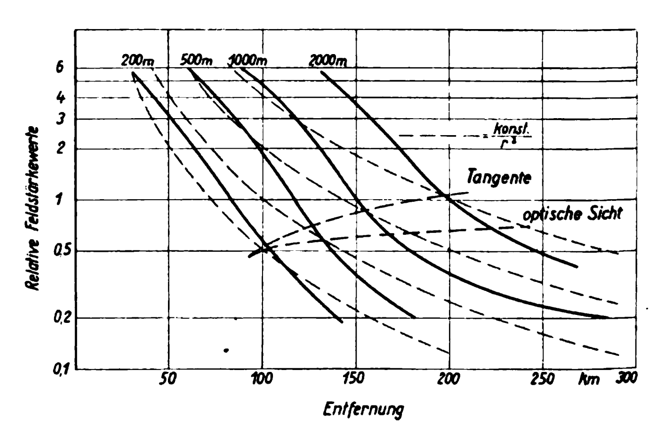


Abb. 12. Feldstärke in Abhängigkeit der Entfernung für verschiedene Flughöhen ($\lambda = 9$ m).

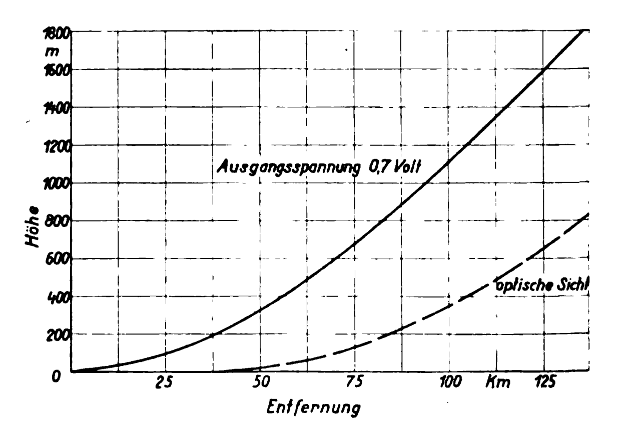


Abb. 13. Kurven gleicher Feldstärke für horizontale Polarisation ($\lambda = 9$ m).



der Empfangsantenne auf dem Flugzeug in Richtung flacher Einfallwinkel wenig Strahlung aufnimmt, da die Flächen des Flugzeuges aus Metall waren. Es ist daher in allen Fällen für die Flugfunktechnik günstiger, mit vertikal polarisierten Ultrakurzwellen zu arbeiten.

Die Tatsache, daß die elektromagnetischen Wellen in das Gebiet unterhalb der optischen Sicht vordringen, kann auf zweierlei Gründe zurückgeführt werden:

Erstens werden die Strahlen durch eine geringe Änderung der Dielektrizitätskonstante mit der Höhe über dem Erdboden zum Teil an diesen zurückgebrochen [6, 7]. Die Grenze der optischen Sicht liegt unterhalb der Tangente und wurde unter Annahme eines fiktiven Erdradius von 8500 km berechnet und in Abb. 10 bis 13 eingetragen.

Zweitens dürfen bei den in Frage kommenden Wellen die Vernachlässigungen der geometrischen Optik nicht mehr gemacht werden, sie unterliegen vielmehr an der Erdoberfläche den auch aus der Optik bekannten Beugungsgesetzen.

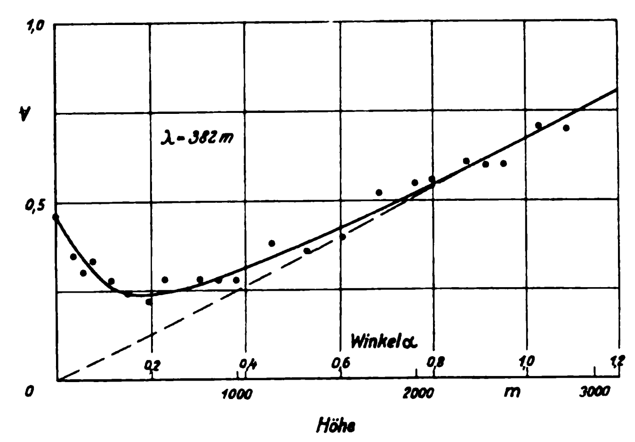


Abb. 15. Vertikale Strahlungskennlinie des Rundfunksenders Leipzig in 150 km Entfernung gemessen.

IV. Zusammenhänge zwischen der Ausbreitung ultrakurzer und langer Wellen.

Die Entfernungen, in welchen die oben angestellten Rechnungen gültig sind, wurden eingangs auch nach unten abgegrenzt durch die Voraussetzung, daß sich ebene Wellen ausgebildet haben. Infolge des dämpfenden Einflusses des Erdbodens wird ihre Ausbildung namentlich für flache Erhebungswinkel und größere Wellenlängen behindert. Damit wird die bekannte Tatsache erklärt, daß entgegen den Diagrammen der Abb. 2 direkt am Erdboden eine namentlich bei längeren Wellen erhebliche Feldstärke gemessen werden kann. Der Kurve 5 der Abb. 2 wird in Abb. 14 die am Münchener Rundfunksender gemessene Strahlungskennlinie einer $\lambda/4$-Antenne gegenübergestellt.

Die Meßergebnisse zeigen, daß der Verlauf der Feldstärke nicht dem der Kurve 5 entspricht, dagegen angenähert mit dem Verlauf der Kurve 6 (Abb. 2) übereinstimmt, die hier nochmals zum Vergleich mit eingetragen ist. Die Messung wurde in 4 km Entfernung durchgeführt. Es ist zu erwarten, daß in größeren Entfernungen vom Sender der Verlauf der Feldstärke sich dem in Kurve 5 gezeichneten nähern muß. Eine Bestätigung dieser Auffassung liefert Abb. 15. Hier wurde die Feldstärke des Rundfunksenders Leipzig über Berlin, in 150 km Entfernung, vermessen. Es ist klar, daß nur kleine Erhebungswinkel α (bis 1,2°) vermessen werden konnten, da in 150 km Entfernung 1,2° schon 3000 m Höhe über dem Erdboden bedeuten und die Gipfelhöhe des Flugzeuges dabei schon annähernd erreicht war. Da es sich aber gerade um die Frage handelt, ob die Strahlung, wie von der Rechnung gefordert, bei flachen Winkeln gering wird oder nicht, genügt der vorliegende geringe Winkelbereich völlig. Es zeigt sich eine interessante Erscheinung: Die Feldstärke nimmt zunächst mit zunehmender Höhe ab, erreicht jedoch bald ein Minimum und steigt hierauf ziemlich kontinuierlich an.

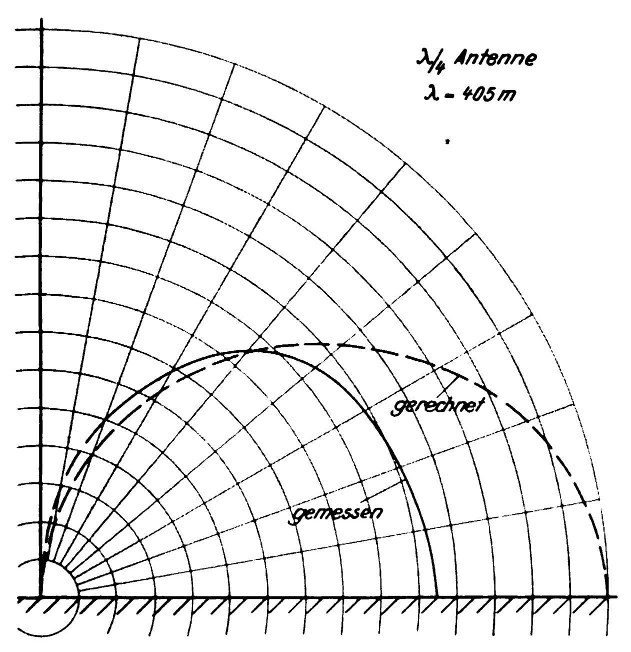


Abb. 14. Vertikale Strahlungskennlinie des Rundfunksenders München in 4 km Entfernung gemessen.

Extrapoliert man die ansteigende Kurve wie angedeutet nach Null, so erhält man den von der Theorie geforderten Verlauf.

C. B. Feldman hat in einer Arbeit [8] über die Ausbreitung kurzer und ultrakurzer Wellen vertikale Strahlungsdiagramme gemessen (Abb. 16), die auffallenderweise auch im Kurzwellenbereich einen Verlauf zeigen, der durchaus der in Abb. 15 gezeigten Strahlung des Leipziger Senders ähnelt. Feldman hat seine Messungen an zwei Holztürmen auf freiem Felde ausgeführt, die 1,3 km voneinander entfernt waren. Bei $\lambda = 8{,}2$ m stimmt die gemessene Kurve noch einigermaßen mit dem errechneten Verlauf überein. Je größer die Wellenlänge wird, je kleiner also die Wellenzahl bei konstanter Entfernung, desto größer wird bei flachen Erhebungswinkeln die Abweichung von der Rechnung. Bei größeren Erhebungswinkeln dagegen stimmt die Messung wieder mit der Rechnung überein, da die Ausbildung ebener Wellen im freien Raum viel eher stattfindet.

Für die Berechnung der tatsächlichen Feldverteilung um eine Antenne liegen Ansätze im Schrifttum vor [9, 10, 11, 12, 13]. Diese zeigen, daß die Reflexionsgesetze für das mit $1/r$ abnehmende Feld den Rechnungen für ebene Wellen mit großer Annäherung entsprechen. Die dort angegebenen Ausdrücke für die Potentialfunktion der elektrischen Wellen enthalten jedoch noch Glieder höherer Potenzen von $1/r$. Die Feldstärke an der Erdoberfläche rührt also ausschließlich von einer Strahlung her, die stärker als $1/r$ abnimmt.

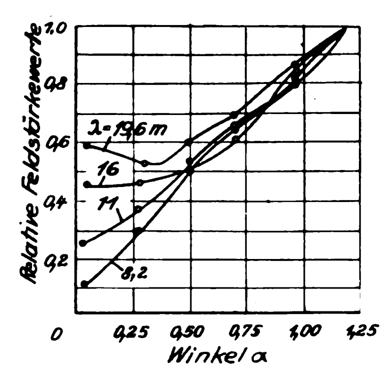


Abb. 16. Vertikale Strahlungskennlinien in 1,3 km Entfernung gemessen nach C. B. Feldman).

Rechnungen und Versuche, die hier weitere Klarheit bringen sollen, sind in Arbeit.

V. Zusammenfassung.

Die Strahlungskennlinien von Antennen bei ultrakurzen Wellen wurden unter Berücksichtigung der Dielektrizitätskonstante ε und der Leitfähigkeit σ des Erdbodens berechnet. Die Ergebnisse zeigen eine gute Übereinstimmung mit entsprechenden Flugmessungen. Es wird eine Methode angegeben, welche bei hochgesetzten Antennen eine Ermittlung der Bodenkonstanten ermöglichen soll. Die Strahlungsverhältnisse in größeren Entfernungen werden durch Kurven gleicher Feldstärke dargestellt. Die Linie der optischen Sicht wird erheblich überschritten und macht sich auch im Kurvenverlauf nicht wesentlich bemerkbar. Schließlich wird der Übergang von dem idealisierten Feldverlauf der Rechnung zu dem tatsächlichen Verlauf der Feldstärke bei kleineren Entfernungen an einem Beispiel für lange und kurze Welle angedeutet.

VI. Schrifttum.

1. R. H. Barfield, Some measurements of the electrical constants of the ground at short wavelengths by the waver-tilt method. J. Inst. electr. Engrs. 75 (1934) S. 214/220.
2. R. L. Smith-Rose, Electrical measurements on soil with alternating corrents. J. Inst. electr. Engrs. 75 (1934) S. 221/237.
3. J. C. Schelleng, C. R. Burrows, E. B. Ferrell, Ultra-short wave propagation. Proc. Inst. Radio Engrs. 21 (1933) S. 427/463.
4. C. R. Englund, A. B. Crawford, W. W. Mumford, Some results of a study of ultra-short wave transmission phenomena. Proc. Inst. Radio Engrs. 21 (1933) S. 464/492.
5. B. Trevor, P. S. Carter, Note on propagation of waves below ten meters in length. Proc. Inst. electr. Engrs. 21 (1933) S. 387/426.
6. R. Jouaust, Les ondes très courtes. Onde Electrique 9 (1930) S. 5/17.
7. R. L. Smith-Rose, J. S. Mc. Petrie, Ultra short radio waves. Wireless Eng. 11 (1934) S. 3/11.
8. C. B. Feldman, The optical behavior of ground for short radio waves. Proc. Inst. Rad. Engrs. 21 (1933) S. 764/801.
9. H. Weyl, Ausbreitung elektromagnetischer Wellen. Ann. Phys. 60 (1919) S. 481.
10. M. J. O. Strutt, Strahlung von Antennen unter dem Einfluß der Erdbodeneigenschaften. C. Rechnung in zweiter Näherung. Ann. Phys. 4 (1930) S. 1.
11. W. H. Wise, Asymptotic dipole radiation formulas. Bell System techn. J. 8 (1929) S. 662/671.
12. F. Nöther, Ausbreitung elektrischer Wellen über die Erde. Siehe Rothe-Ollendorf-Pohlhausen, Funktionentheorie und ihre Anwendung in der Technik. Verlag J. Springer, 1931.
13. B. van der Pol, K. F. Niessen, Über die Raumwellen von einem vertikalen Dipolsender auf ebener Erde. Ann. Phys. 10 (1931) S. 485.



Eine 5-t-Zug-Druck-Dauerprüfmaschine der DVL.

Von K. Matthaes.

Das Bestreben des Leichtbaues, die Werkstoffe immer höher, bis zur äußersten Grenze auszunutzen, erforderte auch bei der Prüfung der Dauerfestigkeit eine immer weitergehende Anpassung der Versuchsbedingungen an die praktisch vorliegenden Verhältnisse. Es erwies sich daher vielfach auch als notwendig, die Dauerfestigkeit bei wechselnder Zug-Druck-Beanspruchung zu bestimmen. Hierzu wurde die nachstehend beschriebene Zug-Druck-Dauerprüfmaschine bei der DVL entwickelt.

Gliederung.

1. Wirkungsweise der Maschine.

In Abb. 1 ist Aufbau und Wirkungsweise der Maschine schematisch dargestellt. Der Antrieb erfolgt mechanisch durch einen Kurbeltrieb *1*. Die Kraft wird durch eine Pleuelstange *2* auf den größeren Arm eines Winkelhebels *3* übertragen. Der kleinere Arm dieses Hebels ist durch eine zweite Pleuelstange *4* mit einer Geradführung *5* verbunden, die den einen Einspannkopf für den Probestab *6* trägt. Der andere Einspannkopf ist an der Ringfeder *7* angeordnet, die am Maschinenrahmen befestigt ist.

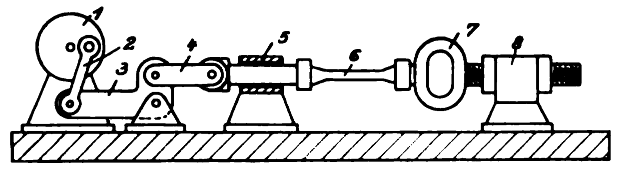


Abb. 1. Schema der Zug-Druck-Dauerprüfmaschine.

1 = Kurbel
2 = Pleuelstange
3 = Winkelhebel
4 = Schubstange
5 = Geradführung
6 = Probestab
7 = Meßfeder
8 = Widerlager

2. Ausführung der Maschine.

Die Kurbel *1* ist verstellbar (als Exzenter) ausgebildet, um die Größe der Wechselverformung und damit die Höhe der Wechselbeanspruchung einstellen zu können. Der Winkelhebel *3* besteht aus einer einfach gekröpften Kurbelwelle, die an beiden Seiten (Hauptzapfen) auf dem Maschinenrahmen gelagert ist. Der größere Hebelarm ist an den Kurbelwangen angreifend befestigt, so daß durch die Bewegung dieses Hebelarmes die Kurbel kleine Drehbewegungen ausführt. Die Pleuelstange *4* greift an der Kröpfung (Pleuelzapfen) an; die Länge des kleinen Hebelarmes ist also gleich dem Kurbelradius. — Der Maschinenrahmen besteht aus zwei zu beiden Seiten des Probestabes liegenden Stangen. Diese tragen am einen Ende die Geradführung des Einspannkopfes und das Hebellager, am anderen Ende das Widerlager mit der Meßfeder. Um Probestäbe von ganz verschiedener Länge prüfen zu können, ist dieses Widerlager verschiebbar angeordnet und kann in verschiedenen Stellungen durch Paßbolzen und Keile festgestellt werden. Dazwischenliegende Einstellungen werden dadurch ermöglicht, daß die Befestigung der Meßfeder (und damit des Einspannkopfes) am Widerlager durch eine verstellbare Spindel erfolgt. Hierdurch läßt sich auch die statische Vorspannung der Probe einstellen. — Der ganze Rahmen ruht auf einem Bett aus starkem Profileisen.

Die Antriebskurbel ist in Kugellagern, die Pleuelstange *2* in Rollenlagern gelagert. Alle übrigen Lager sind Gleitlager mit Bronzebuchsen und Druckölschmierung. Der erforderliche Öldruck von 6 bis 8 at wird durch eine Zahnradpumpe geliefert. Um auch bei einer Störung in der Ölzufuhr und Nachlassen des Öldruckes eine Beschädigung der Maschine mit Sicherheit auszuschließen, ist ein vom Öldruck betätigter Schalter angebracht, der beim Nachlassen des Druckes den Antriebsmotor abschaltet. Zur Inbetriebsetzung der Maschine wird der Schalter von Hand festgehalten.

Die Messung der Beanspruchung erfolgt mit Hilfe der Meßfeder (Ringfeder) 7. Der Federweg wird zur Drehung eines Hohlspiegels benutzt, der das Glühfadenbild einer kleinen Glühlampe auf eine Skala projiziert. Das Skalenbild wird durch eine Lupe betrachtet. Der Spiegel selbst ist in ähnlicher Weise wie beim Martensschen Spiegelapparat an einer Doppelschneide befestigt. Diese befindet sich zwischen einer festen und einer federnd aufliegenden Pfanne, die je mit einem Ende der Meßfeder verbunden sind.

Die Bestimmung der Beanspruchungszahl erfolgt durch ein Zählwerk, das über eine Schneckenübersetzung 1:50 von der Hauptwelle betätigt wird.

Durch eine besondere Vorrichtung wird beim Bruch des Probestabes und auch beim stärkeren Fließen desselben der Antriebsmotor der Maschine abgeschaltet. Sie beruht darauf, daß während der Zugphase eine Dehnung der Meßfeder erfolgt, die nach dem Bruch des Probestabes wegfällt. Durch die Dehnung der Meßfeder wird eine mit dieser verbundene Kontaktvorrichtung während der Zugphase geschlossen. Eine zweite Kontaktvorrichtung, die unmittelbar vom Maschinenhub betätigt wird, ist stets nur während der Druckphase geschlossen. Die beiden Kontaktvorrichtungen sind miteinander parallel geschaltet und liegen im Stromkreis der Nullspannungsauslösespule vom Schalter des Antriebsmotors. Daher ist ein dauernder Stromschluß hergestellt, solange der Probestab unversehrt ist. Bricht nun der Probestab, so fällt die Streckung der Meßfeder während der Zugphase weg und der Stromkreis ist während dieser Halbperiode geöffnet. Der Nullspannungsauslöser schaltet dann sofort den Antriebsmotor ab. Die einmal richtig eingestellten Schaltkontakte wirken sowohl bei Wechselbeanspruchung von beliebiger Höhe wie bei Zug-Ursprungs-

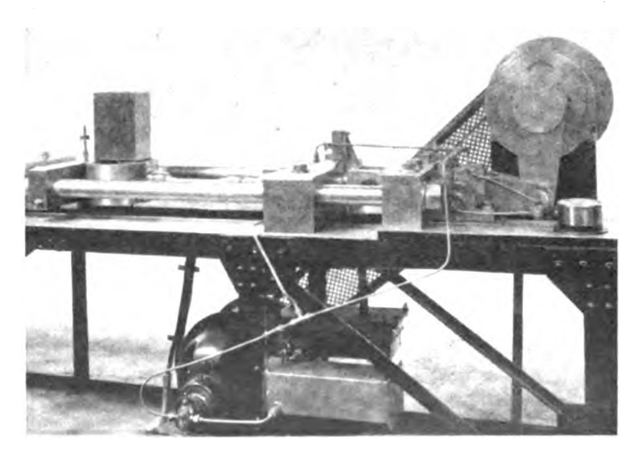


Abb. 2. Seitenansicht der Zug-Druck-Dauerprüfmaschine.

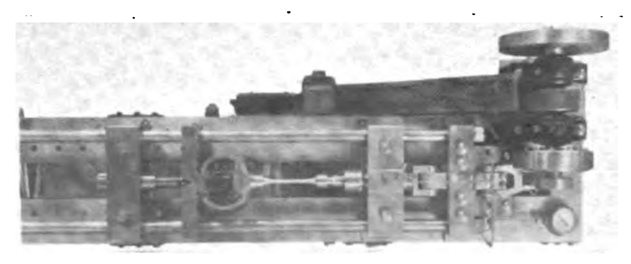


Abb. 3. Aufsicht auf die Zug-Druck-Dauerprüfmaschine.

beanspruchung (ohne Einstellungsänderung) richtig und schalten den Antriebsmotor sowohl beim Bruch wie beim stärkeren Fließen des Probestabes in Zugrichtung ab.

Der Antrieb der Maschine erfolgt durch einen Elektromotor von 2 kW Leistung mittels Riementrieb. Die Drehzahl der Maschine ist 800 U/min.

Mit der Maschine kann eine Wechselbelastung von $\pm$ 5 t oder eine beliebig aus statischem und dynamischem Anteil zusammengesetzte Beanspruchung, deren obere Grenze 5 t nicht überschreitet, auf den Probestab aufgebracht werden. Es können Stahlproben bis 80 mm² Querschnitt (entsprechend einem Rundstab von 10 mm Dmr.) und Leichtmetallproben bis zu 250 mm² Querschnitt (entsprechend einem Rundstab von 18 mm Dmr.) geprüft werden. Die Probekörper können eine Länge bis zu 800 mm aufweisen. Auch ist die Prüfung breiterer Konstruktionsteile und die Prüfung von Stäben bei höherer Temperatur (wichtig z. B. bei Ventilstählen) ohne weiteres möglich, da der lichte Abstand der Säulen 290 mm beträgt (so daß ein kleiner elektrischer Ofen dazwischengebracht werden kann).

Die Abb. 2 und 3 zeigen die Ausführung der Maschine.

3. Versuchsergebnisse.

Die bisher an glatten Proben auf der Maschine durchgeführten Versuche ergaben Werte für die Zug-Druck-Schwingungsfestigkeit, die etwas niedriger liegen als die am gleichen Werkstoff ermittelten Werte für die Biegeschwingungsfestigkeit. Dies steht in guter Übereinstimmung mit den an anderen Stellen gefundenen und aus dem Schrifttum bekannt gewordenen Ergebnissen. So ergab z. B. eine Versuchsreihe mit Proben aus Duralumin 681 B (Stangenmaterial), eine Zug-Druck-Schwingungsfestigkeit $\sigma_w = 12{,}5$ kg/mm² (bezogen auf 10 Millionen Perioden), während entsprechende Versuche auf der Dauerbiegemaschine von Schenck für die Biege-Schwingungsfestigkeit $\sigma_w' = 14{,}5$ kg/mm² ergaben. Das Verhältnis σ_w/σ_w' ist somit 0,86.

LUFTFAHRTFORSCHUNG

Band 12 | 17. Juni 1935 | Nr. 3

Verfahren zur Bestimmung der Auftriebsverteilung längs der Spannweite.

Von A. Lippisch,

Deutsches Forschungsinstitut für Segelflug, Griesheim bei Darmstadt.

Zur Bestimmung der Auftriebsverteilung wurden bereits verschiedene Verfahren angegeben. Bei der Anwendung dieser Verfahren im praktischen Betriebe stellt sich heraus, daß die Durchführung erheblichen Zeitaufwand kostet, und andererseits Spezialkenntnisse erfordert, die bei dem in der Praxis arbeitenden Ingenieur nicht immer vorausgesetzt werden können. Um diese Schwierigkeiten zu umgehen, wurde ein neues Verfahren entwickelt, welches bereits in erster und zweiter Näherung brauchbare Ergebnisse für den praktischen Bedarf liefert.

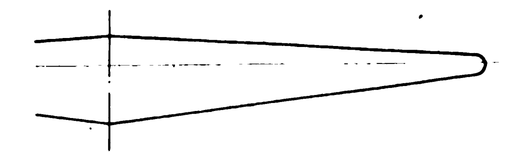
Gliederung.

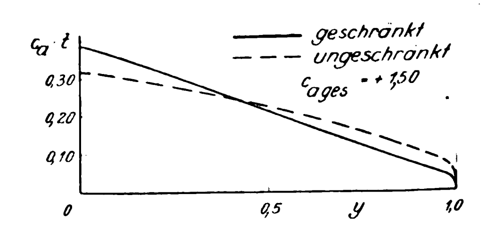
I. Zweck und Ziel der Auftriebsverteilung.

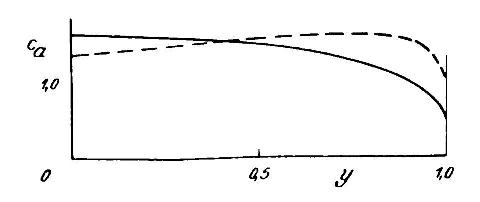
Die Entwicklung des Flugzeugs strebt in erster Linie nach der Verbesserung der Flugleistungen. Deshalb erkennt man an allen modernen Flugzeugentwürfen das Bestreben des Konstrukteurs, die Restwiderstände weitgehend zu vermindern. Damit tritt der nützliche Flügelwiderstand immer stärker in den Vordergrund. Während man früher diesen Flügelwiderstand im großen und ganzen abschätzte, geht man nun dazu über, die Wirkung der einzelnen Flügelelemente zu bestimmen, um so bis ins einzelne die günstigste Gestaltung des Flügels für die gegebene Bauaufgabe im Entwurf festlegen zu können. Neben den Flugleistungen gibt es dann noch eine Reihe anderer wichtiger Faktoren, die die Gestaltung des Flügels im Entwurf beeinflussen. Dies sind einmal die gewünschten Flugeigenschaften, wobei sowohl Querstabilität, Kursstabilität als auch Längsstabilität durch die Flügelgestalt beeinflußt werden. Andererseits wird man bestrebt sein, die Grundsätze zur aerodynamisch günstigen Gestaltung des Flügels mit statischen Forderungen in Einklang zu bringen. Da die Auftriebsverteilung zugleich die Grundlagen für die Lastverteilungen in den verschiedenen Betriebszuständen liefert, ist eine direkte Verbindung beider Problemstellungen durchführbar. Schließlich müssen noch Herstellungs- und Betriebsbedingungen bei der Gestaltung des Flügels berücksichtigt werden, und zwar ist dabei an die Forderungen einfacher Bauweise, sowie die sich aus dem Verwendungsgebiet des Flugzeugs ergebenden besonderen Betriebseigenschaften zu denken.

Von all diesen Faktoren wird der Entwurf beeinflußt, und es ist die Aufgabe der aerodynamischen Berechnung des Tragflügels, die Wirkungen solcher Maßnahmen festzustellen und die günstigste Abwägung verschiedener entgegengesetzten Forderungen herzustellen.

Im folgenden sei dies an einigen Beispielen erläutert. Als günstigste Auftriebsverteilung bei begrenzter Spannweite ist die elliptische Auftriebsverteilung bekannt. Fordert man andere Grenzbedingungen, wie beispielsweise günstige Biegemomentenverteilungen, so ergeben sich die von L. Prandtl[1]) abgeleiteten Beziehungen. Es darf weiterhin als bekannt vorausgesetzt werden, daß eine schwache Abweichung von der rein elliptischen Auftriebsverteilung, wie sie bei gebräuchlichen Flügeln vorkommt, keinen wesentlichen Einfluß auf die Vergrößerung des induzierten Widerstandes besitzt. Die Wirkung der Änderung der Auftriebsverteilung auf den induzierten Widerstand ist in verschiedenen Arbeiten bereits eingehend untersucht worden.







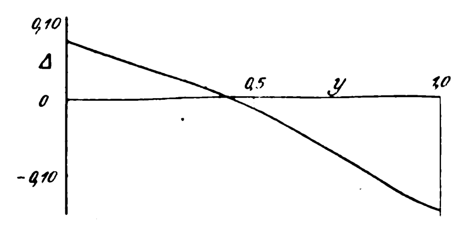


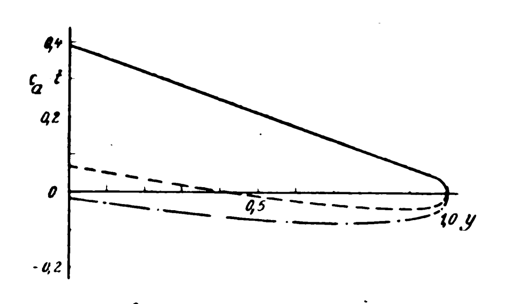
Abb. 1. c_a-Verlauf eines Spitzflügels mit und ohne Schränkung.

Wichtig ist es hingegen festzustellen, ob die verwendete Flügelform in Grenzlagen ungünstige Flugeigenschaften infolge der Auftriebsverteilungsform zeigen wird. Eine solche Untersuchung ist beispielsweise bei der Verwendung von Spitzflügeln wesentlich. Der in Abb. 1 dargestellte Trapezflügel hat bei konstantem Profil und Anstellwinkel die gestrichelt dargestellte Auftriebsverteilung. Bestimmt man

[1]) L. Prandtl, Über Tragflügel kleinsten Widerstandes. Z. Flugtechn. Motorluftsch. Jg. 24 (1933), Nr. 11.

hieraus die spezifische Belastung der einzelnen Flügelelemente, d. h. den c_a-Beiwert, so stellt man fest, daß der Verlauf dieses Beiwertes längs der Spannweite ein deutliches Maximum gegen das Flügelende hin zeigt. Bei Betriebszuständen mit großem Gesamtauftrieb wird das Abreißen also in der Gegend dieses Maximums beginnen. Da die kleinste Unsymmetrie der Anströmung oder auch der Bauausführung ein einseitiges Abreißen der Strömung an einem Außenflügel hervorrufen würde, so wird ein solcher Flügel an der Grenze des Auftriebs quer- und kursinstabil werden. Man muß also die Auftriebsverteilung dergestalt ändern, daß das Maximum des Auftriebsbeiwertes gegen die Flügelmitte hin verschoben wird. Dies erreicht man durch gleichseitige Verwindung des Flügels, kurz Schränkung genannt, und die Abbildung zeigt, daß infolge der Schränkung die beabsichtigte Wirkung eintritt. Die Änderung der Auftriebsverteilung ist dabei nur schwach und hat auf die Flugleistungen praktisch keinen Einfluß.

Wie bereits oben ausgeführt ist, ist die Kenntnis der Auftriebsverteilung bei den verschiedensten Betriebszuständen für die Festigkeitsrechnung eine unumgängliche Grundlage. Man hat sich bisher mit empirischen Lastannahmen begnügt und vorausgesetzt, daß diese empirischen Lastannahmen die in Wirklichkeit vorkommenden Belastungen überdecken. Für den geraden ungeschränkten Flügel mag diese Annahme unter gewissen Einschränkungen ausreichen, bei gleichseitig verwundenen Flügeln führt sie jedoch zu Trugschlüssen, die eine wesentliche Unterdimensionierung der Bauelemente des Flügels zur Folge haben können. Die Auftriebsverteilungen bei verschiedenen Flugzuständen, gekennzeichnet durch die Größe des Auftriebsbeiwertes $c_{a_{ges}}$ des ganzen Flügels, sind in Abb. 2 für den in Abb. 1 behandelten Flügel dargestellt. Nun ändert sich der stationäre Staudruck in den verschiedenen Flugzuständen so, daß ein kräftiger Anstieg des Staudruckes mit dem Abfall des Auftriebsbeiwertes eintritt. Zeichnen wir uns also die Lastverteilungen — gekennzeichnet durch den Verlauf von $c_a \cdot t \cdot q$ — auf, so erkennen wir, daß beträchtliche Änderungen der Lastverteilung bei verschiedenen Betriebszuständen eintreten. Insonderheit zeigt sich, daß



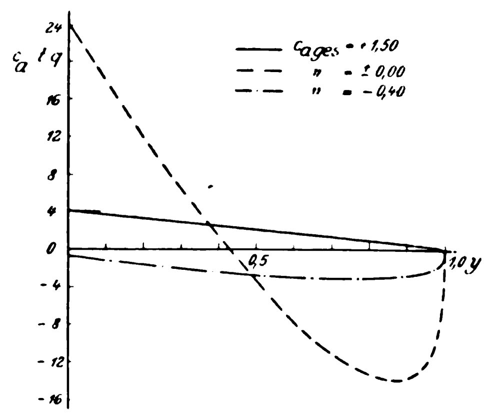
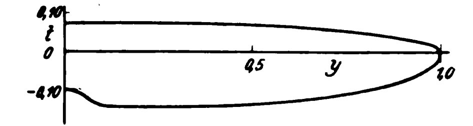
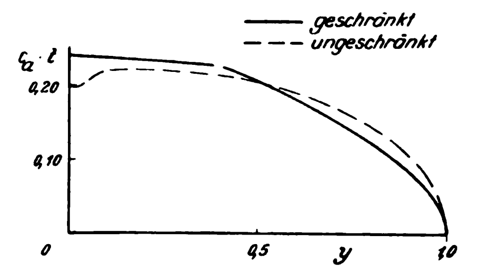


Abb. 2. Lastverteilung eines geschränkten Spitzflügels.





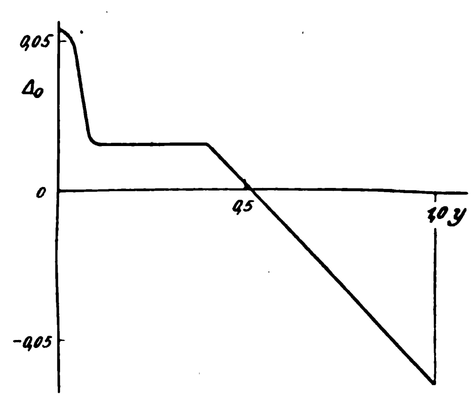


Abb. 3. Flügel mit Ausschnitt.

die Biegemomente im Sturzflug und Rückenflug große Beanspruchungen im Außenflügel hervorrufen, so daß der auf Grund einer empirischen Lastannahme dimensionierte Holm bei diesen Beanspruchungen mit zu geringer Sicherheit gebaut wäre.

Es würde zu weit führen, diese Betrachtung noch auf die Querruderwirkung und den Drehmomentenverlauf auszudehnen. Es zeigt sich jedoch, daß der statisch scheinbar günstige Spitzflügel nach aerodynamischen Gesichtspunkten umgeformt einen großen Teil dieser Vorteile einbüßt.

In vielen Fällen wird man gezwungen sein, die schlichte Umrißform des Flügels durch Ausschnitte oder Anbauten zu verändern. Solche örtlichen Veränderungen der Tiefenverteilung müssen mit einer gewünschten Auftriebsverteilung so in Einklang gebracht werden, daß keine krassen Störungen des Auftriebsverlaufes in dem Gebiete normaler Betriebszustände eintreten. Die Arbeiten von Muttray[2]), Göttingen, haben diese Frage dahingehend geklärt, daß die örtliche Tiefenänderung durch eine entgegengesetzte Anstellwinkeländerung bzw. Wölbungsänderung ausgeglichen werden muß. Das Mittelstück des in Abb. 3 dargestellten Flügels mit Ausschnitt muß also größere Anstellwinkel bzw. Profile mit größerer mittlerer Wölbung erhalten.

In umgekehrter Weise verfährt man mit den nach dem Rumpf zu verbreiterten Flügelübergängen oder auch mit Flügelausbauten. Die Größe dieser Anstellwinkel- und Profiländerungen kann aus der Auftriebsverteilungsrechnung eindeutig abgeleitet werden, und der Aerodynamiker ist in der Lage, den Flügel den gewünschten Betriebsverhältnissen entsprechend zu gestalten.

An Hand dieser wenigen Beispiele ist die Notwendigkeit der Durchführung von Auftriebsverteilungsrechnungen bereits

[2]) H. Muttray, Versuche über die Ausbildung der Flügelwurzel von Tiefdeckern. Ergeb. A.V.A. Göttingen. Lfg. 4. H. Muttray, Neuere Messungen an Flügeln mit Ausschnitten. Z. Flugtechn. Motorluftsch. Jg. 20 (1929), Nr. 7. H. Muttray, Die aerodynamische Zusammenfügung von Tragflügel und Rumpf. Luftf.-Forschg. Bd. 11 (1934), Nr. 5.



eindeutig gekennzeichnet. Wenn trotzdem die Anwendung dieser aus der Tragflügeltheorie abgeleiteten Erkenntnisse noch nicht Allgemeingut des produktiv tätigen Flugzeugbauers geworden ist, so ist dieser Umstand wohl in der Hauptsache darauf zurückzuführen, daß die bisher bekannten Verfahren beträchtliche Rechenarbeit erfordern und in den meisten Fällen sowohl die Zeit als auch die geschulten Mitarbeiter für derartige Aufgaben nicht zur Verfügung stehen. Die Flugzeugbaupraxis braucht jedoch ein Verfahren, welches in erster Näherung für den Entwurf brauchbare Ergebnisse liefert und bei dem die Beziehungen zur Bestimmung einer solchen Näherung den üblichen flugtechnischen Begriffen angeglichen sind. Für eine eingehende Durcharbeitung der Einzelfragen müssen sich verbesserte Werte aus der anfänglichen Näherungsrechnung ableiten lassen, wobei die Lösung schwerfälliger Gleichungssysteme von vornherein vermieden werden muß.

Aus diesen Forderungen heraus entstand das hier dargestellte Verfahren zur Ermittlung der Auftriebsverteilung. Da das Verfahren im praktischen Betriebe entstand, erfüllt es die oben festgestellten Forderungen.

II. Allgemeine Grundlagen aus der Tragflügeltheorie.

Bezeichnungen:

- Γ Zirkulation,
- c_a Auftriebsbeiwert,
- c_{mq} Rollmomentenbeiwert,
- c_{ms} Kursmomentenbeiwert,
- F Flügelfläche (m²),
- b Spannweite (m),
- t Flügeltiefe (m),
- y Abszisse längs der Spannweite,
- v Strömungsgeschwindigkeit im Unendlichen (m/s) (Fluggeschwindigkeit),
- w induzierte Abwärtsgeschwindigkeit am Tragflügel (m/s),
- α Anstellwinkel, bezogen auf die ursprüngliche Strömungsrichtung,
- α_i induzierter Anstellwinkel am Tragflügel,
- $2\cdot\pi\cdot\eta = \left[\frac{\partial c_a}{\partial \alpha}\right]_\infty$ = Auftriebsanstieg in zweidimensionaler Strömung,
- ϱ Luftdichte $\left[\frac{k^2\cdot s^2}{m^4}\right]$,
- φ Winkelabszisse der Spannweite definiert durch:

$$\cos\varphi = -\frac{y}{b/2}.$$

Wie bekannt, bildet die Prandtlsche Tragflügeltheorie die Grundlage zur Auftriebsverteilungsberechnung. Man kann sich deshalb darauf beschränken, die für das Verständnis des folgenden wesentlichen Beziehungen anzugeben.

Der Auftrieb des einzelnen Flügelelementes ist eine Funktion der Zirkulation. Es ist:

$$A = \varrho\cdot v\cdot\Gamma$$

der Auftrieb pro Längeneinheit.

Demnach ist:

$$\Gamma = c_a\cdot t\cdot\frac{v}{2},$$

da der Auftrieb pro Längeneinheit bekanntlich

$$A = c_a\cdot t\cdot\frac{\varrho}{2}\cdot v^2$$

ist.

Die Zirkulationsverteilung ist eine Funktion der Spannweite

$$\Gamma = F(y).$$

Die durch diese Zirkulationsverteilung bedingte Abwärtsgeschwindigkeit an der Stelle y_p ist:

$$w_p = \frac{1}{4\cdot\pi}\cdot\int\limits_{-b/2}^{+b/2}\frac{\frac{\partial\Gamma}{\partial y}}{y_p - y}\cdot dy.$$

Infolge der induzierten Abwärtsgeschwindigkeit wird der Anstellwinkel am Ort des Flügels um den induzierten Anstellwinkel verkleinert. Es ist

$$\operatorname{tg}\alpha_i = \frac{w}{v},$$

wobei man wegen der Kleinheit des Winkels statt der Tangente den Winkel selbst einführt ($\operatorname{tg}\alpha_i \cong \alpha_i$).

Ersetzt man fernerhin die Zirkulation durch den obenangegebenen Ausdruck, so erhält man:

$$\alpha_i = \frac{1}{8\cdot\pi}\cdot\int\limits_{-b/2}^{+b/2}\frac{\frac{\partial(c_a\cdot t)}{\partial y}}{y_p - y}\cdot dy \quad\ldots\ldots (1)$$

An Stelle der Zirkulationsverteilung führen wir also die Auftriebsverteilung ein als

$$c_a\cdot t = f(y).$$

Der Auftriebsbeiwert c_a seinerseits ist eine Funktion des effektiven Anstellwinkels, der am Orte des Flügels wirksam ist. Es ist

$$\left.\begin{aligned} c_a &= 2\cdot\pi\cdot\eta\cdot\alpha_{\mathrm{eff}} \\ &= 2\cdot\pi\cdot\eta\cdot(\alpha-\alpha_i)\end{aligned}\right\} \quad\ldots\ldots (2)$$

Hieraus ergibt sich die Integralgleichung für die Auftriebsverteilung:

$$c_a\cdot t = 2\cdot\pi\cdot\eta\cdot t\cdot\left[\alpha - \frac{1}{8\cdot\pi}\cdot\int\limits_{-b/2}^{+b/2}\frac{\frac{\partial(c_a\cdot t)}{\partial y}}{y_p - y}\cdot dy\right]. \quad (3)$$

oder

$$c_a\cdot t = 2\cdot\pi\cdot\eta\cdot t\cdot\left|\alpha - \frac{\eta}{4}\int\limits_{-b/2}^{+b/2}\frac{\frac{\partial(\alpha\cdot t)}{\partial y}}{y_p - y}\cdot dy + \frac{\eta}{4}\int\limits_{-b/2}^{+b/2}\frac{\frac{\partial(\alpha_i\cdot t)}{\partial y}}{y_p - y}\cdot dy\right| \quad\ldots\ (3a)[3]$$

III. Gliederung der Auftriebs- und Anstellwinkelverteilung.

Die durch den Verlauf von $c_a\cdot t$ gegebene Auftriebsverteilung kann man sich entstanden denken aus einer Summe von Elementarverteilungen. Damit ist es möglich, jede Elementarverteilung getrennt zu behandeln und eine beliebige Gesamtverteilung für die gewünschten Betriebsbedingungen herzustellen. Diese Elementarverteilungen sind (Abb. 4):

1. Die Normalverteilung $ca\cdot t_{\mathrm{norm}}$. Dies ist diejenige Auftriebsverteilung, bei der der Anstellwinkel an allen Stellen des Flügels gleich ist, also α = konst. Die Normalverteilung ist abhängig von der Umrißform des Flügels und ändert sich affin mit dem Anstellwinkel bzw. mit dem Gesamtauftrieb.
2. Die Nullverteilung $ca\cdot t_f$. Diese Auftriebsverteilung wird hervorgerufen durch einen gleichseitigen teils positiven, teils negativen Anstellwinkelverlauf. Die dadurch erzeugten positiven und negativen Teilauftriebe heben sich gegenseitig auf, so daß der Gesamtauftrieb der Nullverteilung eines Halbflügels stets gleich Null ist. Der Anstellwinkelverlauf entspricht also einer gleichseitigen Verwindung, kurz Schränkung genannt. Die Gestalt der Nullverteilung ist durch Umrißform und Schränkungsverlauf bestimmt. Sie ist unabhängig von der Änderung des Gesamtauftriebes bzw. des Gesamtanstellwinkels des Flügels.
3. Die normale Rollverteilung $ca\cdot t_q$. Dieser Anteil der Auftriebsverteilung wird durch Drehung des Flügels um die Längsachse des Flugzeuges, d. h. durch eine Rollbewegung hervorgerufen und kann durch einen gradlinigen Verwindungsverlauf erzeugt gedacht wer-

[3]) Die Behandlung der Aufgabe durch weitere Umformung dieser Integralgleichung sei einer späteren Arbeit vorbehalten.



den. Der zugehörige Anstellwinkel ist dem Abstand des betreffenden Flügelelementes von der Längsachse direkt verhältig, also $\frac{\alpha_Q}{y}$ = konst. Der Verlauf der normalen Rollverteilung ist abhängig von der Flügelumrißform und ändert sich affin mit dem Rollmoment bzw. $\frac{\alpha_Q}{y}$.

4. Die Rollnullverteilung $c_a \cdot t_{f_Q}$. Dieser Anteil der Auftriebsverteilung entsteht bei einer stationären Rollbewegung des Flügels um seine Längsachse mit entsprechendem Querruderausschlag. Das durch Querruderausschlag erzeugte Rollmoment wird infolge der hierbei eintretenden Rollbewegung ausgeglichen, so daß die durch diese Bewegung hervorgerufene Auftriebsverteilung kein Rollmoment erzeugt. Die Rollnullverteilung ist abhängig von der Umrißform des Flügels und des Querruders. Sie ändert sich affin mit dem Querruderausschlag.

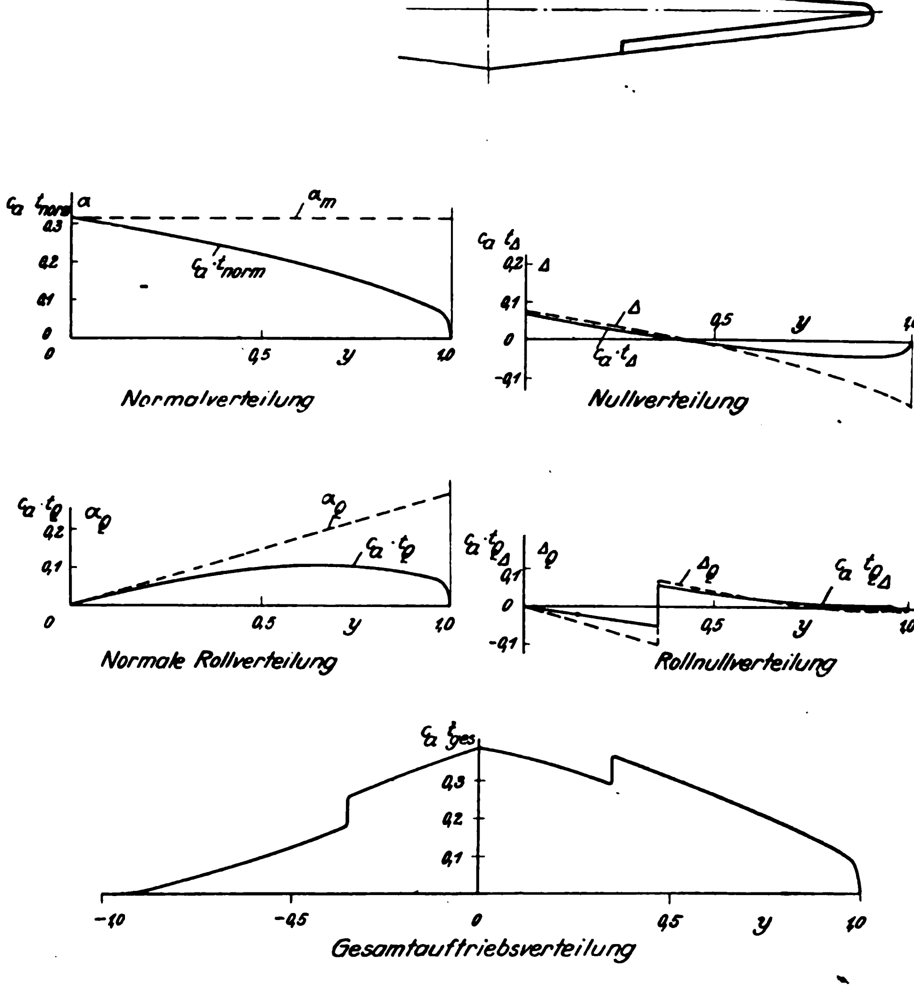


Abb. 4. Darstellung der Elementarauftriebsverteilungen und der dazugehörigen Anstellwinkelverteilungen.

Aus diesen vier Elementarverteilungen wird die Gesamtverteilung eines Betriebszustandes zusammengesetzt. Handelt es sich um einen Flugzustand ohne Querruderausschlag, so treten die Rollverteilungen nicht in Erscheinung, die Normalverteilung und die der Schränkung des Flügels entsprechende Nullverteilung ermöglichen die Bestimmung aller Betriebszustände im Bereiche geradlinigen Auftriebsanstieges. Für Flugzustände im überzogenen Bereich gelten die aus geradlinigem Auftriebsanstieg gewonnenen Ergebnisse nur mit gewissen Einschränkungen, und es wird späterhin gezeigt werden, daß solche Flugzustände ebenfalls rechnerisch behandelt werden können. Tritt nun ein Querruderausschlag hinzu, so wird sich zuerst eine zusätzliche Auftriebsverteilung einstellen, die das betreffende Querruderrollmoment erzeugt. Die Größe dieses Rollmomentes bestimmt die Größe der normalen Rollverteilung. Fügt man zu dieser die Rollnullverteilung für den betreffenden Querruderausschlag hinzu, so erhält man die zusätzliche Querruderauftriebsverteilung zu Beginn der Rollbewegung. Im weiteren Verlauf der Rollbewegung tritt dann ein Momentenausgleich ein, so daß im Endzustand das Rollmoment Null wird, also auch die normale Rollverteilung Null wird. Es ist dann lediglich die dem Querruderausschlag entsprechende Rollnullverteilung hinzuzufügen.

Den vier Elementarverteilungen entsprechen wiederum vier Anteile des Gesamtanstellwinkels. Diese sind:

1. Der mittlere Anstellwinkel α_m. Er hat an allen Stellen des Flügels die gleiche Größe und ist dem Gesamtauftrieb direkt proportional. Wird α_m = Null, so wird auch der Gesamtauftrieb = Null.
2. Der Schränkungswinkel Δ. Der Verlauf des Schränkungswinkels entspricht einer gleichseitigen Verwindung des Flügels, so daß beispielsweise im Mittelflügel positive und am Außenflügel negative Δ-Werte in Erscheinung treten. Da der Verlauf des Schränkungswinkels durch konstruktive Maßnahmen hervorgerufen wurde (Profil- oder Einstellwinkelveränderung), kann der Schränkungsverlauf während des Fluges nicht geändert werden. Es sei denn, daß am Flügel angebrachte Klappen gleichsinnig verstellt werden können (Landeklappen, Trimmklappen, Differentialquerruder)[4]).
3. Der mittlere Rollwinkel α_Q. Wie bereits gesagt, ist α_Q dem Abstand von Flügelmitte direkt verhältig, der Verlauf von α_Q ist also stets eine Gerade durch den Ursprung, so daß $\frac{\alpha_Q}{y}$ an allen Stellen des Flügels den gleichen Wert besitzt.
4. Der Rollschränkungswinkel Δ_Q. Der Rollschränkungswinkel entsteht als Differenz zwischen dem durch Querruderausschlag hervorgerufenen zusätzlichen Anstellwinkelverlauf und demjenigen mittleren Roll-

[4]) Die Querrudereinstellung beim Differentialantrieb entspricht nämlich dem Ausschlag ohne Differential beim gleichsinnigen Hochziehen beider Querruder.



winkel, der gleiches Rollmoment erzeugen würde. Der Rollschränkungswinkel erzeugt also eine zusätzliche Auftriebsverteilung ohne Rollmoment.

IV. Entwicklung des Verfahrens.

1. Allgemeine Ableitung.

Zur Berechnung der verschiedenen Auftriebsverteilungen werden in bekannter Weise Fourier-Reihen verwendet. Da die Auftriebsverteilung sich sowohl mit dem Maßstab des Flügels als auch dem Staudruck nur affin ändert, wird als Maßstabeinheit die Halbspannweite eingeführt und der Staudruck gleich 1 eingesetzt. Die Umrechnung der gewonnenen Ergebnisse auf die wahren Abmessungen und Geschwindigkeiten wird durch Erweiterung mit $\frac{b}{2}$ und q ausgeführt. Wir setzen also in der nun folgenden Ableitung:

$$q = 1;\ \frac{b}{2} = 1$$

und reduzieren sämtliche Längenabmessungen durch Division mit $\frac{b}{2}$ auf die Maßstabeinheit. Die Spannweitenkoordinate y läuft dann von -1 (linke Flügelspitze) über Null (Flügelmitte) nach $+1$ (rechte Flügelspitze). Das Integral zur Bestimmung des induzierten Anstellwinkels wird dann in den Grenzen von -1 bis $+1$ genommen.

Wir setzen die Auftriebsverteilung als Fourier-Reihe an und schreiben:

$$c_a \cdot t = A_1 \cdot \sin\varphi + A_2 \cdot \sin 2\varphi + A_3 \cdot \sin 3\varphi + \ldots$$
$$= \sum_1^\infty A_n \cdot \sin n\varphi \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

Hierin ist die Winkelabszisse φ mit der Spannweitenabszisse verbunden durch

$$\cos\varphi = -y$$
$$\sin\varphi = \sqrt{1-y^2}.$$

Der induzierte Anstellwinkel ist dann:

$$\alpha_i = \frac{1}{8\cdot\sin\varphi}\left[A_1\cdot\sin\varphi + 2A_2\cdot\sin 2\varphi + 3A_3\cdot\sin 3\varphi + \ldots\right]$$
$$= \frac{1}{8\cdot\sin\varphi}\cdot\sum_1^\infty n\cdot A_n\cdot\sin n\varphi \quad \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

Der Anstellwinkel ist somit bestimmt als:

$$\alpha = A_1\cdot\frac{\sin\varphi}{\sin\varphi}\cdot\left[\xi + \frac{1}{8}\right] + A_2\cdot\frac{\sin 2\varphi}{\sin\varphi}\cdot\left[\xi + \frac{2}{8}\right] + A_3\cdot\frac{\sin 3\varphi}{\sin\varphi}\cdot\left[\xi + \frac{3}{8}\right] + \ldots$$
$$= \sum_1^\infty A_n\cdot\frac{\sin n\varphi}{\sin\varphi}\cdot\left[\xi + \frac{n}{8}\right] \quad \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

Hierin ist:

$$\xi = \frac{\sin\varphi}{2\cdot\pi\cdot t\cdot\eta}$$

eine von der Tiefenverteilung und dem Auftriebswirkungsgrad der einzelnen Flügelquerschnitte abhängige Veränderliche.

Da sowohl in der Reihe für die Auftriebsverteilung als auch in der Reihe für die Anstellwinkelverteilung die Glieder $A_n\cdot\sin n\varphi$ vorhanden sind, kann man die Auftriebsverteilung durch den Anstellwinkelverlauf ausdrücken. Eliminiert man das letzte Glied der Reihe, so erhält man

$$c_a\cdot t = \frac{\sin\varphi}{\xi + \frac{m}{8}}\cdot\left[\alpha + \frac{m-1}{8}\cdot A_1\cdot\frac{\sin\varphi}{\sin\varphi} + \frac{m-2}{8}\cdot A_2\cdot\frac{\sin 2\varphi}{\sin\varphi} + \frac{m-3}{8}\cdot A_3\cdot\frac{\sin 3\varphi}{\sin\varphi} + \ldots\right]$$
$$= \frac{\sin\varphi}{\xi + \frac{m}{8}}\cdot\left[\alpha + \sum_{n=1}^{n=m}\frac{m-n}{8}\cdot A_n\cdot\frac{\sin n\varphi}{\sin\varphi}\right] \quad \ldots \ldots \quad (7)$$

In allen weiteren Rechnungen verwenden wir nun spezielle Formen dieser hier ganz allgemein abgeleiteten Reihe zur Bestimmung der Auftriebsverteilung. Der Gewinn zur Vereinfachung der Rechnung mit Hilfe dieser Umformung liegt nicht allein darin, daß bei einem endlichen Ansatz von Gliedern nur $m-1$-Koeffizienten zu bestimmen sind, sondern auch darin, daß bereits unter Berücksichtigung nur weniger Koeffizienten zur Bestimmung einer Näherungslösung diese Näherung bereits einen großen Genauigkeitsgrad erreicht.

Die Koeffizienten A_1 und A_2 sind durch die Wahl des Betriebszustandes bekannt, und zwar bestimmt A_1 den Gesamtauftrieb und A_2 das Rollmoment. Es ist nämlich

$$c_{a\,\text{ges}}\cdot F = \int_{-1}^{+1} c_a\cdot t\cdot dy$$
$$\int_{-1}^{+1} c_a\cdot t\cdot dy = \frac{\pi}{2}\cdot A_1$$
$$A_1 = c_{a\,\text{ges}}\cdot\frac{F}{\frac{\pi}{2}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

ferner

$$\frac{M_\varphi}{q} = \int_{-1}^{+1} c_a\cdot t\cdot y\cdot dy$$
$$\int_{-1}^{+1} c_a\cdot t\cdot y\cdot dy = -A_2\cdot\frac{\pi}{4}$$
$$A_2 = -\frac{M_\varphi}{\frac{\pi}{4}\cdot q} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (9)$$

Damit sind außer α diejenigen Glieder der Reihe bekannt, die den Hauptanteil des Klammerausdrucks ausmachen. Bestimmt man nun hiermit durch Abbrechen der Reihe bei $m = 3$ bzw. $m = 4$ die erste Näherung der Auftriebsverteilung, so ist eine Korrektur durch die Kontrolle des Integrals für den Gesamtauftrieb bzw. des Rollmomentes gegeben. Hieraus bestimmt sich die Korrektur für α_m und α_φ, so daß ein Teil der durch Abbrechen der Reihe hervorgerufenen Fehler weiterhin ausgeglichen wird. Dies geht aus der Durchführung der Rechnung im einzelnen hervor.

Zur Bestimmung der vier Elementarverteilungen wird die Reihe für die Gesamtverteilung in die vier Anteile getrennt, und es wird jeder Anteil gesondert berechnet. Die Reihe für die Normalverteilung enthält aus Symmetriegründen nur ungerade Glieder, also A_1, A_3, A_5, A_7 usw. Die Reihe für eine Nullverteilung enthält ebenfalls aus gleichen Gründen ungerade Glieder, fernerhin ist hier $A_1 = 0$, da ja der Gesamtauftrieb einer Nullverteilung = Null gesetzt wurde. Die Reihe für die normale Rollverteilung enthält nur gerade Glieder, da die Ordinaten der Rollverteilung für den linken und rechten Flügel entgegengesetzt gleich sind, also A_2, A_4, A_6 usw. Die Rollnullverteilung enthält die geraden Glieder A_4, A_6 usw., da laut Definition das Rollmoment und damit A_2 = Null wird.

Die Gesamtverteilung wird gebildet als Summe der vier Elementarverteilungen. Es ist also

$$c_a\cdot t_{\text{ges}} = c_a\cdot t_{\text{norm}} + c_a\cdot t_{\Delta} + c_a\cdot t_\varphi + c_a\cdot t_{\varphi\Delta} \quad \ldots \quad (10)$$

Die Reihe für die Gesamtverteilung setzt sich also zusammen aus den Reihen der Elementarverteilungen, und zwar werden die Koeffizienten gleicher $\sin n\varphi$-Glieder addiert.

Die Koeffizienten der Gesamtverteilung werden im folgenden mit großen Buchstaben $A_1, A_2, A_3 \ldots A_n$ bezeichnet. Die Koeffizienten der Normalverteilung und der normalen Rollverteilung mit kleinen Buchstaben a_1, a_3, a_5 bis a_{2n+1} bzw. a_2, a_4, a_6 bis a_{2n}. Die Koeffizienten der Nullverteilung bzw. der Rollnullverteilung werden mit kleinen gestrichelten

Buchstaben bezeichnet, also a'_3, $a'_5 \ldots a'_{2n+1}$ bzw. a'_4, $a'_6 \ldots a'_{2n}$.

2. Normalverteilung.

Wir wollen nun die Bestimmung der Reihen im einzelnen erläutern. Es ist:

$$c_a \cdot t_{\text{norm}} = \frac{\sin\varphi}{\xi + \frac{2m+1}{8}} \cdot \left[\alpha_m + \sum_{n=0}^{n=m} \frac{(2m+1)-(2n+1)}{8} \cdot a_{(2n+1)} \cdot \frac{\sin(2n+1)\varphi}{\sin\varphi}\right],$$

d. h. beispielsweise für $m = 3$

$$c_a \cdot t_{\text{norm}} = \frac{\sin\varphi}{\xi + \frac{7}{8}} \cdot \left[\alpha_m + \frac{3}{4}\cdot a_1 + \frac{2}{4}\cdot a_3 \cdot \frac{\sin 3\varphi}{\sin\varphi} + \frac{1}{4}\cdot a_5 \cdot \frac{\sin 5\varphi}{\sin\varphi}\right].$$

Da für den Verlauf einer Normalverteilung der Gesamtauftrieb und damit auch a_1 lediglich als Maßstabsfaktor auftritt, bilden wir:

$$\frac{c_a \cdot t_{\text{norm}}}{a_1} = \frac{\sin\varphi}{\xi + \frac{2m+1}{8}} \cdot \left[\frac{\alpha_m}{a_1} + \frac{m}{4} + \frac{m-1}{4}\cdot\frac{a_3}{a_1}\cdot\frac{\sin 3\varphi}{\sin\varphi} + \frac{m-2}{4}\cdot\frac{a_5}{a_1}\cdot\frac{\sin 5\varphi}{\sin\varphi} + \ldots\right]. \quad (11)$$

Wir müssen nun zuerst den Wert $\frac{\alpha_m}{a_1}$ näherungsweise bestimmen. Es muß ja sein:

$$\int_{-1}^{+1} \frac{c_a \cdot t_{\text{norm}}}{a_1} \cdot dy = \frac{\pi}{2}.$$

Integrieren wir nun die rechte Seite der obigen Gleichung, so erhalten wir als erstes Integral:

$$J_1 = \left[\frac{\alpha_m}{a_1} + \frac{m}{4}\right] \cdot \int_{-1}^{+1} \frac{\sin\varphi}{\xi + \frac{2m+1}{8}} \cdot dy.$$

Das nächste Integral ist:

$$J_3 = \frac{m-1}{4} \cdot \frac{a_3}{a_1} \int_{-1}^{+1} \frac{\sin 3\varphi}{\xi + \frac{2m+1}{8}} \cdot dy$$

und die weiteren Integrale lauten allgemein:

$$J_{2n+1} = \frac{m-n}{4} \cdot \frac{a_{2n+1}}{a_1} \cdot \int_{-1}^{+1} \frac{\sin(2n+1)\varphi}{\xi + \frac{2m+1}{8}} \cdot dy.$$

Bedenken wir nun, daß der Nenner $\xi + \frac{2m+1}{8}$ nur wenig von einem Mittelwert abweicht, daß fernerhin $\frac{m-n}{4} \cdot \frac{a_{2n+1}}{a_1}$ klein wird, so stellen wir fest, daß die Integrale von J_3 bis J_{2n+1} nahezu $=$ Null sein müßten, denn es ist:

$$\int_{-1}^{+1} \sin(2n+1)\varphi \cdot dy = \int_{0}^{\pi} \sin(2n+1)\varphi \cdot \sin\varphi \cdot d\varphi = 0.$$

Demnach können wir $\frac{\alpha_m}{a_1}$ in guter Näherung bestimmen als:

$$\frac{\alpha_m}{a_1} \cong \frac{\frac{\pi}{2}}{\int_{-1}^{+1} \frac{\sqrt{1-y^2}}{\xi + \frac{2m+1}{8}} \cdot dy} - \frac{m}{4} \quad \ldots (12)$$

Das Integral wertet man am schnellsten graphisch aus, da die numerische Berechnung in den meisten Fällen schwierig durchzuführen ist. Berechnet man dieses Integral für die ersten drei Stufen $m = 1, 2, 3$, so stellt man fest, daß die daraus bestimmten Werte von $\frac{\alpha_m}{a_1}$ nur um wenige Prozent voneinander abweichen. Der Mittelwert dieser drei Stufen ist damit ausreichend genau bestimmt.

Für eine erste Näherungsrechnung genügt es bereits, für ξ einen Mittelwert einzuführen. Es ist dann:

$$\frac{\alpha_m}{a_1} \sim \xi_{\text{mittel}} + \frac{1}{8}.$$

Aus der Bestimmung von $\frac{\alpha_m}{a_1}$ erhält man die erste Näherung der Normalverteilung, indem man die Reihenentwicklung beim dritten Gliede abbricht. Es ist dann

$$\frac{c_a \cdot t_{\text{norm}\,(1)}}{a_1} = \frac{\sqrt{1-y^2}}{\xi + \frac{3}{8}} \cdot \left[\frac{\alpha_m}{a_1} + \frac{1}{4}\right] \quad \ldots (13)$$

Diese erste Näherung gibt bereits Aufschluß über den charakteristischen Verlauf der Normalverteilung und genügt für Entwurfsrechnungen vollständig, da bei schlichten Flügelumrissen die Fehler etwa 3% bis 5% betragen.

Zur Bestimmung der höheren Koeffizienten berechnen wir lediglich denjenigen Teil der Auftriebsverteilung der als Differenz zwischen der Normalverteilung und einer rein elliptischen Verteilung gleichen Gesamtauftriebs gebildet werden kann. Würden wir dem Flügel durch Anstellwinkeländerung längs der Spannweite eine rein elliptische Auftriebsverteilung aufzwingen, also setzen:

$$c_a \cdot t = a_1 \cdot \sin\varphi = a_1 \cdot \sqrt{1-y^2},$$

so ist die Anstellwinkelverteilung gegeben durch:

$$\alpha_{\text{ell}} = a_1 \cdot \left(\xi + \frac{1}{8}\right).$$

Die Differenz zwischen dem konstanten Anstellwinkelverlauf α_m und dem Verlauf des elliptischen Anstellwinkels stellt diejenige Schränkung dar, die zu der Auftriebsverteilungsdifferenz zwischen Normalverteilung und rein elliptischer Verteilung gehört. Diese Differenzverteilung ist eine Nullverteilung, die sich mit dem Gesamtauftrieb affin ändert. Wir nennen sie elliptische Nullverteilung. Es ist also:

$$c_a \cdot t_{\text{norm}} = ca \cdot t_{\text{ell}} + c_a \cdot t . f_{\text{ell}}$$

weiterhin

$$\alpha_m = a_1 \cdot \left(\xi + \frac{1}{8}\right) + \Delta_{\text{ell}}.$$

Wir bestimmen nun aus dem Verlauf der elliptischen Schränkung die elliptische Nullverteilung.

Wir bilden:

$$\frac{\Delta_{\text{ell}}}{a_1} = \frac{\alpha_m}{a_1} - \left[\xi + \frac{1}{8}\right] \quad \ldots (14)$$

$$\frac{c_a \cdot t . f_{\text{ell}}}{a_1} = \frac{\sin\varphi}{\xi + \frac{2m+1}{8}} \cdot \left[\frac{\Delta_{\text{ell}}}{a_1} + \frac{m-1}{4}\cdot\frac{a_3}{a_1}\cdot\frac{\sin 3\varphi}{\sin\varphi} + \frac{m-2}{4}\cdot\frac{a_5}{a_1}\cdot\frac{\sin 5\varphi}{\sin\varphi} + \ldots + \frac{1}{4}\cdot\frac{a_{2m-1}}{a_1}\cdot\frac{\sin(2m-1)\varphi}{\sin\varphi}\right] \quad \ldots (15)$$

Die erste Näherung für die elliptische Nullverteilung ist dann:

$$\left[\frac{c_a \cdot t . f_{\text{ell}}}{a_1}\right]_{(1)} = \frac{\sqrt{1-y^2}}{\xi + \frac{3}{8}} \cdot \left[\frac{\Delta_{\text{ell}}}{a_1}\right] \quad \ldots (16)$$

Wir stellen nun fest, inwieweit diese Näherung dem wahren Verlauf entspricht. Aus der Reihe für α_m erhalten wir durch Subtraktion von $\xi + \frac{1}{8}$ folgenden Ausdruck:

$$\frac{\Delta_{ell}}{a_1} = \frac{a_3}{a_1}\cdot\frac{\sin 3\varphi}{\sin\varphi}\cdot\left[\xi+\frac{3}{8}\right]+\frac{a_5}{a_1}\cdot\frac{\sin 5\varphi}{\sin\varphi}\cdot\left[\xi+\frac{5}{8}\right]+\dots + \frac{a_{2m+1}}{a_1}\cdot\frac{\sin(2m+1)\varphi}{\sin\varphi}\cdot\left[\xi+\frac{2m+1}{8}\right].$$

Durch Umformung erhalten wir:

$$\left[\frac{\Delta_{ell}}{a_1}\right]\cdot\frac{\sin\varphi}{\xi+\frac{3}{8}} = \frac{a_3}{a_1}\cdot\sin 3\varphi+\frac{a_5}{a_1}\cdot\sin 5\varphi\cdot\left[\frac{\xi+\frac{5}{8}}{\xi+\frac{3}{8}}\right] + \frac{a_7}{a_1}\cdot\sin 7\varphi\left[\frac{\xi+\frac{7}{8}}{\xi+\frac{3}{8}}\right]+\dots + \frac{a_{2m+1}}{a_1}\cdot\sin(2m+1)\varphi\cdot\left[\frac{\xi+\frac{2m+1}{8}}{\xi+\frac{3}{8}}\right].$$

Man sieht, daß die erste Näherung sich nur durch das Hinzutreten der Quotienten $\left[\frac{\xi+\frac{2m+1}{8}}{\xi+\frac{3}{8}}\right]$ von der wahren Reihe für die elliptische Nullverteilung unterscheidet. Wir können demnach die ersten Koeffizienten $\frac{a_3}{a_1}$, $\frac{a_5}{a_1}$ usw. in guter Näherung aus $\frac{\Delta_{ell}}{a_1}\cdot\frac{\sin\varphi}{\xi+\frac{3}{8}}$ gewinnen, indem wir mit Hilfe harmonischer Analysis die ersten Fourier-Reihenglieder dieser Näherung bestimmen. Wir setzen also:

$$\frac{\Delta_{ell}}{a_1}\cdot\frac{\sin\varphi}{\xi+\frac{3}{8}} = c_3\cdot\sin 3\varphi + c_5\cdot\sin 5\varphi + \dots + c_n\cdot\sin n\varphi.$$

Da sich die Quotienten $\frac{\xi+\frac{2m+1}{8}}{\xi+\frac{3}{8}}$ um wenig von einem Mittelwert in bezug auf die φ-Koordinate unterscheiden, können wir die gesuchten Koeffizienten der Reihe näherungsweise bestimmen als:

$$\frac{a_3}{a_1} \cong c_3$$

$$\frac{a_5}{a_1} \cong c_5\cdot\left[\frac{\xi+\frac{3}{8}}{\xi+\frac{5}{8}}\right]_{\text{mittel}}$$

$$\frac{a_7}{a_1} \cong c_7\cdot\left[\frac{\xi+\frac{3}{8}}{\xi+\frac{7}{8}}\right]_{\text{mittel}}$$

....

Wir erhalten nunmehr eine höhere Näherung für $\frac{c_a\cdot t_{\cdot}/_{ell}}{a_1}$ indem wir die so gewonnenen Koeffizienten in Gleichung (15) einsetzen und etwa schreiben:

$$\left[\frac{c_a\cdot t_{\cdot}/_{ell}}{a_1}\right]_{③} = \frac{\sin\varphi}{\xi+\frac{7}{8}}\cdot\left[\frac{\Delta_{ell}}{a_1}+\frac{1}{2}\cdot\frac{a_3}{a_1}\cdot\frac{\sin 3\varphi}{\sin\varphi} + \frac{1}{4}\cdot\frac{a_5}{a_1}\cdot\frac{\sin 5\varphi}{\sin\varphi}\right] \quad \dots \quad (17)$$

Untersuchen wir nun wiederum den Genauigkeitsgrad dieser Näherung, so können wir nach einigen Umformungen setzen:

$$\frac{\sin\varphi}{\xi+\frac{7}{8}}\cdot\left[\frac{\Delta_{ell}}{a_1}+\frac{1}{2}\cdot\frac{a_3}{a_1}\cdot\frac{\sin 3\varphi}{\sin\varphi}+\frac{1}{4}\cdot\frac{a_5}{a_1}\cdot\frac{\sin 5\varphi}{\sin\varphi}\right] =$$

$$= \frac{a_3}{a_1}\cdot\sin 3\varphi+\frac{a_5}{a_1}\cdot\sin 5\varphi+\frac{a_7}{a_1}\cdot\sin 7\varphi+\frac{a_9}{a_1}\cdot\left[\frac{\xi+\frac{9}{8}}{\xi+\frac{7}{8}}\right] + \frac{a_{11}}{a_1}\cdot\sin 11\varphi\cdot\left[\frac{\xi+\frac{11}{8}}{\xi+\frac{7}{8}}\right]+\dots + \frac{a_{2m+1}}{a_1}\cdot\sin(2m+1)\varphi\cdot\left[\frac{\xi+\frac{2m+1}{8}}{\xi+\frac{7}{8}}\right].$$

Wertet man diese Näherung wiederum mit Hilfe harmonischer Analysis aus, so findet man die verbesserten Fourier-Reihenkoeffizienten d_3, d_5, d_7 usw. Wir bilden wiederum die Mittelwerte für die Quotienten $\frac{\xi+\frac{2m+1}{8}}{\xi+\frac{7}{8}}$ und berechnen hieraus die verbesserte Näherung der gesuchten Koeffizienten der elliptischen Nullverteilung als:

$$\frac{a_3}{a_1} = d_3$$

$$\frac{a_5}{a_1} = d_5$$

$$\frac{a_7}{a_1} = d_7$$

$$\frac{a_9}{a_1} = d_9\cdot\left[\frac{\xi+\frac{7}{8}}{\xi+\frac{9}{8}}\right]_{\text{mittel}}$$

$$\frac{a_{11}}{a_1} = d_{11}\cdot\left[\frac{\xi+\frac{7}{8}}{\xi+\frac{11}{8}}\right]_{\text{mittel}}.$$

....

Man kann dieses Verfahren so lange fortführen, bis der gewünschte Genauigkeitsgrad erreicht ist.

Es zeigt sich, daß für die Zwecke flugtechnischer Rechnungen, deren Genauigkeitsgrad nicht weitergetrieben zu werden braucht, als derjenige der sonstigen aerodynamischen Unterlagen, die Koeffizientenbestimmung meist bei $\frac{a_7}{a_1}$ abgebrochen werden kann. In vielen Fällen genügen sogar niedrigere Näherungen, wenn der Umriß des Flügels nur wenig vom elliptischen Umriß abweicht. Damit ist die Berechnung der Normalverteilung gelöst.

3. Nullverteilung.

Wir wenden uns nun der Aufgabe zu, die durch eine gleichseitige Verwindung (Schränkung) erzeugte Nullverteilung zu bestimmen. Der Anstellwinkelverlauf ist gegeben und muß in mittleren Anstellwinkel und reine Schränkung getrennt werden. Wir müssen also an Stelle der beliebig angenommenen flugzeugfesten Bezugsebene die wahren Schränkungswinkel auf die durch die Nullauftriebsachse des ganzen Flügels gegebene Richtung beziehen. Um diese Trennung durchzuführen, bedenken wir, daß die gesuchte Nullverteilung der Bedingung genügen muß:

$$\int_0^1 c_a\cdot t_{\cdot f}\cdot dy = 0.$$

Die erste Näherung dieser Nullverteilung ist:

$$|c_a\cdot t_{\cdot f}|_{①} = \frac{\sqrt{1-y^2}}{\xi+\frac{3}{8}}\cdot\Delta \quad \dots\dots \quad (18)$$

Da nun nicht Δ, sondern $\Delta+\varepsilon$ gegeben ist, wobei ε der von Nullauftriebsrichtung und Bezugsebene eingeschlossene Winkel bedeutet, bestimmen wir ε aus dem Integral:

$$\int_0^{+1} (\Delta + \varepsilon) \cdot \frac{\sqrt{1-y^2}}{\xi + \frac{3}{8}} \cdot d\,y = \varepsilon \cdot \int_0^{+1} \frac{\sqrt{1-y^2}}{\xi + \frac{3}{8}} \cdot d\,y.$$

Aus der ersten Näherung der gesuchten Nullverteilung bestimmen wir weiterhin in gleicher Weise wie bei der elliptischen Nullverteilung durch harmonische Analysis die ersten Koeffizienten der Fourier-Reihe. Schreiben wir die Nullverteilung an als:

$$c_a \cdot t_\Delta = a_3' \cdot \sin 3\varphi + a_5' \cdot \sin 5\varphi + \dots + a'_{2m+1} \cdot \sin (2m+1)\varphi,$$

dann ist:

$$\Delta = a_3' \cdot \frac{\sin 3\varphi}{\sin \varphi} \cdot \left[\xi + \frac{3}{8}\right] + a_5' \cdot \frac{\sin 5\varphi}{\sin \varphi} \cdot \left[\xi + \frac{5}{8}\right] + \dots + a'_{2m+1} \cdot \frac{\sin (2m+1)\varphi}{\sin \varphi} \cdot \left[\xi + \frac{2m+1}{8}\right].$$

Die erste Näherung der Nullverteilung entspricht also dem Ausdruck:

$$\Delta \cdot \frac{\sin \varphi}{\xi + \frac{3}{8}} = a_3' \cdot \sin 3\varphi + a_5' \cdot \sin 5\varphi \cdot \left[\frac{\xi + \frac{5}{8}}{\xi + \frac{3}{8}}\right] + \dots + a'_{2m+1} \cdot \sin (2m+1)\varphi \cdot \left[\frac{\xi + \frac{2m+1}{8}}{\xi + \frac{3}{8}}\right].$$

Unter Verwendung der Mittelwerte von $\left[\frac{\xi + \frac{2m+1}{8}}{\xi + \frac{3}{8}}\right]$ werden die ersten Koeffizienten näherungsweise bestimmt, daraus eine höhere Näherung gebildet, die sich durch weiteres Analysieren beliebig verbessern läßt. Da der Rechnungsgang im Prinzip der gleiche ist wie bei der Bestimmung der elliptischen Nullverteilung, brauchen wir hier nicht weiter darauf einzugehen. Bei den höheren Näherungen muß durch Kontrolle des Nullauftriebs gegebenenfalls eine Verbesserung von ε ausgeführt werden.

4. Normale Rollverteilung.

Entsprechend unserer Definition wird die normale Rollverteilung hervorgerufen durch geradlinige gegensinnige Verwindung des Flügels. Ist der Rollwinkel α_{ϱ_m}, so ist:

$$\alpha_{\varrho_m} = u \cdot y \quad \dots \dots \dots \quad (19)$$

Die normale Rollverteilung wird durch eine Fourier-Reihe mit geraden Gliedern ausgedrückt als:

$$c_a \cdot t_\varrho = a_2 \cdot \sin 2\varphi + a_4 \cdot \sin 4\varphi + a_6 \cdot \sin 6\varphi + \dots + a_{2m} \cdot \sin (2m)\varphi.$$

Der Anstellwinkelverlauf ist:

$$\alpha_{\varrho_m} = a_2 \cdot \frac{\sin 2\varphi}{\sin \varphi} \cdot \left[\xi + \frac{2}{8}\right] + a_4 \cdot \frac{\sin 4\varphi}{\sin \varphi} \cdot \left[\xi + \frac{4}{8}\right] + \dots + a_{2m} \cdot \frac{\sin (2m)\varphi}{\sin \varphi} \cdot \left[\xi + \frac{2m}{8}\right],$$

demnach:

$$c_a \cdot t_\varrho = \frac{\sin \varphi}{\xi + \frac{m}{4}} \left[\alpha_{\varrho_m} + \frac{m-1}{4} \cdot a_2 \cdot \frac{\sin 2\varphi}{\sin \varphi} + \frac{m-2}{4} \cdot a_4 \cdot \frac{\sin 4\varphi}{\sin \varphi} + \dots + \frac{m-n}{4} \cdot a_{2n} \cdot \frac{\sin (2n)\varphi}{\sin \varphi}\right] \quad \dots \quad (20)$$

Da sich die normale Rollverteilung affin mit a_2 ändert, bestimmen wir $\frac{c_a \cdot t_\varrho}{a_2}$. Der Ausdruck für das Rollmoment ist dann:

$$\int_{-1}^{+1} \frac{c_a \cdot t_\varrho}{a_2} \cdot y \cdot d\,y = -\frac{\pi}{4}.$$

Integrieren wir nun wiederum das Rollmoment aus dem obigen Ausdruck für $c_a \cdot t_\varrho$, so ist:

$$J_1 = \left[\frac{\frac{\alpha_{\varrho_m}}{y}}{a_2} - \frac{m-1}{2}\right] \cdot \int_{-1}^{+1} \frac{y^2 \cdot \sqrt{1-y^2}}{\xi + \frac{m}{4}} \cdot d\,y.$$

Das nächste Integral ist:

$$J_2 = \frac{m-2}{4} \cdot \frac{a_4}{a_2} \cdot \int_{-1}^{+1} y \cdot \frac{\sin 4\varphi}{\xi + \frac{m}{4}} \cdot d\,y.$$

Die weiteren Integrale sind:

$$J_n = \frac{m-n}{4} \cdot \frac{a_{2n}}{a_2} \cdot \int_{-1}^{+1} y \cdot \frac{\sin (2n)\varphi}{\xi + \frac{m}{4}} \cdot d\,y.$$

Es ist nun:

$$\int_{-1}^{+1} y \cdot \sin (2n)\varphi \cdot d\varphi = 0 \text{ für } n > 1.$$

Da weiterhin $\xi + \frac{m}{4}$ nur wenig von einem Mittelwert abweicht, werden die Integrale $J_2 \div J_n$ nahezu gleich Null. Wir erhalten also eine brauchbare Näherung für den Rollwinkel aus:

$$\frac{\alpha_{\varrho_m}/y}{a_2} \cong - \frac{\frac{\pi}{8}}{\int_0^{+1} y^2 \cdot \frac{\sqrt{1-y^2}}{\xi + \frac{m}{4}} \cdot d\,y} + \frac{m-1}{2} \quad . \quad (21)$$

Die Auswertung des Nennerintegrals wird auf graphischem Wege durchgeführt. Der für verschiedene Werte von m bestimmte Mittelwert von $\frac{\alpha_{\varrho_m}/y}{a_2}$ liegt innerhalb der Rechengenauigkeit. Für eine erste Näherungsrechnung bestimmt man das Integral, indem man für ξ einen Mittelwert einführt. Es ist dann

$$\frac{\alpha_{\varrho_m}/y}{a_2} \sim -2 \left[\xi_{\text{mittel}} + \frac{1}{4}\right].$$

Mit der Bestimmung von $\frac{\alpha_{\varrho_m}/y}{a_2}$ gewinnt man die erste Näherung der normalen Rollverteilung als:

$$\left[\frac{c_a \cdot t_\varrho}{a_2}\right]_{①} = \left[\frac{\alpha_{\varrho_m}/y}{a_2} - \frac{1}{2}\right] \cdot \frac{y \cdot \sqrt{1-y^2}}{\xi + \frac{1}{2}} \quad . \quad . \quad (22)$$

Zur Ableitung der höheren Näherungen müssen die weiteren Koeffizienten bestimmt werden. In ähnlicher Weise wie bei der Normalverteilung trennen wir in die elliptische Rollverteilung, gegeben durch:

$$\frac{c_a \cdot t_{\varrho\,\text{ell}}}{a_2} = \sin 2\varphi$$

und in den Rest, der eine Rollnullverteilung darstellt, die sich mit a_2 affin ändert. Es ist also:

$$\frac{(c_a \cdot t_\varrho)_\Delta}{a_2} = \frac{c_a \cdot t_\varrho}{a_2} - \sin 2\varphi \quad \dots \dots \quad (23)$$

Die zu $(c_a \cdot t_\varrho)_\Delta$ gehörige Anstellwinkelverteilung ist:

$$\frac{\Delta_\varrho}{a_2} = \frac{\alpha_{\varrho_m}}{a_2} - \frac{\sin 2\varphi}{\sin \varphi} \cdot \left[\xi + \frac{1}{4}\right],$$

oder, da zur Bildung der weiteren Näherungen $\frac{\Delta_\varrho/y}{a_2}$ verwendet wird



$$\frac{\Delta_\varphi/y}{a_2} = \frac{\alpha_{Q_m}/y}{a_2} + 2\left[\xi + \frac{1}{4}\right] \quad \ldots\ldots \quad (24)$$

Andererseits muß sein:

$$\frac{\Delta_\varphi/y}{a_2} = -2\cdot\frac{a_4}{a_2}\cdot\frac{\sin 4\varphi}{\sin 2\varphi}\left[\xi+\frac{1}{2}\right] - 2\cdot\frac{a_6}{a_2}\cdot\frac{\sin 6\varphi}{\sin 2\varphi}\left[\xi+\frac{3}{4}\right] - \ldots - 2\cdot\frac{a_{2n}}{a_2}\cdot\frac{\sin(2n)\varphi}{\sin 2\varphi}\left[\xi+\frac{m}{4}\right].$$

Da die erste Näherung der Rollnullverteilung in bekannter Weise bestimmt wird als:

$$\left[\frac{(c_a\cdot t_Q).I}{a_2}\right]_{①} = \left[\frac{\Delta_\varphi/y}{a_2}\right]\cdot\frac{y\cdot\sqrt{1-y^2}}{\xi+\frac{1}{2}} \quad \ldots\ldots \quad (25)$$

berechnen wir die Koeffizienten aus:

$$\frac{\Delta_\varphi/y}{a_2}\cdot\frac{y\cdot\sqrt{1-y^2}}{\xi+\frac{1}{2}} = \frac{a_4}{a_2}\cdot\sin 4\varphi + \frac{a_6}{a_2}\cdot\sin 6\varphi\cdot\left[\frac{\xi+\frac{3}{4}}{\xi+\frac{1}{2}}\right] + \ldots + \frac{a_{2n}}{a_2}\cdot\sin(2n)\varphi\cdot\left[\frac{\xi+\frac{m}{4}}{\xi+\frac{1}{2}}\right],$$

indem wir wiederum die Mittelwerte aus $\left[\frac{\xi+\frac{m}{4}}{\xi+\frac{1}{2}}\right]$ bilden und die aus der harmonischen Analysis gewonnenen Koeffizienten hiermit korrigieren. Die höhere Näherung für die gesuchte »elliptische« Rollnullverteilung ist dann:

$$\left[\frac{(c_a\cdot t_Q).I}{a_2}\right]_{ⓜ} = \frac{y\cdot\sqrt{1-y^2}}{\xi+\frac{m}{4}}\cdot\left[\frac{\Delta_\varphi/y}{a_2} - \frac{(m-2)}{2}\cdot\frac{a_4}{a_2}\cdot\frac{\sin 4\varphi}{\sin 2\varphi} - \ldots - \frac{(m-n)}{2}\cdot\frac{a_{2n}}{a_2}\cdot\frac{\sin(2n)\varphi}{\sin 2\varphi}\right] \quad \ldots\ldots \quad (26)$$

Hieraus werden die Koeffizienten in m-ter Näherung mit Hilfe folgender Beziehung bestimmt:

$$\frac{y\cdot\sqrt{1-y^2}}{\xi+\frac{m}{4}}\left[\frac{\Delta_\varphi/y}{a_2} - \frac{(m-2)}{2}\cdot\frac{a_4}{a_2}\cdot\frac{\sin 4\varphi}{\sin 2\varphi} - \frac{(m-n)}{2}\cdot\frac{a_{2n}}{a_2}\cdot\frac{\sin(2n)\varphi}{\sin 2\varphi}\right] =$$

$$= \sum_{n=2}^{n=m}\frac{a_{2n}}{a_2}\cdot\sin(2n)\varphi + \sum_{n=m+1}^{n=\infty}\frac{a_{2n}}{a_2}\cdot\sin(2n)\varphi\left[\frac{\xi+\frac{n}{4}}{\xi+\frac{m}{4}}\right].$$

Es ist also beispielsweise für $m=4$:

$$\frac{y\sqrt{1-y^2}}{\xi+\frac{4}{4}}\left[\frac{\Delta_\varphi/y}{a_2} - \frac{2}{2}\cdot\frac{a_4}{a_2}\cdot\frac{\sin 4\varphi}{\sin 2\varphi} - \frac{1}{2}\cdot\frac{a_6}{a_2}\cdot\frac{\sin 6\varphi}{\sin 2\varphi}\right] =$$

$$= \frac{a_4}{a_2}\cdot\sin 4\varphi + \frac{a_6}{a_2}\cdot\sin 6\varphi + \frac{a_8}{a_2}\cdot\sin 8\varphi + \frac{a_{10}}{a_2}\cdot\sin 10\varphi\left[\frac{\xi+\frac{5}{4}}{\xi+\frac{4}{4}}\right] + \frac{a_{12}}{a_2}\cdot\sin 12\varphi\left[\frac{\xi+\frac{6}{4}}{\xi+\frac{4}{4}}\right] + \frac{a_{14}}{a_2}\cdot\sin 14\varphi\left[\frac{\xi+\frac{7}{4}}{\xi+\frac{4}{4}}\right] + \ldots$$

Die Koeffizientenbestimmung führt man so weit, bis die gewünschte Genauigkeit erreicht ist.

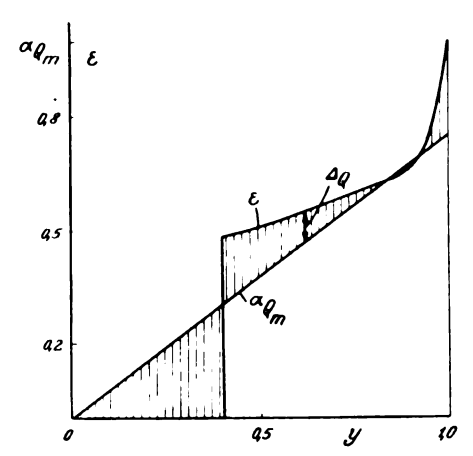


Abb. 5. Trennung des Rollwinkels ε in mittleren Rollwinkel α_{Q_m} und den Rollschränkungswinkel Δ_Q.

5. Rollnullverteilung.

Die durch Querruderausschlag erzeugte Rollverteilung wird berechnet, indem man diese Verteilung aus einer normalen Rollverteilung und einer Rollnullverteilung zusammengesetzt denkt. Wir müssen deshalb den zusätzlichen Anstellwinkelverlauf durch Querruderausschlag in den Normalanteil mit geradlinigem Verlauf und einen Schränkungsanteil trennen (Abb. 5). Da der zusätzliche Nullanstellwinkelverlauf durch Querruderausschlag dem Querruderausschlagwinkel verhältig ist, tragen wir das Verhältnis der beiden Winkel zueinander auf und bilden also:

$$\frac{\alpha_{0_Q}}{\beta} = \varepsilon$$

andererseits ist:

$$\varepsilon = \alpha_{Q_m} + \Delta_Q \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (27)$$

oder:

$$\frac{\varepsilon}{y} = \frac{\alpha_{Q_m}}{y} + \frac{\Delta_Q}{y} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (27\,a)$$

Es handelt sich nun darum, zu einem gegebenen Verlauf von $\frac{\varepsilon}{y}$ den konstanten Anteil $\frac{\alpha_{Q_m}}{y}$ zu bestimmen. Diese Trennung wird auf der Grundlage durchgeführt, daß das durch ε erzeugte Rollmoment gleich dem durch α_{Q_m} erzeugten Rollmoment sein muß.

Die durch den Verlauf von ε erzeugte Rollverteilung kann in erster Näherung angegeben werden als:

$$(c_a\cdot t)_Q = \left[\frac{\varepsilon}{y} - \frac{a_2}{2}\right]\cdot\frac{y\cdot\sqrt{1-y^2}}{\xi+\frac{1}{2}} \quad \ldots\ldots \quad (28)$$

Das Rollmoment ist dann:

$$\int_{-1}^{+1}(c_a\cdot t)_Q\cdot y\cdot d\,y = \int_{-1}^{+1}\frac{\varepsilon}{y}\cdot\frac{y^2\sqrt{1-y^2}}{\xi+\frac{1}{2}}\cdot d\,y - \frac{a_2}{2}\int_{-1}^{+1}\frac{y^2\sqrt{1-y^2}}{\xi+\frac{1}{2}}\cdot d\,y.$$

Da andererseits

$$\int_{-1}^{+1} (c_a \cdot t)_\varphi \cdot y \cdot d\,y = -a_2 \cdot \frac{\pi}{4}$$

sein muß, so ist a_2 bestimmt als:

$$a_2 = \frac{2 \int_0^{+1} \frac{\varepsilon}{y} \cdot \frac{y^2 \sqrt{1-y^2}}{\xi + \frac{1}{2}} \cdot d\,y}{\int_0^{+1} \frac{y^2 \sqrt{1-y^2}}{\xi + \frac{1}{2}} \cdot d\,y - \frac{\pi}{4}} \quad \ldots \ldots (29)$$

Da wir zur Berechnung der normalen Rollverteilung den auf a_2 bezogenen mittleren Rollwinkel bestimmt haben, so ist $\frac{\alpha_{\varphi_m}}{y}$ gegeben und wir können den Schränkungsverlauf des Rollwinkels $\frac{\Delta_\varphi}{y}$ durch Differenzbildung ermitteln.

Die erste Näherung der nunmehr gesuchten Rollnullverteilung wird analog wie oben gebildet als:

$$\left|(c_a \cdot t)_\varphi\right|_{\textcircled{1}} = \frac{\Delta_\varphi}{y} \cdot \frac{y \cdot \sqrt{1-y^2}}{\xi + \frac{1}{2}} \quad \ldots \ldots (30)$$

Wir berechnen hieraus in der üblichen Weise die höheren Koeffizienten durch harmonische Analysis. Da a_2 als erste Näherung bestimmt war, muß bei höheren Näherungen die Rollmomentennullbedingung kontrolliert werden und weitere Korrekturen an $\frac{\alpha_{\varphi_m}}{y}$ bzw. $\frac{\Delta_\varphi}{y}$ vorgenommen werden.

V. Graphisches Analogon.

Die rechnerische Bestimmung der Auftriebsverteilung kann durch ein graphisch arbeitendes Verfahren ersetzt werden. Ein solches Verfahren hat den Vorzug der Anschaulichkeit und vermittelt zugleich das Verständnis der rechnerischen Behandlung der gestellten Aufgabe. Die Grundlage des Verfahrens sei in folgendem kurz erläutert. Trägt man den Verlauf von $\frac{c_a \cdot t}{a_1}$ als Funktion des Anstellwinkels $\frac{\alpha}{a_1}$ auf, so erhält man für solche Auftriebsverteilungen des Flügels, die aus den beiden ersten Gliedern $\frac{a_1}{a_1}$ und $\frac{a_3}{a_1}$ gebildet sind, den aus Abb. 6 ersichtlichen Zusammenhang. Die bestimmten Punkten der Spannweite zugeordneten Werte von $\frac{c_a \cdot t}{a_1}$ liegen auf Geraden, die durch den Punkt $\frac{\alpha_m}{a_1} = -\frac{1}{4}$, $\frac{c_a \cdot t}{a_1} = 0$ gehen. Es ist nämlich:

$$\frac{c_a \cdot t}{a_1} = \sin\varphi + \frac{a_3}{a_1} \cdot \sin 3\varphi$$

$$\frac{\alpha}{a_1} = \left[\xi + \frac{1}{8}\right] + \frac{a_3}{a_1} \cdot \frac{\sin 3\varphi}{\sin\varphi}\left[\xi + \frac{3}{8}\right]$$

für $\frac{c_a \cdot t}{a_1} = 0$ wird dann:

$$\frac{\alpha}{a_1} = -\frac{1}{4}.$$

Mit Hilfe dieser Gesetzmäßigkeit können wir eine gesuchte Auftriebsverteilung in erster Näherung graphisch auf folgendem Wege ermitteln:

Gegeben seien Tiefenverteilung und Anstellwinkelverlauf, gesucht diejenige Auftriebsverteilung, die in erster Näherung einen bestimmten Gesamtauftrieb erzeugt. In dem räumlichen Koordinatensystem $\frac{\alpha}{a_1}$, $\frac{c_a \cdot t}{a_1}$ und y (Abb. 7) zeichnen wir diejenige Auftriebsverteilung ein, die einer rein elliptischen Verteilung entspricht

$$\left(\frac{c_a \cdot t}{a_1} = \sqrt{1-y^2};\quad \frac{\alpha}{a_1} = \xi + \frac{1}{8}\right).$$

Wir ziehen nun die Spurgerade $\frac{\alpha}{a_1} = -\frac{1}{4}$ und legen durch die elliptische Auftriebsverteilung und diese Spurgerade eine Fläche fest, in der alle Auftriebsverteilungen enthalten sind, die den Gesamtauftrieb

$$\int_0^{+1} \frac{c_a \cdot t}{a_1} \cdot d\,y = +\frac{\pi}{4}$$

liefern und durch die beiden ersten Glieder der Fourier-Reihe gebildet werden können. Nehmen wir nun an, daß die gesuchte Auftriebsverteilung in erster Näherung zwischen den exaktmöglichen Auftriebsverteilungen interpoliert werden kann, dann müssen wir diejenige Kurve auf der festgelegten Fläche suchen, deren Projektion den gegebenen Anstellwinkelverlauf aus der $\frac{\alpha}{a_1} \div y$-Ebene herausschneidet, und deren Flächeninhalt in der $\frac{c_a \cdot t}{a_1} \div y$-Ebene $\frac{\pi}{4}$ ist. Diese Konstruktion ist in Abb. 7[5]) veranschaulicht. Die so gefundene erste Näherung der Auftriebsverteilung entspricht, wie sich leicht nachweisen läßt, der abgeleiteten ersten Näherung der Auftriebsverteilung:

$$\frac{c_a \cdot t}{a_1} = \left[\frac{\alpha}{a_1} + \frac{1}{4}\right] \frac{\sqrt{1-y^2}}{\xi + \frac{3}{8}}.$$

Man kann auf die gleiche Weise höhere Näherungen in dem 3-Koordinatensystem bestimmen, indem man beispielsweise für die zweite Näherung den Koeffizienten $\frac{a_3}{a_1}$ festlegt (harmonische Analysis, erste Näherung). Die Spur für die Fläche zugeordneter Auftriebsverteilungen ist dann keine Gerade mehr, sondern hat die Funktion:

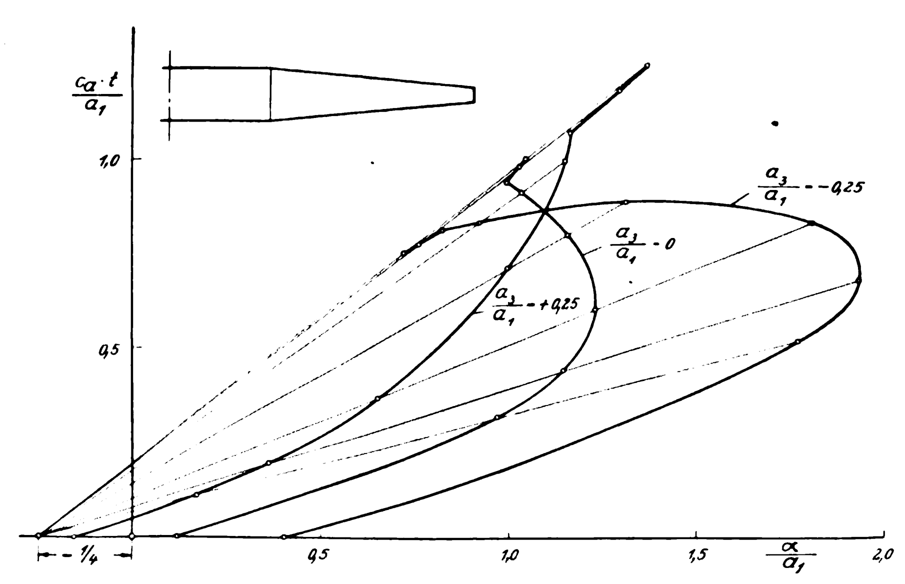


Abb. 6. Zusammenhang zwischen Auftriebsverteilung und Anstellwinkelverlauf für zweigliedrige Auftriebsverteilungen.

[5]) In dieser Abbildung wurde die Bestimmung einer Normalverteilung mit konstantem Anstellwinkelverlauf dargestellt.



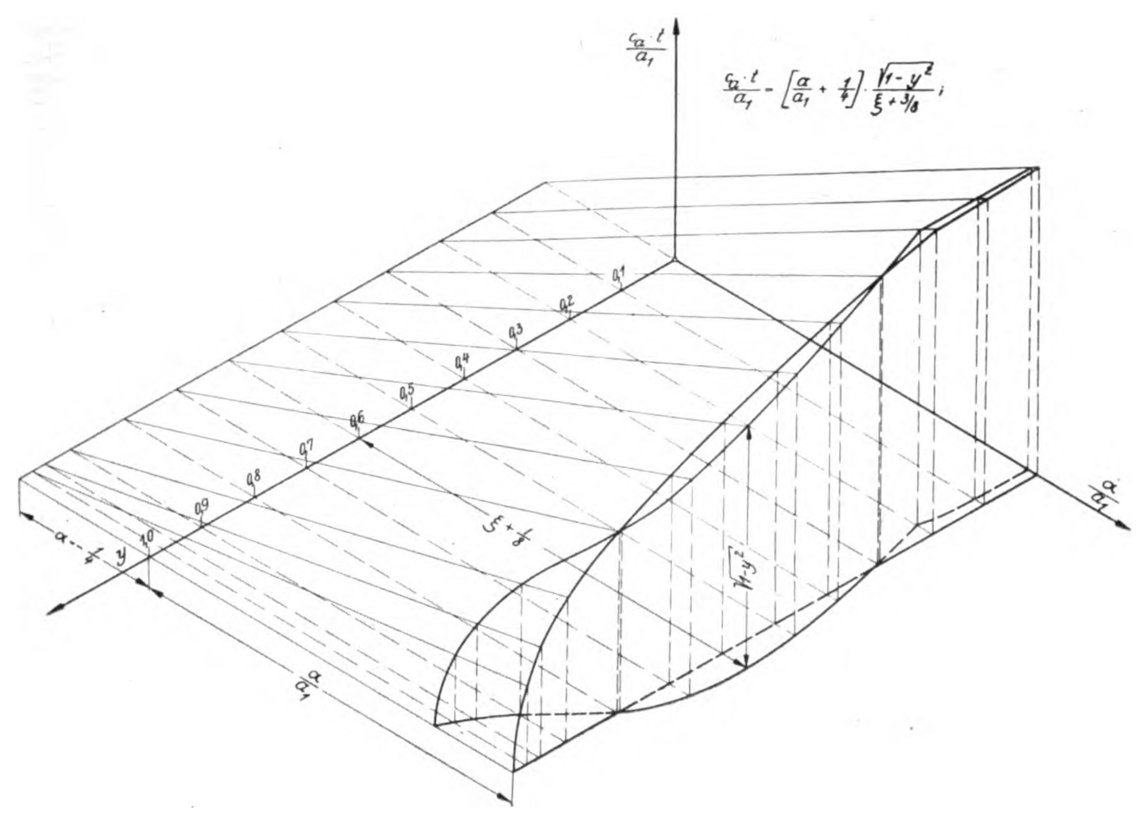


Abb. 7. Graphische Bestimmung der ersten Näherung einer Auftriebsverteilung.

$$\left[\frac{\alpha}{a_1}\right]_{\text{Spur}} = -\left[\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{a_3}{a_1} (4\,y^2 - 1)\right].$$

Abb. 8 zeigt die Ermittlung einer solchen zweiten Näherung. Weitere Näherungen werden in gleicher Weise gebildet, nachdem die entsprechenden Koeffizienten durch Analysis bekannt sind. Allerdings hat eine solche Weiterführung der graphischen Ermittlung kaum praktischen Sinn, weil in den meisten Fällen die Zeichengenauigkeit nicht ausreicht, um die noch möglichen Verbesserungen der Lösung darzustellen. In erster Linie eignet sich die Methode dazu, um das Verfahren anschaulich verständlich zu machen und die Bestimmung der ersten Näherung zeichnerisch durchzuführen.

Es sei jedoch noch auf eine andere Methode zur graphischen Bestimmung der Auftriebsverteilung hingewiesen, deren Handhabung sich einfacher durchführen läßt. Zur

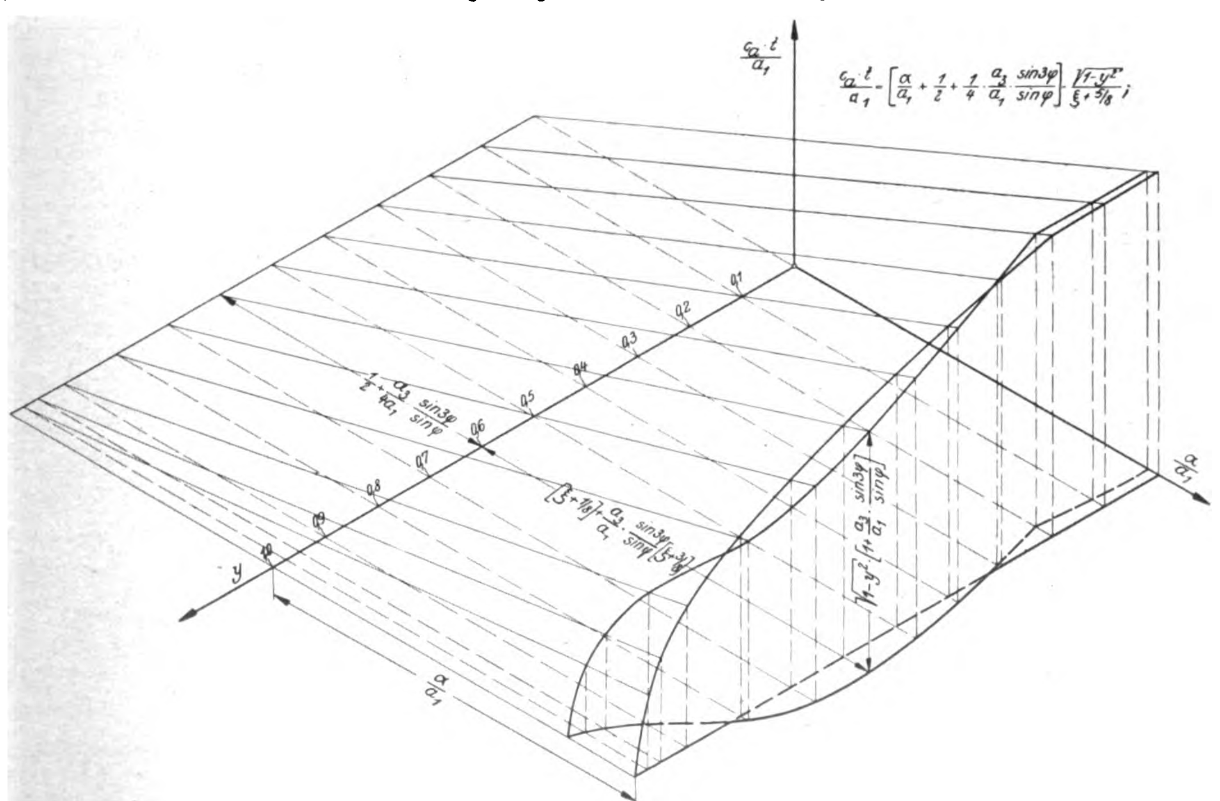


Abb. 8. Graphische Bestimmung der zweiten Näherung einer Auftriebsverteilung.

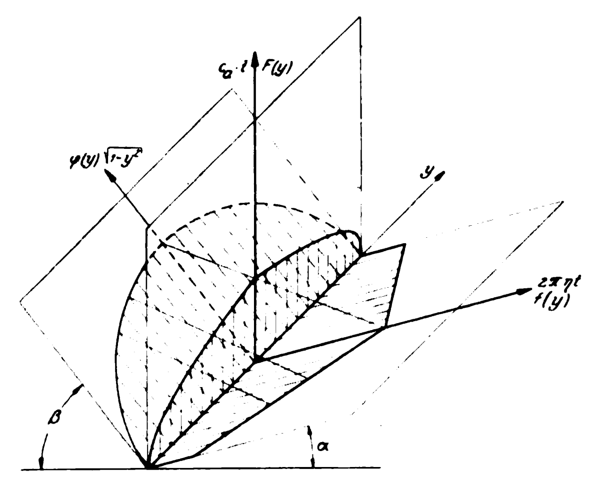


Abb. 9. Projektive Bestimmung der Auftriebsverteilung.

Erläuterung diene Abb. 9. Auf drei Ebenen, die sich in einer Geraden schneiden, sind die Funktionen $f(y)$, $F(y)$ und $\varphi(y)$ aufgetragen mit der Nebenbedingung, daß die Punkte der drei Funktionen, die zu gleichen Werten von y gehören, auf einer Geraden liegen. Mit den Bezeichnungen der Abb. 9 ist dann:

$$F(y) = \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos\beta} \cdot \frac{f(y)\cdot\varphi(y)}{\varphi(y) + f(y)\dfrac{\cos\alpha}{\cos\beta}}.$$

Formen wir andererseits die Beziehung für die erste Näherung der Auftriebsverteilung um, so erhalten wir:

$$\frac{c_a \cdot t}{a_1} = \left[\frac{\alpha}{a_1} + \frac{1}{4}\right] \frac{2\pi\cdot\eta\cdot t\cdot\sqrt{1-y^2}}{\sqrt{1-y^2} + 2\pi\cdot\eta\cdot t\cdot\dfrac{3}{8}}.$$

Setzen wir nun:

$$2\pi\cdot\eta\cdot t = f(y)$$

$$\sqrt{1-y^2} = \varphi(y)$$

$$\frac{\cos\alpha}{\cos\beta} = \frac{3}{8}$$

$$\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos\beta} = \left[\frac{\alpha}{a_1} + \frac{1}{4}\right]$$

so wird:

$$\frac{c_a \cdot t}{a_1} = F(y).$$

Auch aus dieser Form kann man höhere Näherungen ableiten, indem man die Beziehungen zwischen der Längenordinate y und den Winkeln α und β als neue Veränderliche einführt. Diese Methode läßt sich auf einfache Weise so ausbauen, daß ein mechanisches Zeichengerät zur Ermittlung der Auftriebsverteilung daraus entwickelt werden kann.

Die oben gegebene Ableitung zur zeichnerischen Bestimmung der Auftriebsverteilung hatte lediglich für Normal- und Nullverteilung Gültigkeit. Es läßt sich aber auch zur Bestimmung der Rollverteilungen ein ähnliches Verfahren angeben. Da hierbei nicht die Rollverteilung selbst sondern das Rollmoment konstant gehalten wird, wird auch die Rollmomentenverteilung durch Projektion bestimmt. Abb. 10 zeigt die Konstruktion zur Bestimmung der ersten Näherung einer normalen Rollverteilung. Aus der Abbildung ist ohne weiteres abzulesen:

$$\frac{c_a \cdot t_q}{a_2} \cdot y = \left[\frac{\alpha_q/y}{a_2} - \frac{1}{2}\right] \frac{y^2\sqrt{1-y^2}}{\xi + \dfrac{1}{2}}.$$

Auch hier ist also die Spur eine Gerade durch $\dfrac{\alpha_q/y}{a_2} = +\dfrac{1}{2}$. Weitere Näherungen werden in der gleichen Weise wie oben abgeleitet, indem man die höheren Spurfunktionen bestimmt.

Bei einem Tragflügel, deren Tiefen- oder Anstellwinkelverlauf Ecken aufweist, so daß an diesen Punkten dt/dy oder $d\alpha/dy$ unstetig wird, liefert das hier wiedergegebene Verfahren in den niederen Näherungen ebenfalls Ecken in der Auftriebsverteilung. Da in diesen Punkten dann auch $d(c_a \cdot t)/dy$ unstetig ist, liefert das Integral für α_i den unbestimmten Ausdruck ∞. Die Näherungsrechnung gibt also an solchen Punkten ein mathematisch falsches Ergebnis. Auf die Genauigkeit des Gesamtergebnisses hat dies keinen Einfluß.

Will man das Auftreten solcher Knickpunkte grundsätzlich vermeiden, so kann man die Ecken in Tiefen- oder Anstellwinkelverteilung durch kleine Ausrundungen ersetzen, wie dies bei der praktischen Ausführung des Flügels ja auch tatsächlich stets der Fall ist.

Hiermit sind die Unterlagen für die Gestaltung eines Rechenverfahrens zur Bestimmung beliebiger Auftriebsverteilungen erläutert. Wir gehen nun dazu über, den Gang der Rechnung an Hand von Beispielen zu zeigen.

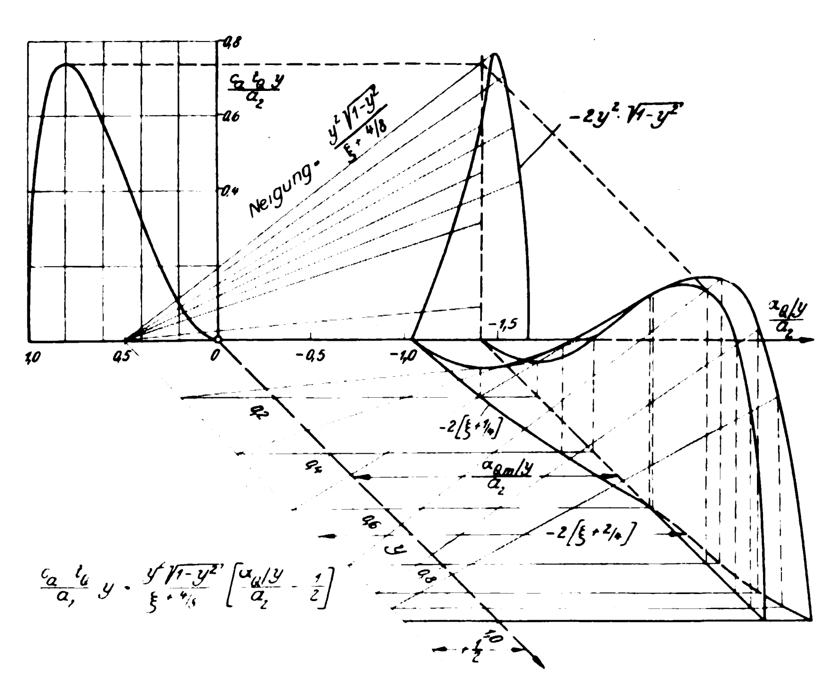


Abb. 10. Graphische Bestimmung einer normalen Rollverteilung.

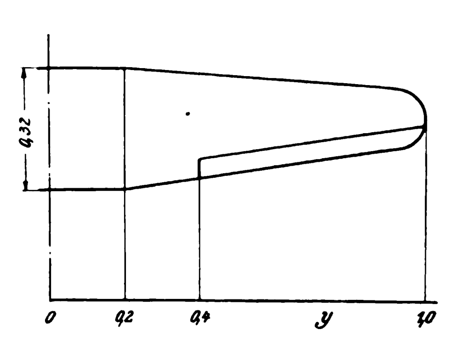


Abb. 11. Tragflügelgrundriß des Rechenbeispiels.

Tafel I. $F = 0{,}4894$. $\Lambda = 8{,}173$.

y	$\frac{b/2=1}{t}$	ξ	$\xi + \frac{1}{8}$	$\frac{\Lambda}{a_{1\,\mathrm{ell}}}$	$\left[\frac{c_a \cdot t_{\Lambda\,\mathrm{ell}}}{a_1}\right]_1$	$\left[\frac{c_a \cdot t_{\Lambda\,\mathrm{ell}}}{a_1}\right]_2$	$\left[\frac{c_a \cdot t_{\Lambda\,\mathrm{ell}}}{a_1}\right]_3$	$\left[\frac{c_a \cdot t_{\Lambda\,\mathrm{ell}}}{a_1}\right]_4$
0,00	0,3200	0,5584	0,6834	+ 0,0161	+ 0,0173	+ 0,0121	+ 0,0145	+ 0,0156
0,10	0,3200	0,5558	0,6808	+ 0,0187	+ 0,0200	+ 0,0144	+ 0,0157	+ 0,0161
0,20	0,3200	0,5471	0,6721	+ 0,0274	+ 0,0291	+ 0,0216	+ 0,0200	+ 0,0186
0,30	0,2975	0,5730	0,6980	+ 0,0015	+ 0,0015	+ 0,0003	— 0,0001	— 0,0003
0,40	0,2750	0,5953	0,7203	— 0,0208	— 0,0196	— 0,0161	— 0,0161	— 0,0160
0,50	0,2525	0,6129	0,7379	— 0,0384	— 0,0337	— 0,0269	— 0,0269	— 0,0266
0,60	0,2300	0,6212	0,7462	— 0,0467	— 0,0375	— 0,0295	— 0,0295	— 0,0293
0,70	0,2075	0,6150	0,7400	— 0,0405	— 0,0292	— 0,0224	— 0,0219	— 0,0216
0,80	0,1850	0,5795	0,7045	— 0,0050	— 0,0031	— 0,0011	— 0,0005	— 0,0001
0,90	0,1600	0,4869	0,6119	+ 0,0876	+ 0,0443	+ 0,0359	+ 0,0348	+ 0,0341
0,95	0,1235	0,4520	0,5770	+ 0,1225	+ 0,0463	+ 0,0368	+ 0,0367	+ 0,0370
0,975	0,0910	0,4365	0,5615	+ 0,1380	+ 0,0378	+ 0,0299	+ 0,0303	+ 0,0309
1,00	0,0000	0,4270	0,5520	+ 0,1475	± 0,0000	± 0,0000	± 0,0000	± 0,0000

VI. Rechenbeispiele.

Um die Durchführung einer Auftriebsverteilungsrechnung zu erläutern, wird in folgendem eine solche Rechnung im Auszug wiedergegeben. Es handelt sich hierbei um einen normalen Tragflügel, der zur Zeit üblichen Bauarten entspricht. In Abb. 11 ist der Halbflügel im Grundriß dargestellt. Die betreffenden Festwerte für diesen Flügel sind in Tafel I zusammengestellt. Der Wirkungsgrad des Auftriebsanstieges wurde mit $\eta = 0{,}89$ entsprechend einer Profildicke von 12% bis 14% eingesetzt. Aus den Festwerten wurden die Integrale $\int_0^1 \frac{\sqrt{1-y^2}}{\xi + \frac{2m+1}{8}} \cdot dy$ für $m = 1, 2, 3$ graphisch ausgewertet und hieraus nach Formel (12) $\frac{\alpha_m}{a_1}$ bestimmt. Die Zusammenstellung in Tafel II zeigt, daß nur kleine Abweichungen eintreten, so daß der mittlere Anstellwinkel hieraus mit weniger als 1% Fehler bestimmt ist.

Tafel II.

m	$\int_0^1 \frac{\sqrt{1-y^2}}{\xi + \frac{2m+1}{8}} \cdot \alpha\, y$	$\frac{\alpha_m}{a_1}$
1	0,8272	0,6995
2	0,6543	0,7000
3	0,5420	0,6990
	$\left[\frac{\alpha_m}{a_1}\right]_{\mathrm{mittel}} =$	0,6995

Der als nullte Näherung über den Mittelwert von ξ bestimmte Wert von $\frac{\alpha_m}{a_1}$ ist mit 0,695 ebenfalls für Überschlagsrechnungen bereits ausreichend genau. Eine Kontrollrechnung für den Auftriebsanstieg des ganzen Flügels muß bekanntlich einen flacheren Anstieg ergeben, als den eines elliptisch umrissenen Flügels mit gleichem Λ und η. Die folgende Zusammenstellung zeigt die hierfür bestimmten Werte.

$$\left[\frac{\partial c_a}{\partial \alpha}\right]_{\mathrm{ell}} = 2\pi \cdot \eta \cdot \frac{\Lambda}{\Lambda + 2\eta} = 4{,}595,$$

$$\left[\frac{\partial c_a}{\partial \alpha}\right]_{\mathrm{eff}} = \frac{\pi}{2 \cdot F \cdot \frac{\alpha_m}{a_1}} = 4{,}588.$$

Da der Flügelumriß nicht wesentlich vom elliptischen Umriß abweicht, ist die Verminderung des Auftriebsanstiegs nur geringfügig.

Es wurde sodann die elliptische Schränkung $\left[\frac{\Lambda}{a_1}\right]_{\mathrm{ell}}$ bestimmt und hieraus vier Stufen der Näherung der elliptischen Nullverteilung berechnet. Diese Werte wurden ebenfalls in Tafel 1 zusammengestellt. Die Koeffizientenbestimmung aus der harmonischen Analysis der einzelnen Näherungen ist in Tafel III durch Gegenüberstellung der aus den einzelnen Stufen gewonnenen Koeffizienten gut zu übersehen.

Tafel III.

m	$\frac{a_3}{a_1}$	$\frac{a_5}{a_1}$	$\frac{a_7}{a_1}$
1	+ 0,0069	+ 0,0312	+ 0,0022
2	+ 0,0063	+ 0,0314	+ 0,0020
3	+ 0,0062	+ 0,0312	+ 0,0025

Man erkennt, daß die vorhandenen Abweichungen bereits innerhalb der Rechnungsgenauigkeit liegen und daß die über die Mittelwertbildung von $\frac{\xi + \frac{2m+1}{8}}{\xi + \frac{3}{8}}$ usw. bestimmten Koeffizienten bereits ausreichende Genauigkeit aufweisen. Den Verlauf der für die Rechnung wesentlichen Funktionen zeigt Abb. 12.

Um die Genauigkeit der Rechnung für die Bestimmung eines gebräuchlichen Flugzustandes zur Darstellung zu bringen, wurden die vier Näherungen der Normalverteilung auf einen Flugzustand von $c_{a_{\mathrm{ges}}} = 1{,}0$ umgerechnet. Hieraus wurde der Verlauf des Auftriebsbeiwertes bestimmt. Die betreffenden Zahlenwerte sind in Tafel IV zusammengestellt und durch Abb. 13 erläutert. Man sieht hier sehr deutlich, daß die erste Näherung die charakteristische Form der Auftriebsverteilung bereits eindeutig wiedergibt. Die Verbesserungen durch stufenweise Näherung sind so geringfügig, daß es zeichnerisch nur möglich ist, die vierte Näherung noch darzustellen. Auch im c_a-Beiwert sind die auftretenden Differenzen kaum größer als die Fehler bei der Messung dieser Beiwerte.

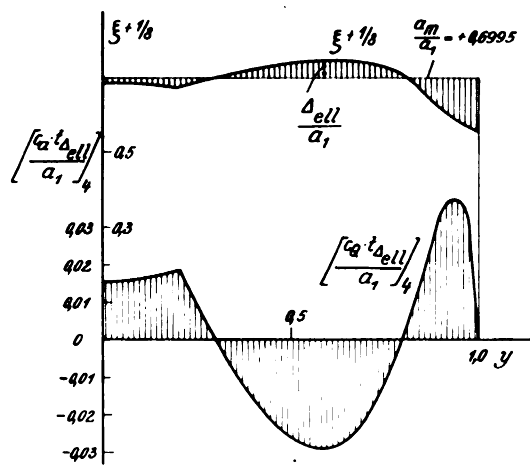
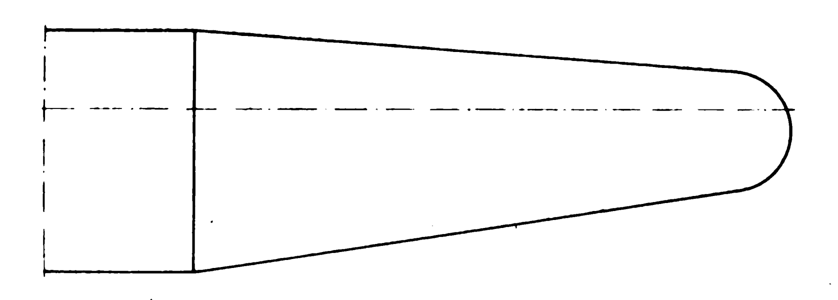


Abb. 12. Die elliptische Nullverteilung und zugehörige Schränkung entsprechend der Beispielrechnung.

Tafel IV. Normalverteilung für $c_{a\,ges} = 1,0$.

y	$c_a \cdot t$ ①	$c_a \cdot t$ ②	$c_a \cdot t$ ③	$c_a \cdot t$ ④	c_a ①	c_a ②	c_a ③	c_a ④
0,00	0,3171	0,3155	0,3164	0,3166	0,9910	0,9860	0,9889	0,9896
0,10	0,3165	0,3147	0,3151	0,3153	0,9890	0,9833	0,9850	0,9853
0,20	0,3146	0,3122	0,3116	0,3113	0,9833	0,9759	0,9740	0,9730
0,30	0,2979	0,2975	0,2974	0,2973	1,0010	0,9998	0,9992	0,9990
0,40	0,2796	0,2808	0,2808	0,2808	1,0167	1,0210	1,0210	1,0210
0,50	0,2596	0,2616	0,2616	0,2618	1,0292	1,0361	1,0361	1,0367
0,60	0,2378	0,2403	0,2403	0,2403	1,0340	1,0446	1,0446	1,0446
0,70	0,2135	0,2156	0,2159	0,2160	1,0289	1,0394	1,0403	1,0409
0,80	0,1861	0,1867	0,1870	0,1870	1,0060	1,0092	1,0094	1,0094
0,90	0,1498	0,1472	0,1468	0,1466	0,9361	0,9200	0,9173	0,9161
0,95	0,1118	0,1089	0,1088	0,1089	0,9052	0,8818	0,8810	0,8818
0,975	0,0811	0,0786	0,0788	0,0790	0,8911	0,8639	0,8660	0,8681
1,00	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,8817	0,8530	0,8572	0,8620



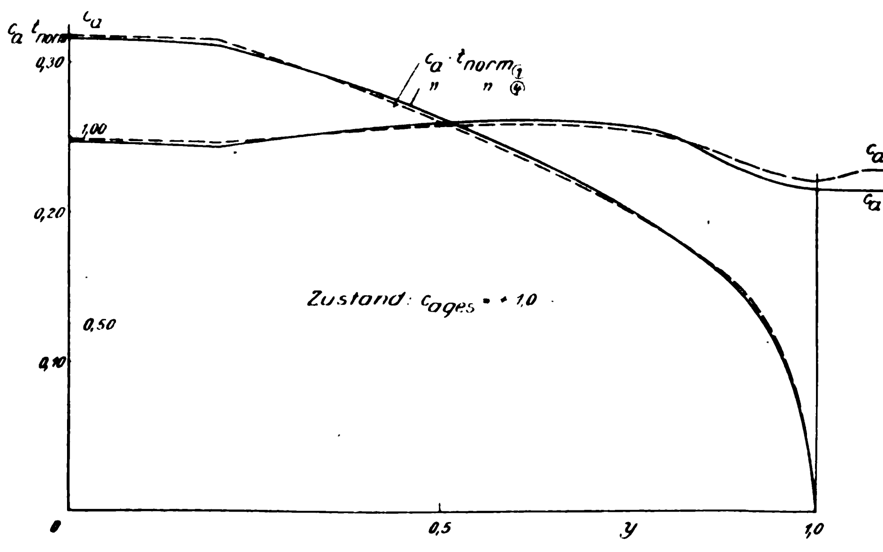


Abb. 13. Resultate der Auftriebsverteilungsrechnung für die erste und vierte Näherung.

Die Berechnung einer Nullverteilung wird der Kürze halber hier übergangen, da eine solche mit der ausgeführten Bestimmung der elliptischen Nullverteilung praktisch identisch ist. Wir gehen deshalb sofort zur Bestimmung einer durch Querruderausschlag erzeugten Rollverteilung über. Hierfür berechnen wir zuerst die normale Rollverteilung des Flügels. Die Zusammenstellung der betreffenden Zahlenwerte findet sich in Tafel V. Man erkennt, daß die Werte in dritter Näherung bereits ausreichende Konvergenz zeigen. Der Einfachheit halber wurde $\frac{\alpha_m/y}{a_2}$ lediglich für $m = 2$ nach Formel (21) zu $-1,6412$ bestimmt (Abb. 14).

Wir gehen nunmehr zur Berechnung der Querruderwirkung selbst über. Die Querruderform und -größe ist aus Abb. 11 ersichtlich. Zahlentafel VI zeigt den Rechnungsgang. Die Querruderwirkung bei verschiedener prozentualer Tiefe des Querruders wurde nach der in Abb. 15 dargestellten Kurve ermittelt. Die Kurve wurde durch Auswertung von Rudermessungen bestimmt. Es wurde hieraus $\varepsilon = \frac{\partial \Delta \alpha_0}{\partial \beta}$ für verschiedene Punkte des Querruders abgelesen und durch Bildung des Integrals:

Tafel V.

y	$2\left[\xi + \frac{1}{4}\right]$	$\left[\frac{A_Q/y}{a_2}\right]$	$\left[\frac{c_a \cdot t_{Q.1}}{a_2}\right]$ ①	$\left[\frac{c_a \cdot t_{Q.1}}{a_2}\right]$ ②	$\left[\frac{c_a \cdot t_{Q.1}}{a_2}\right]$ ③	$\left[\frac{c_a \cdot t_Q}{a_2}\right]$ ③
0,00	1,6168	− 0,0244	±0,0000	±0,0000	±0,0000	±0,0000
0,10	1,6116	−0,0296	−0,0028	+0,0008	+0,0004	+0,1994
0,20	1,5942	−0,0470	− 0,0088	−0,0014	−0,0011	+0,3908
0,30	1,6460	+0,0048	+0,0013	+0,0083	+0,0083	+0,5807
0,40	1,6906	+0,0494	+0,0165	+0,0210	+0,0211	+0,7543
0,50	1,7258	+0,0846	+0,0329	+0,0333	+0,0336	+0,8996
0,60	1,7424	+0,1012	+0,0433	+0,0394	+0,0398	+0,9998
0,70	1,7300	+0,0888	+0,0398	+0,0328	+0,0326	+1,0324
0,80	1,6590	+0,0178	+0,0079	+0,0023	+0,0017	+0,9617
0,90	1,4738	− 0,1674	−0,0665	− 0,0611	−0,0595	+0,7251
0,95	1,4040	−0,2372	−0,0739	−0,0666	−0,0667	+0,5266
0,975	1,3730	− 0,2682	−0,0620	− 0,0557	− 0,0566	+0,3767
1,00	1,3540	−0,2872	±0,0000	±0,0000	±0,0000	±0,0000



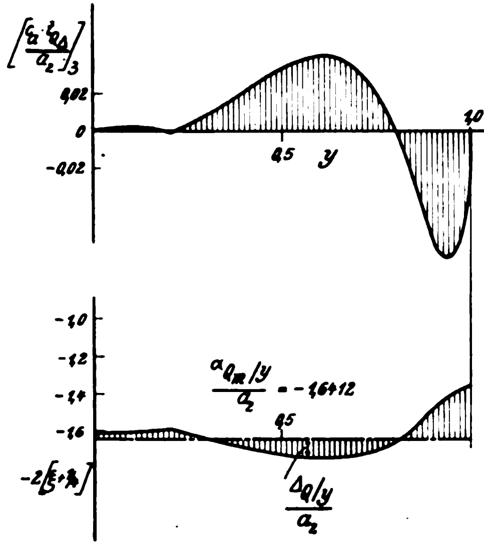
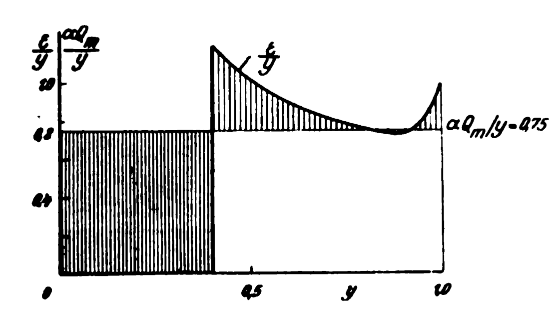


Abb. 14. Die »elliptische« Rollnullverteilung und die Trennung in mittleren Rollwinkel und »elliptischen« Rollschränkungswinkel.

$$\int_0^1 \frac{\varepsilon}{y} \cdot \frac{y^2 \sqrt{1-y^2}}{\xi + \frac{1}{2}} \cdot d\,y$$

derjenige Wert von a_2 bestimmt, der die Trennung des zusätzlichen Querruderanstellwinkels in normalen Rollwinkel und in Rollnullwinkel ermöglicht. Aus dem Rollnullwinkel $\frac{\Delta_Q}{y}$ wurde sodann in der oben angegebenen Weise die zu-



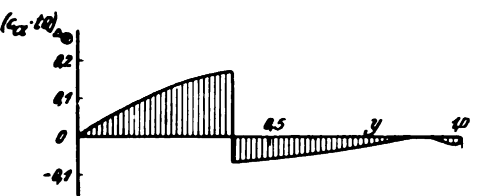


Abb. 16. Rollschränkungswinkel und Rollnullverteilung des Querruders.

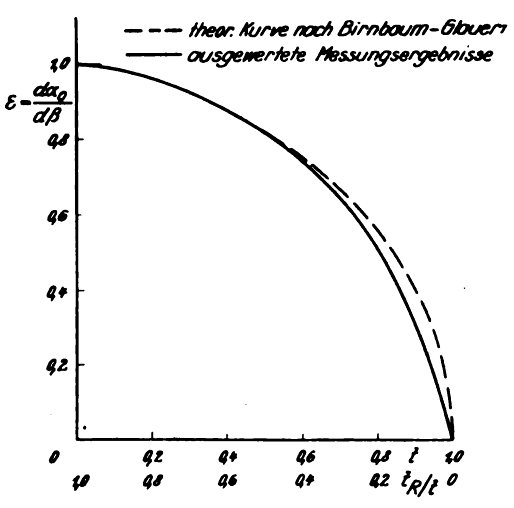


Abb. 15. Theoretische und gemessene Ruderwirkung im Bereich kleiner Ruderausschläge.

gehörige Rollnullverteilung in stufenweisen Näherungen ermittelt. Diese sind in der Tafel VI eingetragen. Abb. 16 zeigt den Verlauf der wesentlichen Funktionen.

Wie vorauszusehen, ist hierbei die Konvergenz schwächer, was insbesondere durch den unstetigen Anstellwinkelsprung bei $y = 0{,}40$ hervorgerufen wird.

Es ist deshalb wichtig für uns, das Rechnungsergebnis nunmehr so zusammenzustellen, daß wir die Differenzen bei der näherungsweisen Bestimmung der Querruderauftriebsverteilung bezogen auf einen gebräuchlichen Querruderausschlagwinkel darstellen. Wir wählen $\beta = +10^\circ$ und erhalten die in der Tafel VII zusammengestellten Werte für die Rollverteilung mit 10° Querruderausschlag, die wir für die erste und vierte Näherung angeschrieben haben. Die betreffenden Auftriebsbeiwerte

Tafel VII.

y	$c_a \cdot t_Q$ (1)	$c_a \cdot t_Q$ (4)	c_a (1)	c_a (4)
0,00	±0,0000	±0,0000	±0,000	±0,000
0,10	+0,0037	+0,0053	+0,012	+0,017
0,20	+0,0075	+0,0116	+0,024	+0,035
0,30	+0,0107	+0,0188	+0,036	+0,063
0,40	+0,0134	+0,0269	+0,049	+0,098
	+0,0834	+0,0685	+0,303	+0,240
0,50	+0,0848	+0,0763	+0,336	+0,302
0,60	+0,0838	+0,0812	+0,364	+0,353
0,70	+0,0818	+0,0838	+0,394	+0,404
0,80	+0,0771	+0,0786	+0,417	+0,425
0,90	+0,0667	+0,0675	+0,417	+0,422
0,95	+0,0549	+0,0543	+0,445	+0,440
0,975	+0,0444	+0,0425	+0,488	+0,467
1,000	±0,0000	±0,0000		

Tafel VI.

y	ε	$\frac{\varepsilon}{y}$	Δ_Q/y	$[c_a \cdot t_Q] \cdot 1$ (1)	$[c_a \cdot t_Q] \cdot 1$ (2)	$[c_a \cdot t_Q] \cdot 1$ (3)	$[c_a \cdot t_Q] \cdot 1$ (4)
0,00	0,000	0,0000	+0,7500	±0,0000	±0,0000	±0,0000	±0,0000
0,10	0,000	0,0000	+0,7500	+0,0707	+0,0597	+0,0569	+0,0605
0,20	0,000	0,0000	+0,7500	+0,1404	+0,1180	+0,1106	+0,1134
0,30	0,000	0,0000	+0,7500	+0,2000	+0,1697	+0,1545	+0,1501
0,40	0,480	1,2000	+0,7500	+0,2510	+0,2108	+0,1882	+0,1713
			−0,4500	−0,1506	−0,1162	−0,0876	−0,0672
0,50	0,508	1,0160	−0,2660	−0,1035	−0,0790	−0,0620	−0,0555
0,60	0,536	0,8933	−0,1433	−0,0613	−0,0468	−0,0416	−0,0449
0,70	0,571	0,8157	−0,0657	−0,0295	−0,0238	−0,0275	−0,0321
0,80	0,611	0,7638	−0,0138	−0,0061	−0,0084	−0,0153	−0,0122
0,90	0,660	0,7333	+0,0167	+0,0066	−0,0015	−0,0036	−0,0011
0,95	0,743	0,7822	−0,0322	−0,0100	−0,0148	−0,0102	−0,0095
0,975	0,850	0,8718	−0,1218	−0,0282	−0,0279	−0,0196	−0,0195
0,00	1,000	1,0000	−0,2500	±0,0000	±0,0000	±0,0000	±0,0000

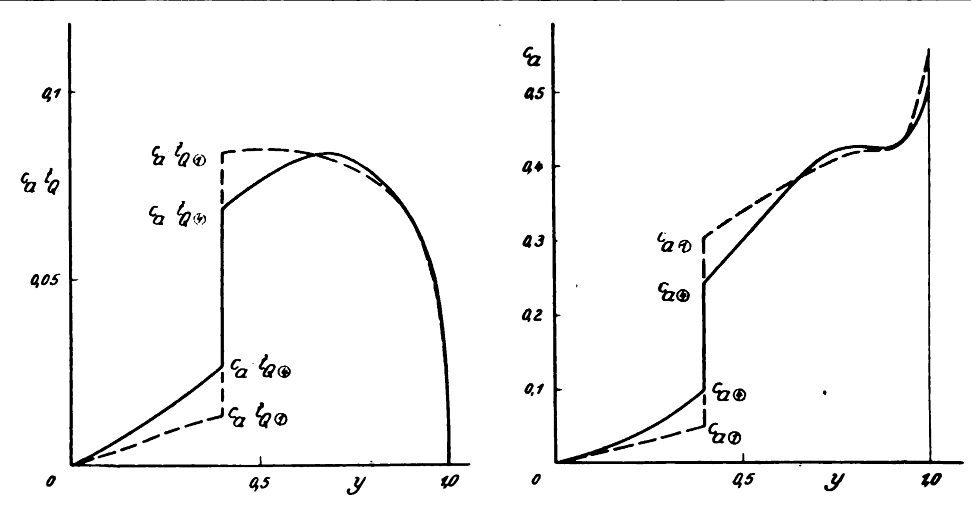


Abb. 17. Erste und vierte Näherung der Querruderrechnung.

wurden daraus errechnet. Der Verlauf ist aus Abb. 17 ersichtlich. Wir erkennen, daß auch hierbei nur geringfügige Fehler im Auftriebsbeiwert auftreten können. Um innerhalb der Genauigkeitsgrenzen der gemessenen aerodynamischen Beiwerte zu bleiben, hätte die zweite Näherung zur Berechnung der Querruderwirkung genügt.

Wir schließen hiermit die Beispielrechnung ab, mit dem Hinweis, daß ein Rechenschema zur Durchführung einer vollständigen Auftriebsverteilungsrechnung nach dem hier geschilderten Verfahren gesondert veröffentlicht wird.

VII. Vergleichsrechnungen.

Um die Brauchbarkeit des geschilderten Verfahrens zu prüfen, wurden einige Vergleichsrechnungen gegenüber anderen bekannten Verfahren angestellt. Die Normal- und Nullverteilung eines Flügels, der nach dem Lotzschen Verfahren gerechnet wurde, wurde von S. Hueber, Z. Flugtechn. Motorluftsch. Jahrg. 24 (1933), Nr. 11, veröffentlicht. Es ist dies der Flügel des Segelflugzeugs »Flavag III«, dessen gerechnete Beiwerte der Auftriebsverteilung uns in freundlicher Weise von der AVA-Göttingen zur Verfügung gestellt wurden. Abb. 18 zeigt den Vergleich der Rechnungsergebnisse für eine Normalverteilung des Flügels, Abb. 19 den Einfluß der Schränkung (s. Abb. 5 und 6, Aufsatz von Hueber). Es handelt sich in diesem Falle allerdings nicht um eine reine Nullverteilung, da der Gesamtauftrieb negativ ist. Um die gegebenen Zahlenwerte jedoch verwenden zu können, wurde auf eine Umrechnung verzichtet. Man erkennt aus der Gegenüberstellung, daß bei der Normalverteilung stärkere Abweichungen zwischen den nach den Lotzschen und unserem Verfahren[6]) gerechneten Werten bestehen. Bei der Bestimmung des Schränkungseinflusses sind die Differenzen nur geringfügig.

[6]) Dieses Beispiel wurde nach der Schemarechnung der Arbeit: Aerodynamische Berechnung von Tragflügeln (DFS) ausgeführt. Dieses Rechenschema entspricht der 2. Näherung des hier erläuterten Verfahrens.

Um die Differenzen zwischen den beiden Rechnungen bei der Bestimmung der Normalverteilung zu klären, wurde nach einem eigenen Verfahren der induzierte Anstellwinkel für beide Auftriebsverteilungen bestimmt. Die Werte sind in Tafel VIII zusammengestellt.

Tafel VIII.

y	$\alpha_{i\,\text{Lotz}}$	$\alpha_{i\,\text{Lippisch}}$
0,00	+ 0,0301	+ 0,0316
0,30	+ 0,0355	+ 0,0361
0,50	+ 0,0404	+ 0,0378
0,70	+ 0,0395	+ 0,0388

Bei der Bestimmung des induzierten Anstellwinkels handelt es sich nicht um ein analytisches Verfahren, sondern um graphische Integration aus dem durch die Rechnung bestimmten Kurvenverlauf.

Um nun weiterhin die Güte der Näherung der betreffenden Auftriebsverteilungsrechnungen festzustellen, bestimmt man aus $c_a \cdot t$, α_i und der gegebenen Tiefe t den örtlichen Anstellwinkel als:

$$\alpha = \frac{c_a \cdot t}{2\pi \cdot \eta \cdot t} + \alpha_i.$$

Da die Normalverteilung von einem für alle Punkte der Spannweite konstanten Anstellwinkel ausgeht, müssen bei richtiger Lösung die berechneten α-Werte in Übereinstimmung sein.

Tafel IX zeigt die Rechnungsergebnisse für beide Verfahren, während wir in Abb. 20 den Verlauf der rückwärtsbestimmten α-Verteilung ebenfalls für beide Ver-

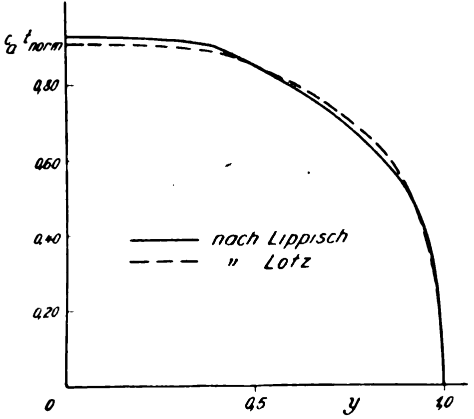


Abb. 18. Vergleich der Rechnungsergebnisse der Normalverteilungen des »Flavag-III-Flügels«.

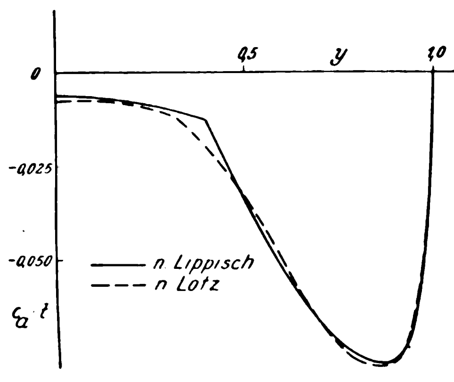


Abb. 19. Vergleich der Rechnungsergebnisse des Schränkungseinflusses am »Flavag-III-Flügel«.

Tafel IX.

y	α_{Lotz}	$\alpha_{Lippisch}$
0,00	+ 0,2499	+ 0,2559
0,30	+ 0,2526	+ 0,2564
0,50	+ 0,2600	+ 0,2565
0,70	+ 0,2593	+ 0,2546

fahren dargestellt haben. Man erkennt aus dieser Zusammenstellung deutlich, daß die Differenzen bei der Bestimmung dadurch entstanden sind, daß die nach Lotz durchgeführte Rechnung ungenauere Resultate lieferte. Man hätte den Vergleich auch durchführen können, indem man aus dem rechnerisch bestimmten mittleren Anstellwinkel die Tiefenverteilung ermittelt hätte. Da der mittlere Anstellwinkel bei der von Hueber durchgeführten Rechnung nicht bekannt war, wurde der aus unserer Rechnung ermittelte mittlere Anstellwinkel der Vergleichsrechnung zugrunde gelegt.

Tafel X.

y	$t_{wirkl.}$	t_{Lotz}	$t_{Lippisch}$
0,00	0,2333	0,2269	0,2333
0,30	0,2333	0,2298	0,2338
0,50	0,2185	0,2225	0,2187
0,70	0,1888	0,1917	0,1877

In Tafel X und Abb. 21 sind diese Ergebnisse zusammengestellt. Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß die aus der zweiten Näherung unseres Verfahrens bestimmte Auftriebsverteilung bereits sehr brauchbare Ergebnisse liefert, wobei die Bestimmung der zweiten Näherung rechnerisch in kürzester Zeit durchgeführt werden kann.

Das Ergebnis einer Vergleichsrechnung mit dem Verfahren von H. Glauert zeigt Abb. 22. Es handelt sich hierbei um die Nullverteilung eines geschränkten Spitzflügels, der einmal nach dem Vier-Punkteverfahren von Glauert und dann nach dem Schema zur Bestimmung der zweiten Näherung der obengenannten Veröffentlichung berechnet wurde. Die Übereinstimmung liegt hier innerhalb der Rechengenauigkeit.

Zur Kontrolle des Rechenverfahrens zur Bestimmung der Querruderwirkung wurde auf ein Beispiel zurückgegriffen, das im dritten Teil der Arbeit von I. Lotz, Z. Flugtechn. Motorluftsch. Jahrg. 22 (1931), Nr. 7, veröffentlicht wurde. Hier werden für einen Rechteckflügel mit veränderlicher Querruderlänge die Beiwerte des Rollmomentes, des induzierten Kursmomentes usw. bestimmt. Der Beiwert ζ des Rollmomentes nach Lotz ist definiert als:

$$\zeta = \frac{c_{m_q}}{\frac{\pi}{8} \cdot c_1 \cdot \frac{b}{t_0} \cdot \alpha_q}$$

hierin ist:

$$c_{m_q} = \frac{M_q}{q \cdot F \cdot t}$$

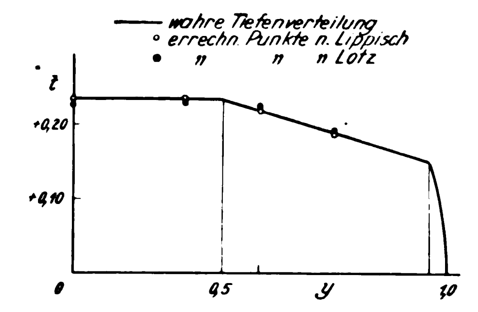


Abb. 21. Vergleich der wahren Tiefenverteilung auf Grund der Resultate der Auftriebsverteilungsrechnung.

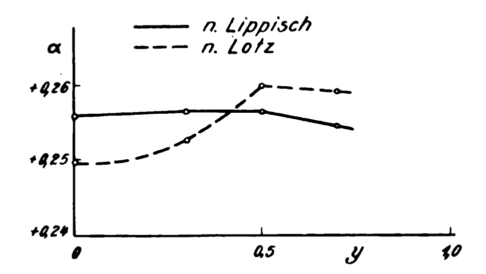


Abb. 20. Vergleich des wahren Anstellwinkelverlaufes der beiden Nachrechnungen.

und

$$c_1 = \frac{1}{2}\left[\frac{\partial c_a}{\partial \alpha}\right]_{b \to \infty} = \pi \cdot \eta.$$

Der Beiwert des induzierten Kursmomentes ξ ist nach Lotz:

$$\xi = \frac{c_{m_s}}{\pi \cdot \frac{c_1^2}{16} \cdot \alpha_g \cdot \alpha_q}$$

hierin ist:

$$c_{m_s} = \frac{M_s}{q \cdot F \cdot t}.$$

α_g = Gesamtanstellwinkel.

Es wurde nun von uns die erste Näherung der Querruderauftriebsverteilung für die von Lotz angegebenen Festwerte bestimmt als:

$$c_a \cdot t_q = \frac{y\sqrt{1-y^2}}{\xi + \frac{1}{2}}\left[\frac{\alpha_q}{y} - \frac{a_2}{2}\right].$$

Die zur Bestimmung des Kursmomentes hinzuzufügende Normalverteilung wurde ebenfalls aus der ersten Näherung wie folgt berechnet zu:

$$c_a \cdot t = \frac{\sqrt{1-y^2}}{\xi + \frac{3}{8}}\left[\alpha_g + \frac{a_1}{4}\right].$$

Die Berechnung der Verteilungen nach diesen Beziehungen ist bereits weiter oben erläutert worden, weshalb wir hier nicht mehr darauf eingehen wollen.

Die von uns ermittelten Beiwerte wurden durch graphische Integration der betreffenden Funktion bestimmt. Abb. 23 und 24 zeigen das Ergebnis der Vergleichsrechnung für Rollmoment und Kursmoment des Flügels vom Seitenverhältnis 1 : 5.

Diese Abbildungen sind der Lotzschen Arbeit (Abb. 2 und 3) direkt entnommen und die von uns gerechneten Punkte eingetragen. Man erkennt daraus, daß die erste Näherung bereits gute Übereinstimmung mit der Lotzschen Kurve ergibt, während die gestrichelte Linie der Bestimmung nach Wieselsberger-Glauert größere Abweichungen zeigt.

Die örtlichen Fehler der ersten Näherung des hier geschilderten Verfahrens haben keinen Einfluß mehr auf das Ergebnis solcher Rechnungen, die die Wirkung des Flügels als ganzes untersuchen. Man wird also auch bei der Unter-

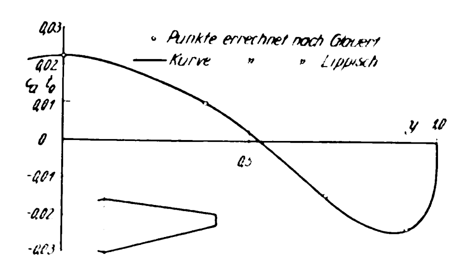


Abb. 22. Vergleichsrechnung einer Nullverteilung.

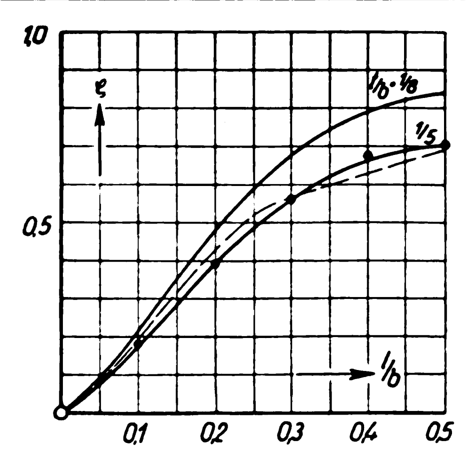


Abb. 23. Rollmomentenbeiwert von Rechtecksflügeln mit Querruder nach Lotz (ZFM 1931). Die eingetragenen Punkte wurden als erste Näherung nach Lippisch bestimmt.

suchung der Querruderwirkung verschiedener Umrisse und Querruderformen mit den einfachen Beziehungen der ersten Näherung unseres Verfahrens brauchbare Ergebnisse erzielen.

VIII. Zusammenfassung.

Die Bestimmung der Auftriebsverteilung eines Tragflügels in verschiedenen Flugzuständen bildet die Grundlage zur aerodynamischen und statischen Durchbildung dieses Flügels. Eingangs werden die hierbei maßgebenden Gesichtspunkte erläutert. Es werden sodann die allgemeinen Grundlagen zum Aufbau eines solchen Verfahrens aus der Tragflügeltheorie zusammenfassend dargestellt. Zur übersichtlichen Anordnung der Berechnung wird die Auftriebsverteilung in vier Elementarverteilungen zerlegt. Diese Zerlegung wird auch beim Anstellwinkelverlauf sinngemäß durchgeführt.

Wie die meisten übrigen Verfahren gründet sich auch dieses Verfahren auf die Anwendung der Fourier-Reihe bei der Darstellung der Auftriebsverteilung. Es ergeben sich sodann für Auftriebs- und Anstellwinkelverteilung die aus anderen Arbeiten bekannten Ausdrücke. Durch Einsetzen der Anstellwinkelverteilung in die Fourier-Reihe für die Auftriebsverteilung gewinnt man eine zusammengesetzte dritte Reihe, die sich für die Bestimmung der Auftriebsverteilung als besonders vorteilhaft erweist. Verwendet man nämlich die Fourier-Reihe selbst zur Darstellung der Auftriebsverteilung, so ist man gezwungen, eine größere Anzahl von Koeffizienten zu berechnen, um die bekannterweise auftretenden Schwingungen auszugleichen. Die aus der Fourier-Reihe und der Anstellwinkelverteilung gebildete Funktion vermeidet diesen Nachteil. Durch Einfügung des Anstellwinkelverlaufes treten die höheren Glieder der Fourier-Reihe in ihrem Einfluß auf die Gestalt der Auftriebsverteilung stark zurück, so daß es möglich ist, durch Bestimmung weniger Koeffizienten eine brauchbare Näherung anzugeben. Nachdem die hierfür verwendeten Formeln für die vier Elementarverteilungen entwickelt worden sind, wird der Rechnungsgang an Hand einer Beispielsrechnung erläutert. Es wird weiterhin ein graphisches Verfahren angegeben, welches die Bestimmung niedrigerer Näherungen auf zeichnerischem Wege gestattet. Zum Schluß werden die Ergebnisse einiger Vergleichsrechnungen mit anderen Verfahren mitgeteilt.

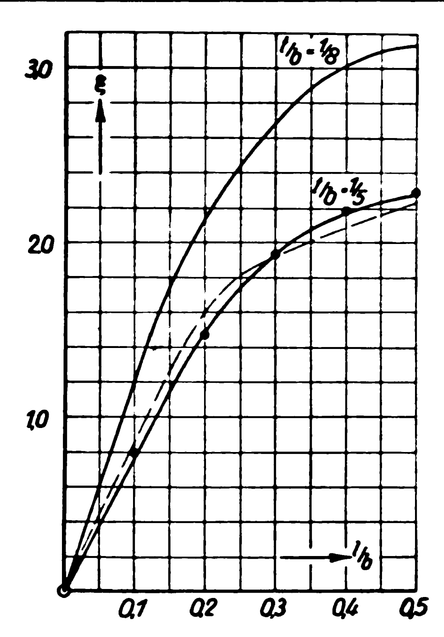


Abb. 24. Induzierter Kursmomentenbeiwert von Rechtecksflügeln mit Querruder nach Lotz (ZFM 1931). Die eingetragenen Punkte wurden als erste Näherung nach Lippisch bestimmt.

Ein neues Verfahren zur Prüfung des Aufreißwiderstandes metallischer Werkstoffe.

Von P. Brenner.

Bericht 35/05 der Deutschen Versuchsanstalt für Luftfahrt, e. V., Berlin-Adlershof.

Bei der Herstellung und Verarbeitung metallischer Werkstoffe entstehende Eigenspannungen führen unter den Gebrauchs- oder Betriebsbedingungen häufig zu Aufreißerscheinungen. Die Folge ist in der Regel eine Zerstörung des Gebrauchswertes det betreffenden Teils und unter Umständen eine Gefährdung der Betriebssicherheit ganzer Maschinen- und Baukonstruktionen. Die Entwicklung von Verfahren zur Prüfung der Widerstandsfähigkeit von Werkstoffen gegen Aufreißen vor ihrer Verwendung ist daher von großer praktischer Bedeutung.

Gliederung.

1. Einleitung.

Das Aufreißen metallischer Werkstoffe unter mechanischen Spannungen und gleichzeitiger Einwirkung der Korrosion ist eine weit häufiger auftretende Erscheinung als im allgemeinen bekannt ist. Wie schon aus dem einschlägigen Schrifttum hervorgeht, beschränkt sich das Aufreißen nicht auf eine bestimmte Werkstoffart wie z. B. das Messing, sondern tritt auch bei verschiedenen anderen Werkstoffen auf. In neuerer Zeit sind vor allem eine Reihe solcher Fälle bei Leichtmetallen beobachtet worden[1]). Die praktische Verwendbarkeit einiger neuerer Aluminium- und Magnesiumlegierungen wird zur Zeit durch ihre Neigung zum Aufreißen stark beeinträchtigt.

2. Beispiele von Aufreißerscheinungen an Halbzeugen und Bauteilen aus Leichtmetall.

In Abb. 1 sind Abschnitte eines Rohres aus einer Magnesium-Aluminiumlegierung wiedergegeben. An dem Rohr traten nach etwa 1 ½jähriger Lagerung in einem trockenen Raum (Materiallager) eine große Zahl, meist in Längsrichtung verlaufender Risse auf. Eine nähere Untersuchung ergab, daß das Rohr vom Kaltziehen herrührende Eigenspannungen von mehr als 40 kg/mm² enthielt. Die Zugfestigkeit des Rohres betrug etwa 54 kg/mm².

Nach verhältnismäßig kurzer Betriebszeit (etwa 45 h) wurden an verschiedenen Deckeln eines Flugzeugschwimmers aus einer Magnesium-Aluminiumlegierung von dem am Umfang angeordneten Nieten nach dem Rand verlaufende Risse beobachtet (Abb. 2). Bei einem Niet war ferner der Kopf abgeplatzt. Der an dieser Stelle aufgetretene Riß ist in der vergrößerten Abb. 3 besser zu erkennen. Er verläuft in radialer Richtung zwischen Nietloch und Deckelrand und setzt sich auf der anderen Seite des Nietloches noch etwas nach der Mitte des Deckels fort. Der Rißverlauf deutet darauf hin, daß sowohl am Rande des Nietlochs als auch am Deckelrande Zugspannungen in tangentialer Richtung vorhanden waren. Erstere sind beim Nieten durch das Stauchen des Nietschaftes, letztere durch die am Deckelrand wirkenden Auflagekräfte beim Aufspannen der Deckel auf den Schwimmer entstanden.

Abb. 4 zeigt einen Ausschnitt aus einer Profilleiste, die ebenfalls aus einer Magnesium-Aluminiumlegierung bestand und im Betriebe durch Aufreißen versagte. Die Zerstörung war besonders stark am Rücken des Profils, wo an einer Stelle sogar ein Stück von einer Größe von etwa 5 cm² herausgesprungen war. Verschiedentlich hatten sich auch Risse an den Flanschteilen gebildet, die von den Nietlöchern nach den Profilkanten verliefen. Die das Aufreißen bewirkenden Spannungen rühren in diesem Falle einerseits von den Verformungen beim Ziehen der Profilleiste, andererseits vom Aufnieten der ursprünglich geraden Profilleiste auf die gewölbte Schwimmeroberfläche

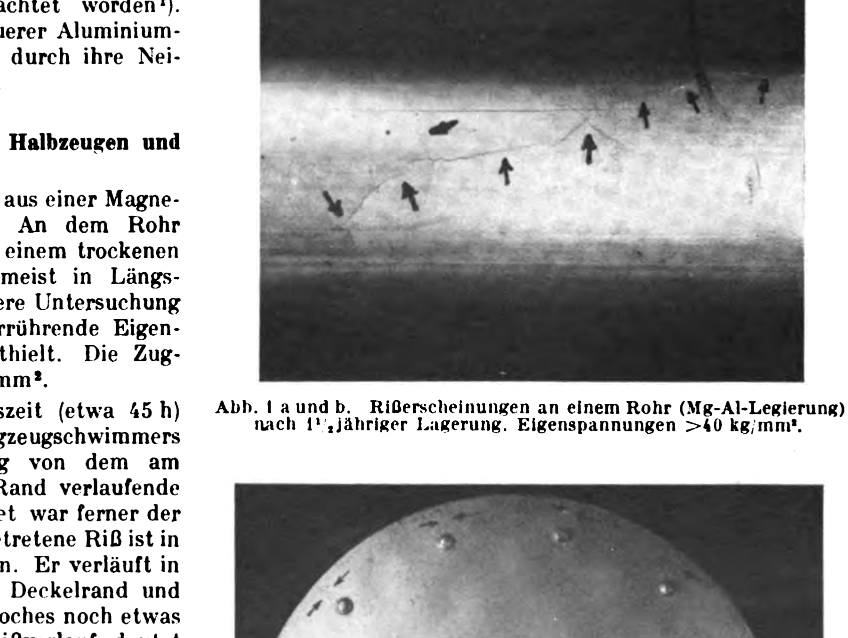


Abb. 1 a und b. Rißerscheinungen an einem Rohr (Mg-Al-Legierung) nach 1½jähriger Lagerung. Eigenspannungen >40 kg/mm².

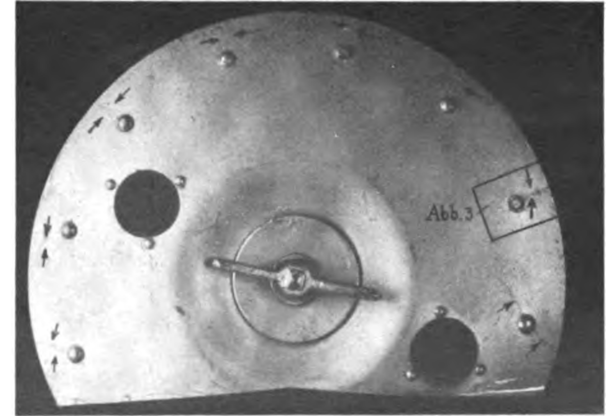


Abb. 2. Schwimmerdeckel (Mg-Al-Legierung) mit von den Nietlöchern nach dem Deckelrand verlaufenden Rissen.

[1]) P. Brenner, Untersuchungen über Spannungs-Korrosionsrisse an Leichtmetallen. Z. Metallkde. Bd. 24 (1932), Nr. 7, S. 145 151.

2*



Abb. 3. Rißverlauf an der in Abb. 2 gekennzeichneten Stelle (V = 9×).

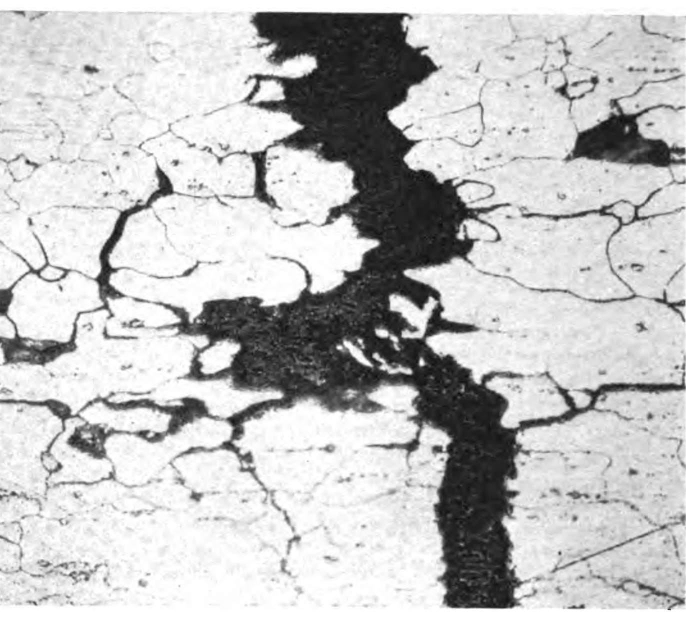


Abb. 5. Mikroaufnahme eines auf Abb. 4 sichtbaren Risses. (Querschliff) Starker Kornzerfall (V = 200×).

her, wodurch hohe Zugspannungen im Profilrücken erzeugt wurden. — Die Mikroaufnahme eines Querschliffes in der Nähe eines derartigen Risses läßt deutlich den bereits weit vorgeschrittenen Kornzerfall des Werkstoffes an dieser Stelle erkennen (Abb. 5).

Eigenartige Rißerscheinungen traten an einer Versuchsflügelrippe aus einer Magnesiumlegierung nach 10monatigem Witterungsangriff in Adlershof auf. Die Rippe war aus gezogenen U-Profilen zusammengenietet und mit einem Anstrich aus Aluminiumbronze geschützt. Die Risse verliefen längs und quer zur Achse der Profile und nahmen vielfach mehr als 50 vH der Querschnittsfläche der Profile ein (Abb. 6). Verschiedene andere Rißformen zeigen Abb. 7 und 8. — Eine Gefügeaufnahme mit dem Ende eines derartigen Risses ist in Abb. 9 wiedergegeben. Bemerkenswert ist, daß der Riß hier nicht entlang den Korngrenzen, sondern durch die Körner hindurch verläuft.

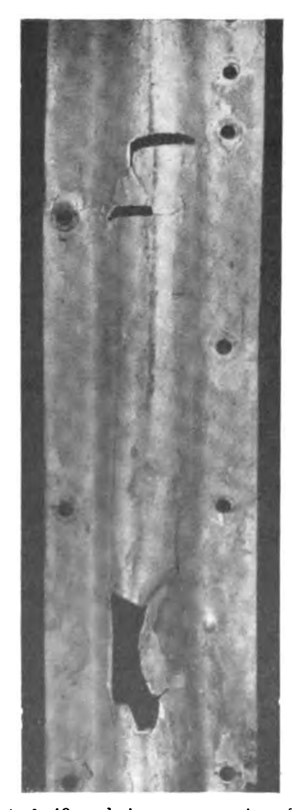


Abb. 4. Aufreißerscheinungen an einer Schwimmerprofilleiste (Mg-Al-Legierung). Starke Zerstörung, besonders am Profilrücken. Risse an den Nietlöchern.

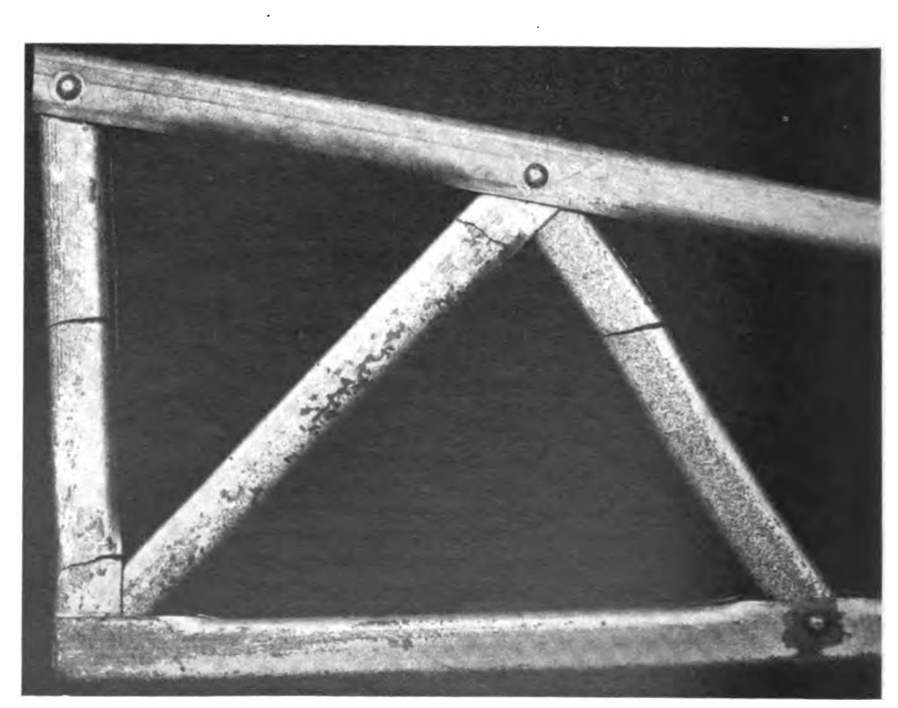


Abb. 6. Ausschnitt aus einer Versuchs-Flügelrippe (Mg-Legierung) mit zahlreichen Rissen nach 10-monatigem Witterungsangriff.



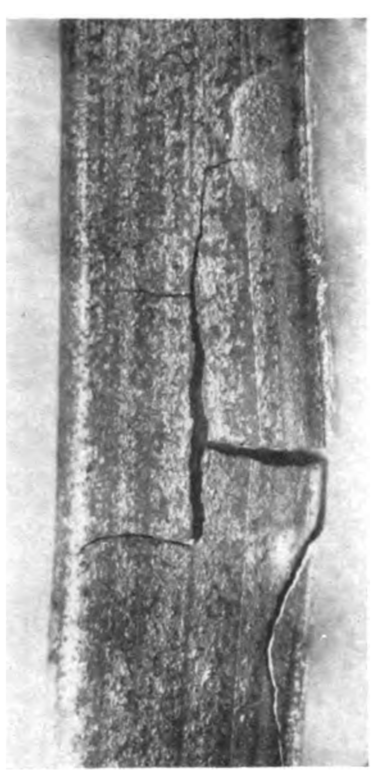


Abb. 7. Zerstörung eines Profils der Versuchsflügelrippe (Abb. 6) durch Aufreißen (V = 3×).

3. Prüfung der Aufreißempfindlichkeit.

Obwohl das Aufreißen als eine der unangenehmsten Arten des Versagens eines Werkstoffes im Betriebe angesehen werden kann, und daher die Forderung erhoben werden muß, aufreißempfindliche Werkstoffe im Hinblick auf die Betriebssicherheit von der praktischen Verwendung auszuschließen, hat sich die Werkstoffprüfung mit diesem Problem bisher nur verhältnismäßig wenig befaßt. Dies wundert um so mehr, als z. B. zur Prüfung der Widerstandsfähigkeit von Werkstoffen gegen andere Beanspruchungsarten, wie z. B. Schlag, Ermüdung, Verschleiß usw. bereits bestimmte Verfahren entwickelt worden sind, mit denen zuverlässige zahlenmäßige Unterlagen für die Beurteilung von Werkstoffen im Hinblick auf ihre praktische Brauchbarkeit erhalten werden können.

Die Verfahren zur Prüfung eines Werkstoffes auf sein Verhalten unter einer mechanischen Spannung und gleichzeitiger Einwirkung der Korrosion sind demgegenüber noch wenig entwickelt. Meist wird der Werkstoff in einem den praktischen Verhältnissen entsprechenden Spannungszustand einem Korrosionsangriff ausgesetzt und festgestellt, ob nach einer bestimmten Versuchszeit Aufreißen eintritt oder der Werkstoff unversehrt bleibt. Vielfach fehlen bei diesen Versuchen genaue Angaben über Größe und Art der dem Werkstoff aufgezwungenen Spannungen. Im Schrifttum sind zwar Versuche beschrieben, bei denen die Spannungen auf rechnerischem Wege aus den Verformungsgrößen erfolgten. Hatfield und Thirkell[2]) errechneten z. B. bei Aufreißversuchen mit auf Biegung beanspruchten Messing-Blechproben die wirksame Spannung auf Grund der Beziehung

$$\sigma = \frac{E \cdot a}{2\,r},$$

wobei E der Elastizitätsmodul, a die Blechdicke und r der Krümmungsradius der neutralen Faser der untersuchten Probe bedeutet. — Zur Bestimmung des E-Moduls muß hierbei ein Festigkeitsversuch mit Dehnungsfeinmessung

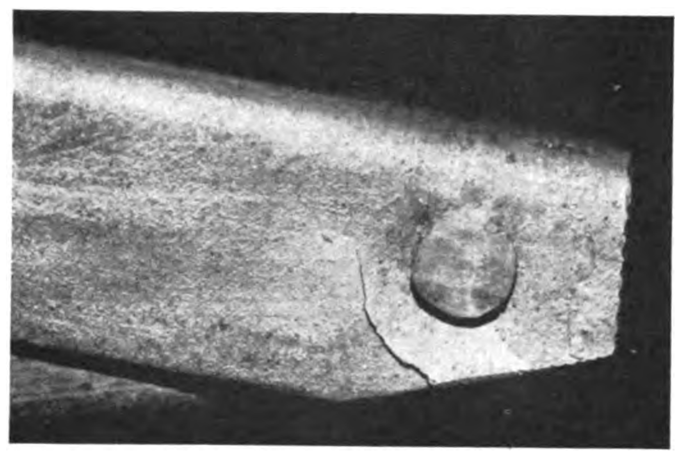


Abb. 8. Riß am Rippenende in der Nähe eines Niets (V = 3×).

durchgeführt werden. Schwierig gestaltet sich das genaue Ausmessen des Krümmungsradius, besonders wenn es sich um sehr geringe Verformungen, d. h. niedrige Spannungen handelt oder dünne Proben mit anfänglichen kleinen Verformungen verwendet werden, die auch durch Richten nicht völlig beseitigt werden können. Schließlich ist zu erwähnen, daß die angegebene Beziehung für die Spannungsermittlung die Gültigkeit des Hookschen Gesetzes voraussetzt und deshalb bei Werkstoffen mit niedriger Elastizitätsgrenze nur in sehr kleinen Bereichen angewendet werden kann, die für die praktische Beurteilung des Werkstoffes oft nicht von Interesse sind. Es muß auch damit gerechnet werden, daß sich der der Spannungsberechnung zugrunde gelegte Krümmungsradius während des Versuches infolge elastischer Nachwirkung oder durch den fortschreitenden Korrosionsangriff ändert und so die zu den Bedingungen des Versuchsbeginns errechnete Spannung für das Versuchsende nicht mehr maßgebend ist.

4. Beschreibung des neuen Verfahrens.

Bei der Entwicklung des neuen Verfahrens wurden besonders folgende Verbesserungen angestrebt:



Abb. 9. Gefügeaufnahme eines an der Versuchsflügelrippe (Abb. 6) aufgetretenen Risses. Kornspaltungsriß (V = 210×). Geätzt mit 3 proz. alkoh. HNO_3.

[2]) Hatfield u. Thirkell, Season-cracking, I. Inst. Met. London, Bd. 12 (1919), S. 67.



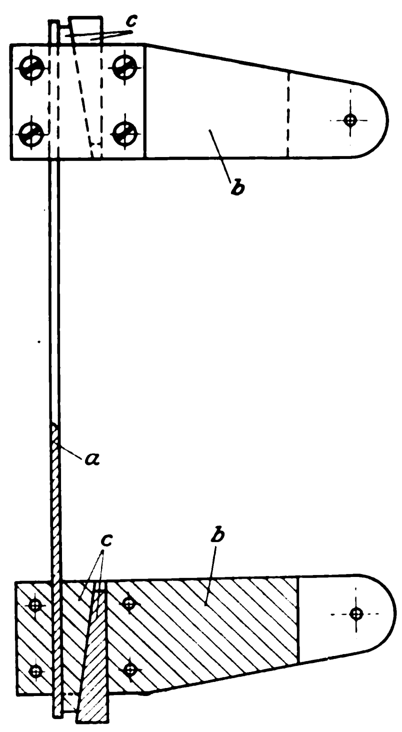


Abb. 10. Einspannvorrichtung für prismatische Probestäbe. a) Probestab, b) Hebel aus Isolierstoff, c) Doppelkeil-Verbindung.

1. Erzeugung eines genau definierten Spannungszustandes,
2. einwandfreie und einfache Ermittlung der Größe der wirksamen Spannung,
3. Möglichkeit einer Konstanthaltung der die Spannung erzeugenden äußeren Kräfte während des Korrosionsversuchs.

Zu diesem Zweck ist die in Abb. 10 dargestellte Vorrichtung entwickelt worden. An den Enden des prismatischen Probestabes sind mit Hilfe einer Doppelkeilverbindung rechtwinklig zur Stabachse Hebel von etwa 80 mm Länge befestigt. Hebel und Keile bestehen aus Isolierstoff (Kunstharz), um zu vermeiden, daß der Probestab beim Korrosionsversuch mit anderen Metallen oder deren Korrosionsprodukte in leitende Berührung kommt. Der Probestab wird nun durch an den Hebelenden angreifende, parallel zur Stabachse gerichtete Kräfte in einer Festigkeitsmaschine auf Biegung beansprucht. In Abb. 11 geschieht dies durch Kräfte, die den Stab nach außen durchbiegen. (Der Probestab kann auch durch entgegengesetzt wirkende Kräfte nach der anderen Seite durchgebogen werden.) Die über die Stablänge gleichmäßig verteilte Biegespannung berechnet sich bei einer Hebellänge von $l = 80$ mm aus

$$\sigma = \frac{8\,P}{W}\ \text{kg/cm}^2,$$

wobei P die an der Festigkeitsmaschine abgelesene Belastung (kg) und W das Widerstandsmoment des Probestabes (cm³) ist. An einem, ebenfalls in Abb. 11 sichtbaren, leicht aufsetzbaren Maßstab kann die zugehörige Durchbiegung abgelesen werden. Der Probestab samt Einspann- und Meßvorrichtung wird hierauf aus der Festigkeitsmaschine herausgenommen und die gewünschte Biegspannung dadurch erzeugt, daß die Hebelenden — wie aus Abb. 12 ersichtlich — durch eine Metallschiene zusammengespannt werden, bis die in der Festigkeitsmaschine ermittelte Durchbiegung des Probestabes erreicht ist. Die Metallschiene ist zu diesem Zweck mit einer Reihe von Löchern versehen, in die die an den Hebelenden angebrachten Stifte eingesetzt werden können. In diesem Zustand wird der Probestab dem Korrosionsangriff ausgesetzt. Es wird dann der Zeitpunkt bestimmt, bei dem Rißbildung oder vollständiger Bruch des Stabes eintritt.

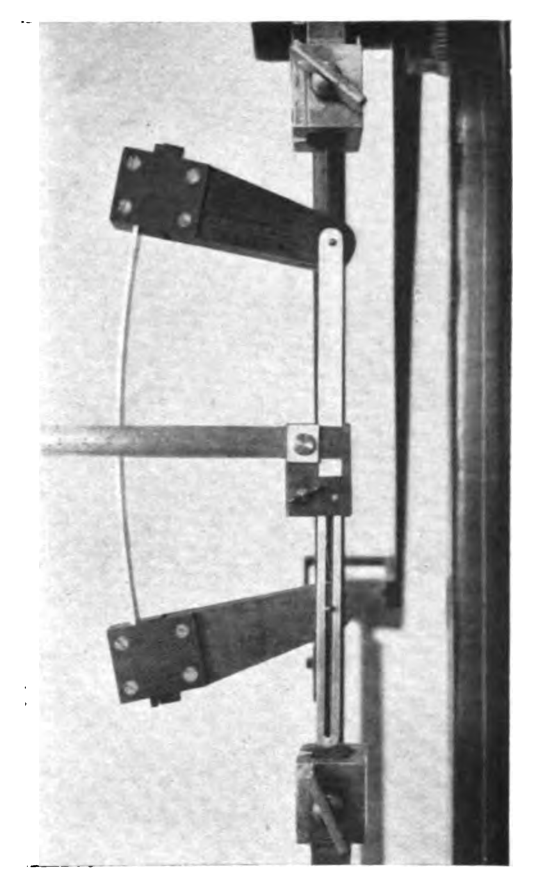


Abb. 11. Belastung des Probestabes in der Festigkeitsmaschine.

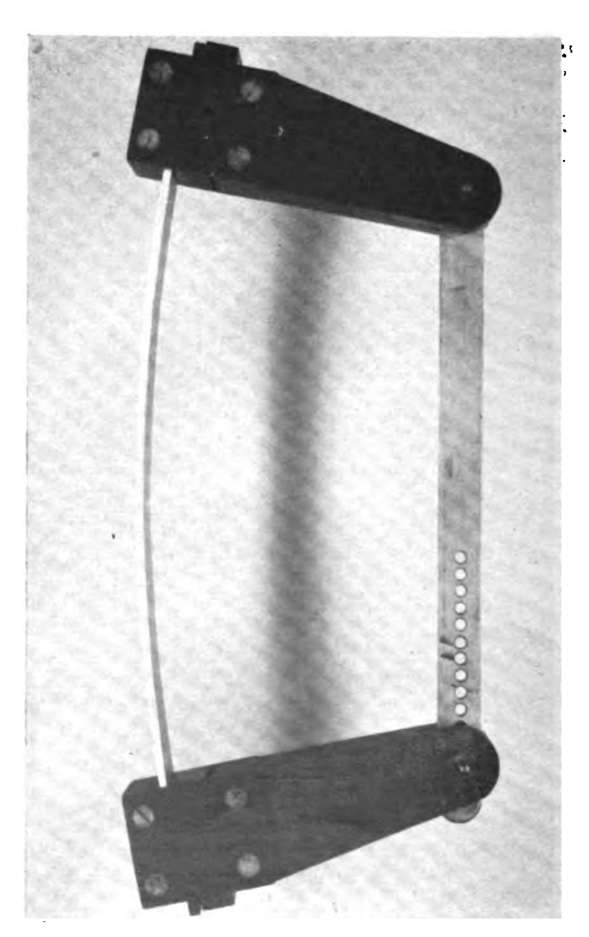


Abb. 12. Probestab in gespanntem Zustand, in dem der Korrosionsangriff erfolgt.



Werden mehrere Stäbe des gleichen Werkstoffes bei verschieden hoher Biegespannung geprüft, so kann die für diesen Werkstoff charakteristische Abhängigkeit der Korrosionsdauer bis zum Bruch von der Größe der Biegespannung bzw. derjenigen Spannung bestimmt werden, die der Werkstoff ohne Aufreißen erträgt.

5. Versuchsergebnisse.

Nach dem beschriebenen Verfahren wurden folgende Werkstoffe geprüft: Duralumin, Lautal, Duralplat, Hydronalium, und zwar wurden aus 2 mm dicken Blechen dieser Werkstoffe Probestreifen von 160 mm Länge und 20 mm Breite längs zur Walzrichtung herausgearbeitet. Aus dem Hydronaliumblech wurde außerdem ein Probestab quer zur Walzrichtung entnommen.

Duralumin und Lautal wurden in zwei verschiedenen Wärmebehandlungszuständen — bei Raumtemperatur ausgehärtet und bei erhöhter Temperatur ausgehärtet —, Duralplat nur in warm ausgehärtetem Zustand untersucht. Nähere Angaben über die Wärmebehandlung und die Legierung der einzelnen Werkstoffe sind in Zahlentafel 1 enthalten.

Je Legierung und Zustand wurden zwei Probestäbe bei verschieden großen Biegespannungen in die beschriebene Vorrichtung eingespannt und unter gleichen Bedingungen dem Korrosionsangriff ausgesetzt. Die in die Einspannvorrichtungen eingebauten Probestäbe wurden im Salzwassersprühschrank so aufgehängt, daß die Probestaboberfläche möglichst gleichmäßig angegriffen wurde (Probestabachse waagerecht, Probestabquerschnitt hochkant). In den Sprühschrank wurde stündlich auf die Dauer von 10 Minuten eine 3proz. Kochsalzlösung als feiner Nebel eingeblasen. In bestimmten Zeitabständen wurden die Proben auf Rißbildung untersucht und die angerissenen bzw. gebrochenen Stäbe herausgenommen. Die nach einer Versuchszeit von 9 Monaten nicht gebrochenen Stäbe wurden in unverändertem Spannungszustand zur Beschleunigung des Angriffs in das Wechseltauchgerät der DVL[3]) eingehängt. Die Probestäbe befanden sich hier abwechslungsweise eine Stunde in einer 3proz. Kochsalzlösung und eine Stunde an der Luft.

Die Versuchsergebnisse sind in Tafel I zusammengestellt.

Zuerst waren die im Anlieferungszustand vorliegenden (bei erhöhter Temperatur ausgehärteten) Lautal-Probestäbe gebrochen, und zwar der mit 18,5 kg/mm^2 beanspruchte Stab (L 2) nach 4 Monaten (Abb. 13), der mit 13,2 kg/mm^2 beanspruchte Stab (L 1) nach 9½ Monaten. Man erkennt hieraus den starken Einfluß der Größe der Spannung auf den Zeitpunkt, bei dem Aufreißen eintritt. — Nach 12monatiger Versuchszeit brach der mit 18,8 kg/mm^2 beanspruchte, ebenfalls bei erhöhter Temperatur ausgehärtete Duraluminstab (D 4). Bei allen diesen Stäben erfolgte der Bruch durch quer zur Stabachse verlaufende Risse. Stab L 1 war doppelt gebrochen.

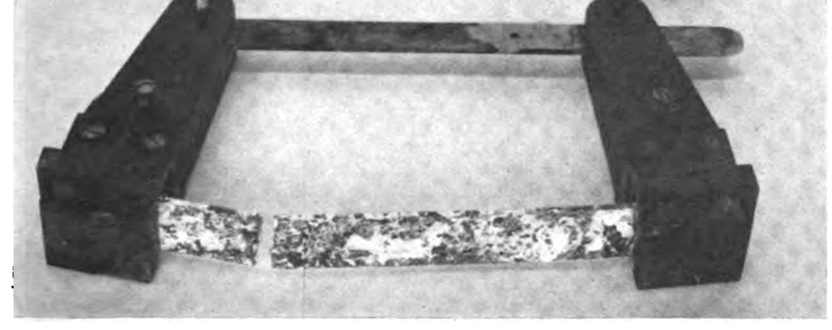


Abb. 13. Nach 4 monatigem Korrosionsversuch gebrochener Lautalstab (L2, warm ausgehärtet). Biegespannung ∾ 18,5 kg/mm^2).

Die bei Raumtemperatur ausgehärteten Duralumin- und Lautalproben sowie die Hydronalium- und Duralplatproben waren auch nach 12monatiger Versuchszeit nicht gebrochen. Es konnten auch keine Anrisse festgestellt werden. Nicht gebrochen war ferner der niedriger beanspruchte (13,2 kg/mm^2), warm ausgehärtete Duraluminstab (D 3).

Abb. 14 bis 16 zeigen das Aussehen der nach dem Korrosionsversuch aus den Einspannvorrichtungen ausgebauten Proben. Den stärksten Korrosionsangriff

[3]) E. K. O. Schmidt, Verfahren der Korrosionsprüfung, DVL-Jahrbuch 1931, S. 495.

Tafel I. Ergebnisse eines 12 monatigen Spannungs-Korrosionsversuchs mit verschiedenen Leichtmetallen.

Werkstoff	Zustand	Probestab	Biegespannung**) kg/mm^2	Versuchszeit bis zum Bruch	Äußerlicher Befund	Mikro-Befund
Duralumin (681 B)	Anlieferung (bei Raumtemperatur ausgehärtet)	D 1 D 2	12,0 17,0	nicht gebrochen » »	leichter Lochfraß, besonders an den Kanten; sonst mäßiger Angriff	Lochfraß; kein interkrist. Angriff (s. Abb. 19)
	8h bei 140°C ausgehärtet	D 3 D 4	13,2 18,8	nicht gebrochen 12 Monate	starker Lochfraß (bis 0,5 Blechdicke) an Kanten u. Walzoberfläche	Starker interkristalliner Angriff (s. Abb. 17)
Lautal (VLW 14)	Anlieferung (warm ausgehärtet)	L 1 L 2	13,2 18,5	9½ Monate 4 Monate	sehr starker Angriff mit tiefem Lochfraß. Stab L 1 2 durchgehende Querrisse (Mitte u. etwa 1/6 der Stablänge)	Querschnitt von interkristallinen Längs- u. Querrissen durchsetzt. (s. Abb. 18)
	bei Raumtemp. ausgehärtet	L 3 L 4	12,3 17,8	nicht gebrochen » »	starker Angriff mit einzelnen tiefen Lochfressungen. Kanten verhältnismäßig gut erhalten	Lochfraß; kein interkristalliner Angriff
Duralplat	8h bei 140°C ausgehärtet	DP 1 DP 2	11,7 18,8	nicht gebrochen » »	ganz schwacher, gleichmäßiger Angriff	Oberflächlicher Angriff der Deckschicht. Kernwerkstoff unangegriffen (s. Abb. 20)
Hydronalium (Hy 7, weich)	Anlieferung	H 1 H 2 H 3*)	12,6 18,8 18,5	nicht gebrochen » » » »	schwache, punktförmige Anfressungen, sonst gut erhaltene Oberfläche	Stellenweise interkristalliner Angriff (s. Abb. 21)

*) Quer zur Walzrichtung entnommen. **) Bei Versuchsbeginn.

Abb. 14—16. Oberfläche der Probestäbe nach dem Korrosionsversuch.

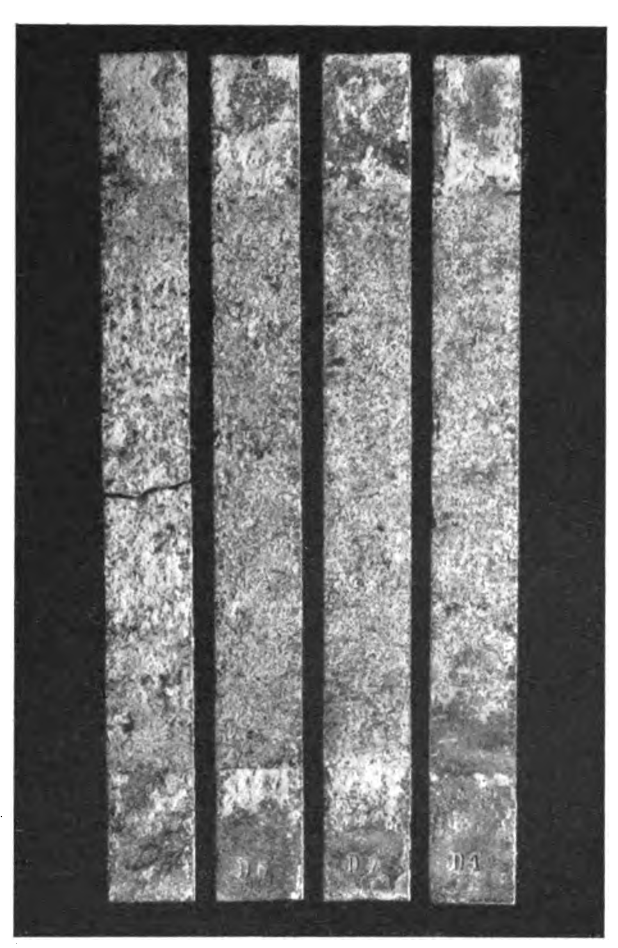


Abb. 14. Duralumin *a* und *b* kalt ausgehärtet, *c* und *d* warm ausgehärtet.

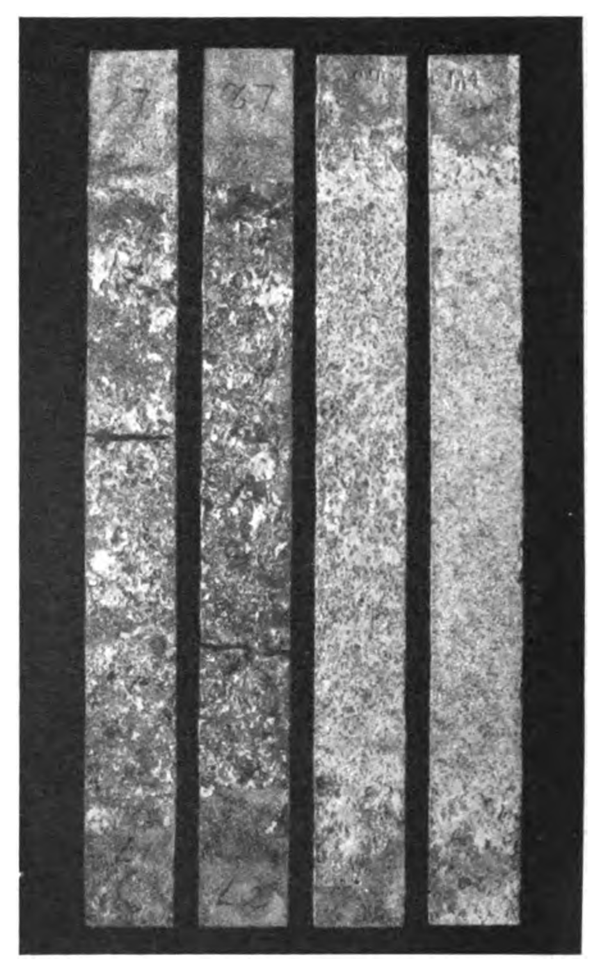


Abb. 15. Lautal *a* und *b* kalt ausgehärtet, *c* und *d* warm ausgehärtet.

wiesen die Duralumin- und Lautalproben auf, und zwar in beiden Fällen besonders die warm ausgehärteten. Im Gegensatz hierzu sind die Hydronalium- und Duralplatproben nur ganz geringfügig angegriffen.

Für die mikroskopische Untersuchung wurde von jeder Probe ein Schliff längs zur Stabachse (quer zur Walzober-

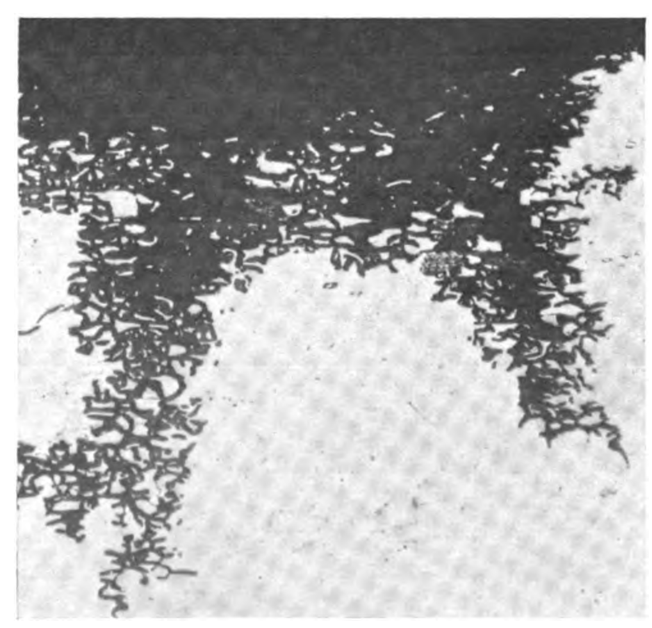


Abb. 17. Duralumin, 8 h bei 140°C ausgehärtet nach 12 monatigem Korrosionsangriff. Biegespannung 18,8 kg/mm². Stark ausgeprägte interkristalline Korrosion (Querschliff, V = 100×).

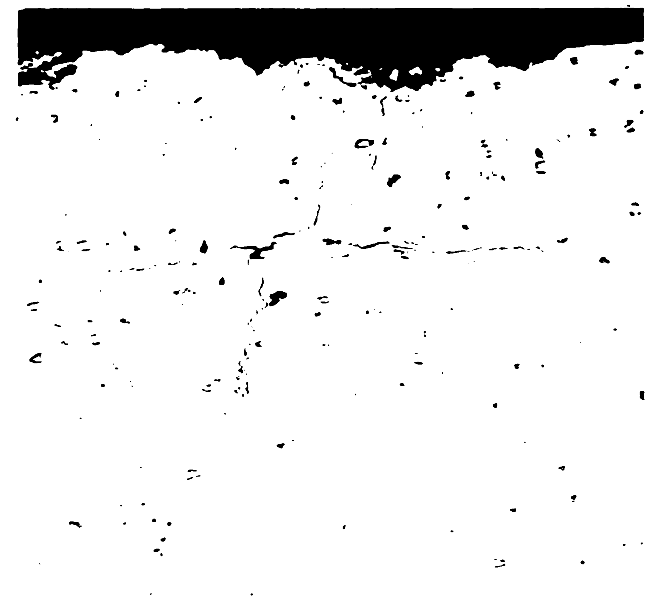


Abb. 18. Lautal, Anlieferungszustand (warm ausgehärtet) nach 4 monatigem Korrosionsangriff. Biegespannung 18,5 kg/mm². Feine interkristalline Längs- und Querrisse (Querschliff, V = 100×).





Abb. 16. *a* und *b* Duralplat warm ausgehärtet, *c*, *d* und *e* Hydronalium (Hy 7).

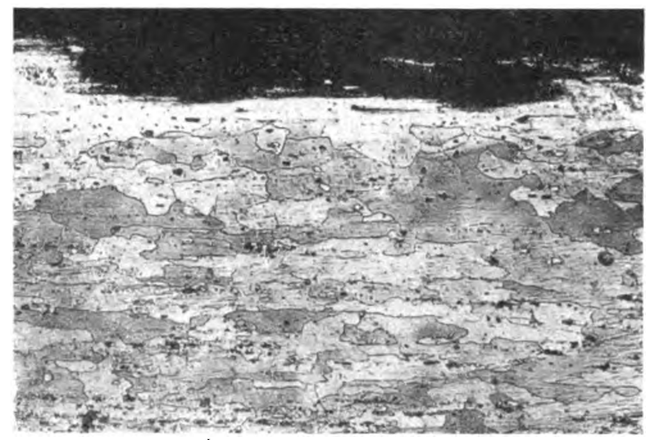


Abb. 20. Duralplat, 8 h bei 140°C ausgehärtet nach 12 monatigem Korrosionsangriff. Biegespannung 18,8 kg/mm². Oberflächlicher Angriff der Deckschicht, Kernwerkstoff unversehrt (Querschliff, V = 100×).

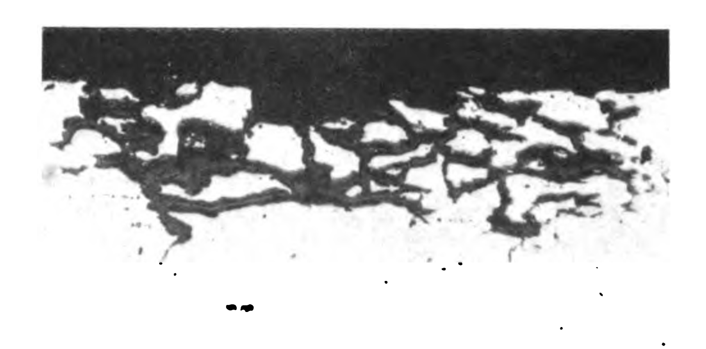


Abb. 21. Hydronalium (Hy 7), Anlieferungszustand nach 12-monatigem Korrosionsangriff. Biegespannung 18,8 kg/mm². Stellenweise interkristalline Korrosion (Querschliff, V = 100×).

fläche) angefertigt. In Übereinstimmung mit früheren Untersuchungen[4]) wurde bei den warm ausgehärteten Duralumin- und Lautalproben stark ausgeprägter interkristalliner Angriff festgestellt (Abb. 17 und 18), der im Zusammenhang mit den an den Korngrenzen vorhandenen $CuAl_2$-Ausscheidungen steht. Auf Grund dieses Befundes ist anzunehmen, daß bei weiterer Fortsetzung des Korrosionsversuchs auch die niedriger beanspruchte, warm ausgehärtete Duraluminprobe (D 3) gebrochen wäre.

[4]) P. Brenner, Ergebnisse von Korrosions- u. Oberflächenschutzversuchen mit Aluminium-Walzlegierungen. DVL-Jahrbuch 1931, S. 505 u. f.

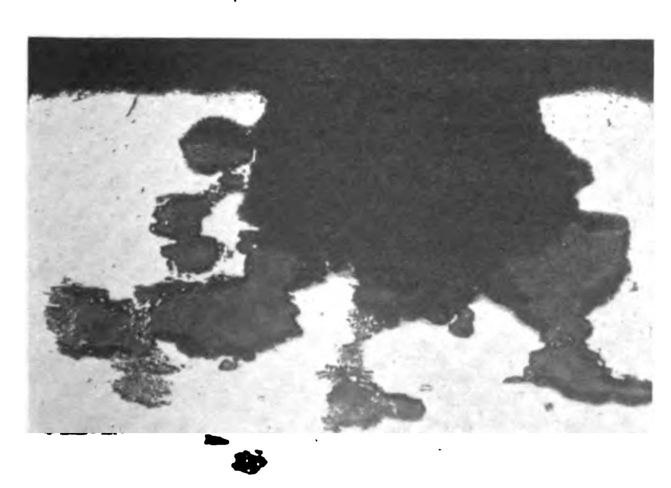


Abb. 19. Duralumin, bei Raumtemperatur ausgehärtet nach 12 monatigem Korrosionsangriff. Biegespannung 17,0 kg/mm². Lochfraß (Querschliff, V = 100×).

Bei den bei Raumtemperatur ausgehärteten Probestäben konnte interkristalliner Angriff nicht festgestellt werden; es zeigte sich nur z. T. ziemlich starker Lochfraß (Abb. 19).

Die feinen, zwischen den Korngrenzen verlaufenden Anfressungen sind als außerordentlich scharfe Kerben anzusehen, die sich bei zusätzlichen Spannungen infolge der im Kerbgrund wirksamen Spannungserhöhungen immer tiefer in den Werkstoff fortsetzen und schließlich den endgültigen Bruch herbeiführen.

Bei den Duralplatproben beschränkte sich der Korrosionsangriff ganz auf die für die Festigkeit des Werkstoffes weniger maßgebende Deckschicht, die aber trotz ihrer verhältnismäßig geringen Dicke (etwa 0,1 mm) nach 12-monatigem Korrosionsangriff an keiner Stelle vollständig durchfressen war (Abb. 20). Der Kernwerkstoff war noch völlig unversehrt. Dieses Ergebnis ist um so bemerkenswerter, als die Duralplatproben absichtlich so wärmebehandelt (warm ausgehärtet!) wurden, daß der Kernwerkstoff in einem für die Korrosionsbeständigkeit ungünstigen Gefügezustand vorlag. Man ersieht daraus, daß die Plattierung auch einen guten Schutz gegen fehlerhafte Wärmebehandlung des Werkstoffes bietet.

Überraschenderweise wurde bei den Hydronaliumproben stellenweise interkristalline Korrosion festgestellt (Abb. 21), die allerdings noch nicht so weit vorgeschritten war wie bei den warm ausgehärteten Duralumin- und Lautalproben. Abb. 22 zeigt das Gefüge einer Hydronaliumprobe. Nach Ätzen des Schliffes (mit 9proz. Phosphorsäure) wurden die Korngrenzen deutlich sichtbar, außerdem kamen feine, in Walzrichtung verlaufende Streifen zum Vorschein. Anscheinend neigt Hydronalium in diesem Gefügezustand besonders stark zu interkristalliner Korrosion. Es muß späteren Untersuchungen überlassen

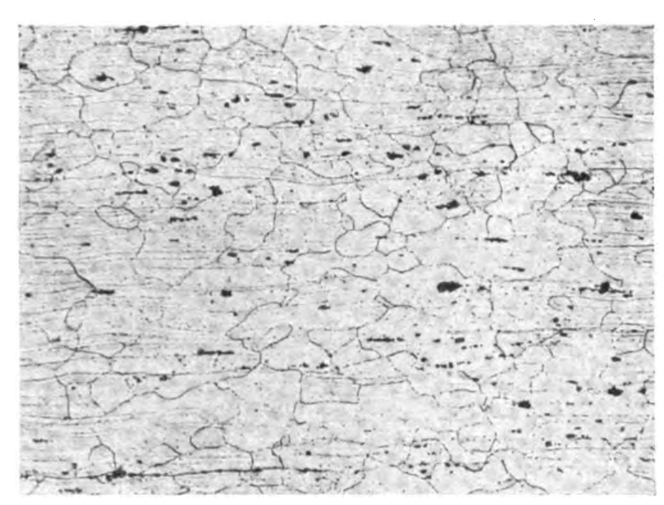


Abb. 22. Hydronalium (Hy 7), Anlieferungszustand. Gefüge. Geätzt mit 9 proz. H_3PO_4 (Querschliff, V = 100×).

bleiben, darüber Aufschluß zu geben, in welchem Gefügezustand Hydronalium am widerstandsfähigsten gegen interkristalline Korrosion und Aufreißen ist.

Der Korrosionsangriff erfolgte bei allen Proben sowohl von der Zug- als auch von der Druckseite aus. Die interkristallin korrodierten Proben waren an der Zugseite in der Regel stärker angegriffen als an der Druckseite. Die Schliffaufnahmen dieser Proben stammen daher aus der Zugseite. Ein Einfluß der Höhe der Biegespannung auf die Stärke der Anfressungen war im allgemeinen nicht mit Sicherheit zu erkennen. Nur bei den gebrochenen Proben machte sich ein derartiger Einfluß dadurch bemerkbar, daß der Bruch um so früher erfolgte je höher die angewandte Spannung war.

6. Versuche mit unmittelbarer Gewichtsbelastung.

Es muß erwähnt werden, daß die im vorhergehenden Abschnitt, insbesondere in Zahlentafel 1 angegebenen Werte für die Biegebeanspruchung der Probestäbe nur für den Versuchsbeginn gültig sind. Es wurde festgestellt, daß sich die anfänglich eingestellte Durchbiegung während des Versuches, besonders bei Versuchsende, z. T. um 50 vH und mehr vergrößert hatte, was einerseits auf den Korrosionsangriff (Verminderung des Widerstandsmoments des Probestabs durch Anfressungen u. dgl.), andererseits auf eine Senkung der Elastizitätsgrenze infolge der Dauerbelastung von 12 Monaten zurückgeführt werden kann. Aus diesen Gründen ist es nicht möglich, auf Grund der durchgeführten Versuche Angaben über die bei Eintritt des Bruches oder bei Versuchsende tatsächlich wirkenden Spannungen zu machen.

Bei weniger korrosionsbeständigen Werkstoffen mit niedriger Elastizitätsgrenze dürfte es sich deshalb empfehlen, dafür Sorge zu tragen, daß die an den Hebelenden angreifende Kraft P konstant gehalten wird, also ein während des Versuchs gleichbleibendes Biegemoment auf den Stab ausgeübt wird. Zu diesem Zweck wendet man an Stelle der Spannschiene, wie aus Abb. 23 zu ersehen, unmittelbare Gewichtsbelastung an. Die Vorrichtung mit eingespanntem Probestab wird am Ende des oberen Hebels an einem festen Punkt aufgehängt, während am Ende des unteren Hebels das Gewicht angebracht wird. Bei Korrosionsversuchen im Freien (Bewitterung) muß dafür Sorge getragen werden, daß das Gewicht durch den Windeinfluß nicht ins Pendeln kommt und dadurch unkontrollierbare Schwingungsbeanspruchungen entstehen. Um zu verhindern, daß beim Bruch des Stabes die eine Probehälfte zu Boden fällt, empfiehlt es sich, das Gewicht durch eine Auffangleine mit dem Befestigungspunkt zu verbinden. Die Biegespannung, die in diesem Falle ohne Zuhilfenahme einer Festigkeitsmaschine ermittelt werden kann, wird auch

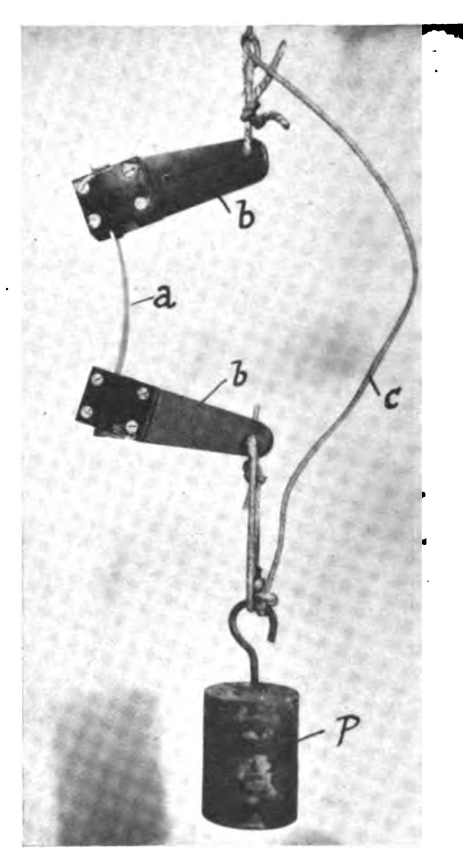


Abb. 23. Korrosionsversuch mit unmittelbarer Gewichtsbelastung. *a* Probestab. *b* Belastungshebel, *c* Auffangleine, *P* Gewicht.

hier zweckmäßig auf das ursprüngliche, d. h. vor dem Versuch vorhandene Widerstandsmoment bezogen werden, da sich ein Ausmessen der Querschnittsabmessungen nach dem Versuch, besonders bei sehr ungleichmäßigem Korrosionsangriff, zu schwierig gestaltet. Immerhin vermag aber die so ermittelte Spannung, ähnlich wie die Zugfestigkeit, die ja auch Querschnittsänderungen beim Versuch unberücksichtigt läßt, eine für praktische Zwecke brauchbare Vergleichs- und Rechnungsgröße darzustellen.

In Abb. 24 sind mehrere Probestäbe auf diese Weise durch Gewichte belastet. Da bei senkrechter Probestabanordnung infolge von Feuchtigkeitsansammlungen an der unteren Einspannstelle unter Umständen verstärkter Angriff stattfinden kann, sind hier die Probestäbe mit ihrer Längsachse waagerecht angeordnet. Die Züge für die Belastungsgewichte sind über Kunstharzrollen geführt, die noch mit besonderen Schutzblechen abgedeckt sind. Einspann- und Belastungsvorrichtungen sind auf einem Holz-

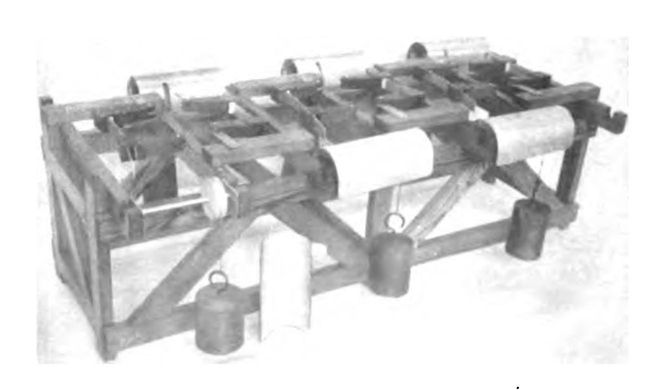


Abb. 24. Gestell zur gleichzeitigen Prüfung von 6 Probestäben mit unmittelbarer Gewichtsbelastung.



gestell befestigt, das auf dem Boden des Salzwassersprühgeräts aufgestellt wird.

7. Zusammenfassung.

Ein zur Prüfung der Widerstandsfähigkeit metallischer Werkstoffe gegen Aufreißen entwickeltes Verfahren wird beschrieben. Probestäbe der zu untersuchenden Werkstoffe werden durch Verwendung einer einfachen Einspannvorrichtung auf Biegung beansprucht und in diesem Zustand einem Korrosionsangriff ausgesetzt. Die Spannungserzeugung und Ermittlung erfolgt vor dem Versuch in einer Festigkeitsmaschine. Bei weniger korrosionsbeständigen Werkstoffen mit niedriger Elastizitätsgrenze empfiehlt sich die Anwendung unmittelbarer Gewichtsbelastung, um während des Korrosionsversuchs das auf den Probestab wirkende Biegemoment konstant zu halten.

Die Untersuchung verschiedener Leichtmetalle nach dem beschriebenen Verfahren ergab folgendes:

1. Aufreißen tritt um so früher ein, je höher die dem Werkstoff aufgezwungene Spannung ist. Von zwei 8 h bei 140° C ausgehärteten Lautalproben brach die mit 18,5 km/mm² beanspruchte nach 4 monatigem, die mit 13,2 kg/mm² beanspruchte Probe erst nach 9½ monatigem Korrosionsangriff.
2. Bei Raumtemperatur ausgehärtetes Duralmin und Lautal zeigten unter den angewendeten Versuchsbedingungen keinerlei Neigung zum Aufreißen. — Wird dagegen das Aushärten bei erhöhten Temperaturen (z. B. 180° C) vorgenommen, so treten bei diesen Werkstoffen starke Aufreißerscheinungen auf.
3. Plattiertes Duralumin (Duralplat) erwies sich auch in warm ausgehärtetem Zustand bei 12 monatigem Korrosionsangriff als vollständig widerstandsfähig gegen Aufreißen.
4. Bei Hydronalium (Hy 7, weich) wurde in dem untersuchten Gefügezustand nach 12 monatigem Korrosionsversuch beginnender interkristalliner Angriff festgestellt.

Vergleich der Korrosionsbeständigkeit von 11 Leichtmetallen bei Natur- und Laboratoriumsversuchen

Von E. K. O. Schmidt und E. Böschel.

Bericht 35/06 der Deutschen Versuchsanstalt für Luftfahrt e. V., Berlin-Adlershof.

Gegen die Richtigkeit der Ergebnisse von Laboratoriums-Prüfverfahren zur Bestimmung der Korrosionsbeständigkeit von Leichtmetallen werden oft Einwände erhoben. Gelegentlich von Versuchen an 11 Leichtmetall-Legierungen[1]), die aus anderen Gründen vorgenommen wurden, wurden die Ergebnisse des bereits früher als zuverlässig erkannten DVL-Schnell-Prüfverfahrens mit denen von Korrosionsversuchen unter natürlichen Verhältnissen verglichen.

Gliederung.

I. Gang der Untersuchung.

1. Das Versuchsmaterial.

Für die Untersuchung wurden 1,0 mm dicke Bleche folgender Werkstoffe ausgewählt:

1. Duralumin 681 ZB veredelt,
2. » 681 A »
3. » 681 K »
4. » 681 H »
5. Duralplat veredelt,
6. KS-Seewasser, hart (Leg. VLW 61½),
7. » weich (Leg. VLW 62),
8. Hydronalium, walzhart,
9. » weichgeglüht,
10. Anticorodal S,
11. Silumin, warm geknetet.

Die Versuchsbleche wurden mit Ausnahme des Silumins (Nr. 11) in den Monaten Juli bis September 1931 mit den Abmessungen 500 × 500 mm geliefert; die Siluminproben wurden einer im Juli 1930 gelieferten Tafel entnommen.

2. Die Versuchsdurchführung.

Von den angelieferten Blechen wurden zunächst Zugfestigkeit, Dehnung, Elastizitäts- (σ 0,02) und Streck- (σ 0,2)-grenze ermittelt. Die Feinmessungen wurden mit Baumannschen Dehnungsmessern ($^1/_{500}$ mm Meßgenauigkeit) durchgeführt. Außerdem wurden alle Bleche auf ihre chemische Zusammensetzung untersucht.

Für die Korrosionsversuche in der Nordsee wurden von jedem Werkstoff 10 Rechteckproben mit den Abmessungen 60 × 250 mm auf einem Holzrahmen befestigt und in Norderney dem Korrosionsangriff durch Seewasser so ausgesetzt, daß sie nur bei Flut unter Wasser tauchten. Nach verschieden langen Versuchszeiten (½ Monat bis 2 Jahre) wurden Proben aus dem Wasser genommen und an Proportionalflachstäben, von denen je drei aus einem Rechteckblech herausgearbeitet wurden, Zugfestigkeit und Dehnung ermittelt und mit den Anlieferungswerten verglichen. Durch Auftreiben schwerer Eismassen und heftigen Sturm gingen die Rahmen mit den Blechen der Legierungen Hydronalium weich, Anticorodal S und Silumin nach etwa 1½jähriger Versuchszeit verloren, so daß die Untersuchung dieser Bleche nur bis zu einjährigem Seewasserangriff möglich war.

Die Versuche wurden nach 2 Jahren abgebrochen, da die Legierungen mit geringer Korrosionsbeständigkeit völlig ausgeschieden waren und bei den hochkorrosionsbeständigen Legierungen ein Ende der Versuche nicht abzusehen war. Bei der stetigen Weiterentwicklung dieser Legierungen erschien eine Fortsetzung der Versuche unzweckmäßig und hätte zu einer Überalterung der Versuchsergebnisse geführt.

Daneben wurden sämtliche Werkstoffe (mit Ausnahme des Hydronalium hart) an Rechteckproben von 20 × 200 mm dem Korrosionsangriff durch das DVL-Schnellprüfverfahren (Rührversuch bei Zimmertemperatur in 3proz. Kochsalzlösung mit 0,1% Wasserstoffsuperoxydzusatz) ausgesetzt. Aus den Rechteckproben wurden nach verschieden langen Versuchsreihen (6 bis 180 Tage) für die Zerreißversuche je ein Proportionalflachstab herausgearbeitet.

In einzelnen Fällen wurden außerdem Oberflächen- oder Gefügeaufnahmen (Querschliffe) angefertigt.

II. Ergebnisse.

Die Ergebnisse der Feinmessungen (an einem Stab für jeden Werkstoff) und der chemischen Analyse sind in der Zahlentafel I zusammengestellt. Die Ergebnisse der weiteren Zerreißversuche im Anlieferungszustand und nach verschieden langem Korrosionsangriff im Seewasser (Norderney) und durch das DVL-Schnellprüfverfahren sind in der Zahlentafel II und in den Abb. 1 bis 3 dargestellt.

Die Auswertung der Korrosionsversuche erfolgte nach drei Gesichtspunkten: 1. das Verhalten der Werkstoffe beim Korrosionsangriff durch Seewasser, 2. das Verhalten der

Zahlentafel I. Ergebnisse der Feinmessungen[2]) und chemische Zusammensetzung der Werkstoffe.

Werkstoff	$\sigma_{0,02}$	$\sigma_{0,2}$	σ_z	$\sigma_{0,2}/\sigma_z$	δ	Chemische Zusammensetzung in %					
	kg/mm²			%		Si	Mn	Fe	Mg	Cu	Sb
Duralumin 681 ZB veredelt	23,2	28,4	45,3	63	21,4	0,41	0,66	0,27	0,88	4,13	—
» 681 A »	22,9	25,6	38,6	66	20,3	0,29	0,59	0,37	0,74	3,50	—
» 681 K »	13,8	16,2	17,1	95	7,0	0,22	1,05	0,33	0,55	0,00	—
» 681 H »	19,0	23,4	32,7	72	17,8	0,10	0,005	0,33	0,45	2,74	—
Duralplat veredelt	19,8	25,5	37,4	68	17,7	—	—	—	—	—	—
KS-Seewasser hart	18,6	23,9	26,3	91	3,3	0,96	1,47	0,29	2,59	0,00	0,10
KS- » weich . . .	7,6	10,0	17,0	59	22,0	0,95	1,49	0,32	2,54	0,00	0,12
Hydronalium walzhart . .	25,0	31,3	38,5	81	10,5	0,29	0,56	0,52	6,72	0,00	—
» weichgeglüht	12,8	16,6	34,8	48	21,4	0,17	0,61	0,27	7,09	0,00	—
Anticorodal S	25,5	30,3	32,8	92	8,0	1,03	0,68	0,22	1,01	0,00	—
Silumin warm geknetet . .	8,4	15,0	20,8	72	3,1	12,68	0,005	0,39	Spuren	0,00	—

[1]) Die untersuchten Leichtmetallbleche entsprechen dem Entwicklungsstand der Jahre 1930/31. In der Zwischenzeit sind auch auf diesem Gebiet weitere Fortschritte zu verzeichnen.

[2]) ermittelt an einem Stab.



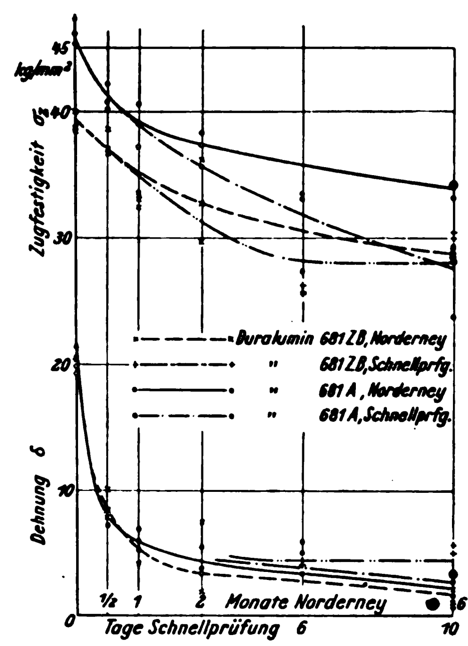


Abb. 1. Festigkeitswerte 1,0 mm dicker Duraluminbleche im Anlieferungszustand sowie nach verschieden langem Korrosionsangriff in der Nordsee (Norderney) und durch das DVL-Schnellprüfverfahren.

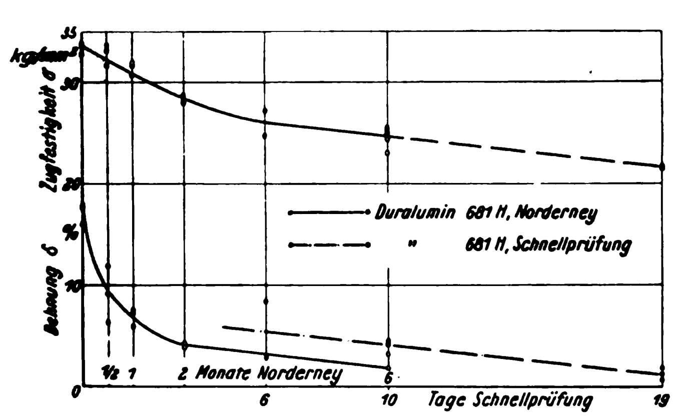


Abb. 2. Festigkeitswert eines 1,0 mm starken Duraluminbleches im Anlieferungszustand sowie nach verschieden langem Korrosionsangriff in der Nordsee (Norderney) und durch das DVL-Schnellprüfverfahren.

Abb. 3. Festigkeitswerte eines 1,0 mm dicken Siluminbleches im Anlieferungszustand sowie nach verschieden langem Korrosionsangriff in der Nordsee (Norderney) und durch das DVL-Schnellprüfverfahren.

Zahlentafel II. Festigkeitswerte[3]) 1,0 mm dicker Leichtmetallbleche im Anlieferungszustand und nach verschieden langem Korrosionsangriff im Seewasser (Norderney) und durch das DVL-Schnellprüfverfahren.

Korrosions-angriff	Duralumin 681 ZB		Duralumin 681 A		Duralumin 681 K		Duralumin 681 H		Duralplat		KS-Seewasser hart		KS-Seewasser weich		Hydronalium hart		Hydronalium weich		Anticorodal S		Silumin	
	σ_z kg/mm²	δ %	σ_z kg/mm²	δ %	σ_z kg/mm²	δ %	σ_z kg/mm²	δ %	σ_z kg/mm²	δ %	σ_z kg/mm²	δ %	σ_z kg/mm²	δ %	σ_z kg/mm²	δ %	σ_z kg/mm²	δ %	σ_z kg/mm²	δ %	σ_z kg/mm²	δ %
Monate	Korrosionsangriff im Seewasser (Norderney)																					
0	45,9	20,2	39,0	20,2	17,6	7,2	33,4	17,2	38,3	18,7	26,7	3,0	16,9	20,6	38,6	9,4	35,0	20,6	33,7	8,7	21,1	2,8
½	41,4	7,8	37,4	8,7	—	—	32,8	8,8	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1	38,9	6,0	33,0	4,7	—	—	31,4	6,9	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	22,0	2,9
2	37,1	4,2	32,8	4,8	18,0	6,1	28,3	4,0	—	—	26,9	3,6	17,4	21,0	39,8	9,3	35,5	20,1	34,3	8,9	21,2	1,0
6	33,9	2,2	28,6	1,8	18,3	8,6	24,6	1,6	39,2	17,7	26,3	2,9	17,2	18,9[4])	39,5	8,5	34,6	21,3	32,5	5,2	15,7	<1
12	—	—	—	—	17,0	6,3	—	—	37,6	17,4	25,9	3,5	16,2	19,0[4])	38,6	9,6	35,5	20,7	32,1	3,8	11,1	<1
24	—	—	—	—	17,7[5])	6,4[5])	—	—	38,9[5])	18,2[5])	25,8	3,9	16,6[5])	17,1[4])[5])	38,6[5])	8,9[5])	—[6])	—[6])	—[6])	—[6])	—[6])	—[6])
Tage	Korrosionsangriff durch das DVL-Schnellprüfverfahren																					
6	31,3	4,8	25,8	4,1	—	—	26,4	8,4	—	—	—	—	—	—			—	—	—	—	19,8	1,7
10	27,1	2,8	29,5	5,3	—	—	24,7	4,2	—	—	—	—	—	—			—	—	—	—	—	—
19	—	—	—	—	—	—	21,5	3,1	—	—	—	—	—	—			—	—	—	—	—	—
26	—	—	—	—	—	—	—	—	36,9	19,4	—	—	—	—			—	—	—	—	—	—
31	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—			—	—	—	—	15,2	0,4
45	—	—	—	—	—	—	—	—	38,4	18,3	—	—	—	—			—	—	—	—	15,2	0,0
60	—	—	—	—	—	—	—	—	35,6	10,6	—	—	—	—			—	—	—	—	—	—
120	—	—	—	—	18,1	9,5	—	—			26,5	4,1	17,1	20,3			35,1	21,9	34,1	10,7	—	—
180	—	—	—	—	18,1	8,5	—	—	—	—	26,3	3,2[4])	17,0	16,3[4])			33,6	19,0[4])	33,0	7,6[4])	—	—

[3]) Mittelwerte aus drei Einzelbestimmungen. [4]) Ein Proportionalstab in einer Korrosionsstelle an der Oberfläche gerissen. [5]) Mittelwerte aus sechs Einzelbestimmungen. [6]) Bleche verlorengegangen.

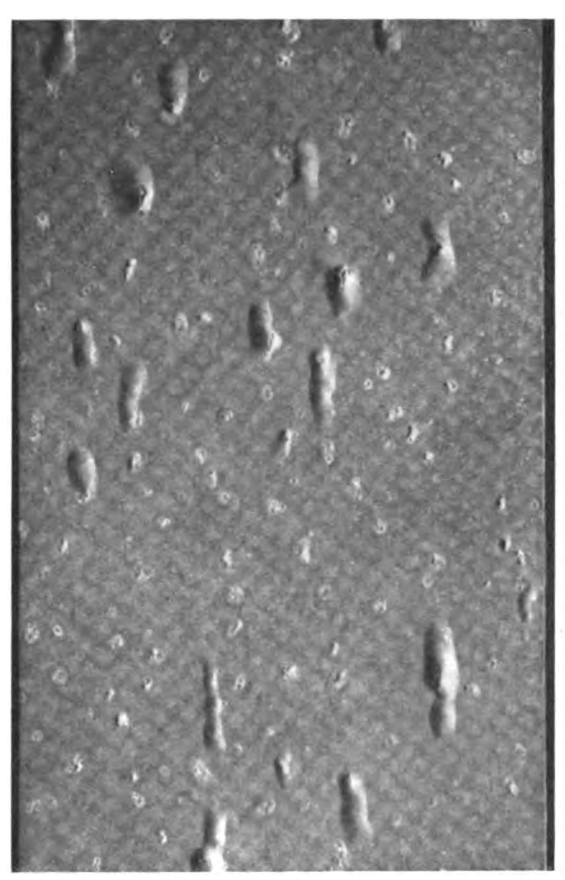


Abb. 4. Ansicht eines 1,0 mm dicken Siluminbleches nach 4½ monatigem Korrosionsangriff in Norderney.

Werkstoffe beim Korrosionsangriff durch das DVL-Schnellprüfverfahren und 3. Vergleich der beiden Prüfverfahren auf Grund der an jedem Werkstoff erzielten Versuchsergebnisse.

1. Das Verhalten der Werkstoffe beim Angriff durch Seewasser (Norderney).

Die in der Zahlentafel II zusammengestellten Ergebnisse lassen eine Unterteilung der Werkstoffe nach ihrer Korrosionsbeständigkeit in folgende drei Gruppen zu:

a) Werkstoffe, die bereits nach ½ monatigem Korrosionsangriff deutliche Verluste ihrer Festigkeitseigenschaften, besonders der Dehnung, erkennen lassen. Hierzu gehören die Legierungen Duralumin 681 ZB, Duralumin 681 A und Duralumin 681 H.

b) Werkstoffe, die erst nach 6 Monaten deutliche Festigkeitsverluste zeigen; dies sind die Legierungen Anticorodal S und Silumin. Das Silumin ist hierbei dem Anticorodal S unterlegen.

c) Werkstoffe, die auch nach 24 Monaten keinen oder nur einen äußerst geringen Festigkeitsverlust aufweisen. Diese sind: Duralumin 681 K, Duralplat, KS-Seewasser hart und weich, Hydronalium hart. In diese Gruppe muß man auch das Hydronalium weich miteinbeziehen, da es nach 12 monatigem Angriff noch keine Verluste zeigt und der Schnellprüfversuch seine hohe Korrosionsbeständigkeit erhärtet.

Über das Aussehen der verschiedenen Leichtmetalle nach dem Korrosionsangriff ist im einzelnen folgendes zu sagen:

Die Duralumin-Legierungen 681 ZB, 681 A und 681 H überziehen sich mit einer gleichmäßigen Schicht von Korrosionsprodukten; örtlich begrenzte Anfressungen sind nicht aufgetreten. Die Siluminproben sind mit einer großen Zahl Blasen bedeckt (s. Abb. 4), die örtliche Zerstörungen des Werkstoffes zur Folge haben. — Das Anticorodal S zeigt keine deutlich sichtbaren Veränderungen. Da aber nach 6 monatigem Korrosionsangriff Festigkeitsverluste aufgetreten waren, wurden von diesen Stäben Querschliffe angefertigt, um die Ursache des Festigkeitsabfalls zu ermitteln. Die Querschliffe zeigten an einigen wenigen Stellen interkristalline Korrosion (s. Abb. 5). Beim Duralplat ist nur die Plattierungsschicht angegriffen und der Kernwerkstoff noch vollkommen erhalten. Die übrigen hochkorrosionsbeständigen Leichtmetalle zeigen keine sichtbaren Veränderungen; nur beim KS-Seewasser weich treten örtlich eng begrenzte Zerstörungen auf, durch die beim Zerreißversuch, sofern sie innerhalb der Meßstrecke liegen, der Bruch bei verringerter Zugfestigkeit und Dehnung erfolgt.

An allen Blechproben setzten sich während des Versuchs Muscheln und Tang an (Abb. 6). Die Bleche erfahren dadurch eine Gewichtszunahme, die nach 9 Monaten durch Wägen von 9 Blechen bestimmt wurde und durchschnittlich 18 g pro Blech betrug. Dies entspricht einer Gewichtszunahme durch Ansatz von 1,2 kg auf 1 m² Blech (auf beiden Seiten).

2. Das Verhalten der Werkstoffe beim Korrosionsangriff durch das DVL-Schnellprüfverfahren.

Die in der Zahlentafel II zusammengestellten Ergebnisse lassen eine Unterteilung der Werkstoffe nach ihrer Korrosionsbeständigkeit in folgende drei Gruppen zu:

a) Werkstoffe, die bereits nach 6 tägigem Versuch erhebliche Verluste ihrer Festigkeitseigenschaften aufweisen. Dies sind die Duralumin-Legierungen 681 ZB, 681 A und 681 H.

b) Werkstoffe, die nach 6 Tagen nur einen geringen Festigkeitsabfall zeigen. Hierzu gehört allein das Silumin.

c) Werkstoffe, die auch nach 180 tägigem Angriff keinen oder nur geringen Festigkeitsverlust aufweisen. Hierzu zählen die Legierungen Duralumin 681 K, KS-Seewasser hart und weich, Hydronalium weich und Anticorodal S.

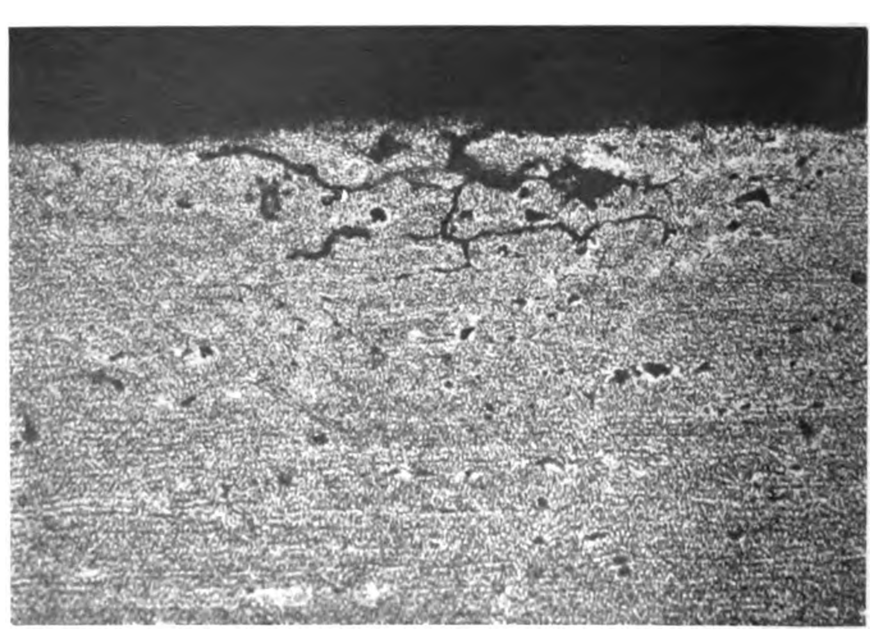


Abb. 5. Querschliff, geätzt mit 9%iger H_3PO_4, eines 1,0 mm dicken Bleches der Legierung Anticorodal S nach 12 monatigem Korrosionsangriff in Norderney.

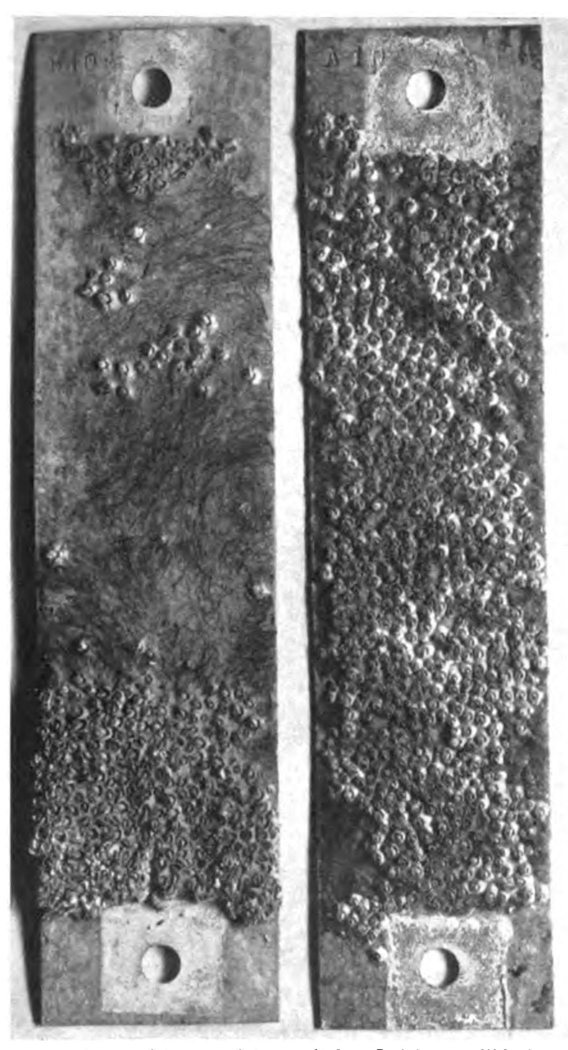


Abb. 6. Ansicht von 1,0 mm dicken Leichtmetallblechen (Hydronalium hart und Duralumin 681 ZB) mit Muschel- und Tangansatz nach 9 monatigem Korrossionsangriff in Norderney.

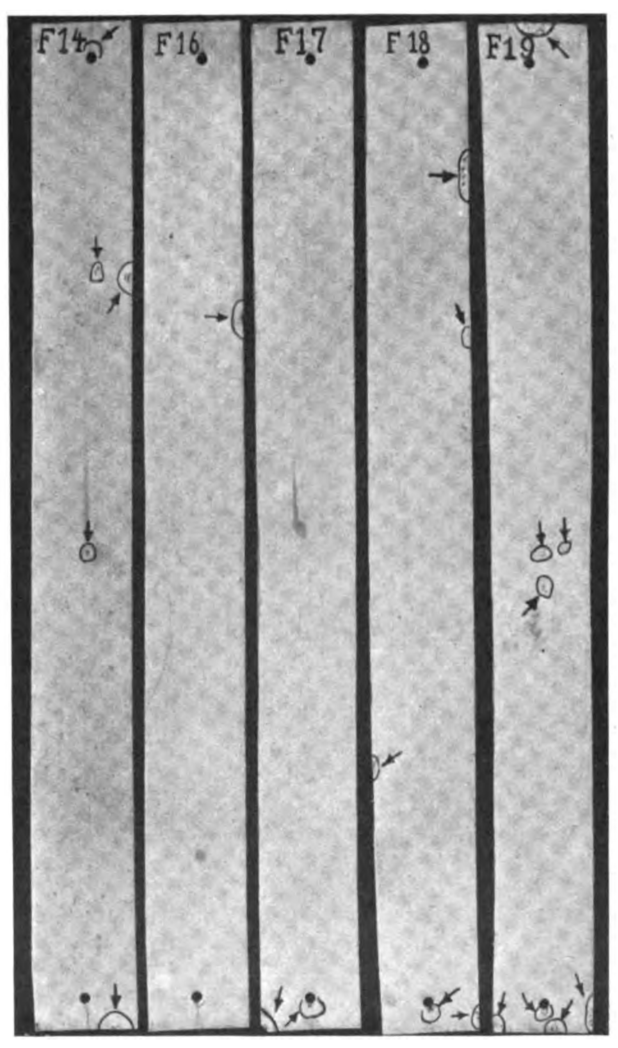


Abb. 7. Ansicht mehrerer 1,0 mm dicker Bleche der Legierung KS-Seewasser hart nach 6 monatigem Korrosionsangriff durch das DVL-Schnellprüfverfahren.
(Die Pfeile bezeichnen Stellen örtlicher Anfressung).

Das Duralplat bedarf einer besonderen Besprechung: Das gute Verhalten dieser plattierten Legierung beruht darauf, daß die Bleche an ihrer Oberfläche die Korrosionsbeständigkeit der Plattierungsschicht annehmen; da, wo Verletzungen dieser Schicht bis zum Kernmaterial eingetreten sind oder wo an den Schnittflächen das Kernmaterial frei liegt, wird durch die Potentialdifferenz zwischen der Kern- und der Plattierungsschicht beim Korrosionsangriff die letztere als die unedlere angegriffen und dadurch ein lange Zeit währender Schutz des die Festigkeit besitzenden Kernmaterials erreicht. Hierbei ist die Größe der Schutzwirkung abhängig von dem Schnittflächenanteil an der gesamten Oberfläche. Bei den hier untersuchten Rechteckproben von 20:200 mm ist dieses Verhältnis ungünstig. Mit einer Vergrößerung der Proben nimmt der Anteil der Schnittfläche an der gesamten Oberfläche ab und dadurch die Korrosionsbeständigkeit zu; diese erreicht ihren Höchstwert bei sehr großen Blechen und wird dort gleich der Korrosionsbeständigkeit der Plattierungsschicht. Diese besteht nach den Angaben des Herstellers aus der Duralumin-Legierung 681 K, über deren sehr gutes Verhalten beim Korrosionsangriff die vorliegende Arbeit ebenfalls Auskunft gibt. Bei Verwendung großer Bleche darf das Duralplat aus diesen Gründen zu den hochkorrosionsbeständigen Werkstoffen, wie sie in der Gruppe c) zusammengestellt sind, hinzugerechnet werden. Erwähnt soll außerdem werden, daß es dem Hersteller gelungen ist, die Korrosionsbeständigkeit des Duralplat weiter zu steigern, so daß unter gleichen Versuchsbedingungen (DVL-Schnellprüfverfahren) die Festigkeitseigenschaften noch nach 90 Tagen nahezu unverändert erhalten waren.

Über das Aussehen der verschiedenen Leichtmetalle nach dem Korrosionsangriff gilt im allgemeinen das unter II, 1 Gesagte. Abweichend davon ist beim Duralplat nach 60 Tagen — wie sich aus angefertigten Querschliffen ergab — die Plattierungsschicht völlig abgetragen und eine Zerstörung des Kernwerkstoffes eingetreten, wodurch sich der Rückgang der Festigkeitseigenschaften erklärt. Die beim Natur-Korrosionsversuch in Norderney nur an der Legierung KS-Seewasser weich beobachteten, örtlich eng begrenzten Korrosionsstellen sind nach dem 6monatigen Schnellprüfversuch bei den Legierungen KS-Seewasser weich und hart und beim Hydronalium weich vorhanden. Besonders stark ist dieser Lochfraß bei den KS-Seewasserblechen (Abb. 7 und 8). Bei der Beurteilung dieser örtlichen Korrosion ist stets zu berücksichtigen, daß diese an und für sich natürlich unerwünschten Erscheinungen erst nach verhältnismäßig langer Zeit (6 Monate Schnellprüfverfahren) aufgetreten sind.

III. Vergleich der beiden Prüfverfahren.

Aus den Ergebnissen des Natur-Korrosionsversuchs in Norderney und des Laboratoriums-Korrosionsversuchs nach dem DVL-Schnellprüfverfahren ergibt sich folgendes:

a) Bei beiden Prüfverfahren sind die Duralumin-Legierungen 681 ZB, 681 A und 681 H von den untersuchten Werkstoffen am wenigsten korrosionsbeständig. Die Legierung Silumin hat demgegenüber



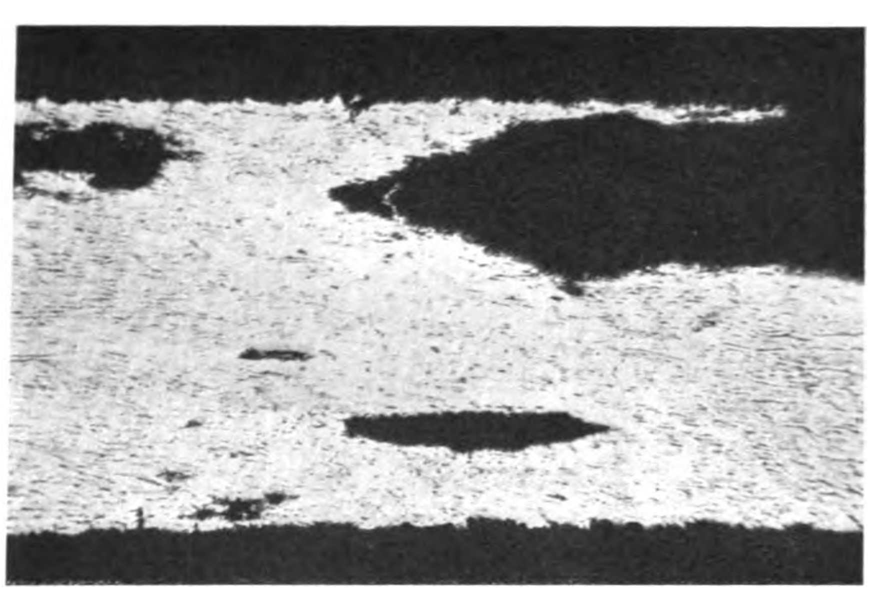


Abb. 8. Querschliff, ungeätzt, eines 1,0 mm dicken Bleches der Legierung KS-Seewasser hart nach 6 monatigem Korrosionsangriff durch das DVL-Schnellprüfverfahren. Querschliff durch eine örtlich begrenzte Korrosionsstelle.

höhere Korrosionsbeständigkeit, erreicht aber bei weitem nicht die der hochkorrosionsbeständigen Legierungen Duralumin 681 K, Duralplat, KS-Seewasser hart und weich, Hydronalium hart und weich. — Die Legierung Anticorodal S läßt sich an Hand der durchgeführten Prüfungen in ihrer Korrosionsbeständigkeit nicht eindeutig einordnen; während sie beim Natur-Korrosionsversuch schon nach 6 Monaten eine Verminderung der Dehnung zeigt, hat sie sich beim DVL-Schnell-Prüfverfahren bis zu 120 Tagen als korrosionsbeständig erwiesen. Die Erklärung hierfür liegt in dem Auftreten interkristalliner Korrosion an einzelnen Stellen des Bleches.

b) Bei der Anwendung von Schnellprüfverfahren wird stets nach dem Umrechnungsfaktor gefragt. Hierunter versteht man die Zahl, mit der man die bei der Kurzprüfung angewendete Zeit multiplizieren muß, um unter praktischen Versuchsbedingungen die gleichen Erscheinungen (Veränderung der Aussehens, Festigkeits- und Dehnungsverluste usw.) zu erhalten. Dieser Umrechnungsfaktor war für das DVL-Schnellprüfverfahren bisher nicht bekannt. Für seine Ermittlung können nur die Versuchsergebnisse benutzt werden, bei denen sowohl nach dem Natur-Korrosionsversuch in Norderney als auch nach dem DVL-Schnellprüfverfahren bereits Festigkeitsverluste aufgetreten sind. Dies ist nur bei den drei Duralumin-Legierungen 681 ZB, 681 A und 681 H und dem Silumin der Fall. Von diesen vier Werkstoffen wurden die Festigkeits- und Dehnungswerte nach verschieden langen Korrosionsangriffen für beide Prüfverfahren in den Schaubildern 1 bis 3 eingetragen. Hierbei ergab sich bei einem Maßstabverhältnis für die Korrosionszeiten von 1:18 eine angenäherte Übereinstimmung der Schaulinien. Dies bedeutet, daß einem Korrosionsangriff durch das DVL-Schnellprüfverfahren von 1 Monat ein solcher von etwa 18 Monaten in Norderney (Ebbe—Flut) entspricht. Es ist dabei wohl selbstverständlich, daß dieses Verhältnis stets nur angenähert zutreffen kann.

IV. Zusammenfassung.

Unter den angewendeten Versuchsbedingungen hat sich folgendes ergeben:

1. Das DVL-Schnellprüfverfahren stimmt bei der Untersuchung der Korrosionsbeständigkeit von 11 verschiedenen Leichtmetall-Legierungen (Blechen) mit den Ergebnissen eines Natur-Korrosionsversuchs in Norderney (Ebbe—Flut) überein.
2. Das DVL-Schnellprüfverfahren kürzt die Versuchszeit auf ungefähr den 18. Teil ab.
3. Die 11 untersuchten Leichtmetall-Legierungen (Bleche) zeigen sehr verschiedene Korrosionsbeständigkeit; sie lassen sich nach ihrer Beständigkeit in folgende drei Gruppen einteilen:
   a) Werkstoffe, die bereits nach ½monatigem Korrosionsangriff in Norderney deutliche Festigkeitsverluste aufweisen: Duralumin 681 ZB, Duralumin 681 A und Duralumin 681 H.
   b) Werkstoffe, die erst nach 6 Monaten in Norderney deutliche Festigkeitsverluste zeigen: Silumin und Anticorodal S. Das Anticorodal S zeigte ungleichmäßiges Verhalten; es ist möglich, daß es der Gruppe c) hinzuzurechnen ist.
   c) Werkstoffe, die auch nach 24monatigem Korrosionsangriff in Norderney keinen oder nur einen äußerst geringen Festigkeitsabfall aufweisen: Duralumin 681 K, Duralplat, KS-Seewasser weich und hart, Hydronalium weich und hart.

LUFTFAHRTFORSCHUNG

Band 12 | 30. Juli 1935 | Nr. 4

Kohlenoxyd- und Höhenwirkung.

Von H. v. Diringshofen und H. Hartmann.

In einer Höhe von rund 5000 m ü. d. M. ist der Luftdruck und damit auch der Sauerstoffteildruck in der Luft auf die Hälfte des Normaldrucks gesunken. Bergsteiger und Flieger bekommen daher in dieser Höhe nur noch die Hälfte der gewöhnlichen Sauerstoffmenge zu atmen. Ihr Blut kann sich dabei nicht mehr genügend mit Sauerstoff sättigen. Dies äußert sich in einer Abnahme der körperlichen und schließlich auch der geistigen Leistungsfähigkeit. In der vorliegenden Arbeit werden die Sauerstoffsättigungsverhältnisse im Blut erörtert, die sich in großen Höhen einstellen und die Höhenkrankheit auslösen, sowie ihre Verschiebung durch das Vorhandensein von CO in der Atemluft. Aus den Ergebnissen werden Folgerungen für die bei Flügen in der Höhe zulässigen CO-Konzentrationen gezogen.

Gliederung.

1. Höhenwirkung.

Während der rote Blutfarbstoff, das Hämoglobin, als Sauerstoffträger des Blutes bei Normaldruck im Mittel 95 vH des möglichen Sättigungswertes an Sauerstoff aufnimmt, beträgt die Sättigung in 5000 m bei normaler Atmung immer noch 81 vH, obwohl der Sauerstoffdruck hier auf die Hälfte gesunken ist. Dies ist die Folge des hyperbolischen Verlaufes der Sauerstoffdissoziationskurve des Hämoglobins (Hb) (vgl. hierzu Abb. 1). Einer Berechnung der Sauerstoffsättigung im Arterienblut ist nicht der Sauerstoffdruck in der Einatmungluft zugrunde zu legen, sondern man muß hierfür den Sauerstoffdruck in den Lungenbläschen kennen, weil hier der direkte Gasaustausch zwischen Atemluft und Lungenblut und die Einstellung der Sättigungsgleichgewichte stattfindet. Der Unterschied zwischen der Sauerstoffspannung in der Einatmungsluft und der in den Lungenbläschen ist stark abhängig von der Tiefe des einzelnen Atemzuges. Die Zahlentafel I zeigt die Sauerstoffspannung in den Lungenbläschen bei normaler Atmung (rd. 400 cm³ je Atemzug) in Abhängigkeit von der Luftverdünnung. Die Sauerstoffsättigung des arteriellen Blutes erreicht entsprechend dem in den Lungenbläschen vorhandenen Sauerstoffdruck einen Wert, der aus der in Abb. 1 dargestellten Dissoziationskurve abgelesen werden kann. Für diese Kurve wurden bis zu einer Höhe von 7000 m bzw. einer mittleren Sauerstoffspannung in den Lungenbläschen von 38,9 mm Hg die im arteriellen Blut von verschiedenen Forschern experimentell am Mt. Everest, in Cerro de Pasco und auf dem Mt. Rosa gemessenen Sauerstoffsättigungswerte des Hämoglobins verwendet[1]).

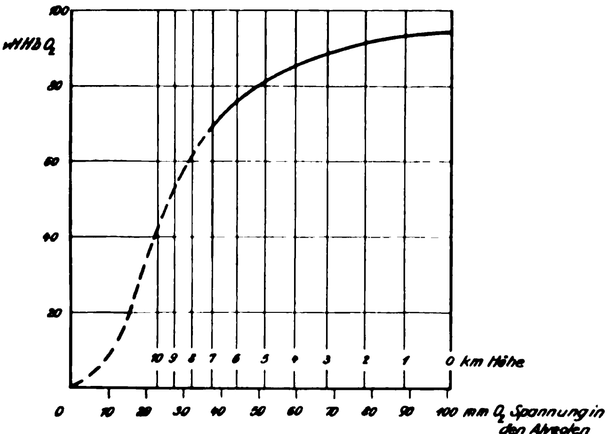


Abb. 1. O_2-Sättigungskurve des Hämoglobins im Arterien-Blut.

Zahlentafel I. Luftdruck, Temperatur und maximale alveoläre Sauerstoffspannung in Höhen von 0—8000 m (nach Dräger-Tabelle).

Höhe in m	Luftdruck in mm Hg	Temperatur in °C	Maximale O_2-Spannung in den Lungen bei 400 cm³ Ventilation in mm Hg
0	760	+ 15	101
1000	675	+ 10	89
2000	598	+ 5	78
3000	528	± 0	68
4000	466	— 5	59
5000	410	— 10	51
6000	360	— 15	44
7000	315	— 20	38
8000	275	— 25	32

In einer Höhe von rd. 5000 m bzw. bei einer Sauerstoffsättigung des arteriellen Blutes von rd. 80 vH ist die körperliche Leistungsfähigkeit eines an solche Höhen nicht angepaßten Menschen deutlich herabgesetzt. Bei längeren Flügen in Höhen über 6000 m bzw. einer Herabsetzung der Sauerstoffsättigung des Hämoglobins im Blut unter 75 vH beginnen auch ruhig sitzende Menschen meist höhenkrank zu werden. Es bestehen hier natürlich starke individuelle Unterschiede. Aber ein Nachlassen der körperlichen Leistungsfähigkeit ist in 5000 m infolge der Sauerstoffverarmung des Blutes auf jeden Fall zu erwarten. Aus diesem Grunde ist in vielen Ländern vorgeschrieben, bei Flügen oberhalb von 5000 m ein Sauerstoffgerät zu benutzen.

2. Kohlenoxydwirkung allgemein.

Kohlenoxyd hat bei Körpertemperatur eine 310mal größere Neigung sich mit dem Hämoglobin zu verbinden als Sauerstoff. Darauf beruht im wesentlichen die schädliche Wirkung von Kohlenoxyd in der Einatmungsluft, weil das von ihm gebundene Hämoglobin (COHb) für den Sauerstofftransport ausfällt. Hierdurch treten im Organismus Erscheinungen von Sauerstoffmangel auf[2]). Wird z. B. ein Gemisch von 310 Teilen Sauerstoff und 1 Teil Kohlenoxyd geatmet, so sättigt sich das Hämoglobin des Blutes zu gleichen Teilen mit O_2 und CO, unter der Voraussetzung, daß der O_2- und CO-Teildruck genügen, um sämtliches Hämoglobin zu sättigen, so daß kein ungesättigtes Hämoglobin (sog. reduziertes Hb) übrig bleibt. Es sind dann 50 vH COHb und 50 vH O_2Hb vorhanden.

[1]) Vergl. hierzu die Zusammenstellung S. 113 bei Loewy; Physiologie des Höhenklimas [1].

[2]) Die Frage, inwieweit beim Menschen die Einatmung höherer Konzentrationen von CO, entsprechend den Untersuchungen von Warburg [2] sich außerdem als Zellgift auswirkt, muß vorerst noch offen bleiben.

Zahlentafel II. Anteile von HbO_2, HbCO und reduziertem Hb in vH des Volumens bei Einwirkung verschiedener CO-Konzentrationen in Höhen von 0—8000 m ü. d. M.

Höhe in m	Bei normaler Luft		Bei 0,0025 vH CO in der Luft			Bei 0,005 vH CO in der Luft			Bei 0,01 vH CO in der Luft			Bei 0,02 vH CO in der Luft			Bei 0,03 vH CO in der Luft		
	vH HbO_2	vH Red. Hb	vH HbO_2	vH HbCO	vH Red. Hb	vH HbO_2	vH HbCO	vH Red. Hb	vH HbO_2	vH HbCO	vH Red. Hb	vH HbO_2	vH HbCO	vH Red. Hb	vH HbO_2	vH HbCO	vH Red. Hb
0	95	5	92	3,5	4,5	89,3	6,7	4	83,5	12,5	4	74,7	22,3	3	67,7	30,3	2
1000	94	6	91,1	3,4	6,0	88,4	6,6	5	82,7	12,3	5	74,0	22,0	4	67,0	30,0	3
2000	92	8	89,2	3,3	7,5	86,5	6,5	7	81,8	12,2	6	73,2	21,8	5	66,3	29,7	4
3000	89	11	86,3	3,2	10,5	84,2	6,3	9,5	80,0	12,0	7	72,4	21,6	6	65,6	29,4	5
4000	85,5	14,5	82,9	3,1	14,0	81,0	6,0	11,5	77,5	11,5	9	70,5	21,0	8,5	64,2	28,8	7
5000	81	19	79,1	2,9	18,0	77,2	5,8	17,0	74,0	11,0	12	67,8	20,2	12,0	62.5	28,0	9,5
6000	76	24	74,2	2,8	22,0	73,5	5,5	21,0	70,5	10,5	17	64,7	19,3	16,0	60,1	26,9	13,0
7000	70	30	68,9	2,6	28,5	67,9	5,1	27,0	65,7	9,8	24	61,6	18,4	20,0	57,3	25,7	17,0
8000	62	38	61,7	2,3	36,5	61,4	4,6	34,0	60,0	9,0	31	57,0	17,0	26,0	53,2	23,8	23,0

Bleibt jedoch noch ungesättigtes bzw. reduziertes Hb übrig, wie z. B. in 5000 m Höhe, wo normalerweise nur 81 vH des Hämoglobins gesättigt werden, so stellt sich ein Gleichgewicht zwischen dem O_2 und CO der Luft einerseits und dem COHb, O_2Hb und reduzierten Hb des Blutes andererseits ein. Dieses Gleichgewicht ist von H. Hartmann für verschiedene CO-Konzentrationen und O_2-Teildrucke berechnet worden, der darüber an anderer Stelle noch näher berichten wird.

Zahlentafel II zeigt die Hämoglobinanteile, die in verschiedenen Höhen und bei wechselnden Konzentrationen von CO in der Einatmungsluft mit Sauerstoff und Kohlenoxyd gesättigt werden oder als reduzierter Blutfarbstoff vorliegen.

Nach Untersuchungen von Haldane [3, 4, 5; 6], Henderson und Haggard [7] und anderen wird der Höchstwert der Kohlenoxydsättigung des Hämoglobins im Blut bei normaler Atmung und bei Konzentrationen von 0,01 bis 0,07 vH CO in der Einatmungsluft erst nach mehreren Stunden erreicht, d. h. die in Zahlentafel II aufgezeichneten Gleichgewichte stellen sich quantitativ erst nach mehrstündigem Aufenthalt in der betreffenden Höhe ein. Der halbe Sättigungswert an COHb wird aber bei ruhiger Atmung in etwa 60 min, bei einer durch leichte Arbeit verstärkten Atmung in 20 bis 30 min erreicht [3, 4].

0,01 vH CO in der Luft ist die Konzentration, die allgemein in der Gewerbehygiene auch für längere Zeiten als unschädlich angesehen wird, und die auch bisher in der Luftfahrt als der höchstzulässige CO-Wert in der Einatmungsluft gilt. Nach den Angaben von Henderson führt dieser CO-Gehalt nach einstündiger Einwirkung zu einer mindestens 6proz. Sättigung des Hämoglobins mit Kohlenoxyd; das ist die Hälfte des entsprechenden maximalen Sättigungswertes von rd. 12 vH.

3. Kohlenoxydwirkung in der Höhe.

Während diese 6 vH des Blutfarbstoffes, die durch ihre Bindung an Kohlenoxyd für den Sauerstofftransport im Blut verloren sind, in Meereshöhe sich nur bei starker körperlicher Arbeit nachteilig bemerkbar machen, ändert sich das beim Vordringen in die Höhe, denn hier kann das nur um wenige Prozente verringerte Sauerstoffbindungsvermögen des Blutes auch beim ruhenden Menschen Erscheinungen von Höhenkrankheit auslösen, die unter normalen Bedingungen erst in wesentlich höheren Lagen zu erwarten sind. Die Abb. 2 veranschaulicht diese Verhältnisse unter Verwendung der in Abb. 1 dargestellten Dissoziationskurve und der in Zahlentafel II gegebenen Zahlenwerte für die Sauerstoffsättigung des Hämoglobins im Blut in verschiedenen Höhen graphisch.

In diesem Bild ist bei 80 vH Sauerstoffsättigung des Hämoglobins, was der Wirkung einer Luftverdünnung entsprechend 5200 m ü. d. M. gleichkommt, eine Horizontale gezogen, die anzeigen soll, daß beim Unterschreiten dieser Linie eine deutliche Herabsetzung der körperlichen Leistungsfähigkeit des an die Höhe nicht angepaßten Menschen zu erwarten ist. Unterhalb von 75 vH Sauerstoffsättigung des Hämoglobins befindet sich der Bereich, in dem auch bei

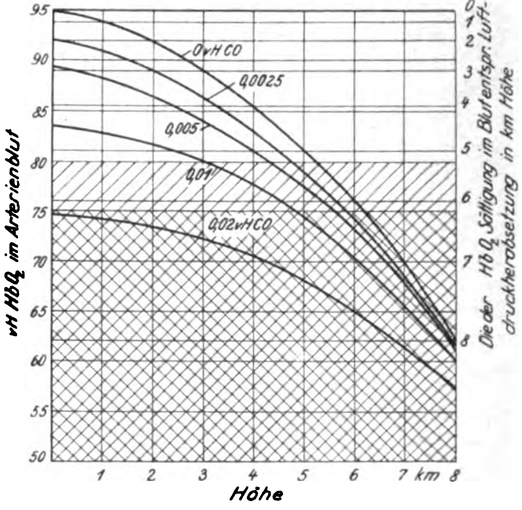


Abb. 2. Wirkung verschiedener CO-Gehalte der Einatmungsluft auf die O_2-Sättigung des arteriellen Blutes mit zunehmender Höhe.

ruhigem Sitzen mit dem Einsetzen der Höhenkrankheit zu rechnen ist, deren Beginn sich vor allem in einer Herabsetzung der höheren geistigen Funktion äußert. Besonders ungünstig ist dabei für den Flieger die Herabsetzung der Selbstkritik, weil er hierdurch nicht mehr ausreichend in der Lage ist, seinen eigenen Zustand richtig zu beurteilen.

Die Abb. 2 zeigt, daß bei Atmung reiner atmosphärischer Luft (oberste Kurve) die Zone der Herabsetzung der körperlichen Leistungsfähigkeit bei 5200 m ü. d. M. erreicht wird.

Bei einem Gehalt von 0,01 vH CO in der Atemluft wird diese Zone schon 2200 m früher erreicht, unter der Voraussetzung, daß in dieser Höhe die betreffende CO-Konzentration so lange geatmet wird, bis die entsprechende Höchstsättigung des roten Blutfarbstoffes mit CO eintritt, was annäherungsweise erst nach mehreren Stunden erfolgt.

Aus den vorangehenden Ausführungen ersieht man, daß bei einstündiger Einatmung einer bestimmten CO-Konzentration eine Verminderung der O_2-Sättigung des Blutes von mindestens dem Umfang erfolgt, den die Hälfte der gegebenen CO-Konzentration bei vollständiger Sättigung bewirken würde. Demnach erhalten wir für 0,01 vH CO in der Einatmungsluft nach einstündigem Fliegen eine Herabsetzung der Sauerstoffsättigung des Blutes mit zunehmender Höhe, die der Kurve für 0,05 vH CO entspricht. Das ergibt in 4200 m Höhe eine Herabsetzung der Sauerstoffsättigung des Hämoglobins im Blut, die der Luftverdünnung bei einer Höhe von 5200 m entsprechen würde, d. h. einem Unterschied in der Höhenwirkung von etwa 1000 m.

Bei einstündiger Einatmung von Luft mit 0,005 vH CO, der Hälfte der bisher zulässigen Konzentration, tritt die Herabsetzung der Sauerstoffsättigung des Blutes auf 80 vH, entsprechend der Sättigungskurve mit 0,0025 vH CO, immer noch 400 m früher auf als bei Einatmung CO-freier atmosphärischer Luft.



4. Die Nutzanwendung für die Flugzeugmusterprüfung.

Wenn man also bei mehrstündigen Flügen ohne Sauerstoffgerät in Höhen zwischen 4 bis 5000 m eine »zusätzliche Höhenwirkung durch CO-Einatmung« von 500 m und mehr vermeiden will, so muß man die Kohlenoxydkonzentration der Atemluft auf Werte unterhalb von 0,0025 vH herabdrücken.

Daß dieses möglich ist, ergibt sich aus den Messungen, die von Ruff[3]) über CO-Konzentrationen im Flugzeug ausgeführt wurden. Die meisten Flugzeugmuster zeigten dabei CO-Konzentrationen unterhalb von 0,002 vH. Nur bei wenigen Flugzeugtypen wurden höhere Konzentrationen festgestellt, wobei allerdings sogar Werte von 0,02 bis 0,04 vH gefunden wurden. Bei diesen CO-Konzentrationen traten auch schon nach kurzer Flugzeit deutliche Beeinträchtigungen der Flugzeugbesatzung auf. Dieses ist erklärlich, wenn man bedenkt, daß bei einer Konzentration von 0,04 vH in der Einatmungsluft schon nach einstündiger Flugzeit eine Herabsetzung der Sauerstoffsättigung des Hämoglobins eintritt, die mindestens den Werten der Kurve von 0,02 vH CO entspricht. Es ergeben sich also dabei für die Blutsättigung nach einstündiger Flugzeit in Erdnähe Verhältnisse, als ob in 6200 m Höhe geflogen würde.

Für unsere Überlegungen über die Kohlenoxydwirkung bei Flügen in größeren Höhen wurde bisher nicht berücksichtigt, daß der Anteil des CO in vH des Volumens der Einatmungsluft nicht konstant bleibt, wie wir bei der Berechnung annehmen, sondern wahrscheinlich mit der Höhe wesentlich ansteigt. Die Gründe hierfür sind folgende:

1. Es ist anzunehmen, daß die mengenmäßige Bildung von CO im Motor mit zunehmender Höhe nicht nur gleichbleibt, sondern sogar ansteigt; denn die Verbrennungsvorgänge werden bei den meisten Flugmotoren mit zunehmender Höhe schlechter.

2. Selbst bei mengenmäßig gleichbleibender CO-Bildung wächst durch die Zunahme des Volumens der Auspuffgase mit sinkendem Außendruck die Wahrscheinlichkeit einer Beimischung von Auspuffgasbestandteilen zur Einatmungsluft.

Wie weit diese Beimischung durch eine Veränderung der aerodynamischen Verhältnisse in der Höhe beeinflußt wird, können nur Kohlenoxydmessungen im Höhenflug klären. Auf jeden Fall ist aber bei den meisten Flugzeugmustern eher eine Vermehrung als eine Abnahme der CO-Volumenanteile in der Einatmungsluft mit zunehmender Höhe zu erwarten.

Das Fehlen höherer CO-Konzentrationen in der Einatmungsluft beim Flug in Erdnähe ist jedenfalls kein schlüssiger Beweis dafür, daß in größeren Höhen schädliche CO-Konzentrationen nicht auftreten können.

Messungen der Kohlenoxydkonzentrationen in der Einatmungsluft sollten daher für die Abnahmeprüfung von Flugzeugmustern auch in Höhen zwischen 4 bis 5000 m durchgeführt und CO-Werte von mehr als 0,0025 vH in der Einatmungsluft unbedingt beseitigt werden, da sie in diesen Höhen als leistungsbeeinträchtigend angesehen werden müssen.

Sobald Sauerstoffgeräte benutzt werden, wie es bei längeren Flügen oberhalb von 5000 m anzuraten ist, spielen kleine CO-Konzentrationen in der Zusatzluft keine biologische Rolle mehr.

5. Zusammenfassung.

Die Hauptursache für die Leistungsherabsetzung in großen Höhen und für die Höhenkrankheit ist infolge Luftverdünnung die Abnahme der O_2-Spannung im Blut und die Verminderung der O_2-Sättigung des roten Blutfarbstoffes von 95 vH seiner maximalen Sättigung auf 80 vH und weniger.

Die schädliche Wirkung bei Einatmung geringer CO-Mengen besteht vorwiegend in der Verbindung des CO mit dem roten Blutfarbstoff zu COHb, wodurch ein Teil des Hb für den Sauerstofftransport ausfällt.

Luftverdünnung und CO-Einatmung führen also beide zu einer Sauerstoffverarmung des Blutes und setzen auf diesem Wege die Leistungsfähigkeit des Organismus herab. Ihre Wirkungen verstärken sich dementsprechend gegenseitig. Diese gegenseitigen Beziehungen wurden berechnet und bildlich dargestellt.

Aus den Berechnungen geht hervor, daß die zulässige CO-Konzentration in der Einatmungsluft für Flüge zwischen 4000 bis 5000 m ü. d. M. 0,0025 vH nicht überschreiten darf, wenn eine 500 m übersteigende »zusätzliche Höhenwirkung« durch Bildung von HbCO vermieden werden soll.

6. Schrifttum.

[1] A. Loewy: Physiologie des Höhenklimas, Berlin 1932.
[2] O. Warburg: Die katalytischen Wirkungen der lebendigen Substanz. Berlin 1928.
[3] J. S. Haldane, J. Physiol. Bd. 18 (1895), S. 430.
[4] J. S. Haldane and L. Smith, J. Physiol. Bd. 25 (1900), S. 331.
[5] G. Douglas, J. S. Haldane and J. B. S. Haldane, J. Physiol. Bd. 44 (1913), S. 275.
[6] J. S. Haldane: Respiration, Yale University Press 1922.
[7] Y. Henderson and H. Jaggard, J. Indust. Engng. Chem. Bd. 14 (1922), S. 229.

[3]) Siehe Seite 124 des vorliegenden Heftes.

Über die leistungsvermindernde Wirkung von Auspuffgasen auf Flugzeugbesatzungen und über Kohlenoxydmessungen in verschiedenen Flugzeugmustern.

Von S. Ruff.

Bericht 35/06 der Deutschen Versuchsanstalt für Luftfahrt, e. V., Berlin-Adlershof.

Bei modernen Hochleistungsflugzeugen erreicht die Beanspruchung von Körper und Sinnesorganen der Besatzungen die Grenzen physiologischer Leistungsfähigkeit. Die Gipfelhöhe dieser Flugzeuge liegt selbst bei Benutzung eines Atemgerätes an der Grenze des für den Organismus Erträglichen, der dazu noch Beschleunigungen ausgesetzt ist, die oft das 6—7 fache der Erdbeschleunigung erreichen.

Durch das Einatmen von Abgasen und sonstigen Verbrennungsprodukten der Betriebsstoffe bezw. durch die in ihnen enthaltenen Giftstoffe wird die Leistungsfähigkeit der Besatzungen herabgesetzt, ja es kommt bisweilen sogar zu mehr oder weniger schweren Vergiftungserscheinungen, die es angebracht erscheinen ließen, die folgenden Untersuchungen über die Atemluft in verschiedenen Flugzeugmustern und in verschiedenen Fluglagen durchzuführen.

Gliederung.

I. Die schädigenden Bestandteile der Abgase und ihre Wirkung.

Als vor allem schädigende Stoffe in den Abgasen von Flugmotoren sind außer dem Kohlenoxyd Aldehyde, unter ihnen wohl vor allem das Akrolein, und neuerdings bei der Benutzung von äthylisierten Brennstoffen vielleicht auch in geringem Maße Blei bzw. Bleiverbindungen zu betrachten.

Es steht noch nicht fest, ob die in den Auspuffgasen enthaltenen Bleimengen überhaupt so groß sind, daß sie auf die Dauer Schädigungen verursachen können; anzunehmen ist aber, daß man mit ihnen nur bei ausgesprochen schlechter Abgasführung zu rechnen hat, und daß die dann vorhandenen Kohlenoxydmengen schon ein längeres Fliegen mit diesen Flugzeugen unmöglich machen. Akute Vergiftungen, etwa während eines Fluges, sind wohl völlig ausgeschlossen. Eine wesentlich unangenehmere Eigenschaft haben die äthylisierten Brennstoffe dadurch, daß bei der Verbrennung Bromverbindungen entstehen, gegen deren Geruch bei vielen Menschen augenscheinlich eine Überempfindlichkeit besteht. So ereignete es sich denn auch häufig, daß nach Einführung dieser Betriebsstoffe über Abgasbelästigung bei Flugzeugen geklagt wurde, die von denselben Führern vorher seit Monaten, ja zum Teil seit Jahren ohne jede Beanstandung geflogen wurden. Ein Beispiel für eine derartige Maschine gibt Tafel I. Bei diesem Flugzeug genügte bei einzelnen Führern ein Flug mit äthylisiertem Brennstoff von einer Stunde und weniger, um Übelkeit und Kopfschmerz hervorzurufen. Der in der Atemluft enthaltene Kohlenoxydgehalt kann hierfür nicht verantwortlich gemacht werden, da er wohl zu gering ist, um überhaupt derartige Beschwerden nach so kurzer Zeit hervorzurufen, und da außerdem die Führer dieselbe Maschine monatelang vorher, wie oben schon erwähnt, ohne Beanstandung geflogen hatten. Stärkeres Auftreten von Verbrennungsprodukten des Öles in der Atemluft konnten

Tafel I. Flugzeug Nr. 1.

Flugart und Entnahmestelle	Kohlenoxyd-Gehalt in vH d. Vol.
Steigspirale links, Sitzraummitte, Mundhöhe	0,0016
Gleitspirale links, Sitzraummitte, Mundhöhe	0,0047
Geradeausflug, Sitzraummitte, Mundhöhe	0,0038

ebenfalls ausgeschlossen werden. Daß Brechreiz, Übelkeit und Kopfschmerz, selbst wenn sie nur als Überempfindlichkeit gegen bestimmte Gerüche und nicht als Vergiftungen zu deuten sind, die Leistungsfähigkeit erheblich herabsetzen können, braucht nicht besonders betont zu werden.

Die in den Auspuffgasen als Verbrennungsprodukte des Öles enthaltenen Aldehyde (Methylaldehyd, Paraformaldehyd, Äthylaldehyd usw.), vor allem aber der Allylaldehyd Akrolein wirken auf alle Schleimhäute, mit denen sie in Berührung kommen, reizend und führen auf die Dauer zu unangenehmen Reiz- und Entzündungserscheinungen des Rachens, des Kehlkopfes, der Bronchien und des Magens. Bei älteren Führern nicht selten auftretende Entzündungszustände der Magenschleimhaut (Gastritiden) sind vielleicht häufig auf chronische Aufnahme dieser Aldehyde zurückzuführen, oder zum mindesten sind diese Stoffe an ihrer Entstehung mitbeteiligt. Über die Giftwirkung dieser Stoffe ist sonst nicht sehr viel bekannt. Untersuchungen von Lewin haben gezeigt, daß 0,15 bis 0,2 g Akrolein pro kg Tier als tödliche Dosis angesehen werden muß. Die giftige Dosis liegt dagegen sehr viel niedriger. Bei eigenen Versuchen machten sich schon ganz geringe im Raum verdampfte Mengen auf das unangenehmste bemerkbar. Es traten zunächst Brennen an der Bindehaut der Augen, Tränenlaufen und später unangenehme Reizerscheinungen im Mund und Rachen auf. Alle diese und im vorherigen beschriebenen Symptome werden beim Flugzeugführer erst nach längerer Tätigkeit und häufigem Fliegen von Flugzeugen mit schlechter Abgasführung auftreten, da die in der Atemluft enthaltenen Mengen außerordentlich gering sind. Als Grund für diese Beschwerden wird man häufig alle möglichen Dinge, nur nicht die Auspuffgase ansehen. Nicht selten konnte man im Laufe der Versuche beobachten, daß die Verbrennungsprodukte des Öles außer in den Auspuffgasen auch noch an anderer Stelle auftraten. Vor allem bei Sternmotoren war häufig zu beobachten, daß aus den Gehäusen Öl auf die Vorwärmung tropfte, verbrannte und die Verbrennungsprodukte durch den Brandspant in den Rumpf zogen. Eine Abhilfe gegen diese Belästigungen wird sich durch gute Abdichtungen des Motorgehäuses und des Brandspantes gegen den Rumpf erreichen lassen.

Die im vorhergehenden erwähnten Giftstoffe wirken, wie schon betont, erst nach sehr langer Zeit, sofern sie nicht in ganz außergewöhnlichen Mengen in der Atemluft vorkommen, was bisher in Flugzeugen in keinem Fall nachgewiesen werden konnte. Als Ursache für eine akute Vergiftung kommen sie überhaupt nicht zur Auswirkung, da bei ihrem Auftreten ihnen eigentlich immer ein weiterer, viel gefährlicherer und viel schneller wirkender Giftstoff zugesellt ist, das Kohlenoxyd. Schon in ganz geringen Konzentrationen kann es während eines Fluges akute Vergiftungen hervorrufen, zunächst aber die Leistungsfähigkeit der Besatzungen, vor allem von Höhenflugzeugen, in kurzer Zeit außerordentlich herabsetzen.

Bekanntlich ist das Kohlenoxyd ein geruchloses, farb- und geschmackloses Gas vom spez. Gewicht 0,9673, das die Eigenschaft hat, sich mit dem roten Blutfarbstoff (Hämoglobin), dem Sauerstoffträger des Blutes etwa 200- bis 250mal leichter zu verbinden als Sauerstoff. Bedingt durch diese große Affinität des Kohlenoxyds zum Hämoglobin, tritt selbst bei geringer Kohlenoxydkonzentration in der Atemluft eine schnelle Bildung von Kohlenoxydhämoglobin ein, und ein Teil des Hämoglobins geht auf diese Weise für den Sauerstofftransport verloren. Sobald ein gewisser Teil des Hämoglobins durch Kohlenoxyd gesättigt ist



(individuell sehr verschieden), treten infolge von Sauerstoffmangel in den Geweben Vergiftungserscheinungen auf, die im Anfang häufig mit Übelkeit, Kopfschmerzen und Schwäche in den Beinen einherzugehen pflegen.

Daß die vergiftende Wirkung des Kohlenoxyds im wesentlichen auf die Verarmung des Blutes und damit der Gewebe an Sauerstoff zurückzuführen ist, hat von allen Theorien, deren es eine ganze Reihe gibt, wohl am meisten Wahrscheinlichkeit für sich. Man kann nämlich durch Einschränkung der Sauerstoffzufuhr ähnliche Veränderungen der Herzarbeit, der Atmung und des Blutdruckes, ferner der Zucker- und Eiweißausscheidung im Harn (Glykosurie und Albuminurie) und noch eine Reihe von anderen Symptomen hervorrufen, wie sie auch bei der Kohlenoxydvergiftung auftreten. Auf der anderen Seite bleiben hämoglobinfreie Tiere, z. B. der Krebs, in einer Luft mit 80 vH das Vol. Kohlenoxyd und 20 vH das Vol. Sauerstoff ohne irgendwelche Vergiftungserscheinungen am Leben. Man hat lediglich dafür Sorge zu tragen, daß der verbrauchte Sauerstoff immer wieder ersetzt wird. Beim Menschen dagegen wirken 1 bis 2 vH schon nach kurzer Zeit fast immer tödlich.

Für die Luftfahrtmedizin spielt der Kohlenoxydgehalt der Atemluft in Flugzeugen, außer als eventueller Erzeuger von Übelkeit, Kopfschmerzen usw. jedenfalls vor allem aus dem obenerwähnten Grunde, Verarmung des Blutes und damit der Gewebe an Sauerstoff, eine wesentliche Rolle. Bei Flügen in größeren Höhen, bei denen der Organismus schon sowieso unter mehr oder weniger großem Mangel an Sauerstoff leidet, geht bei Einatmung von Kohlenoxyd auch noch ein Teil des Hämoglobins zum Sauerstofftransport verloren, die Versorgung der Gewebe und damit die Leistungsfähigkeit der Besatzung wird noch weiter vermindert, das heißt, die Höhenfähigkeit nimmt ab.

Wie hoch der Gewichtsprozentsatz von gebildetem Kohlenoxydhämoglobin bei verschiedenen Kohlenoxydkonzentrationen in der Luft sein kann, zeigt die von Hüfner angegebene Tafel II.

Tafel II.

Bei einem Gehalt der Luft an CO in vH d. Vol.	bildet sich CO-Hgb. in vH d. Gew. der Gesamtmenge an Blutfarbst.
0,005	3,54
0,01	6,83
0,025	15,50
0,05	27,00
0,1	42,00

Die Werte erhielt Hüfner, indem er im Reagenzglas verdünnte Blut- bzw. Hämoglobinlösungen mit kohlenoxydhaltigen Gasgemischen schüttelte. Da im lebenden Organismus die Berührung von Kohlenoxydatemluft mit dem Blut nicht so innig sein kann als beim Reagenzglas-Schüttelversuch, liegen die im menschlichen Blut bei obigen Konzentrationen gefundenen Werte glücklicherweise allerdings wesentlich unter den in Tafel II angegebenen. Sie sind außer von der Konzentration natürlich auch von der Dauer der Einwirkung abhängig. Die Zahlentafel soll lediglich veranschaulichen, daß bei einem längeren Flug, bei dem in der Atemluft, wenn auch nur geringe Mengen von CO enthalten sind, eine nicht unbeträchtliche Menge von Kohlenoxydhämoglobin gebildet werden kann; sie soll dem Techniker zeigen, daß die geforderte gute Abgasführung ein nicht unwesentlicher Beitrag zur Leistungssteigerung der Besatzung sein kann.

Bei den ersten Untersuchungen wurde in Übereinstimmung mit anderen Stellen eine Kohlenoxydkonzentration von 0,01 vH d. Vol. in der Atemluft von Flugzeugen als zulässig betrachtet, da bei dieser Konzentration selbst bei langen Flügen nur höchstens 6 bis 7 vH Kohlenoxydhämoglobin gebildet werden können. Nach neueren Überlegungen (s. Dieringshofen und Hartmann) muß aber eine Herabsetzung des Kohlenoxydgehaltes in der Atemluft wenigstens für Flugzeuge, die große Höhen aufzusuchen haben, auf 0,0025 vH angestrebt werden.

II. Versuchsdurchführung.

Bei den Untersuchungen wurden zur Gewinnung von Luft zur Analyse wassergefüllte Glasflaschen von mehreren Litern Inhalt, die am Boden mit einem Tubus versehen waren, in das zu prüfende Flugzeug eingebaut und während des Fluges mit einem Schlauch versehen, der an der zu untersuchenden Stelle — im Führersitz, Beobachtersitz oder in der Kabine — in Mundhöhe endete. Durch diesen Schlauch wurde Luft, durch Ablassen des Wassers aus der unteren Flaschenöffnung, in die obere Öffnung gesaugt und die Flaschen dann wieder verschlossen. Die Auslauf- und damit die Füllzeit der Flaschen betrug etwa fünf Minuten.

Die gewonnenen Atemluftproben wurden nach der von Nikloux angegebenen Methode — Verbrennung über Jodpentoxyd und Titration des ausgeschiedenen Jodes — quantitativ auf CO untersucht. Die Analysenapparatur war so eingerichtet, daß entweder Luft für einen blinden Versuch oder die Atemluftprobe durchgeleitet werden konnte. Beim blinden Versuch strich Laboratoriumsluft zunächst über ein Röhrchen mit glühendem Kupferoxyd, wobei das in der Luft enthaltene CO zu CO_2 oxydiert und dann in einer nachfolgenden Flasche mit Kalilauge abgefangen wurde. Zwischen Kupferoxydrohr und Kalilauge war ein Dreiwegehahn eingeschaltet, in den auch die Atemluft geleitet werden konnte. Nach Durchströmung von mehreren Reinigungsflaschen und U-Rohren (zur Trocknung und um Kohlensäure, Schwefelwasserstoff, schweflige Säure usw. abzufangen) gelangte das CO schließlich in ein mit Jodpentoxyd gefülltes U-Rohr, das in einem Ölbad auf 130° erhitzt wurde. Beim Durchströmen dieses Rohres wird das CO zu CO_2 oxydiert, während eine dem CO äquivalente Menge Jod frei wird:

$$J_2O_2 + 5\,CO = 5\,CO_2 + J_2.$$

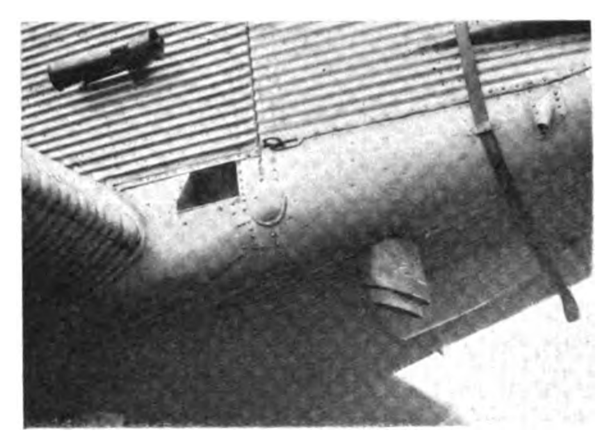
Das freigewordene Jod wurde in einem mit 4prozentiger Jodkalilösung gefülltem 10-Kugelrohr aufgefangen und dann mit 1/100 n-Thiosulfatlösung titriert.

1 cm^3 n-Thiosulfatlösung entspricht bei 0° und 760 mmHg 56 cm^3 CO. Zu jeder Analyse wurden 2 l der aufgefangenen Atemluft in 2 h durch die Apparatur geleitet und anschließend mit 300 cm^3 Laborluft nachgespült. Um den Weg der Abgase während des Fluges feststellen zu können, wurden bei einigen Versuchsflügen den Abgasen Farbstoffe zugesetzt (Abb. 3 und 5).

III. Versuchsergebnisse.

Tafel III zeigt Messungen bei zwei Flugzeugen, die allen Anforderungen an eine gute Abgasführung entsprechen, während Abb. 1 und 2 zwei Abgasführungen zeigen sollen, wie sie bei derartigen Flugzeugen gefunden wurden (Abb. 1 entspricht Flugzeug Nr. 2 in Tafel III). Bei beiden Flugzeugen waren keine langen, geschwindigkeitvermindernden Auspuffrohre notwendig, um eine gute Abgasführung zu erreichen. Abb. 3 zeigt den Weg der Abgase im Horizontalflug, bei dem Sammler von Abb. 2.

Tafel IV zeigt die Untersuchungsergebnisse von zwei Flugzeugen, in denen die Atemluft außerordentlich schlecht ist, und die als gefährlich zu betrachten sind. Als Beispiel für Abgasführungen, wenn man sie überhaupt so bezeichnen darf, diene Abb. 4. Die Auspuffgase werden lediglich mittels ganz kurzer Rohrstutzen durch die Motorverkleidung ins Freie geführt, umspülen den Rumpf und strömen durch den im Rumpf immer vorhandenen Unterdruck je nach Fluglage, mehr oder weniger stark in die Sitzräume ein. Abb. 5 zeigt das Flugzeug im Fluge. Bei Flugzeug Nr. 4, II in Tafel IV ist die Kohlenoxydkonzentration nach Anbringung eines Sammlers zu ersehen. Die Maschine genügte damit unseren damaligen Forderungen, subjektiv machte sich aber, da der Motor auf äthylisierten Brennstoff umgestellt war, ein intensiver Bromgeruch bemerkbar. Bei Flugzeug Nr. 5 konnte ebenfalls durch Anbringung eines



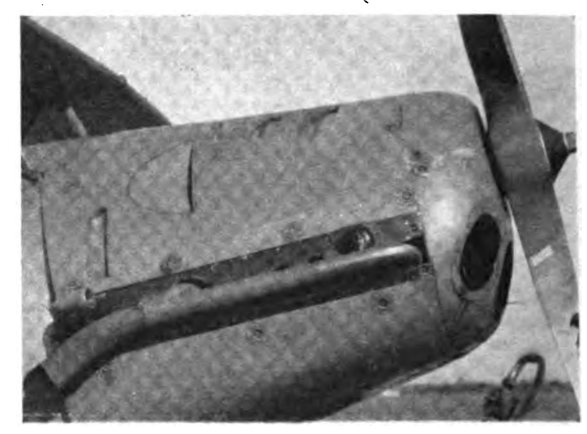


Abb. 1 und 2. Beispiele guter Abgasführung.

Tafel III.

Flugart und Entnahmestelle	Kohlenoxyd-Gehalt in vH d. Vol.
Flugzeug Nr. 2	
Geradeausflug, Mundhöhe links nach 1 h Flug, Führersitz	0,0012
Geradeausflug, Mundhöhe links nach 2 h Flug, Führersitz	0,0012
Geradeausflug, 1,5 m vom Boden, nach 1 h Flug, mitte Kabine	0,0012
Geradeausflug, 1,5 m vom Boden, nach 2 h Flug, mitte Kabine	0,0012
Geradeausflug, 1,5 m vom Boden, nach 3 h Flug, mitte Kabine	0,0015
Flugzeug Nr. 3	
Nach 50 min Flug, Führerraum links, Mundhöhe, 0,5 m von der Seitenwand entfernt	0,001
Nach 65 min Flug, Führerraum rechts, Mundhöhe, 0,5 m von der Seitenwand entfernt	0,0016
Nach 40 min Flug, Kabine in 1,3 m Höhe, 0,5 m von der linken Rumpfwand und 0,7 m von der Trennwand zwischen Kabine und Führerraum entfernt	0,0016
Nach 50 min Flug, Kabine in 1,3 m Höhe, 0,5 m von der linken Rumpfwand und 0,7 m von der Trennwand zwischen Kabine und WC entfernt	0,0016
Nach 70 min Flug, Kabine in 1,3 m Höhe, 0,5 m von der rechten Rumpfwand und 0,7 m von der Trennwand zwischen Führerraum und Kabine entfernt	0,002
Nach 60 min Flug, Toilettenraum in 1,3 m Höhe	zu gering, nicht meßbar



Abb. 3. Weg der Abgase im Fluge bei Abgassammler nach Abb. 2.

Tafel IV.

Flugart und Entnahmestelle	Kohlenoxyd-Gehalt in vH d. Vol.
Flugzeug Nr. 4 I (ohne Auspuffsammler)	
Geradeausflug, Sitzraum links, Mundhöhe, Führersitz	0,022
Geradeausflug, Sitzraum mitte, Mundhöhe, Führersitz	0,024
Geradeausflug, Sitzraum mitte, 30 cm unter Mundhöhe, Führersitz	0,028
Gleitflug geradeaus, Mundhöhe, Führersitz mitte	0,035
Steigflug geradeaus, Mundhöhe, Führersitz mitte	0,011
Steigkurve rechts, Mundhöhe, Führersitz rechts	0,032
Geradeausflug, Sitzraum links, Mundhöhe, Beobachtersitz	0,024
Geradeausflung, Sitzraum mitte, Mundhöhe, Beobachtersitz	0,021
Geradeausflug, Sitzraum mitte, am Boden, Beobachtersitz	0,026
Geradeausflug, Sitzraum rechts, Mundhöhe, Beobachtersitz	0,021
Flugzeug Nr. 4 II (mit Auspuffsammler)	
Geradeausflug, Sitzraum links, Mundhöhe, Führersitz	0,009
Steigkurve links, Sitzraum links, Mundhöhe, Führersitz	0,01
Steigkurve links, Sitzraum links, Mundhöhe, Beobachtersitz	0,01
Geradeausflug, Sitzraum mitte, am Boden, Beobachtersitz	0,005
Flugzeug Nr. 5	
Steigkurve links, Sitzraum rechts, Mundhöhe, Führersitz	0,001
Geradeausflug, Sitzraum mitte, Mundhöhe, Führersitz	nicht meßbar, zu gering
Steigkurve links, Sitzraum rechts, Mundhöhe, Beobachtersitz	0,002
Geradeausflug, Sitzraum mitte, Mundhöhe, Beobachtersitz	0,04
Steigkurve rechts, Sitzraum rechts, Mundhöhe, Beobachtersitz	0,002
Gleitspirale links, Sitzraum rechts, Mundhöhe, Beobachtersitz	0,04

Sammlers die Kohlenoxydkonzentration auf das erforderliche Maß herabgesetzt werden. Interessant dürfte an dieser Stelle auch der Bericht des Flugzeugführers, der das Flugzeug Nr. 4 im Herstellerwerk abzuholen hatte, sein:

»Flugdauer 1 h. Brennstoff: Benzin-Benzolgemisch. Bereits nach 10 Flugminuten empfand ich einen sich steigernden Brechreiz, der von Abgasen, Öldämpfen oder ähn-



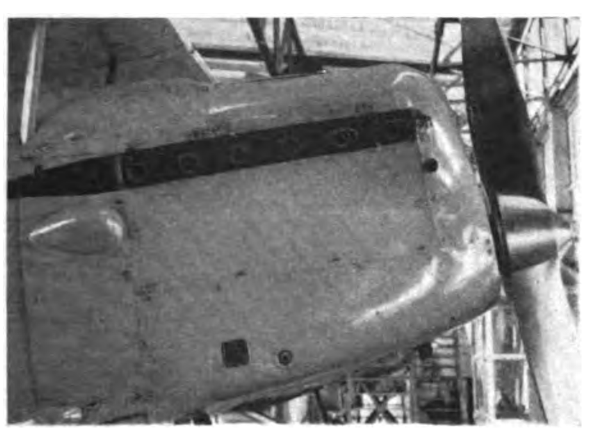


Abb. 4. Beispiel schlechter Abgasführung.



Abb. 5. Weg der Abgase im Fluge bei Abgasführung nach Abb. 4.

lichem herrühren mußte. Ich betone, daß ich während 11 Jahren praktischen Fliegens noch nie derartige Beschwerden hatte, und daß ich erst nach der Landung bei meinem mündlichem Bericht von mehreren ähnlichen Fällen erfuhr, die in Zusammenhang mit dem Flugzeugmuster gebracht werden.« Diese Beschwerden des Flugzeugführers wiederholten sich bei allen Versuchsflügen, die der Untersucher mit diesem Flugzeug machen mußte. Außer Brechreiz traten bei ihm starkes Aufstoßen und regelmäßig heftige Kopfschmerzen auf. Beide Flugzeuge Nr. 4 und 5 mußten aus dem Flugbetrieb gezogen und mit Sammlern versehen werden.

IV. Zusammenfassung.

Die Leistungsfähigkeit von Flugzeugbesatzungen wird durch das Einatmen von Auspuffgasen bzw. durch die in ihnen enthaltenen Giftstoffe vor allem durch CO herabgesetzt. Aus diesem Grund wird von luftfahrtmedizinischer Seite ein CO-Gehalt in der Atemluft von Flugzeugen von 0,01 vH bzw. 0,0025 vH angestrebt. Messungen ergaben, daß eine Reihe von Flugzeugmustern diesen Anforderungen nicht genügen. Durch Anbringung von Auspuffsammlern werden die schädlichen CO-Konzentrationen auf das erforderliche Maß herabgesetzt.

Dynamik des Schwingenfluges.

Von W. Schmeidler, Breslau.

Vortrag, gehalten am 22. 2. 1935 in Berlin auf dem Sprechabend der wissenschaftlichen Gesellschaft für Luftfahrt.

Das Problem des Schwingenfluges ist so alt wie das Flugproblem überhaupt. Trotz zahlloser Versuche ist es bisher nicht gelöst worden. Der Grund dafür liegt unter anderem in der mangelhaften theoretischen Kenntnis des Kräftespiels beim Schwingenflug, das naturgemäß komplizierter ist als beim stationären Drachenfluge. Im folgenden wird diese Lücke durch eine möglichst einfache mathematische Theorie auszufüllen versucht[1].

Gliederung.

1. Vortrieb und Auftrieb bei einem beliebigen Schwingungsgesetz der Flügel.

Wir denken uns ein symmetrisch schwingendes Flügelpaar (vgl. Abb. 1), dessen Bewegungsgesetz dadurch gegeben ist, daß die Endpunkte der Flügel zur Zeit die senkrechte Entfernung

$$y^* = h \cdot f(\nu\,\tau)$$

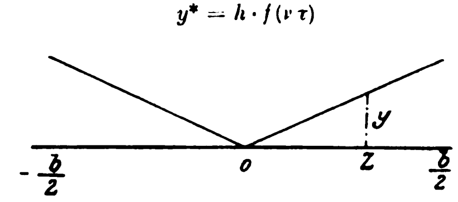


Abb. 1. Koordinaten des schwingenden Systems.

von der Horizontalen haben. Ein Punkt in der Entfernung z vom Drehpunkte 0 hat dann die Entfernung

$$y = h \cdot \frac{|z|}{b/2} \cdot f(\nu\,\tau) = h \cdot |\cos\varphi| \cdot f(\nu\,\tau)$$

von der Horizontalen. Hierbei haben wir $z = -\frac{b}{2}\cos\varphi$ gesetzt, so daß φ den Bereich $0 \leqq \varphi \leqq \pi$ durchläuft. Die Größe h bedeutet dabei den maximalen Ausschlag der Flügelendpunkte, $f(\sigma)$ eine periodische Funktion von der Periode 2π, die zwischen -1 und 1 schwankt. Die Größe ν gibt daher die Frequenz der Schwingung an. Der einfachste und wichtigste Fall ist

$$f(\sigma) = \sin\sigma.$$

Es wird hiernach die Aufwärtsgeschwindigkeit des Flügels gegen die (in Ruhe gedachte) Luft an der Stelle z gleich

$$\frac{d\,y}{d\,\tau} = h\,\nu \cdot f'(\nu\,\tau) \cdot |\cos\varphi|.$$

Die Bewegung der Flügel bewirkt also, daß zu den sonstigen Bewegungen der Luft relativ zum Flügel noch die Abwärtsgeschwindigkeit $\frac{d\,y}{d\,\tau}$ hinzutritt. In Übertragung Prandtlscher Gedankengänge können wir daher der üblicherweise auftretenden induzierten Abwärtsgeschwindigkeit w auch diese Abwärtsgeschwindigkeit noch überlagern und damit den wirksamen Anstellwinkel in der Form

$$\alpha^* = \alpha - \frac{w}{v} - \frac{h\,\nu\,|\cos\varphi|\,f'(\nu\,\tau)}{v}$$

schreiben. Die zur Zeit τ an der Stelle φ herrschende Zirkulation $\Gamma(\varphi,\tau)$ wird dann gegeben durch die Gleichung[2])

$$\Gamma = \pi\,v\,t\,\alpha^* + \frac{\pi\,t^2}{4} \cdot \frac{\partial\,\alpha^*}{\partial\,\tau} \quad (t \text{ Flügeltiefe}).$$

Entsprechend dem gewöhnlichen Falle des Drachenflügels wird dann der Vortrieb T (in dem der entgegengesetzt gerichtete Bestandteil des induzierten Widerstandes mit eingerechnet ist) und der Auftrieb A annäherungsweise gegeben durch die Formeln:

$$T = \frac{\varrho\,v\,b}{2}\int_0^\pi \Gamma\,(\alpha^* - \alpha)\sin\varphi\,d\varphi,$$

$$A = \frac{\varrho\,v\,b}{2}\int_0^\pi \Gamma \cdot \sin\varphi\,d\varphi,$$

(hierbei ist $h\,\nu$ als klein gegen v vorausgesetzt)

also ihre zeitlichen Mittelwerte während einer ganzen Periode:

$$\overline{T} = \frac{\varrho\,\nu\,v\,b}{4\,\pi}\int_0^{\frac{2\pi}{\nu}}\int_0^\pi \Gamma\,(\alpha^* - \alpha)\sin\varphi\,d\varphi\,d\tau$$

$$\overline{A} = \frac{\varrho\,\nu\,v\,b}{4\,\pi}\int_0^{\frac{2\pi}{\nu}}\int_0^\pi \Gamma\sin\varphi\,d\varphi\,d\tau.$$

Wir setzen nun die Zirkulation als Fourierreihe in der Form

$$\Gamma = 2\,b\,v \cdot \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \sin n\,\varphi \quad \left(n = 1, 3, 5, \ldots, \text{ da } \Gamma \text{ symmetrisch zur Achse } \varphi = \frac{\pi}{2} \text{ ist}\right).$$

an, worin die Koeffizienten A_n Funktionen der Zeit τ werden. Ihre Bestimmung ist unsere Hauptaufgabe, da durch sie dann insbesondere Auftrieb und Vortrieb gegeben sind.

Wir stellen wie in der gewöhnlichen Tragflügeltheorie in erster Linie die Frage, **unter welchen Bedingungen bei vorgegebenem mittlerem Auftrieb der mittlere Vortrieb ein Maximum wird.**

Hierzu ist zunächst festzustellen, daß wegen

$$\int_0^\pi \sin^2\varphi\,d\varphi = \frac{\pi}{2}, \quad \int_0^\pi \sin n\,\varphi\sin\varphi\,d\varphi = 0 \text{ für } n = 3, 5, \ldots$$

---

[1]) Die Untersuchungen wurden durch das Entgegenkommen der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft ermöglicht. Bei den experimentellen Untersuchungen wurde der Verfasser von Herrn Jäckel unterstützt.

[2]) Vgl. W. Schmeidler, Mathematische Theorie des Schwingenfluges, Z. angew. Math. Mech. Bd. 14 (1934), S. 163 ff. und die dortigen Zitate. — In der Aussprache zu diesem Vortrag wies Herr Muttray darauf hin, daß die Glauertsche Zirkulationsgleichung nur für konstante Zirkulation gelte, während diese hier variabel sei. Die Antwort darauf ist der Hinweis, daß ja auch die Flügeltiefe bei Glauert konstant ist, während sie bei mir variabel ist, und daß die Beziehungen zwischen Flügeltiefe und Zirkulation in jedem Zeitmoment dem Glauertschen Ansatz wenigstens näherungsweise entsprechen werden, insofern die Vergrößerung der Fläche der Entstehung zusätzlicher gebundener Wirbel äquivalent ist, wie sie der Vergrößerung der Zirkulation entsprechen. Ähnliches gilt bezüglich der Veränderung des Anstellwinkels, die im übrigen durch das zweite Glied rechts in der Zirkulationsgleichung bereits in feinerer Weise berücksichtigt ist als die Veränderung der Tiefe, für die ein Zusatzglied mit $\frac{\partial t}{\partial \tau}$ wahrscheinlich rechts ebenfalls noch hinzugefügt werden muß, um die Genauigkeit der Näherung zu vergrößern. Im Zusammenhange mit diesen Überlegungen steht die Antwort auf eine Aussprachebemerkung von Herrn Lippisch, der auf die durch die veränderliche Zirkulation entstehenden »Anfahrwirbel« hinwies, und deshalb meinte, daß der übliche Ausdruck für den induzierten Widerstand, der im Text angewandt wird, nicht mehr zutreffen werde. Es scheint aber, daß diese Wirbel genau so einen Effekt zweiter Ordnung hervorrufen, wie dies bei den obenerwähnten Gliedern mit $\frac{\partial \alpha^*}{\partial t}$ und $\frac{\partial t}{\partial \tau}$ der Fall ist; der einfachste und natürlichste Näherungswert für $\frac{w}{v}$ ist der aus der stationären Theorie stammende, wie er oben Verwendung findet. Es handelt sich in der vorliegenden Abhandlung gerade um die Entwicklung einer möglichst einfachen Näherungstheorie, die das für den Konstrukteur Wesentliche liefern soll. Eine möglichst genaue Prüfung durch das Experiment kann natürlich nur erwünscht sein; vgl. darüber im übrigen weiter unten.

der Auftrieb bzw. mittlere Auftrieb

$$A = \frac{\varrho v^2 b^2 \pi}{2} \cdot A_1(\tau), \quad \overline{A} = \frac{\varrho v^2 b^2 \nu}{4} \cdot \int_0^{\frac{2\pi}{\nu}} A_1(\tau)\, d\tau$$

wird, während wie üblich

$$\frac{w}{v} = \sum_{n=1}^{\infty} n A_n \frac{\sin n\varphi}{\sin\varphi}$$

ist. Demnach handelt es sich um den Extremwert des Integrals:

$$\overline{T} + \varkappa \overline{A} = \frac{\varrho \nu v^2 b^2}{4\pi} \Bigg\{ \int_0^{\frac{2\pi}{\nu}} \int_0^{\pi} 2 \cdot \sum_1^{\infty} A_n \sin n\varphi$$

$$\left[-\frac{h\nu |\cos\varphi| f'(\nu\tau)}{v} - \sum_{n=1}^{\infty} n A_n \frac{\sin n\varphi}{\sin\varphi} \right] \sin\varphi\, d\varphi\, d\tau$$

$$+ \varkappa \pi \int_0^{\frac{2\pi}{\nu}} A_1(\tau)\, d\tau \Bigg\}.$$

Wegen

$$\int_0^{\pi} \sin n\varphi \sin\varphi\, |\cos\varphi|\, d\varphi = \frac{(-1)^{\frac{n+1}{2}} \cdot 2}{n^2 - 4} \quad (n = 1, 3, 5, \ldots)$$

wird

$$\overline{T} + \varkappa \overline{A} = \frac{\varrho \nu v^2 b^2}{4\pi} \times$$

$$\int_0^{\frac{2\pi}{\nu}} \left(\frac{4 h \nu f'(\nu\tau)}{v} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{n^2 - 4} \cdot A_n - \pi \sum_{n=1}^{\infty} n A_n^2 + \varkappa \pi A_1 \right) d\tau,$$

und die Bedingungen des Maximums liefern uns die Werte:

$$A_1 = \frac{\varkappa}{2} - \frac{2h\nu}{3\pi v} \cdot f'(\nu\tau),$$

$$A_n = (-1)^{\frac{n-1}{2}} \cdot \frac{2h\nu f'(\nu\tau)}{\pi v n (n^2 - 4)} \quad (n = 3, 5, \ldots).$$

Hiernach schwingt also der Wert der Zirkulation während einer Periode um den durch die stationäre Theorie gegebenen Mittelwert Γ_m herum, und zwar nach dem durch die Bewegung des Flügels gegebenen Geschwindigkeitsgesetze. Wir erhalten also

$$\Gamma = \Gamma_m + \frac{4bh\nu f'(\nu\tau)}{\pi} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{n(n^2 - 4)} \cdot \sin n\varphi$$

und insbesondere für $f(\nu\tau) = \sin\nu\tau$:

$$\Gamma = \Gamma_m + \frac{4bh\nu \cos\nu\tau}{\pi} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{n(n^2 - 4)} \cdot \sin n\varphi.$$

Hierin bedeutet $\Gamma_m = 2bv \cdot \frac{\varkappa}{2} \sin\varphi$ die durch den gegebenen mittleren Auftrieb bestimmte mittlere elliptisch verteilte Zirkulation, die dem stationären Drachenflug entsprechen würde. Die Ausrechnung liefert für $h : \frac{b}{2} = 1 : 7{,}5$ und für $\nu = 2\pi$ (eine Schwingung pro Sekunde) die Abb. 2.

Der Wert $\tau = 0$ entspricht dem Durchgang des Flügels durch die Mittellage, und zwar beim Aufschlag; dann ist also die Zirkulation am kleinsten. An der Stelle $\nu\tau = \frac{\pi}{2}$, also in der obersten Stellung des Flügels, wird der Wert Γ_m erreicht, beim Durchgang durch die Mitte im Niederschlag der höchste Wert, in der untersten Flügelstellung wieder der Mittelwert. Wir können nun auf Grund dieses Zirkulationsgesetzes alle übrigen uns interessierenden Größen

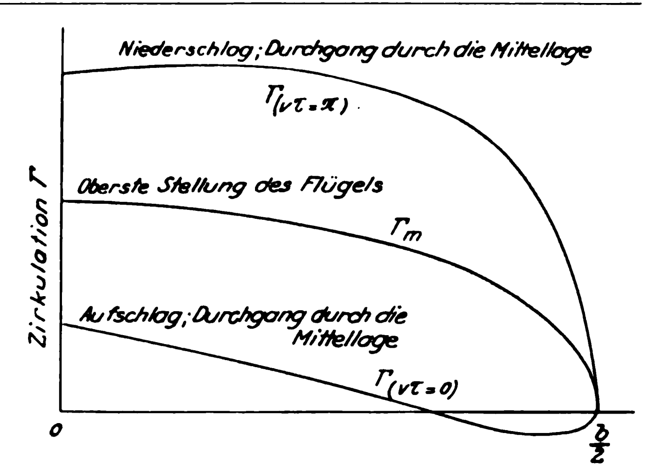


Abb. 2. Zirkulationsverteilung während verschiedener Bewegungsphasen des Flügels.

ausrechnen, soweit sie dadurch schon bestimmt sind. Wir finden zunächst

$$\alpha^* = \alpha - \frac{\varkappa}{2} - \frac{h\nu f'(\nu\tau)\, |\cos\varphi|^{3)}}{2v} \quad (w_0 \text{ mittlere stationäre induzierte Abwärtsgeschwindigkeit}),$$

$$= \alpha - \frac{w_0}{v} - \frac{h\nu f'(\nu\tau)\, |\cos\varphi|}{2v}$$

womit die Zirkulationsgleichung

$$\Gamma = \pi v t \alpha^* + \frac{\pi t^2}{4} \cdot \frac{\partial \alpha^*}{\partial \tau}$$

zu einer Beziehung zwischen der Flügeltiefe $t(\varphi, \tau)$ und dem Anstellwinkel $\alpha(\varphi, \tau)$ wird, die erfüllt sein muß, wenn das Zirkulationsgesetz und damit die Formeln für Vortrieb und Auftrieb, die wir sogleich ableiten werden, erfüllt sein können. Es geht daraus hervor, daß jedenfalls nicht beide Größen t und α zeitlich konstant sein können, obwohl dies immerhin auch eine näherungsweise Lösung liefern würde. Ist eine der beiden Größen t oder α vorgegeben, so ist die andere durch die Zirkulationsgleichung eindeutig bestimmt. Dies gilt auch für α, wenn t vorgegeben ist, da die entstehende Differentialgleichung für α eine eindeutige periodische Lösung besitzt. Wichtige Fälle ergeben sich, wenn eine der beiden Funktionen t oder α unabhängig von der Zeit vorgegeben wird. Von besonderem Interesse ist ferner noch der Fall, wo $\alpha^* = \alpha^*(\varphi)$ unabhängig von der Zeit sein soll, wobei also

$$\Gamma = \pi v t \alpha^*$$

wie im stationären Falle wird. Das Gesetz für t ergibt sich dann als zu Γ proportional; α wird

$$= \alpha^* + \frac{w_0}{v} + \frac{h\nu f'(\nu\tau)\, |\cos\varphi|}{v},$$

ist also ebenfalls im Rahmen unserer Theorie exakt bestimmt. Über die praktischen Möglichkeiten zur Realisierung der Zirkulationsgleichung sprechen wir am Schluß des Paragraphen[4]).

[3]) Es gilt:

$$|\cos\varphi| = \frac{2}{\pi} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{n+1}{2}} \cdot 2}{(n^2 - 4)} \cdot \frac{\sin n\varphi}{\sin\varphi} \quad (n \text{ ungerade}).$$

[4]) In der Aussprache berichtete Herr Dr. Brustmann über seine zusammen mit Herrn Lippisch angestellten praktischen Versuche mit einem zum Schwingenflugzeug umgestalteten Segelflugzeuge, die durchaus ermutigend verliefen. Seine Ausführungen über die dabei angewandte Methode, durch Wahl elastischer Profile den Anstellwinkel beim Aufwärtsschlag zu vergrößern, beim Abwärtsschlag zu verkleinern, lassen den Schluß zu, daß dabei näherungsweise der im Text behandelte Fall $\alpha^* =$ konst verwirklicht wurde, bei dem das oben angegebene Gesetz für α ganz denselben Charakter zeigt. Übrigens scheint dieser Fall auch den Ornithologen bekannt zu sein (vgl. den Aufsatz von K. Lorenz im Jahrbuch für Ornithologie 1933 Bd. 8, wo die Bewegung unter der Bezeichnung »Gleitrudern« beschrieben wird.) Solange man allerdings dabei t zeitlich konstant hält, wird auch $\Gamma = \pi v t \alpha^*$ konstant, und es kommt kein eigentlicher Vortrieb heraus; dann ist auch die Schwingbewegung ohne besondere Anstrengung vollziehbar. Will man einen positiven Vortrieb bei konstanten t erzielen, so muß α^* variabel werden. In diesem Falle wächst mit der Geschwindigkeit auch der Kraftbedarf des Piloten.

Weiterhin können wir jetzt die Gesetze für den Auftrieb und den Vortrieb berechnen. Wir finden als Auftriebsgesetz:

$$A = \frac{\varrho\, v^2 b^2 \pi}{2} \cdot \frac{\varkappa}{2} - \frac{\varrho\, v^2 b^2 \pi}{2} \cdot \frac{2\, h\, \nu\, f'(\nu\tau)}{3\, \pi\, v}$$

$$= L_0^* - L_1^* \frac{d\, y^*}{d\, \tau}, \text{ wo } L_0^* = \bar{A};\ L_1^* = \frac{\varrho\, v\, b^3}{3};$$

$$\frac{d\, y^*}{d\, \tau} = h\, \nu\, f'(\nu\tau).$$

Beim Vortrieb beschränken wir uns auf den zeitlichen Mittelwert, den wir unter Weglassung des durch die konstanten Glieder gelieferten stationären induzierten Widerstandes als reinen mittleren Vortrieb $\bar{V}$ wie folgt anschreiben können:

$$\bar{V} = \frac{\varrho\, \nu\, v^2 b^2}{4\, \pi} \cdot \int_0^{\frac{2\pi}{\nu}} \left(2\, \pi \sum_{n=1}^{\infty} n\, A_n^2 - \pi \sum_{n=1}^{\infty} n\, A_n^2\right) d\, \tau$$

$$= \frac{\varrho\, \nu\, v^2 b^2}{4} \cdot \int_0^{\frac{2\pi}{\nu}} \sum_{n=1}^{\infty} n\, A_n^2\, d\tau$$

$$= \frac{\varrho\, \nu\, b^2\, h^2\, \nu^2}{\pi^2} \cdot \int_0^{\frac{2\pi}{\nu}} f'^2(\nu\tau)\, d\tau \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\, (n^2 - 4)^2} = \frac{\varrho\, b^2\, h^2\, \nu^2}{8\, \pi} \cdot C,$$

wenn wir die unendliche Summe, was genau genug ist, mit $\frac{1}{8}$ bewerten, und

$$C = \frac{\nu}{\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\nu}} f'^2(\nu\tau)\, d\tau$$

setzen. Aus dieser Formel geht u. a. hervor, welchen Einfluß nach dieser Theorie das durch die Funktion $f(\nu\tau)$ gegebene Bewegungsgesetz der Flügel selbst besitzt. Wir erhalten in dem oben hervorgehobenen Sonderfalle $f(\nu\tau) = \sin \nu\tau$ für C den Wert 1; man kann fragen, ob man durch andere Wahl der Funktion $f(\nu\tau)$ einen größeren Wert für C erzielen kann. Daß dies in der Tat der Fall ist, zeigt die Funktion

$$f(\sigma) = \sin \operatorname{am} \lambda\sigma \text{ mit } \lambda = \frac{2\, K}{\pi},\quad K = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\, \varphi}{\sqrt{1 - \varkappa^2 \sin^2 \varphi}},$$
$$0 < \varkappa < 1.$$

Führt man hiermit die Berechnung des Integrals

$$\frac{\nu}{\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\nu}} f'^2(\nu\tau)\, d\tau$$

durch, so erhält man den Wert

$$\frac{8\, K}{3\, \pi^2} \left[2\, K - \frac{1 + \varkappa^2}{\varkappa^2} (K - E)\right] \text{ mit } E = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 \varphi\, d\, \varphi}{\sqrt{1 - \varkappa^2 \sin^2 \varphi}}.$$

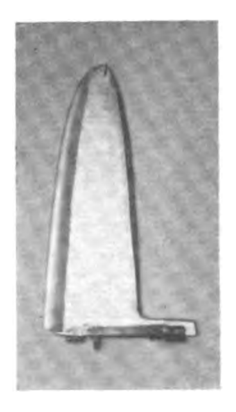
Die Reihenentwicklung dieses Ausdrucks in eine Potenzreihe nach dem Modul $\varkappa$ liefert den Ausdruck

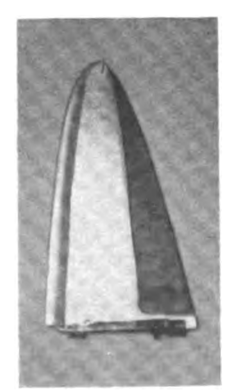
$$C = \frac{\nu}{\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\nu}} f'^2(\nu\tau)\, d\tau = 1 + \frac{\varkappa^2}{8} + \frac{3\, \varkappa^4}{32} + \ldots,$$

der für $\varkappa = 0$ den Wert 1 liefert, weil dann das Bewegungsgesetz in den sinusförmigen Verlauf übergeht, der ferner mit wachsendem $\varkappa$ ansteigt, ja von dem man sogar zeigen kann, daß bei fester Frequenz ν durch Annäherung von $\varkappa$ an 1 der Wert von C beliebig groß gemacht werden kann. Das Bewegungsgesetz würde dann von dem sinusförmigen Verlauf sich immer mehr demjenigen annähern, bei welchem auf einen schnellen Abwärtsschlag ein Verharren des Fluges in der untersten Stellung und nach einem ebenso schnellen Aufwärtsschlag ein Verharren des Flügels in der obersten Stelle erfolgt. Da aber hierbei große Schlaggeschwindigkeiten auftreten, so kann die Abweichung der Theorie von der Wirklichkeit beträchtlich werden. Außerdem ist zu beachten, daß natürlich der Erzeugung eines größeren Vortriebs auch ein entsprechend größerer Leistungsbedarf zugeordnet ist, da die Rechnung zeigt, daß die mittlere Leistung bei der Bewegung des Flügels wiederum dem soeben berechneten Integral proportional ist.

Im übrigen ist die Vortriebsformel bemerkenswert dadurch, daß der Vortrieb vom Anstellwinkel, von der Geschwindigkeit und von der Flügeltiefe unabhängig wird. Sie kann naturgemäß nur als eine Näherungsformel gelten, von der man aber annehmen darf, daß ihre Vorbedingungen, also vor allem das Zirkulationsgesetz, bei den technisch überhaupt in Frage kommenden Fällen einigermaßen erfüllt sein werden, so daß jetzt die Hauptfrage übrigbleibt, wie das Zirkulationsgesetz praktisch realisiert werden kann.

Unsere experimentellen Untersuchungen in dieser Richtung sind noch nicht abgeschlossen, ich will daher nur ganz kurz darüber berichten. Wir prüften vor allem die Vortriebsformel nach, da diese Größe praktisch die wichtigste ist. In erster Linie gingen wir davon aus, den Anstellwinkel konstant zu halten und die Flügeltiefe veränderlich zu machen. Dies geschah mittels eine beweglichen Flächenteils, das außen an einem Drehpunkt mit der festen Fläche zusammenhing und eine Vergrößerung und Verkleinerung der Gesamtfläche gestattete (vgl. Abb. 3). Diese Bewegung mußte mit der Schlagbewegung des Flügels kombiniert werden, was mit Hilfe des nachstehend abgebildeten Apparates (vgl. Abb. 4) durchgeführt wurde, der einen kleinen Elektromotor und den dazugehörigen Mechanismus zeigt. Die Kombination beider Bewegungen erfolgte derart, daß beim Aufschlag in der Mittellage die bewegliche Fläche ganz eingeschoben





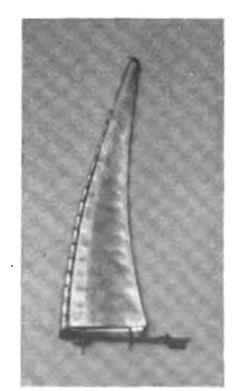
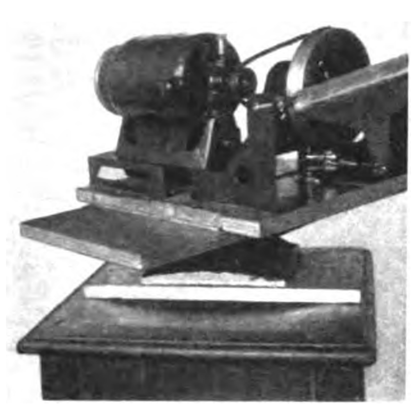




Abb. 3. Untersuchte Flügelformen veränderlicher Tiefe.





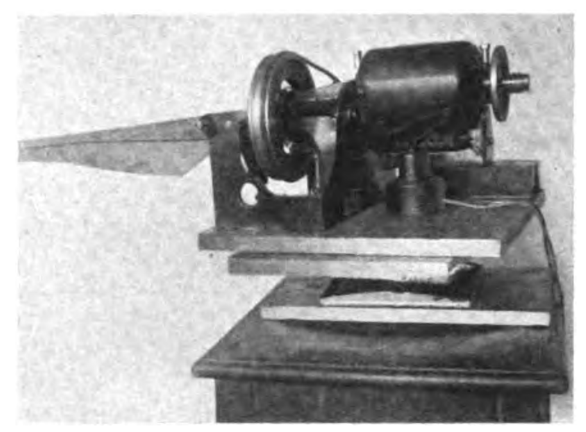


Abb. 4. Versuchsanordnung für Flügel veränderlicher Tiefe.

wurde, während sie beim Niederschlag in der Mittellage ganz ausgeschoben wurde. Übrigens konnte durch Änderung der Einstellung auch eine andere gegenseitige Phasenstellung beider Bewegungen erzielt werden, es zeigte sich aber, daß für die Erzielung eines möglichst großen Vortriebs die geschilderte Stellung mit einer kleinen Verschiebung in dem Sinne, daß das Maximum der Fläche beim Niederschlag etwas vor der Erreichung der Mittellage eintrat, am günstigsten war. Um den Vortrieb zu zeigen, wurde das Ganze auf eine Platte montiert, die um eine senkrechte Achse drehbar war; der Vortrieb äußerte sich dann in einer drehenden Bewegung des ganzen Systems.

Wir untersuchten zunächst der Reihe nach einige Flügel, die nicht nur verschiedene Umrißformen, sondern auch verschiedene Profile aufwiesen, wie in der Abb. 5 angedeutet ist. Es zeigte sich, daß die letzte Profilform, die dem Schnitt eines Vogelflügels sehr nahekommt, die günstigsten Vortriebswerte liefert. Von Wichtigkeit ist ferner beim letzten Profil die Schränkung in Form einer Verkleinerung des Anstellwinkels von innen nach außen (vgl. das Bild des Storchflügels bei O. Lilienthal in seinem Werke über den Vogelflug als Grundlage der Fliegekunst!). Mit diesem Flügel (dessen Umriß in Abb. 6a und 6b angedeutet ist) erreichten wir etwa 75% des theoretisch geforderten Vortriebswertes.

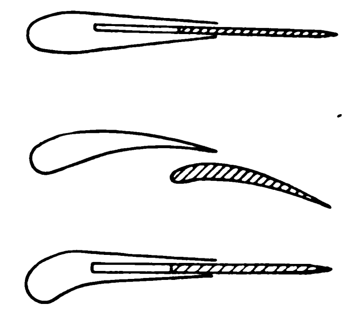


Abb. 5. Untersuchte Flügelprofile.

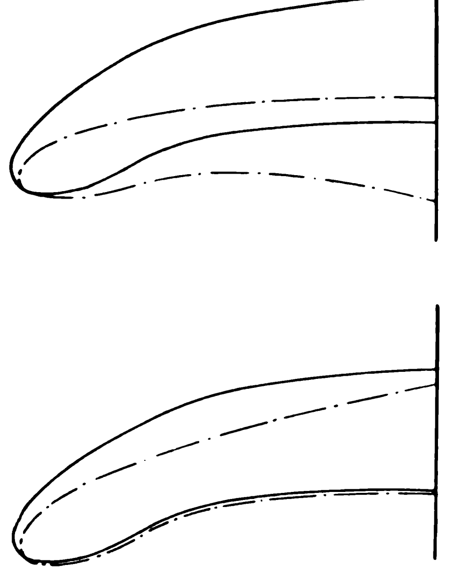


Abb. 6. Bester untersuchter Flügelumriß.

In diesen Beispielen ist die Realisierung der Zirkulationsgleichung noch recht unvollkommen. Eine bessere Annäherung ist erst zu erreichen, wenn man auch Anstellwinkeländerungen zuläßt. Solche kommen z. B. bei Benutzung elastischer Flügel, bei denen die Vorderkante steif bleibt, während die Hinterkante elastisch schwingt, von selbst zustande, und zwar im richtigen Sinne, wie unsere bisherigen Beobachtungen zeigen. Der Vortrieb wird bei solchen Flügeln merklich gesteigert. Erstrebenswert scheint uns eine möglichst getreue technische Nachahmung des eben hervorgehobenen Falles eines zeitlich konstanten wirksamen Anstellwinkels α^*, an der wir noch arbeiten.

2. Der Bewegungsvorgang beim Schwingenflug.

Auf Grund der entwickelten Gesetze über die Luftkräfte beim Schwingenflug wollen wir nun den Bewegungsvorgang des schwingenden Systems näher untersuchen.

Wir stellen uns zu diesem Zwecke vor, daß die beiden Flügel am Rumpf elastisch drehbar gelagert seien, und zwar derart, daß jeder Drehung der Flügel aus der horizontalen Ruhelage eine der Größe der Drehung proportionale Gegenkraft entspricht. Wir bezeichnen mit x die senkrechte Entfernung des Rumpfschwerpunktes aus seiner horizontalen Bahn, mit y die senkrechte Entfernung des Schwerpunktes eines der beiden Flügel von der Horizontalen durch den Rumpfschwerpunkt. In der Annahme, daß die Bewegung beider Flügel symmetrisch erfolgt, können wir dann nach den Grundprinzipien der Mechanik die beiden Bewegungsgleichungen wie folgt anschreiben:

Es sei M die Masse des Rumpfes, m die Masse eines Flügels. Es sei ferner r die Entfernung des Flügelschwerpunktes vom Rumpfschwerpunkte, der mit dem Drehpunkte identifiziert wird, $K \cdot r$ das vom Motor auf den Flügel ausgeübte Drehmoment, endlich $-k \cdot r \cdot \psi$ die elastische Gegenkraft, die durch Drehung des Flügels um den Winkel ψ aus der Ruhelage ausgeübt wird. Dann gilt für den Punkt m:

$$m(\ddot{x} + \ddot{y}) = K + L - k r \psi - m g.$$

Hierbei bedeutet L die Auftriebsluftkraft, die an einem Flügel angreift; wir denken sie der Einfachheit halber im Flügelschwerpunkte konzentriert. Analog ergibt sich für den Punkt M:

$$M\ddot{x} = -M g - 2K + 2 k r \psi,$$



wobei zu beachten ist, daß am Rumpf die Reaktionskräfte beider Flügelseiten zusammenwirken. Nach Abschnitt 1 können wir nun setzen:

$$L = L_0 - L_1 \frac{d y}{d \tau}, \quad 2 L_0 = \overline{A}, \quad 2 L_1 = \frac{\varrho v b^2}{3} \cdot \frac{b}{2 r},$$

weil $y^* = \frac{b}{2r} y$ ist; für den Horizontalflug, der hier nur betrachtet wird, wird

$$2 L_0 = \overline{A} = (M + 2 m) g.$$

Setzt man dies ein, so ergibt sich folgendes Differentialgleichungssystem:

$$m (\ddot{x} + \ddot{y}) + L_1 \dot{y} + k y = \frac{M g}{2} + K,$$
$$M \ddot{x} - 2 k y = - M g - 2 K.$$

Kombination beider Gleichungen ergibt:

$$m \ddot{y} + L_1 \dot{y} + k\left(1 + \frac{2 m}{M}\right) y = \frac{M g}{2} \left(1 + \frac{2 m}{M}\right) + K\left(1 + \frac{2 m}{M}\right).$$

Setzt man die Kraft K in der Form $K_0 \cos \nu \tau$ an, so ergibt sich nach einiger Zeit, wenn die Eigenschwingung infolge der Dämpfung durch die Luftkräfte abgeklungen ist, die periodische Lösung:

$$y = \frac{M g}{2 k} + B \cos (\nu \tau + \delta).$$

Hierbei bedeutet:

$$B = \frac{K_0 \left(1 + \frac{2 m}{M}\right)}{m \sqrt{\left[\frac{k}{m}\left(1 + \frac{2 m}{M}\right) - \nu^2\right]^2 + \frac{L_1^2 \nu^2}{m^2}}},$$

$$\sin \delta = \frac{- \frac{L_1 \nu}{m}}{\sqrt{\left[\frac{k}{m}\left(1 + \frac{2 m}{M}\right) - \nu^2\right]^2 + \frac{L_1^2 \nu^2}{m^2}}},$$

$$\cos \delta = \frac{\frac{k}{m}\left(1 + \frac{2 m}{M}\right) - \nu^2}{\sqrt{\left[\frac{k}{m}\left(1 + \frac{2 m}{M}\right) - \nu^2\right]^2 + \frac{L_1^2 \nu^2}{m^2}}}.$$

Damit ist die **Relativbewegung der Flügel gegen den Rumpf** bestimmt. Da B der Maximalausschlag aus der Ruhelage ist, kann gemäß der früheren Bezeichnung

$$B = h \cdot \frac{2 r}{b}$$

gesetzt werden.

Die **Bewegung des Rumpfschwerpunktes** selbst erfolgt nach dem Gesetz:

$$M \ddot{x} = - M g - 2 K_0 \cos \nu \tau + 2 k \left(\frac{M g}{2 k} + B \cos (\nu \tau + \delta)\right)$$
$$x = \frac{2 K_0}{M \nu^2} \cos \nu \tau - \frac{2 k B}{M \nu^2} \cdot \cos (\nu \tau + \delta) \cdot$$

Um die Amplitude dieser Schwingung zu berechnen, setzen wir zur Abkürzung $\nu_0^2 = \frac{k}{m}\left(1 + \frac{2 m}{\mu}\right)$ und erhalten wegen

$$K_0 = \frac{m}{1 + \frac{2 m}{\mu}} \cdot h \cdot \frac{2 r}{b} \cdot \sqrt{(\nu_0^2 - \nu^2)^2 + \frac{L_1^2 \nu^2}{m^2}}$$
$$= \frac{k}{\nu_0^2} \cdot h \cdot \frac{2 r}{b} \cdot \sqrt{(\nu_0^2 - \nu^2)^2 + \frac{L_1^2 \nu^2}{m^2}}:$$

$$x = \frac{2 k \cdot h \cdot \frac{2 r}{b}}{M \nu^2} \left[\frac{1}{\nu_0^2} \sqrt{(\nu_0^2 - \nu^2)^2 + \frac{L_1^2 \nu^2}{m^2}} \cdot \cos \nu \tau - \cos (\nu \tau + \delta)\right]$$

$$= \frac{2 k \cdot h \cdot 2 r}{M \nu^2 \cdot b} \left[\cos \nu \tau \left(\frac{\sqrt{(\nu_0^2 - \nu^2)^2 + \frac{L_1^2 \nu^2}{m^2}}}{\nu_0^2} - \frac{\nu_0^2 - \nu^2}{\sqrt{(\nu_0^2 - \nu^2)^2 + \frac{L_1^2 \nu^2}{m^2}}}\right) - \frac{\sin \nu \tau \cdot \frac{L_1 \nu}{m}}{\sqrt{(\nu_0^2 - \nu^2)^2 + \frac{L_1^2 \nu^2}{m^2}}}\right]$$

$$= \frac{2 k \cdot h \cdot 2 r}{M \nu^2 \cdot \nu_0^2 \cdot b \cdot \sqrt{(\nu_0^2 - \nu^2)^2 + \frac{L_1^2 \nu^2}{m^2}}} \left[\nu^2 \left(\frac{L_1^2}{m^2} + \nu^2 - \nu_0^2\right) \cos \nu \tau - \frac{L_1 \nu_0^2 \nu}{m} \sin \nu \tau\right]$$

$$= \frac{2 k \cdot h \cdot 2 r}{M \nu \cdot \nu_0^2 \cdot b} \cdot \sqrt{\frac{\nu^2 \left(\frac{L_1^2}{m^2} + \nu^2 - \nu_0^2\right)^2 + \frac{L_1^2 \nu_0^4}{m^2}}{(\nu_0^2 - \nu^2)^2 + \frac{L_1^2 \nu^2}{m^2}}} \cdot \cos (\nu \tau + \varepsilon) = \frac{2 k \cdot h \cdot 2 r}{M \nu \cdot \nu_0^2 \cdot b} \cdot \sqrt{\nu^2 + \frac{L_1^2}{m^2}} \cos (\nu \tau + \varepsilon)$$

$$= \frac{2 h \cdot 2 r \cdot m}{(M + 2 m) b} \cdot \sqrt{1 + \frac{L_1^2}{m^2 \nu^2}} \cdot \cos (\nu \tau + \varepsilon).$$

Man erkennt hiernach, daß eine kleine Flügelmasse im Vergleich zur Gesamtmasse des Flugzeugs sowie ein möglichst kleiner Abstand des Flügeldruckpunktes vom Rumpf erstrebenswert ist. Wir berechnen schließlich noch den **Wirkungsgrad des Schwingenflugzeugs**. Die an den Flügeln geleistete Arbeit ist während einer Periode:

$$2 \int_0^{\frac{2\pi}{\nu}} K_0 \cdot \cos \nu \tau \cdot \frac{d y}{d \tau} d \tau = - 2 \int_0^{\frac{2\pi}{\nu}} K_0 B \nu \cos \nu \tau \cdot \sin (\nu \tau + \delta) d \tau$$
$$= - 2 K_0 B \nu \sin \delta \cdot \frac{\pi}{\nu},$$

also pro Sekunde:

$$\frac{K_0 B \nu \cdot L_1 \nu}{m \sqrt{(\nu_0^2 - \nu^2)^2 + \frac{L_1^2 \nu^2}{m^2}}} = \frac{B^2 \nu^2 L_1}{1 + \frac{2 m}{M}}$$

$$= \frac{h^2 \nu^2 \cdot \left(\frac{2 r}{b}\right)^2 \cdot \frac{\varrho v b^2}{6} \cdot \frac{b}{2 r}}{1 + \frac{2 m}{M}} = \frac{\varrho b^2 h^2 \nu^2 v}{6} \cdot \frac{2 r}{b \left(1 + \frac{2 m}{M}\right)}.$$

Andererseits ist die Nutzarbeit pro Sekunde gleich Vortrieb mal Geschwindigkeit, d. h. gleich

$$\overline{V} v = \frac{\varrho b^2 h^2 \nu^2 \cdot v}{8 \pi}.$$

Daher wird der Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{\varrho b^2 h^2 \nu^2 v}{8 \pi} : \frac{\varrho b^2 h^2 \nu^2 v}{6} \cdot \frac{2 r}{b \left(1 + \frac{2 m}{M}\right)}$$
$$= \frac{3}{4 \pi} \cdot \frac{b}{2 r} \left(1 + \frac{2 m}{M}\right).$$

Man sieht aus dieser Formel, daß der Wirkungsgrad lediglich vom Verhältnis der Massen m und M sowie von der Lage des Flügeldruckpunktes im Verhältnis zur halben Spannweite abhängt. Gelingt es z. B. dies Verhältnis kleiner als $1 : \pi$ zu machen, so ist der Wirkungsgrad erheblich größer als 75%. Natürlich ist η stets < 1, was in der Formel nicht zum Ausdruck kommt, da der Vortrieb nur durch eine Näherungsformel bestimmt ist.

3. Entwurf eines Schwingenflugzeugs.

Auf der Grundlage der vorangehenden Paragraphen ist es nun möglich, den systematischen Gang für den Entwurf eines Schwingenflugzeugs festzulegen.

Die erste Frage ist die des Motors. Ist darüber entschieden, so kann man überschlägige Angaben über die Massen m und M festsetzen sowie über Spannweite und Flächenbelastung. In dem vorliegenden Beispiel wird ein 1-Zylinder-Benzinmotor von $^3/_8$ PS zugrunde gelegt. Sein Gewicht beträgt mit Zündspule, Batterie und Benzintank nebst Betriebsstoff etwa 1680 g, so daß das Rumpfgewicht auf 2,5 kg geschätzt werden kann, die Flächen mögen etwa 0,5 kg wiegen. Hiernach ist $M = \frac{2{,}5}{9{,}81}$, $2m = \frac{0{,}5}{9{,}81}$ Gesamtgewicht G also $= 3{,}0$ kg. Bei einer Spannweite von 2,2 m wird die mittlere Fläche auf etwa 0,7 m², also die mittlere Flächenbelastung auf 4,3 kg/m² geschätzt. Diese Zahl entspricht etwa der Flächenbelastung eines Seeadlers. Auf Grund der Formel für den mittleren Auftrieb

$$A = G = c_a \cdot \frac{\varrho}{2} \cdot v^2 \cdot F$$

erhalten wir hiernach mit $c_a = 0{,}5$ eine Horizontalgeschwindigkeit $v = 11{,}7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Bewertet man ferner den Widerstandsbeiwert mit 0,025, so ist der beim Horizontalflug zu überwindende Widerstand der Luft

$$W = 0{,}025 \cdot \frac{1}{16} \cdot 0{,}7 \cdot 137{,}6 = 0{,}160 \text{ kg}.$$

Auf Grund der Vortriebsformel von Abschnitt 1 haben wir dann:

$$\frac{\varrho\, b^2 h^2 \nu^2}{8\pi} = 0{,}160; \quad h^2 \nu^2 = \frac{8\pi \cdot 0{,}160 \cdot 8}{2{,}2^2} = 6{,}65; \quad h\,\nu = 2{,}58.$$

Nimmt man 3 Schwingungen pro Sekunde an, so wird $\nu = 6\pi$, daher $h = 0{,}137$ m.

Die hierbei aufzubringende Nutzleistung ist

$$W v = 0{,}160 \cdot 11{,}7 = 1{,}87 \frac{\text{kgm}}{\text{s}} = 0{,}025 \text{ PS},$$

was bei der vorliegenden Motorleistung auch unter Berücksichtigung aller auftretenden Verluste möglich erscheint. Nehmen wir etwa $\frac{2r}{b} = 0{,}35$ an, so wird der Wirkungsgrad $\eta = 0{,}82 = 82\%$.

Wir finden weiter

$$B = h \cdot \frac{2r}{b} = 0{,}137 \cdot 0{,}35 = 0{,}048 \text{ m}$$

$$L_1 = \frac{\varrho\, v\, b^2}{b} \cdot \frac{b}{2r} = \frac{1}{8} \cdot \frac{11{,}7 \cdot 2{,}2^2}{6 \cdot 0{,}35} = 3{,}38.$$

Weiterhin ist die Kraft K_0 zu berechnen, die wir im Interesse einer möglichst geringen Rumpfbeanspruchung klein machen wollen. Hierzu liegt es nahe, in dem Ausdruck

$$K_0 = h \cdot \frac{2r}{b} \cdot m \sqrt{(\nu_0^2 - \nu^2)^2 + \frac{L_1^2 \nu^2}{m^2}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{2m}{\mu}}$$

die Konstante k zunächst näherungsweise gemäß der Bedingung

$$\frac{k}{m}\left(1 + \frac{2m}{\mu}\right) = \nu_0^2 = \nu^2$$

zu wählen, also

$$k = \frac{m\,\nu^2}{1 + \frac{2m}{\mu}} = \frac{0{,}25}{9{,}81} \cdot \frac{36\pi^2}{\left(1 + \frac{1}{5}\right)} = 7{,}5.$$

Dann wird aber die Ruhelage der Flügel gegeben durch den Wert $\frac{Mg}{2k} = 0{,}2$ m, der die Entfernung des Druckmittelpunktes der Flügel aus der Horizontalen in der Ruhelage angibt, also eine zu große V-Stellung der Flügel. Die Konstante k muß also größer gewählt werden; wir setzen $k = 30$ und finden damit $\frac{Mg}{2k} = 0{,}05$ m sowie $K_0 = 1{,}23$ kg. Endlich berechnen wir noch die Maximalentfernung des Rumpfschwerpunktes während der Bewegung aus seiner horizontalen Bahn. Diese wird nach § 2:

$$\frac{2mh \cdot 2r}{(M + 2m) \cdot b} \sqrt{1 + \frac{L_1}{m^2 \nu^2}} = 0{,}010,$$

also 1,0 cm nach oben und unten.

Wie man sieht, liefern diese Überlegungen eine brauchbare Grundlage für die Konstruktion. Die konstruktiven Schwierigkeiten bestehen natürlich in der Hauptsache in der Aufgabe, eine geeignete Bauart der Flügel zu finden, bei der sowohl das Gewicht als auch die berechneten Vortriebseigenschaften gewahrt sind.

4. Zusammenfassung.

Es werden auf einfacher mathematischer Grundlage Näherungsformeln für den Vortrieb und Auftrieb eines Schwingenflugzeugs aufgestellt, wobei das Schwingungsgesetz der Flügel ganz beliebig vorgegeben sein kann; dabei wird von der Vorstellung Gebrauch gemacht, daß nicht nur der Anstellwinkel, sondern auch die Flügeltiefe periodisch veränderlich seien. Windkanalversuche an Modellen zeigen der Größenordnung nach die Richtigkeit der aufgestellten Vortriebsformel. Ferner wird auf Grund dieser Gesetze über die Luftkräfte der Bewegungsvorgang des schwingenden Systems studiert und durch Integration eines Systems von Differentialgleichungen vollständig beschrieben; für den Wirkungsgrad des Schwingenflugzeugs wird eine einfache Formel aufgestellt. Zum Schluß wird ein systematischer Weg für den Entwurf eines Schwingenflugzeugs angegeben.

Weitere Messungen der Eigenschaften und Leistungen des Flugzeuges Focke-Wulf F 19a »Ente«.

Von C. Biechteler.

Bericht 35/07 der Deutschen Versuchsanstalt für Luftfahrt e. V., Berlin-Adlershof.

Die im 317. DVL-Bericht[1]) veröffentlichten Messungen mit dem Flugzeug Focke-Wulf F 19a »Ente« wurden fortgeführt mit dem Zweck, die Eigenschaften der »Enten«-Bauart zu ermitteln. Die vorliegende Arbeit behandelt die Messung des dynamischen Verhaltens des Flugzeuges bei großen Anstellwinkeln, die Untersuchung der Strömungsverhältnisse am Vorderflügel, den Einfluß einer Verkleidung der Seitenflossenwurzel auf die Wirkung des Seitenruders sowie den Einfluß der Seitenscheiben auf die Stabilität um die Hochachse und auf die Höchstgeschwindigkeit des Flugzeuges.

Gliederung:

I. Einleitung.

Die bisher von der DVL ausgeführten eingehenden Untersuchungen an dem Flugzeug Focke-Wulf »Ente« (Abb. 1 und 2) bezogen sich vor allem auf die Bestimmung der Abflugstrecke und Steiggeschwindigkeit bei verschiedener Schwerpunktlage, der statischen Längsstabilität und Längssteuerbarkeit und auf die Messung der Höhensteuerkräfte[1]). Die Ergebnisse dieser Versuche ließen einen eindeutigen Vergleich mit den Ergebnissen früherer Messungen an Flugzeugen der gebräuchlichen Bauart zu. Der Zweck vorliegender Aufgabe war die Fortsetzung dieser erweiterten Prüfung.

Die Absicht des Herstellers, das Flugzeug unüberziehbar zu machen, wird dadurch erreicht, daß der Vorderflügel einen um $\sim 10^0$ größeren Einstellwinkel gegen die Flugzeug-Längsachse besitzt als der Hauptflügel. Bei dem Versuch, das Flugzeug aus der Geschwindigkeit des Reisefluges durch ziemlich rasches Anziehen des Höhensteuers zu überziehen, reißt nach Erreichen großer Längsneigung die Strömung am Vorderflügel ab. Das Flugzeug neigt sich daraufhin allmählich nach unten und kehrt durch Nachgeben des Höhenruders wieder in seine Normallage zurück. Nach der allgemein herrschenden Ansicht konnte diese Eigenschaft durch den dabei entstehenden Höhenverlust gefährlich werden beim Überziehen des Flugzeuges kurz nach dem Start oder beim Flug in Bodennähe in unsichtigem Wetter bei plötzlichem Auftreten eines Hindernisses. Eine Untersuchung der dynamischen Stabilität und in Zusammenhang hiermit die Messung des Höhenunterschiedes beim Überziehen des Vorderflügels bis zum Wiedererreichen des Normalfluges ist ein Teilgebiet der vorliegenden Arbeit.

In dem Bericht über die früheren Untersuchungen wurde auf das auffallende Verhalten des Flugzeuges um seine Querachse bei Böen hingewiesen. Diese Erscheinung wurde

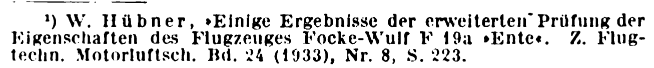

[1]) W. Hübner, »Einige Ergebnisse der erweiterten Prüfung der Eigenschaften des Flugzeuges Focke-Wulf F 19a »Ente«. Z. Flugtechn. Motorluftsch. Bd. 24 (1933), Nr. 8, S. 223.



Abb. 1. Ansicht des Flugzeuges Focke-Wulf F 19a »Ente« im Fluge.

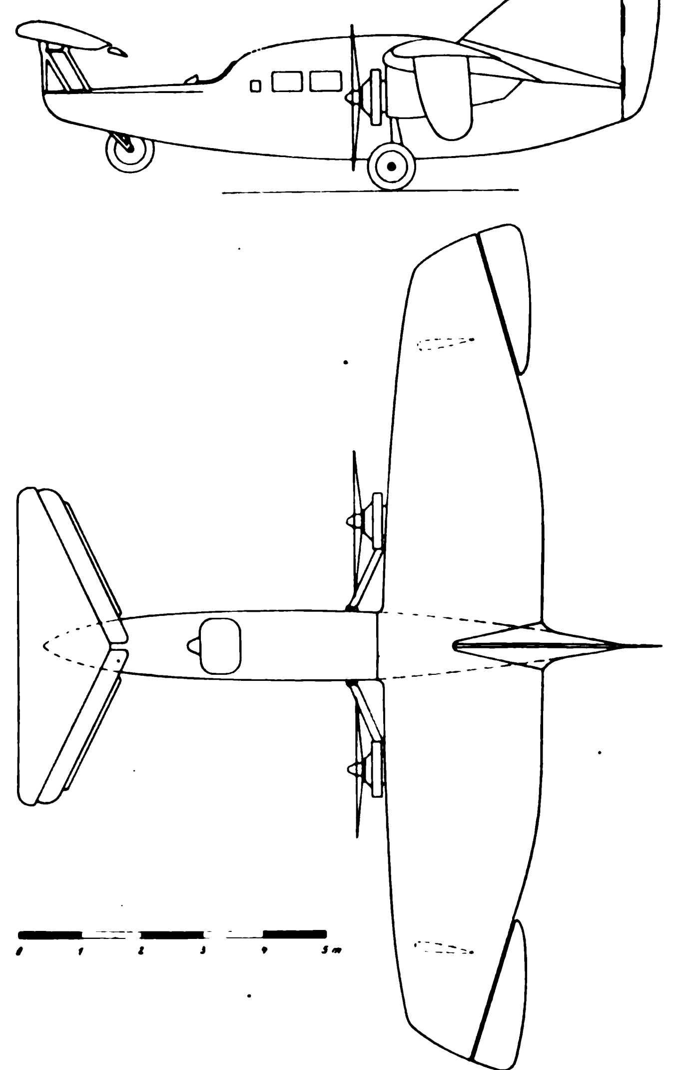


Abb. 2. Umriß-Skizze des Flugzeuges Focke-Wulf F 19a »Ente«:

Werknummer des Flugzeuges			35
Baujahr			1930
Motor-Muster			Siemens Sh 14
Werk-Nummer der Motoren			12581, 12584
Luftschrauben			Schwarz 30418, 31403
	$D = 2450$, H	=	1450
Gesamtfläche	F	=	35,7 m²
Fläche des Vorderflügels	F_H	=	6,2 m²
Spannweite des Hauptflügels	b	=	14,0 m
Spannweite des Vorderflügels	b_H	=	5,2 m
Mittlere Tiefe des Hauptflügels	t_m	=	2,5 m
Rüstgewicht	G_R	=	1175 kg
Fluggewicht bei den Messungen	G	=	1532 kg
Schwerpunktlage bei den Messungen		=	−26,0 vH t_m.



darauf zurückgeführt, daß der Vorderflügel bereits im Reiseflug große Anstellwinkel erreicht. Bei vertikal nach oben wirkenden Böen reißt die Strömung am Vorderflügel teilweise ab. Das Flugzeug neigt sich dann nach unten, bis die Strömung wieder anliegt. Um diese Erklärung zu belegen, wurden die Strömungsverhältnisse am Vorderflügel bei verschiedenen Staudrücken untersucht.

Der Übergang der Seitenflosse zur Flügeloberseite und zum Rumpf ist bei der »Ente« aerodynamisch nicht günstig ausgebildet (Abb. 6) und war vom Herstellerwerk ursprünglich auch anders geplant gewesen. Es ist anzunehmen, daß durch die scharfkantigen Übergänge eine turbulente Strömung hervorgerufen wird, in deren Bereich der untere Teil des Seitenruders liegt. Nach bisherigen Erfahrungen ist es möglich, durch Ausrundung der Flossenwurzel mittels einer Verkleidung einen glatten Strömungsverlauf zu erzielen. Durch diese Maßnahme ist eine Verbesserung der Seitenruderwirkung insbesondere bei großen Anstellwinkeln zu erwarten.

Als eine der möglichen Ursachen des Unfalles der ersten »Ente« im Jahre 1927 ist die Vermutung geringer Stabilität um die Hochachse im überzogenen Zustand aufgetreten und stellenweise auch durch Windkanalmessungen in schwachem Maße bestätigt. Um die kleinen Gebiete von Richtungsunstabilität bei sehr großen Anstellwinkeln ($\sim 45^0$) zu beseitigen, wurde, obwohl die Erreichung dieser Zustände höchst unwahrscheinlich war, das zweite Stück dieses Musters mit Seitenscheiben ausgerüstet, die nahe dem Flügelende auf der Flügelunterseite angeordnet sind (Abb. 3 u. 4). Die Ergebnisse von Windkanalmessungen ließen jedoch im Normalfluge und wenig überzogenen Zustande auch ohne diese Scheiben Stabilität um die Hochachse erkennen. Die Anbringung dieser Flossen ist also lediglich als zusätzliche Sicherheitsmaßnahme zu werten. Sie bedeutet jedoch im Schnellfluge durch Erhöhung des Widerstandes und des Baugewichtes eine Verschlechterung, im Steigflug, beim Start und in Gipfelhöhe durch die Endscheibenwirkung freilich nach den Windkanalmessungen eine Verbesserung der Flugleistungen. Der letzte Teil der vorliegenden Messungen befaßt sich mit dem Einfluß dieser Seitenscheiben auf die Stabilität um die Hochachse und auf die Höchstgeschwindigkeit des Flugzeuges.



Abb. 3. Teilansicht des Flugzeuges mit Seitenscheibe.



Abb. 4. Teilansicht des Flugzeuges ohne Seitenscheibe.

II. Durchführung der Aufgabe.

Zur Durchführung der Messungen wurde das Flugzeug Focke-Wulf »Ente« mit einer Versuchseinrichtung ausgerüstet, welche die Messung folgender Größen gestattet: Flugstaudruck, Flughöhe, Längsneigung des Flugzeuges, Schiebewinkel, Ausschlag des Höhen- und Seitenruders. Die zeitliche Übereinstimmung der Meßschriebe für Staudruck, Höhe und Längsneigung wurde durch Zeitmarkengeber erreicht, die von einer Kontaktuhr gesteuert wurden. Das Fluggewicht betrug bei allen Meßflügen 1532 kg, die Schwerpunktlage — 26,0 vH der mittleren Flügeltiefe.

1. Messung des dynamischen Verhaltens bei großen Anstellwinkeln.

Wird der Vorderflügel durch verhältnismäßig rasches Anziehen des Höhenruders überzogen und dann der Höhenruderausschlag beibehalten, so macht das Flugzeug Schwingungen um seine Querachse. Es zeigte sich, daß sich die Dämpfung dieser Schwingungen mit der Größe des Ruderausschlages ändert. Der Verlauf der Schwingungen bei verschiedenen Ruderausschlägen wurde durch Aufzeichnen von Staudruck, Flughöhe und Längsneigung festgelegt.

Bei langsamem Anziehen des Höhenruders bis zum Anschlag ($18{,}5^0$) reißt die Strömung am Vorderflügel nicht ab. Es ergeben sich mit voll angezogenem Höhenruder stationäre Flugzustände für Vollgas und Leerlauf der Motoren.

Für die Beurteilung der Gefahr beim Überziehen des Flugzeuges in Bodennähe ist der dabei auftretende Höhenunterschied maßgebend. Die Messung wurde derart durchgeführt, daß das Flugzeug aus der Geschwindigkeit des Reisefluges unter gleichzeitigem Vollgasgeben durch rasches Anziehen des Höhenruders überzogen wurde. Nach dem Kippen nach unten wurde der Ruderausschlag wieder verkleinert. Dabei wurde der zeitliche Verlauf von Flughöhe, Staudruck und Längsneigung gemessen bis zum Wiedererreichen des Normalfluges. Die Messung wurde einige Male wiederholt, um eine Mittelwertsbildung der Ergebnisse zu ermöglichen.

2. Untersuchung der Strömungsverhältnisse am Vorderflügel.

Zur Untersuchung der Flügelströmung wurde auf der Oberseite des Vorderflügels und des Höhenruders eine Anzahl roter Wollfäden befestigt. Außerdem wurden noch über dem Ruder in Abständen von 4 cm und 8 cm Wollfäden an starkem Stahldraht angebracht, um den Verlauf der Strömung auch in einiger Entfernung über der Oberseite und damit die Wirkung des zwischen Flosse und Ruder befindlichen Schlitzes zu erfassen. Die Anordnung der Beobachtungsstellen ist in Abb. 5 skizziert. Die Lage der Wollfäden wurde bei verschiedenen Fluggeschwindigkeiten durch photographische Aufnahmen mit einer auf der Rumpfoberseite über der Kabine angebrachten Bildkammer festgehalten.

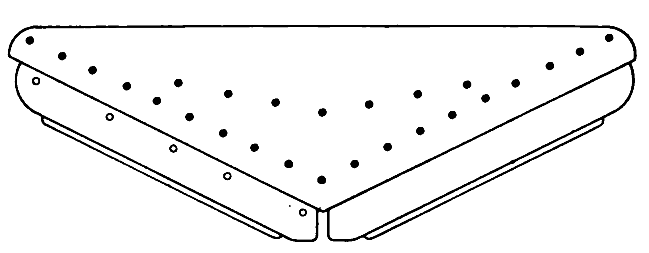


Abb. 5. Umriß-Skizze des Höhenleitwerkes mit eingezeichneter Anordnung der Wollfäden.

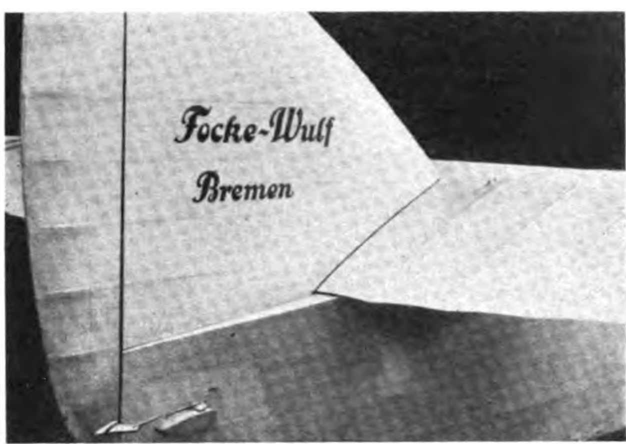


Abb. 6. Ansicht der Seitenflossenwurzel vor Anbringung des Verkleidungsbleches.

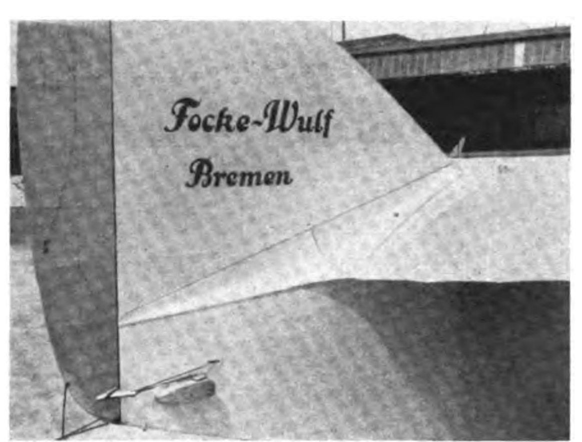


Abb. 7. Ansicht der Seitenflossenwurzel nach Anbringung des Verkleidungsbleches. Links unten im Bilde ist der Seitenruderausschlagschreiber sichtbar.

3. Einfluß einer Verkleidung der Seitenflossenwurzel auf die Wirkung des Seitenruders.

Auf Grund früher gesammelter Erfahrungen wurde die Verkleidung zwischen Seitenflosse und Tragflügeloberseite so ausgebildet, daß der Halbmesser der Ausrundung an der Flossenvorderkante klein gehalten wurde und sich nach der Flossenhinterkante zu vergrößert (Abb. 6 u. 7). Die Verkleidung wurde aus Aluminiumblech hergestellt und mit Nietmuttern am Flugzeug befestigt.

Um den Einfluß der Flossenwurzel-Verkleidung auf die Seitenruderwirkung zu bestimmen, wurde mit und ohne Verkleidung der Seitenruderausschlag gemessen, der notwendig ist, um bestimmte Momente um die Hochachse auszugleichen. Diese Momente wurden dadurch hervorgerufen, daß die außerhalb der Symmetrieebene des Flugzeuges gelegenen Motoren mit verschiedenen Drehzahlen zueinander liefen.

Bei den Messungen lief der linke Motor immer mit Vollgas, der rechte Motor wurde auf die verschiedensten Drehzahlen von Vollgas bis Leerlauf gedrosselt. Für jede dieser Drosselstellungen wurde der Seitenruderausschlag gemessen, der für einen Geradeausflug notwendig ist. Geradeausflüge konnten mit ausreichender Genauigkeit dadurch erreicht werden, daß ein im Gelände auffallender Punkt mit Gegen- und Rückenwind angesteuert wurde. Alle Messungen wurden mit dem Staudruck des Reisefluges ($\sim$ 15 vH Drehzahldrosselung der Motoren) durchgeführt.

4. Einfluß der Seitenscheiben auf die Stabilität um die Hochachse und auf die Höchstgeschwindigkeit des Flugzeuges.

Die Seitenscheiben sind in 75 vH der halben Flügelspannweite von Rumpfmitte aus auf der Flügelunterseite angeordnet und haben einen Flächeninhalt von je 1,08 m². Die Profilsehne bildet zur Flugzeuglängsachse einen Winkel von 6°.

Das im letzten Absatz beschriebene Meßverfahren wurde auch angewendet, um den Einfluß der Seitenscheiben auf die Stabilität des Flugzeuges um die Hochachse zu ermitteln. Bei diesen Messungen wurde die Verkleidung der Seitenflossenwurzel am Flugzeug belassen.

Die Höchstgeschwindigkeit des Flugzeuges mit und ohne Seitenscheiben wurde durch Vierecksflüge bestimmt. Die Meßgenauigkeit konnte dadurch gesteigert werden, daß die Flüge unmittelbar nacheinander ausgeführt wurden, und zwar bei ganz ruhiger Luft in einer Flughöhe von nur 50 m.

III. Darstellung der Ergebnisse.

1. Messung des dynamischen Verhaltens bei großen Anstellwinkeln.

Die Auswertung der Längsschwingungen mit verschiedenen festgehaltenen Höhenruder-Ausschlägen ist in den Abb. 8, 9 und 10 dargestellt. Die Schwingungen wurden eingeleitet bei einem Staudruck von etwa 60 kg/m² ($\sim$ 110 km/h). Abb. 8 veranschaulicht Schwingungen mit einem Ruderausschlag von $\beta = 0{,}4°$ in Richtung »Ziehen«. Staudruck, Flughöhe und Längsneigung ist in Abhängigkeit von der Zeit aufgetragen.

Es zeigt sich, daß die Schwingungen ungedämpft sind. Der Staudruck verläuft in den Grenzen zwischen 50 kg/m² und 30 kg/m², entsprechend einer Geschwindigkeit von 102 km/h und 79 km/h. Der mittlere Staudruck q_m beträgt 40 kg/m². Die Doppel-Amplitude des Höhenschriebes beträgt 1,3 mm Hg, entsprechend einer Höhenänderung von $\sim$ 15 m. Dieser Wert stellt jedoch einen Mindestwert dar, da die zu Höhenmessungen verwendeten Aneroiddosen bei raschen Höhenänderungen bekanntlich nachhinken. Die Größe der Amplituden der Längsneigung ist infolge der Beschleunigungsempfindlichkeit des Schreibgerätes unrichtig. Die tatsächlich aufgetretenen Längsneigungsänderungen waren wesentlich größer. Die Dauer einer vollen Schwingung betrug im Mittel 12,2 s.

In Abb. 9 wird eine Schwingung dargestellt mit einem Ruderausschlag von $\beta = +4{,}7°$. Die Dämpfung, die in Abb. 8 Null war, hat einen positiven Wert angenommen. Der mittlere Staudruck hat sich verringert und beträgt 35 kg/m², die Schwingungsdauer 12,0 s.

Bei weiterer Vergrößerung des Ruderausschlages nimmt die Dämpfung zu. Abb. 10 zeigt eine Schwingung mit

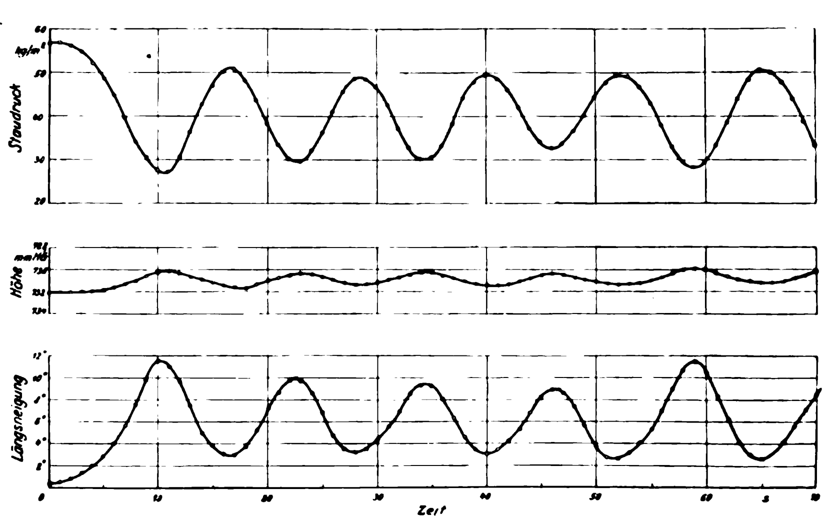


Abb. 8. Verlauf von Staudruck, Flughöhe und Längsneigung bei Längsschwingungen mit einem Ruderausschlag von 0,4° in Richtung »Ziehen«.

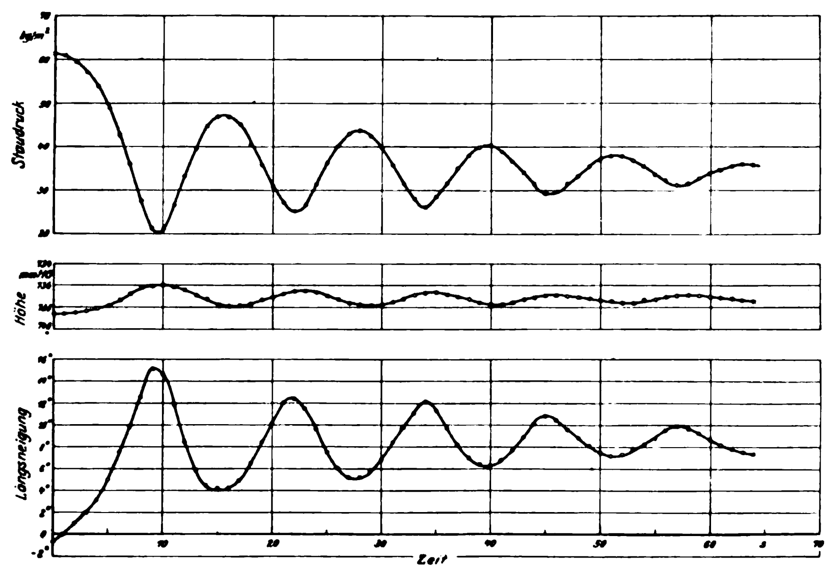


Abb. 9. Verlauf von Staudruck, Flughöhe und Längsneigung bei Längsschwingungen mit einem Ruderausschlag von 4,7° in Richtung »Ziehen«.

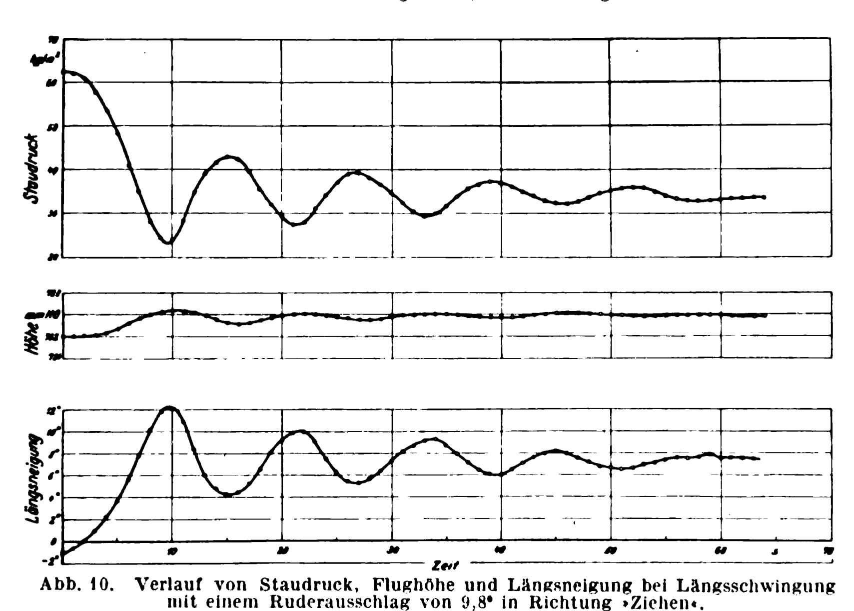


Abb. 10. Verlauf von Staudruck, Flughöhe und Längsneigung bei Längsschwingung mit einem Ruderausschlag von 9,8° in Richtung »Ziehen«.

einem Ruderausschlag von $\beta = + 9{,}8^0$. Der mittlere Staudruck beträgt 34,0 kg/m².

Die Ergebnisse der Messungen von Längsschwingungen mit verschiedenen festgehaltenen Ruderausschlägen sind in Abb. 11 zusammengestellt. Über dem mittleren Staudruck der Schwingungen ist die Schwingungsdauer aufgetragen sowie das die Dämpfung kennzeichnende logarithmische Dämpfungs-Dekrement. Die Dauer einer vollen Schwingung beträgt bei einem mittleren Staudruck von 45 kg/m² etwa 14 s und verringert sich bei einem Staudruck von 33 kg/m² auf 11 s. Diese Abnahme der Schwingungsdauer entspricht einer Vergrößerung der statischen Stabilität bei großen Anstellwinkeln. Aus dem Verlauf des Dämpfungsdekrementes ist mit Abnahme des mittleren Staudruckes auch eine Vergrößerung der dynamischen Stabilität zu erkennen. Bei einem Staudruck von etwa 40 kg/m² ist die Dämpfung Null. In diesem Bereich ist das Flugzeug mit festem Steuer dynamisch indifferent. Bei Verringerung des Staudrucks wird die Dämpfung positiv, das Flugzeug also dynamisch stabil. Je kleiner der mittlere Staudruck ist, um so größer wird die Dämpfung.

Wie bereits eingangs erwähnt, führt das Flugzeug bei ganz langsamem Anziehen des Höhenruders keine Längsschwingungen aus. Diesen Vorgang zeigt Abb. 12 durch den Verlauf von Staudruck, Flughöhe und Längsneigung in Abhängigkeit von der Zeit. Er wurde eingeleitet aus einem Staudruck von 70 kg/m². Die Motoren liefen mit der Drosselstellung des Reisefluges. Der Staudruck nimmt erst rasch, dann langsam ab. Bei voll angezogenem Höhenruder (Ausschlag 18,5°) ergibt sich ein stationärer Flugzustand mit einem Geringststaudruck von 30 kg/m² ($c_a = 1{,}43$) und einer positiven Längsneigung des Flugzeuges von 9,5°. Bei diesem Flugzustand besitzt das Flugzeug noch ausreichende Quer- und Seitenruderwirkung und zeigt keine Neigung, über den Flügel zu gehen.

Aus diesen Ergebnissen ist zu ersehen, daß bei stationärem Überziehen des Vorderflügels die Höhenruderwirkung es offenbar nicht zuläßt, den Auftrieb des Vorderflügels so zu vermindern, daß das Flugzeug nach unten kippt. Es besteht somit keine Gefahr, wenn das Flugzeug in Bodennähe kurz nach dem Start stark gezogen wird.

Im Zusammenhang mit diesen Untersuchungen wurden Steig- bzw. Sinkgeschwindigkeitsmessungen ausgeführt mit verschiedenen Motordrehzahlen bei voll angezogenem Höhenruder, um die Möglichkeit einer Landung im überzogenen Flugzustand des Vorderflügels zu prüfen. Die Ergebnisse werden in Abb. 13 gezeigt. Bei Vollgas der Motoren (1440 U/min) ergibt sich eine Steiggeschwindigkeit von 0,98 m/s, bei 1350 U/min fliegt das Flugzeug horizontal und bei 1020 U/min hat es eine Sinkgeschwindigkeit von 2,3 m/s. Der Staudruck betrug bei allen Drosselstellungen 30 kg/m². Als Ergebnis dieser Messungen kann gesagt werden, daß eine Landung im überzogenen Flugzustand des Vorderflügels durchführbar ist. Die Größe des Gleitwinkels beim Anschweben des Flugplatzes und bei Annäherung an den Boden kann durch entsprechende Betätigung der Gasdrossel der Motoren verändert werden. Trotzdem wurden derartige Landungen praktisch nicht durchgeführt, da das Risiko einer evtl. Bruchlandung bei dem einzig vorhandenen Flugzeug nicht tragbar erschien.

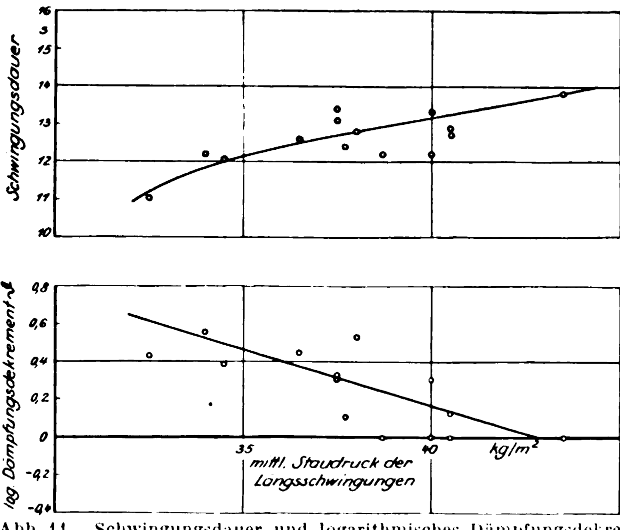



Abb. 11. Schwingungsdauer und logarithmisches Dämpfungsdekrement in Abhängigkeit vom mittleren Staudruck der Längsschwingungen.

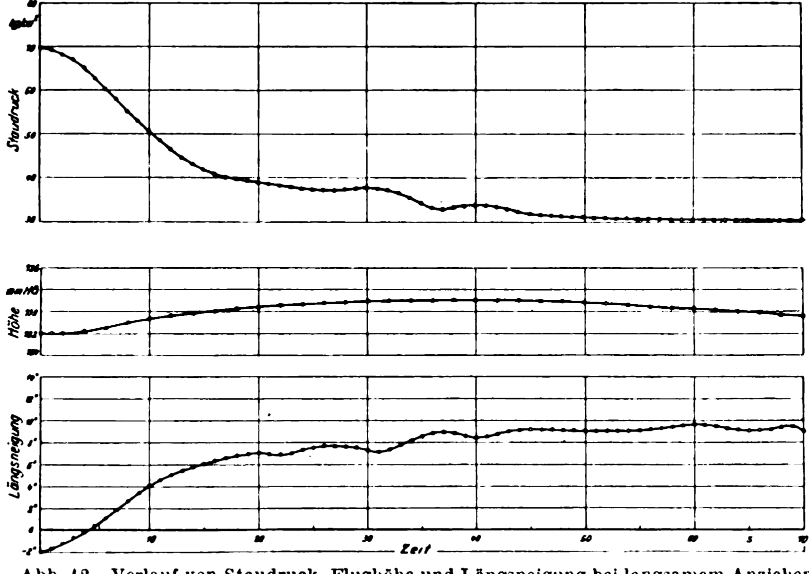


Abb. 12. Verlauf von Staudruck, Flughöhe und Längsneigung bei langsamem Anziehen des Höhenruders bis zum Anschlag.

Die Flugbewegung, die bei raschem Anziehen des Höhenruders bei der Geschwindigkeit des Reisefluges unter gleichzeitigem Vollgasgeben entsteht, wird in Abb. 14 durch den gleichzeitigen Verlauf von Staudruck, Flughöhe und Längsneigung veranschaulicht. Die Unstetigkeit in der Längsneigungskurve ist auf die Beschleunigungsempfindlichkeit des Schreibgerätes zurückzuführen. Da das Gerät bei 15° positiver Neigung seinen Anschlag hat, ist der Wendepunkt der Kurve näherungsweise gestrichelt eingezeichnet. Aus der Höhenkurve ist ersichtlich, daß das Flugzeug nach Wiedererreichen des Normalfluges an Höhe gewonnen hat. Der Mittelwert des Höhengewinns aus 5 Messungen beträgt 37,3 m. Dieses Ergebnis zeigt, daß beim Überziehen des Flugzeuges in Bodennähe etwa in unsichtigem Wetter bei plötzlichem Auftreten eines Hindernisses keine Gefahr besteht, mit dem Boden in Berührung zu kommen.

2. Untersuchung der Strömungsverhältnisse am Vorderflügel.

Die Abb. 15 und 16 geben den Strömungsverlauf auf der Oberseite des Vorderflügels und des Höhenruders bei verschiedenen Fluggeschwindigkeiten wieder. In der Symmetrieebene des Flugzeuges ist unterhalb des Höhenruders eine Skala angebracht. An der Stellung des an der rechten Ruderhälfte befestigten Zeigers kann deutlich die Vergrößerung des Ruderausschlages mit Abnahme der Fluggeschwindigkeit erkannt werden.

Der Strömungsverlauf in Abb. 15a entspricht der Höchstgeschwindigkeit des Flugzeuges. Die Wollfäden der vorderen Reihe sind straff gespannt und zeigen nach hinten. Die Strömung liegt in diesem Bereich gut an. Aus der Lage der Wollfäden der hinteren Reihe ist zu ersehen, daß die Strömung lediglich am Flügelende anliegt und daß sich gegen Flügelmitte zu bereits Ablöse-Erscheinungen bemerkbar machen. Die auf und über der linken Ruderhälfte angebrachten Wollfäden lassen erkennen, daß durch die Einwirkung des zwischen Flosse und Ruder befindlichen Schlitzes über der ganzen Ruderspannweite ein glatter Strömungsverlauf erzielt wird. Das Strömungsbild des Vorderflügels läßt darauf schließen, daß selbst bei sehr kleinen Anstellwinkeln des Hauptflügels der Vorderflügel einen großen induzierten Widerstand verursacht, der sich auf die Flugleistungen ungünstig auswirkt, andererseits aber auch die Aussicht eröffnet, weitere »Enten«-Bauarten aerodynamisch beträchtlich zu verbessern. Die Ursache dieser Strömungsablösung dürfte in der Schränkung des Vorderflügels gegenüber dem Hauptflügel und in der starken Profilkrümmung im Mittelstück des Vorderflügels zu suchen sein.

Die Abb. 15b bis 16c veranschaulichen die Ausbreitung des Ablösungsgebietes vom Mittelstück aus nach den Flügelenden zu. Bei voll angezogenem Höhenruder (Abb. 16c) ergibt sich mit auf Reiseflug gedrosselten Motoren eine Geringstgeschwindigkeit von 80 km/h. Dabei zeigt der größte Teil der Wollfäden nach vorne bzw. quer zur Flugrichtung. Die Strömung liegt nur noch am Flügelende an; die drei an dieser Stelle befindlichen Fäden sind noch straff gespannt und zeigen nach hinten. Direkt auf der Oberseite des Höhenruders zeigt sich glatte Strömung, während die Lage der darüber befindlichen Wollfäden insbesondere in dem Bereich hinter dem Flügelmittelteil auf Turbulenz schließen läßt.

Durch die Untersuchung der Strömungsverhältnisse am Vorderflügel wird die Annahme erhärtet, daß durch vertikal

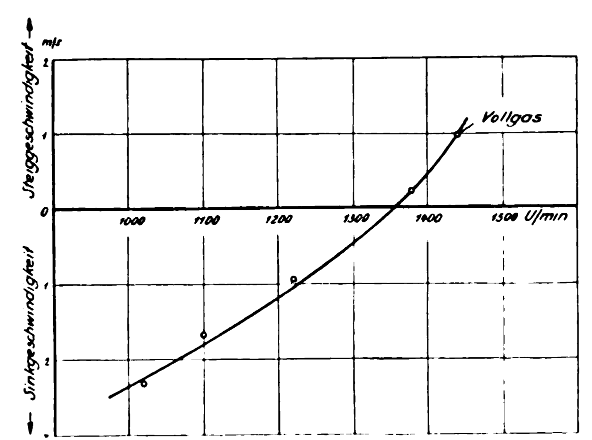


Abb. 13. Steig- bzw. Sinkgeschwindigkeit des Flugzeuges bei verschiedenen Motordrehzahlen mit voll angezogenem Höhenruder. Staudruck 30 kg/m².

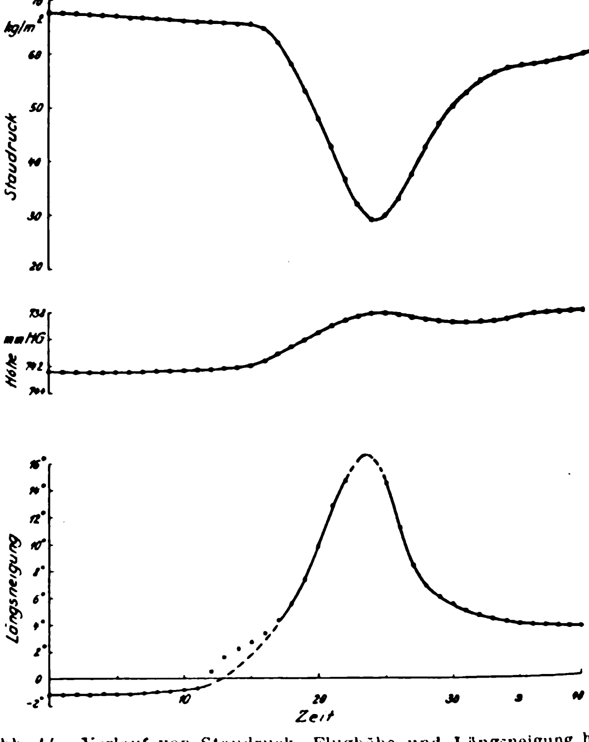
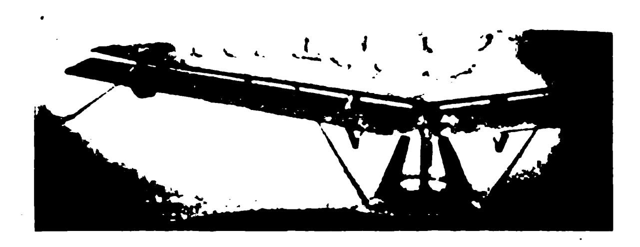


Abb. 14. Verlauf von Staudruck, Flughöhe und Längsneigung bei raschem Anziehen des Höhenruders bei der Geschwindigkeit des Reisefluges unter gleichzeitigem Vollgasgeben.





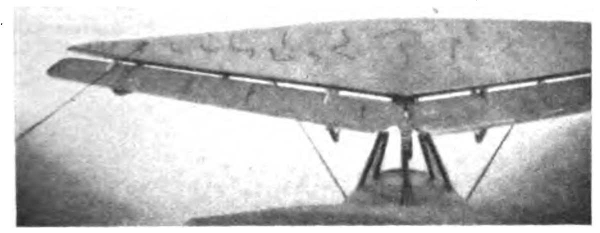


Abb. 15. Strömungsverlauf am Vorderflügel bei verschiedenen Fluggeschwindigkeiten.
a) Höchstgeschwindigkeit, b) 103 km/h, c) 91 km/h.

nach oben gerichtete Böen zusätzliche Abreißerscheinungen auftreten, die eine Erklärung geben für das eigenartige Verhalten des Flugzeuges in böigem Wetter und gleichzeitig einen Hinweis für die Vermeidung dieser Erscheinung bei zukünftigen »Enten«-Bauarten.

3. Einfluß einer Verkleidung der Seitenflossenwurzel auf die Wirkung des Seitenruders.

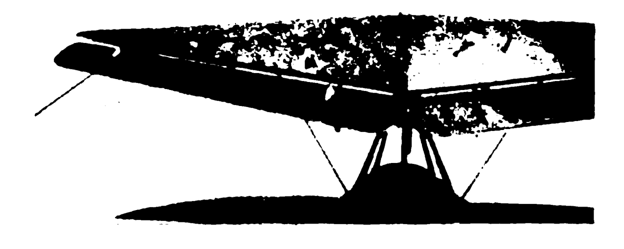
Als Ergebnis der Messungen zeigt Abb. 17a und b den Schiebewinkel des Flugzeuges in Abhängigkeit vom Seitenruderausschlag ohne und mit Verkleidung der Flossenwurzel bei verschiedener Drosselstellung des rechten Motors. Es zeigt sich, daß die gemessenen Schiebewinkel sehr klein sind, offenbar als Folge der großen am Flugzeug vorhandenen Seitenflächen (Seitenleitwerk und stark gekielter Rumpf). Bei Seitenruderausschlägen von 15° nimmt der Schiebewinkel eine Größe von nur 1,5° bis 1,8° an. Das Schaubild läßt eine lineare Abhängigkeit der beiden Größen erkennen. Allerdings ist die Streuung der Punkte so groß, daß eine Vergrößerung des Schiebewinkels bei gleichem Seitenruderausschlag (entsprechend einer Verbesserung der Ruderwirkung) nach Anbringung der Verkleidung nicht deutlich zum Ausdruck kommt.

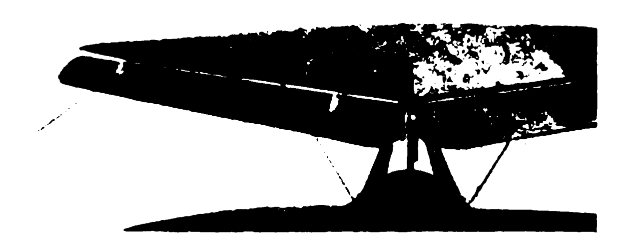
Auch ein Vergleich der Abb. 17b und 17c läßt infolge der Streuung der Meßpunkte keine offensichtliche Vergrößerung des Schiebewinkels durch Wegnahme der Seitenscheiben entsprechend einer Verringerung der Richtungsstabilität erkennen.

In Abb. 18 ist daher eine andere Darstellung der Ergebnisse gewählt. Als Abszisse ist der Seitenruderausschlag, als Ordinate die Differenz der Fortschrittsgrade der beiden Luftschrauben ($\lambda_{rechts} - \lambda_{links}$) aufgetragen. Diese Differenz ist der Größe des Momentes um die Hochachse verhältig, wenn der Luftschraubenschub geradlinig vom Fortschrittsgrad abhängt. Die Abbildung zeigt, daß die Verkleidung eine wesentliche Verbesserung der Ruderwirkung zur Folge hatte. Mit dem gleichen Seitenruderausschlag konnte ein größeres Moment ausgeglichen werden. Bei kleinen Ruderausschlägen bis zu 8° beträgt die Verbesserung zwischen 7 vH und 8 vH, bei Ausschlägen von 8° bis 15° wächst sie geradlinig an bis auf über 35 vH. Dieses Ergebnis veranschaulicht Abb. 19. Es kommt darin klar zum Ausdruck, daß es zur Erlangung guter Ruderwirkung von großer Wichtigkeit ist, daß sich das Ruder in möglichst ungestörter Strömung befindet.

4. Einfluß der Seitenscheiben auf die Stabilität um die Hochachse und auf die Höchstgeschwindigkeit des Flugzeuges.

Die Auswertung der Meßflüge, die ausgeführt wurden, um den Einfluß der Seitenscheiben auf die Stabilität um die Hochachse zu bestimmen, wird in Abb. 20 veranschaulicht. Als Darstellung ist wieder die Abhängigkeit des Seitenruderausschlages von der Differenz der Fortschrittsgrade der beiden Luftschrauben gewählt. Die Abbildung zeigt, daß die Kurven bei Ruderausschlägen von 0° bis 8° annähernd den gleichen Verlauf haben und erst bei Aus-





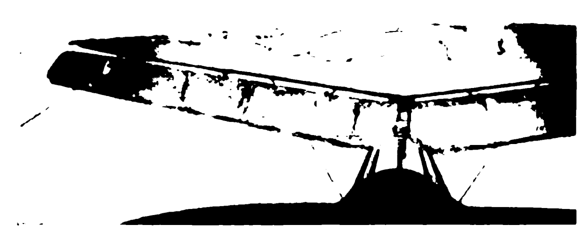
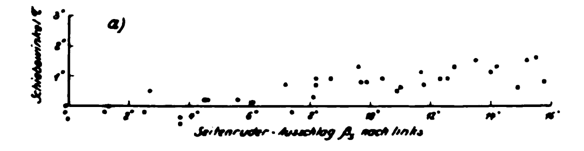
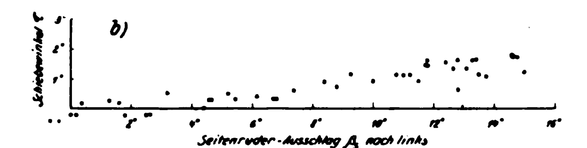


Abb. 16. Strömungsverlauf am Vorderflügel bei verschiedenen Fluggeschwindigkeiten.
a) 87 km/h, b) 85 km/h, c) 81 km/h voll angezogenes Höhenruder.





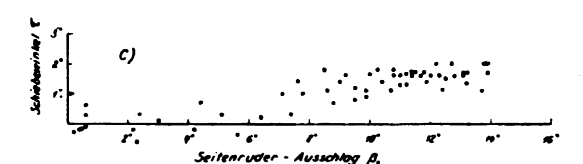


Abb. 17. Schiebewinkel des Flugzeuges in Abhängigkeit vom Seitenruderausschlag.

a) Flugzeug mit Seitenscheiben ohne Flossenwurzel-Verkleidung.
b) Flugzeug mit Seitenscheiben mit Flossenwurzel-Verkleidung.
c) Flugzeug ohne Seitenscheiben mit Flossenwurzel-Verkleidung.

schlägen zwischen 8° und 15° Abweichungen auftreten. Es ergibt sich, daß im Bereich großer Seitenmomente nach Entfernung der Seitenscheiben ein kleinerer Seitenruderausschlag genügt, um ein bestimmtes Moment auszugleichen. Je größer diese Momente werden, um so größer wird der Unterschied der Ruderausschläge mit und ohne Seitenscheiben. Aus dem Verlauf der Kurven ist zu ersehen, daß der Einfluß der Seitenscheiben auf die Stabilität des Flugzeuges um die Hochachse verhältnismäßig gering ist. Bei kleineren Störungen hat sich die Richtungsstabilität nach Wegnahme der Seitenscheiben nicht geändert, während sie bei großen Störungen geringer geworden ist. Diese Ergebnisse können jedoch nicht übertragen werden auf den stark überzogenen Zustand, für den die Seitenscheiben ja bestimmt sind.

Die Abb. 18 und 20 zeigen auch, daß bei der Differenz Null der Fortschrittsgrade, also bei gleicher Drehzahl der Motoren, der Seitenruderausschlag ebenfalls den Wert Null hat. Es herrscht also völlige Symmetrie um die Hochachse. Dies ist vor allem darauf zurückzuführen, daß sich die Luftschrauben der beiden Motoren in entgegengesetztem Sinne zueinander drehen.

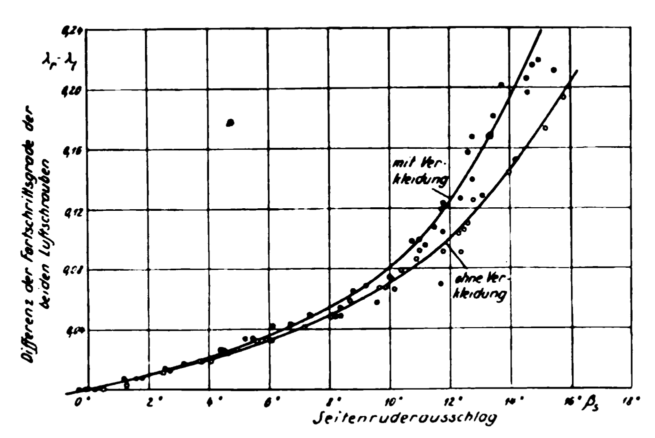


Abb. 18. Differenz der Fortschrittsgrade der beiden Luftschrauben in Abhängigkeit vom Seitenruderausschlag ohne und mit Verkleidung der Seitenflossenwurzel.

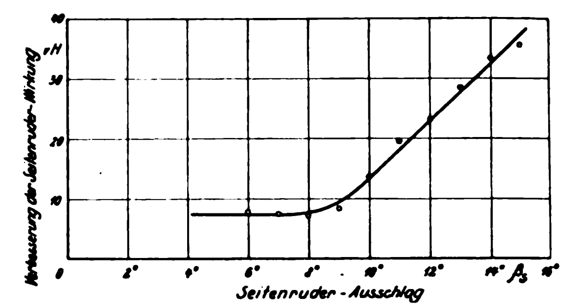


Abb. 19. Verbesserung der Seitenruderwirkung bei verschieden großen Ruderausschlägen durch Anbringung einer Flossenwurzel-Verkleidung.

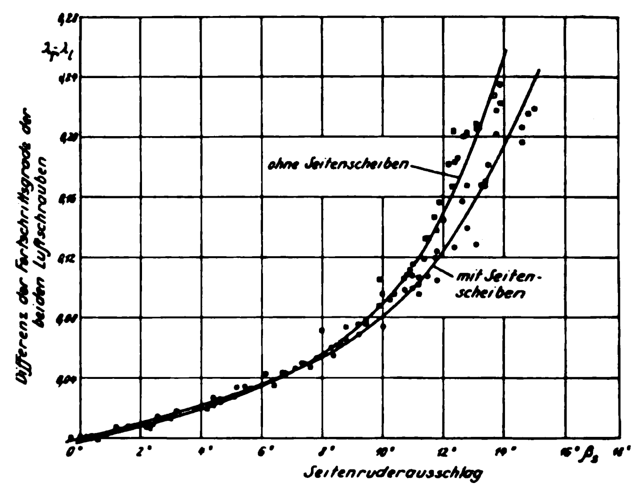


Abb. 20. Differenz der Fortschrittsgrade der beiden Luftschrauben in Abhängigkeit vom Seitenruderausschlag ohne und mit Seitenscheiben.

Die Auswertung der Geschwindigkeitsflüge ergab, daß die Verkleidung der Seitenflossenwurzel keinen meßbaren Einfluß auf die Geschwindigkeit des Flugzeuges hatte, während mit und ohne Seitenscheiben ein Unterschied von 3,0 km/h (2 vH der Höchstgeschwindigkeit) gemessen wurde.

IV. Zusammenfassung.

Die Messung des dynamischen Verhaltens bei großen Anstellwinkeln hat ergeben, daß das Flugzeug bei raschem Anziehen des Höhenruders Längsschwingungen ausführt, die bei einem mittleren Staudruck von etwa 40 kg/m² ungedämpft sind mit gleichbleibender Amplitude. Bei Verringerung des mittleren Staudrucks wird die Dämpfung positiv und nimmt zu. Die Schwingungsdauer wird geringer. Die Höhenänderung bei der ungedämpften Schwingung beträgt etwa 15 m.

Bei langsamem Anziehen des Höhenruders führt das Flugzeug keine Längsschwingungen aus. Mit voll angezogenem Höhenruder ergibt sich ein stationärer Flugzustand mit einem Geringststaudruck von 30 kg/m² ($c_a = 1{,}43$), wobei noch ausreichende Quer- und Seitenruderwirkung und keine Neigung, über den Flügel zu gehen, vorhanden ist. Dieses Ergebnis zeigt, daß keine Gefahr besteht, wenn das Flugzeug in Bodennähe kurz nach dem Start stark gezogen wird.

Wird das Flugzeug bei der Geschwindigkeit des Reiseflugesunter gleichzeitigem Vollgasgeben überzogen und nach dem Kippen nach unten der Höhenruderausschlag wieder verkleinert, so ergibt sich bis zum Wiedererreichen des Normalfluges ein Höhengewinn von 37 m. Beim Überziehen des Flugzeuges in Bodennähe etwa in unsichtigem Wetter bei plötzlichem Auftreten eines Hindernisses besteht also keine Gefahr, mit dem Boden in Berührung zu kommen.



Der Strömungsverlauf am Vorderflügel zeigt selbst bei Höchstgeschwindigkeit des Flugzeuges Ablösungserscheinungen am hinteren Teil des Flügelmittelstücks. Dieses Ablösungsgebiet dehnt sich mit Verringerung des Staudruckes aus. Bei Geringstgeschwindigkeit liegt die Strömung nur noch an den Flügelenden an. Der Strömungsverlauf am Vorderflügel erhärtet die Annahme, daß durch vertikal nach oben wirkende Böen zusätzliche Abreißerscheinungen auftreten, die eine Erklärung geben für das eigenartige Verhalten des Flugzeuges in böigem Wetter sowie einen Hinweis für die Vermeidung dieser Erscheinung und Verbesserung der Leistungen bei weiteren »Enten«-Bauarten.

Durch eine Verkleidung der Seitenflossenwurzel konnte eine wesentliche Verbesserung der Seitenruderwirkung erzielt werden.

Der Einfluß der Seitenscheiben auf die Stabilität des Flugzeuges um die Hochachse ist, wenigstens im Normalfluge, gering. Bei kleinen Störungen hat sich die Richtungsstabilität nach Wegnahme der Seitenscheiben nicht geändert, während sie bei großen Störungen etwas kleiner geworden ist.

Die Messung der Höchstgeschwindigkeit des Flugzeuges ergab mit und ohne Seitenscheiben einen Unterschied von 3,0 km/h.

Flugmessungen im Höchstauftriebsbereich mit dem Flugzeug Focke-Wulf A 32 „Bussard“.

Von W. Pleines.

Teil I: Polarenmessungen.

Bericht 35/08 der Deutschen Versuchsanstalt für Luftfahrt e. V., Berlin-Adlershof.

Das Flugzeug Focke-Wulf A 32 »Bussard« hatte sich in der Flugerprobung als praktisch trudelsicher erwiesen. Um die Gründe hierfür festzustellen, sollte zunächst durch Messungen mit der DVL-Schubmeßnabe im Vollgas- und Leerlaufflug, Auftrieb, Widerstand und Höhenruder-Wirksamkeit besonders im Höchstauftriebsbereich festgestellt werden. Über diese Versuche und über das Ergebnis der Messungen wird ausführlich berichtet.

Gliederung:

I. Aufgabe der Versuche.

Die erweiterte Prüfung der Eigenschaften[1]) des Flugzeuges Focke-Wulf-A 32 »Bussard« hat seinerzeit ergeben, daß es praktisch unmöglich ist, das Flugzeug innerhalb des gesamten, durch die Zulassungsbedingungen für Verkehrsflugzeuge bestimmten Schwerpunktlagenbereichs zum Trudeln zu bringen. Nach den bisherigen Erfahrungen und auf Grund gefühlsmäßiger Feststellungen sind Längssteuerbarkeit und Höhenruderwirkung als für den Verwendungszweck des Flugzeuges ausreichend beurteilt worden.

Vor Beginn einer weiteren Untersuchung über das Verhalten des Flugzeuges im Höchstauftriebsbereich sollte daher vorerst durch Versuche zahlenmäßig nachgewiesen werden:

a) Größe und Verlauf von c_a, abhängig von c_w bzw. α,

b) die Höhenruderwirksamkeit,

und zwar besonders im Bereich großer Anstellwinkel. Mit Rücksicht auf den für die Ruderwirksamkeit und auf die aerodynamische Güte maßgebenden Einfluß des Schraubenstrahls sollten die Messungen im Vollgas- und im Leerlaufflug ausgeführt werden. Aus dem Verlauf der Polaren sowie aus dem für die Höhenruderwirksamkeit kennzeichnenden Verlauf des Höhenruderausschlags β_H, abhängig von c_a bei verschiedenen Motorbetriebszuständen, läßt sich dann ausreichend genau nachweisen, ob die Längssteuerbarkeit auch im Anstellwinkelbereich des Höchstauftriebs bzw. des überzogenen Fluges ausreichend ist.

Aufgabe der Versuche war daher, für Vollgas- und Leerlaufflug Auftrieb, Widerstand, Höhenruderausschlag, Längsneigung, Gleitwinkel und Anstellwinkel bei verschiedenen Gleichgewichtsstaudrücken im Bereich der erreichbaren größten Anstellwinkel zu messen.

II. Meßverfahren, Meßgeräte und Gang der Untersuchung.

Die Durchführung der Versuche ist gegenüber den bisher angewendeten Meßverfahren durch die Verwendung der DVL-Schubmeßnabe wesentlich erleichtert und gleichzeitig erweitert. Die Einrichtung und das Verfahren zur Messung des Schraubenschubs mittels Schubmeßnabe sind



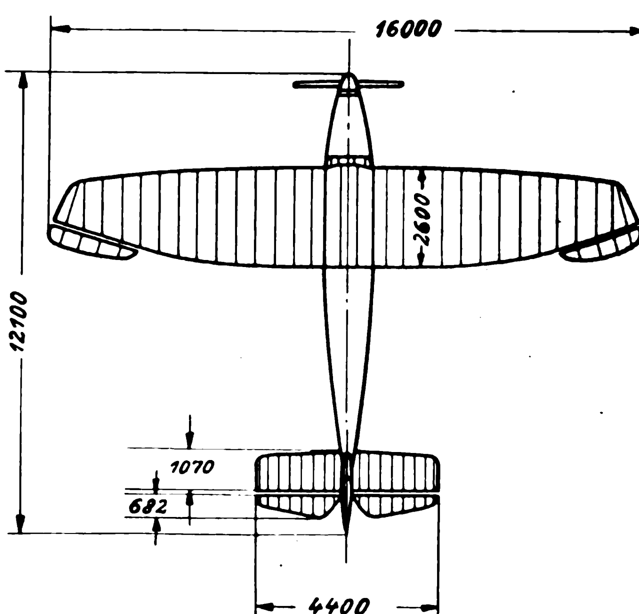


Abb. 1. Ansicht und Übersichtszeichnung des Flugzeuges Focke-Wulf A 32 »Bussard«.

bereits früher eingehend beschrieben worden[2]). Das für die Versuche verwendete Flugzeug ist in Abb. 1 bis 3 dargestellt.

Zur Messung weiterer Bezugsgrößen wurden, wie bisher, verwendet: Prandtl-Staurohr mit U-Rohr-Manometer, Askania-Staudruckschreiber mit Askania-Mehrfachdüse, DVL-Längsneigungsschreiber, DVL-Ruderausschlag- und -Drehzahlschreiber.

Die Staudüsen wurden sehr weit vor dem Flügel angeordnet (vgl. Abb. 3), um sie dem Bereich der durch das Flugzeug beeinflußten Strömung nach Möglichkeit zu entziehen. Um den Einfluß größerer Schräganblasung auf die Anzeige, wie sie im größeren Anstellwinkelbereich z. B. in der Nähe des Höchstauftriebes zu erwarten ist, möglichst klein zu halten, sind Staudüsen und Staurohr gegen den Luftstrom rd. 13° nach abwärts vorgeneigt angeordnet (vgl. Abb. 2b). Das Askania-Schreibgerät, das keinen statischen Druckanschluß besitzt, wurde lediglich dazu benutzt, aus dem Verlauf der Schriebe die Einhaltung eines

[1]) Vgl. H. D. Knoetzsch, »Erweiterte Prüfung der Eigenschaften des Musters Focke-Wulf A 32 »Bussard«. Untersuchung der Trudeleigenschaften«. 285. DVL-Bericht, DVL-Jahrbuch 1932, VIII 35 ff.

[2]) Siehe H. Ebert, »Flugversuche zur Messung der Flugzeugpolare und der Beeinflussung der c_a- und c_w-Werte durch den Schraubenstrahl«. 293. DVL-Bericht, DVL-Jahrbuch 1932, I/1 ff.



Abb. 2. Flugzeug Focke-Wulf A 32 »Bussard« mit DVL-Schubmeßnabe.





Abb. 3. Anordnung von Prandtl-Staurohr, Anstellwinkeldüse und Askania-Staudüse am Flügel.

bestimmten Gleichgewichtsstaudruckes während der Messungen nachzuprüfen.

Sämtliche Meßflüge wurden mit gleicher Schwerpunktlage durchgeführt; bei der Ermittlung des Fluggewichtes (1980,0 kg bis 2050,0 kg) wurde der jeweilige Brennstoffverbrauch während eines Fluges berücksichtigt. Ursprünglich war die Durchführung der Versuche mit möglichst großer Schwerpunktrücklage beabsichtigt. Bei den ersten Versuchsflügen wurde jedoch festgestellt, daß für diese Schwerpunktlage die statische Längsstabilität im Vollgasflug nur klein und die Einhaltung bestimmter Gleichgewichtslagen erheblich erschwert ist. Deshalb wurde für die Messungen im Vollgasflug der Schwerpunkt weiter vorverlegt[3]). Der Bereich der Schwerpunktlagen bei der Messung (für Vollgasflug: 0,26 t_w und für Leerlaufflug: 0,315 t_w) ist gegenüber dem für den Verwendungszweck des Flugzeugs gemäß Zulassung festgelegten Bereich (0,28 t_m bis 0,38 t_m) etwas verschoben worden. Bei der Untersuchung der Trudeleigenschaften des Flugzeugs[3]) war der Bereich der Schwerpunktlagen 0,30 t_m bis 0,388 t_m. Die Trudelsicherheit wurde noch für wesentlich weiter rückliegende Schwerpunktlagen nachgewiesen, als sie der vorliegenden Untersuchung zugrundegelegt wurden. Die Höhenflosse war stets auf größten negativen Ausschlag eingestellt.

Die Messungen umfaßten folgende Versuchsreihen:

1. im Gleitflug mit auf Leerlauf gedrosseltem Motor,
2. im Motorflug,
   a) mit Vollgasdrosselstellung,
   b) im Waagerechtflug (Zustand Schub = Widerstand).

Zu 1. ist ergänzend zu sagen:

Die Gleitflugmessungen wurden mit Rücksicht auf die dadurch ermöglichte wesentliche Vereinfachung der Versuchsdurchführung nicht für den Zustand Meßnabenschub = 0, sondern für stets gleiche Leerlauf-Gasdrosselstellung des Motors ausgeführt. Der dabei vorhandene endliche Wert des Meßnabenschubs wurde gemessen und Auftriebs- und Widerstandskräfte entsprechend berichtigt. Die auf diese Weise ermittelten c_a- und c_w-Werte sind jedoch mit den Ergebnissen von Modellmessungen ohne Schraube zahlenmäßig deswegen nicht vergleichbar, weil im Gegensatz zu dem Zustand Schub = 0 noch ein, wenn auch verhältnismäßig kleiner, Einfluß des Schraubenstrahls — entsprechend der Größe der Absolutwerte für den jeweils auftretenden Meßnabenschub — vorhanden ist. Im übrigen entspricht der Zustand Meßnabenschub = 0 auch nicht dem Idealfall: motorloser Flug.

Die Meßergebnisse zu 2 b sind als weiteres Ergebnis der zum Zweck der Staudruckeichung durchgeführten Geschwindigkeits-Eichflüge in bestimmter Höhe (100 m bis 200 m) zu betrachten.

Auftrieb und Widerstand wurden aus den Gleichgewichtsbedingungen in und senkrecht zur Flugrichtung ermittelt. Die Widerstandskraft ist im vorliegenden Fall gleich der Summe der in Bahnrichtung fallenden Meßnabenschub-Komponente plus Schwerkraft-Komponente. Als Meßnabenschub ist ein infolge Beeinflussung durch das Flugzeug geänderter (bei Zugschraubenanordnung, wie im vorliegenden Fall, meist ein zu großer) Schub definiert[4]).

III. Meßergebnisse.

1. Leerlauf-Gleitflug.

Abb. 4 zeigt die Leerlauf-Polare c_a, abhängig von c_w, wobei für c_a und c_w unter Vernachlässigung des Schub-

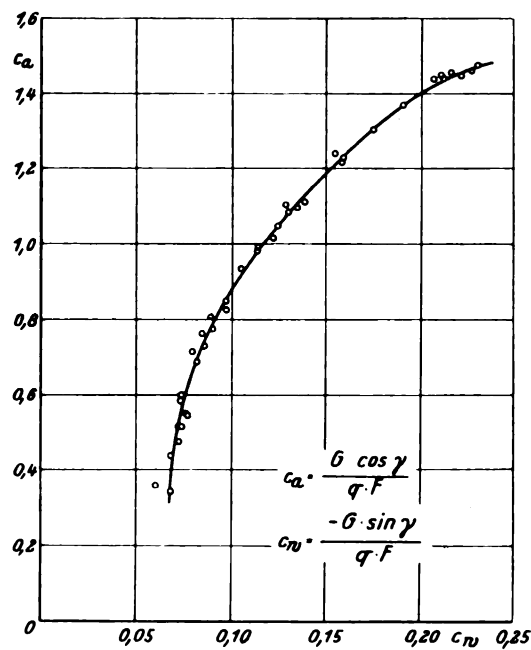


Abb. 4. Leerlauf-Gleitflug-Polare (vereinfacht).

[3]) Für die Messungen im Vollgasflug liegt Schwerpunkt, bezogen auf die Flügeltiefe t_w an der Wurzel, 0,673 m hinter der Flügelvorderkante und senkrecht zur Bezugsflügelsehne, d. h. in rd. 0,26 t_w, wenn Flügelsehne parallel zum Erdboden; für die Messungen im Leerlaufflug und im Waagerechtflug liegt Schwerpunkt für gleiche Bezugspunkte 0,820 m hinter Flugelvorderkante, d. h. in rd. 0,315 t_w.

[4]) In dem gemessenen Widerstand für das Flugzeug ist außerdem auch der Widerstand der verschiedenen, außen angeordneten Meßgeräte einschließlich Aufhängevorrichtungen (z. B. Ruderausschlagschreiber) enthalten.



einflusses die vereinfachten Gleichgewichtsbedingungen gelten:

$$c_a = \frac{G \cdot \cos\gamma}{q \cdot F} \quad \text{und} \quad c_w = \frac{-G \cdot \sin\gamma}{q \cdot F}.$$

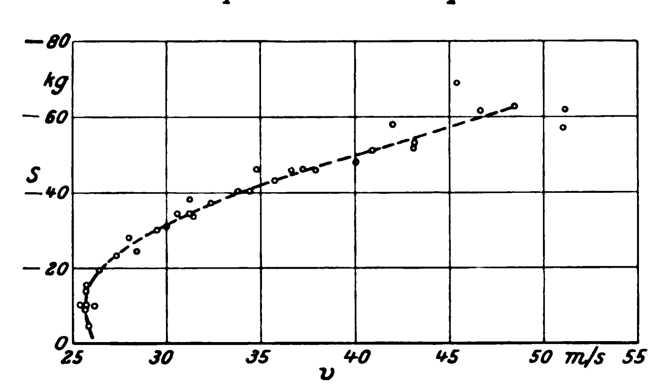


Abb. 5. Schraubenschub S (negativ), abhängig von der Fluggeschwindigkeit im Leerlauf-Gleitflug.

Abb. 5 zeigt den Verlauf des bei Leerlauf des Motors vorhandenen Schub, abhängig von der Fluggeschwindigkeit. Innerhalb des gesamten Meßbereichs hat der Schub negatives Vorzeichen, ein Kennzeichen dafür, daß die Luftschraube innerhalb dieses Betriebszustandes als Windmühle arbeitet.

Abb. 6 stellt die wirkliche Leerlauf-Polare unter Berücksichtigung des Meßnabenschubs S dar; für c_a und c_w gelten die Gleichgewichtsbedingungen:

$$c_a = \frac{G \cdot \cos\gamma - S \cdot \sin(\alpha - \varkappa)}{q \cdot F}$$

und

$$c_w = \frac{-G \cdot \sin\gamma + S \cdot \cos(\alpha - \varkappa)}{q \cdot F}.$$

Diese Polare für Leerlauf-Gleitflug ist jedoch nicht gleichzusetzen der idealen Gleitflug-Polare für Schub = 0 (vgl. Bemerkung zu 1 auf S. 143, motorloser Flug!).

In Abb. 6 ist außerdem die vereinfachte Leerlauf-Polare (Abb. 4) in ihrem mittleren Verlauf vergleichend eingetragen. Wird der Schraubenschub (negativ) nicht berücksichtigt, so ergeben sich zu große c_w-Werte für das Flugzeug. Für Vergleichszwecke ist diese Vernachlässigung zulässig. Allerdings muß mit größeren Streuungen der Meßpunkte im Bereich kleiner c_a-Werte und entsprechend großer Fortschrittsgrade gerechnet werden, da der anteilige Schubwert nicht unerhebliche Werte (negativ) annimmt (vgl. Abb. 5). Auf diese Tatsache wird in einem gesonderten Bericht noch näher eingegangen werden.

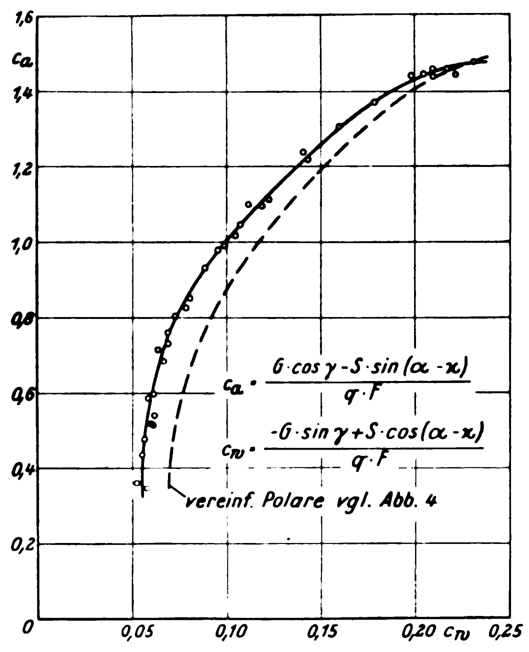


Abb. 6. Leerlauf-Gleitflug-Polare (berichtigt).

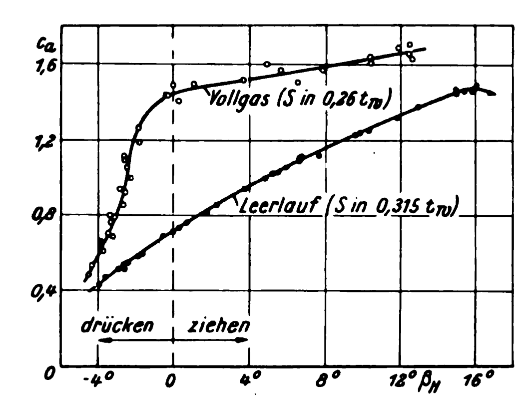


Abb. 7. Auftriebszahl c_a, abhängig vom Höhenruderausschlag β_H im Vollgas- und Leerlauf-Flug bei verschiedener Schwerpunktlage.

Der Verlauf der Leerlauf-Polare (Abb. 6) läßt bereits deutlich erkennen, daß bei dieser Schwerpunktlage (0,315 t_w) der Höchstauftrieb nicht ganz erreicht wird. Die erreichten größten c_a-Werte betragen rd. 1,47; der Verlauf der Polare in ihrem oberen Bereich läßt ein $c_{a\,max}$ von 1,5 erwarten.

Rein gefühlsmäßig ist festzustellen, daß die Höhenruderwirkung im Bereich der größten c_a-Werte stark vermindert ist[5]). Der volle Höhenruder-Ausschlag in Richtung »Ziehen« ist nahezu erreicht. Weiteres Anziehen der Steuersäule in Richtung »Ziehen« ist unmöglich, da bei festgehaltenem Höhensteuer in diesem Anstellwinkelbereich praktisch ungedämpfte Längsschwingungen mit gleichbleibender Schwingungszeit von 14,5 s bis 15,5 s und mit Änderungen des Gleichgewichtsstaudrucks von 5 kg/m² bis 8 kg/m² und der Längsneigung von 3° bis 4° auftreten. Sie verhindern die Durchführung von Messungen ohne wesentliche Staudruckänderungen.

Auch der Verlauf von c_a, abhängig vom Höhenruderausschlag β_H (vgl. Abb. 7) für gleiche Schwerpunktlage, zeigt oberhalb $c_a = 1{,}40$ sehr plötzlichen Abfall des Anstiegs der Kurve als Kennzeichen für die in diesem Bereich plötzlich anwachsende Verminderung der Höhenruderwirkung. Als praktischer Beweis für die verminderte Höhenruderwirkung bei großen Anstellwinkeln kann ferner angeführt werden, daß Dreipunkt-Landungen für diese Schwerpunktlage (S in 0,315 · t_w) im Leerlaufflug nicht ausführbar sind.

Der Verlauf der Sinkgeschwindigkeit w_s, abhängig von der Fluggeschwindigkeit v (Abb. 8), weist gleichfalls darauf

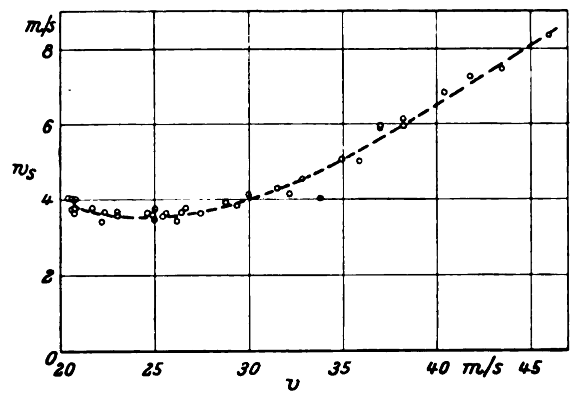


Abb. 8. Sinkgeschwindigkeit w_s, abhängig von der Fluggeschwindigkeit v im Leerlauf-Gleitflug.

[5]) Die Tatsache, daß unzureichende Höhenruderwirkung es unmöglich macht, den Höchstauftrieb zu erreichen, ist auch bei Messungen an anderen Flugzeugmustern festgestellt worden (vgl. W. Pleines: »Flugmessungen über den Einfluß von Handley Page-Schlitzquerrudern auf die Leistungen und Eigenschaften eines Flugzeuges vom Muster Albatros L 75 Ass«. 221. DVL-Bericht, DVL-Jahrbuch 1931).

hin, daß der überzogene Flugzustand nicht erreicht wird. Es fehlt nämlich das diesen Flugzustand sonst kennzeichnende starke Anwachsen von w_S im Bereich der größten erreichbaren Anstellwinkel.

Plötzliches Kippen um die Querachse als Folge plötzlicher Verminderung der Längssteuerbarkeit oder plötzlicher Änderung im Längsmomentengleichgewicht infolge Änderung der Druckpunktlage ist bei dieser Schwerpunktlage nicht zu beobachten. »Kippen über den Flügel« als Zeichen von Querunstabilität bzw. Verlust der Rolldämpfung tritt gleichfalls nicht auf.

2. Motorflug.

a) Vollgasflug.

In Abb. 9 ist c_a, abhängig von c_w für Vollgasflug, veranschaulicht; für c_a und c_w gelten nach den allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen die Beziehungen:

$$c_a = \frac{G \cdot \cos\gamma - S \cdot \sin(\vartheta - \gamma)}{q \cdot F}$$

und

$$c_w = \frac{-G \cdot \sin\gamma + S \cdot \cos(\vartheta - \gamma)}{q \cdot F}.$$

Aus dem Verlauf der Polare im oberen Bereich kann mit Sicherheit geschlossen werden, daß der Höchstauftrieb erreicht, in einigen Fällen sogar überschritten wird. Für $c_{a\,max}$ sind Werte von 1,6 bis 1,65 gemessen.

Der volle Höhenruderausschlag in Richtung »Ziehen« ist noch nicht erreicht; oberhalb $c_a = 1{,}4$ sind Höhenruderwirkung und Längssteuerbarkeit wachsend stark vermindert. Der Verlauf von c_a, abhängig vom Höhenruderausschlag β_H für Vollgas, gleichfalls in Abb. 7 eingetragen, bestätigt diese Feststellung. Die Tatsache, daß sowohl im Leerlaufflug als auch im Vollgasflug oberhalb $c_a = 1{,}4$ die Kurve für c_a, abhängig von β_H, übereinstimmend flacher geneigt ist, läßt darauf schließen, daß die starke Verschlechterung der Höhenruderwirkung in überwiegendem Maße auf entsprechende Änderung der Strömungsverhältnisse durch Abwind und Ablösung im Flügelmittelstück bei großen Anstellwinkeln zurückzuführen ist. Der die Ruderwirkung wesentlich verbessernde Einfluß des Schraubenstrahls macht sich allein im Anstellwinkelbereich für $c_a < 1{,}4$ bemerkbar.

Aus dem Verlauf von c_a, abhängig von β_H für Vollgas, ist weiter zu entnehmen, daß im Bereich von $c_a = 0{,}8$ bis 1,2 die statische Längsstabilität des Flugzeuges nur gering ist. Dabei ist zu beachten, daß gegenüber den Ergebnissen der Leerlauf-Messungen der Schwerpunkt von 0,315 t_w auf 0,26 t_w nach vorn verlegt wurde. Der die statische Längsstabilität erheblich vermindernde Einfluß des Schraubenstrahls ist hierin deutlich zu erkennen; er ist in ähnlicher Weise auch an anderen Flugzeugen mit heute üblicher Tragwerk- und Leitwerk-Anordnung festgestellt worden.

Im Anstellwinkelbereich oberhalb $c_a = 1{,}5$ erschweren Längsschwingungen trotz festgehaltenem Steuer die Aufrechterhaltung eines Ausgangs-Gleichgewichtszustandes mit gleichbleibendem Staudruck (entspricht Staudrücken von 31,0 bis 35,0 kg/m²). Diese ungedämpften, gegenüber den im Leerlaufflug beobachteten wesentlich stärkeren Längsschwingungen mit einer durchschnittlichen Schwingungszeit von 16 s bis 19 s haben Änderungen des Staudrucks von 5 kg/m² bis 10 kg/m² und der Längsneigung von 3° bis 5° — soweit nicht die Anzeige der Meßgeräte infolge der dabei auftretenden (allerdings geringen) Beschleunigungen gefälscht ist — zur Folge. Die Schwingungen werden dann verstärkt beobachtet, wenn der Schwerpunkt weiter nach vorn verlegt, d. h. die Längsstabilität vergrößert wird.

Bei weiterem Anziehen der Steuersäule bis zum Anschlag werden die Schwingungszeiten etwas kleiner; dafür treten dann Schwingungen um die Längsachse mit erheblicher Änderung der Querneigung auf, die gleichzeitig gekoppelt sind mit schwachen Schiebe- und Gierbewegungen. Wodurch diese, an einem Flugzeug mit normaler Tragwerksanordnung bisher noch nicht beobachteten Rollschwingungen verursacht werden, ist gegenwärtig Gegenstand einer weiteren Untersuchung über das Verhalten des Flugzeuges im Bereich dieser Grenzzustände. Über das Ergebnis dieser Versuche, deren Aufgabe ist, die eben geschilderten Bewegungen aufzuzeichnen und dabei gleichzeitig das Verhalten von Wollfäden auf der Flügeloberseite längs der Spannweite kinematographisch festzustellen, wird später gesondert berichtet werden[6]).

Plötzliches »Kippen über den Flügel« als Kennzeichen plötzlichen Rolldämpfungsverlustes und Neigung zum Trudeln wurde auch im Vollgasflug nicht festgestellt.

b) Waagerechtflug (Schub = Widerstand).

Abb. 10 veranschaulicht c_a, abhängig von c_w, für den Gleichgewichtszustand Schub = Widerstand. Der Ermittelung von c_a und c_w sind in einem Falle (ausgezogene Kurve) die vereinfachten Gleichgewichtsbedingungen für

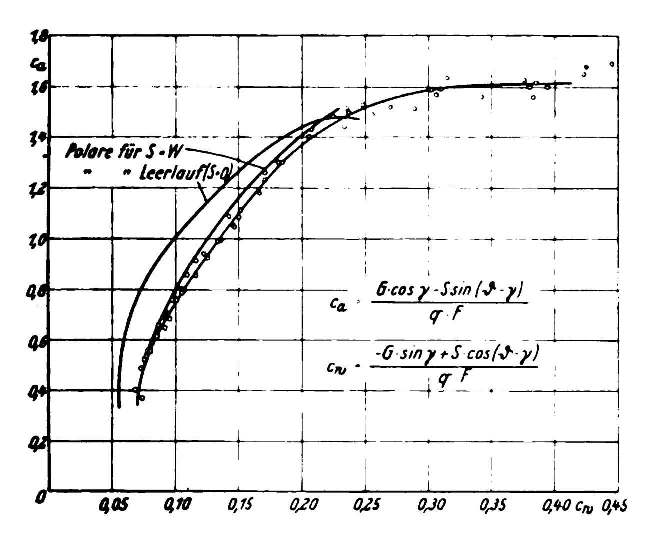


Abb. 9. Vollgas-Polare des Focke-Wulf A 32 »Bussard«.

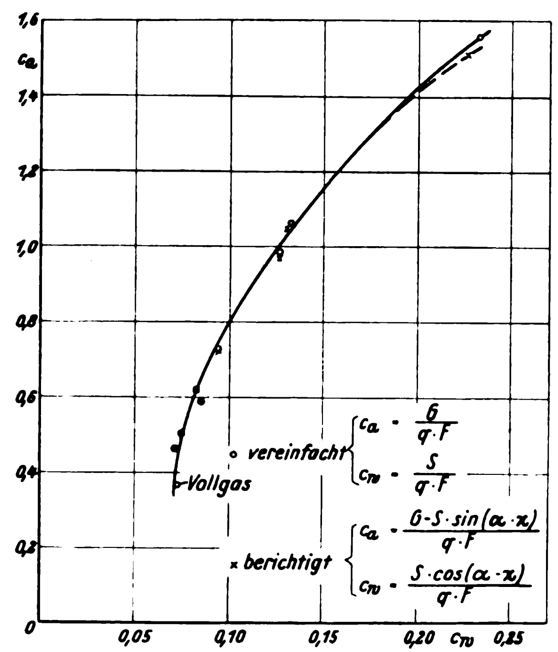


Abb. 10. Schub = Widerstand-Polare (nach Geschwindigkeits-Eichflügen).

[6]) Die Focke-Wulf Flugzeugbau A. G. bemerkt dazu folgendes: »Das Herstellerwerk erklärt diese Schwingungen aus dem Verlauf der Quermomente über dem Schiebewinkel jenseits von c_a max. Man hat zu bedenken, daß sowohl die Längs- wie die Rollschwingungen in einem Bereich stattfinden, der mit einem normalen Flugzeug gar nicht mehr erreicht wird, ohne daß das Flugzeug ins Trudeln kommt oder nach vorn kippt«.



$$c_a = \frac{G}{q \cdot F} \text{ und } c_w = \frac{S}{q \cdot F}$$

und im anderen Falle (gestrichelte Kurve) die den Schubeinfluß auf Auftrieb und Widerstand berücksichtigenden genauen Gleichgewichtsbedingungen

$$c_a = \frac{G - S \sin(\alpha - \varkappa)}{q \cdot F}$$

und

$$c_w = \frac{S \cos(\alpha - \varkappa)}{q \cdot F}$$

zugrundegelegt. Die Polaren für Leerlaufflug und für den Zustand $S = W$ sind in Abb. 9 außerdem vergleichend zur Vollgaspolare eingetragen.

Der erreichten Mindestgeschwindigkeit im Waagerechtflug entspricht ein c_a von rd. 1,5; nach dem Verlauf der Polare zu schließen, wird dieser Wert nur wenig unterhalb $c_{a\,max}$ liegen. Allerdings ist der Gleichgewichtszustand in diesem Anstellwinkelbereich bereits wiederum zeitweise durch stärkere Längsschwingungen erschwert, obwohl während des Meßfluges die Steuersäule in der dem Gleichgewichts-Staudruck des Waagerechtflugs entsprechenden ungeänderten Stellung festgehalten wurde.

IV. Bemerkungen zu den Ergebnissen.

1. Vergleich mit Ergebnissen aus Windkanalmessungen und Rechnung.

Die Unterlagen, die für einen Vergleich der vorliegenden Ergebnisse aus Flugmessungen mit denen aus Windkanalmessungen zur Verfügung stehen, sind lückenhaft und wegen der Verschiedenheit der Versuchsbedingungen nur bedingt anwendbar. Soweit die Voraussetzungen dafür erfüllt sind, wird versucht, die vorhandenen Ergebnisse aus Windkanalmessungen bzw. aus Rechnungen auf Grund vergleichbarer Windkanalmessungen mit der im Fluge ermittelten Leerlauf-Polare des Flugzeuges (nach Abb. 6) zu vergleichen. Hierzu sind in Abb. 11 außerdem folgende Polaren veranschaulicht:

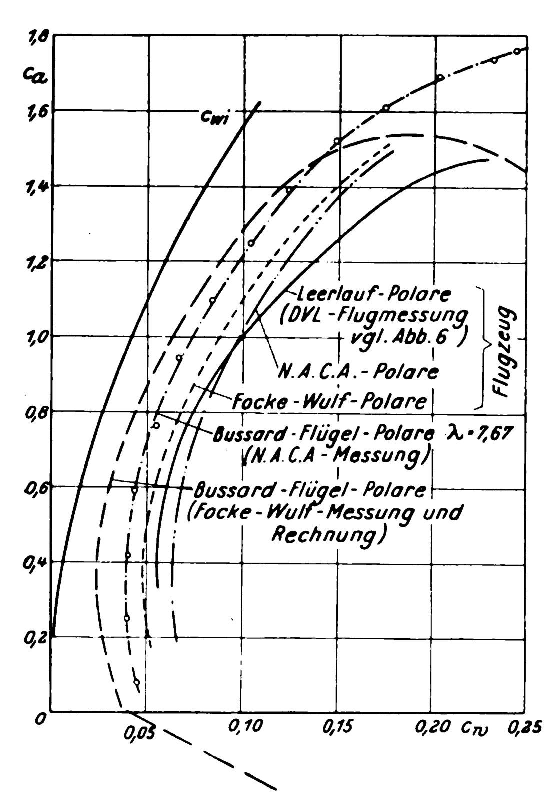


Abb. 11. Vergleich der Leerlauf-Polare nach DVL-Flugmessungen mit Windkanalmessungen und Rechnungen auf Grund vergleichbarer Windkanalmessungen.

a) Die Flügelpolare des Focke-Wulf A 32 »Bussard«, hergeleitet vom Herstellerwerk aus Messungen an ähnlichen Flügeln mit anderem Streckungsverhältnis durch Umrechnung auf das richtige Streckungsverhältnis (Λ = 7,67).

b) Die Flugzeug-Polare des Focke-Wulf A 32 »Bussard«, für die nach Rechnungen des Herstellerwerkes unter Zugrundelegung der Flügelpolare nach 1. der zusätzliche Widerstand mit $c_w' = 0{,}024$ eingesetzt wurde, wenn $c_a < 1{,}0$, und mit $c_w' = 0{,}028$, wenn $c_a > 1{,}0$.

c) Die Flügel-Polare des Focke-Wulf A 32 »Bussard«, nach Ergebnissen von Messungen an einem Modellflügel (Modellmaßstab: 1/9,12) im 2,2 × 3,15-m-NACA-Windkanal[7]).

d) Die Flugzeug-Polare des Focke-Wulf A 32 »Bussard«, für die unter Zugrundelegung der Flügel-Polare nach 3. in übereinstimmend gleicher Weise wie für die Flugzeugpolare nach 2. für $c_w' = 0{,}028$ angenommen wurde.

Die aus Flugmessungen mit der DVL-Schubmeßnabe ermittelte Flugzeug-Leerlaufpolare verläuft danach bis zu $c_a = 0{,}8$ genau zwischen den beiden Flugzeug-Polaren nach b) und d); oberhalb $c_a = 0{,}8$ zeigt sie zunehmend größere c_w-Werte. Hierfür bietet die Tatsache, daß der Rumpfwiderstand ebenso wie der induzierte Widerstand, letzterer infolge der einer Rechnung nicht zugänglichen Verschlechterung der Auftriebsverteilung im inneren Spannweitenbereich durch die Rumpf-Flügel-Beeinflussung, im Bereich großer Anstellwinkel meist erheblich anwächst, eine ausreichende Erklärung.

Die Focke-Wulf-Flugzeug-Polare ergibt zu kleine, die NACA-Flugzeug-Polare zu große c_w-Werte. Vom Herstellerwerk wird außerdem darauf hingewiesen, daß wegen der nicht genau erfaßbaren Kühlwiderstände für das wassergekühlte Triebwerk usw. etwas höhere c_w-Werte, als von ihm in die Rechnung eingesetzt, zu erwarten sein dürften. Andererseits gibt die NACA-Messung unwahrscheinlich große c_w-Werte für den Tragflügel. Ohne eine ausreichende Erklärung geben zu können, sind sicherlich Kennwerteinflüsse mit die Ursache hierfür wie ebenfalls für den nach NACA-Messung beträchtlich höheren Wert für $c_{a\,max}$ von 1,65[8]).

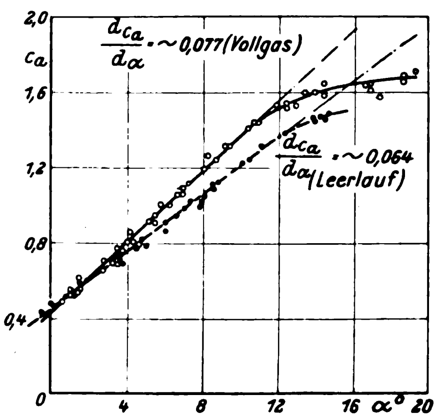


Abb. 12. Auftriebszahl c_a, abhängig vom Anstellwinkel im Vollgas- und Leerlauf-Flug.

2. Einfluß des Schraubenstrahls auf Auftrieb und Widerstand.

Abhängig vom Anstellwinkel α $(= \vartheta - \gamma + \varkappa$; wobei $\varkappa = +0{,}5°)$ sind

in Abb. 12 der Verlauf von c_a,
in Abb. 13 der Verlauf von c_w

für Vollgas- und Leerlaufflug vergleichend dargestellt.

[7]) »Wind-tunnel tests on an model of the Focke-Wulf wing«. — Carl J. Wenzinger, 14. 3. 1933 (NACA Techn. Note unpublished).

[8]) Nachträglich wird vom Herstellerwerk mitgeteilt: »Ein genauer Vergleich hat inzwischen ergeben, daß das NACA-Modell nicht den Zeichnungen des Herstellerwerkes entspricht; die beobachteten Abweichungen werden dadurch erklärlich«.

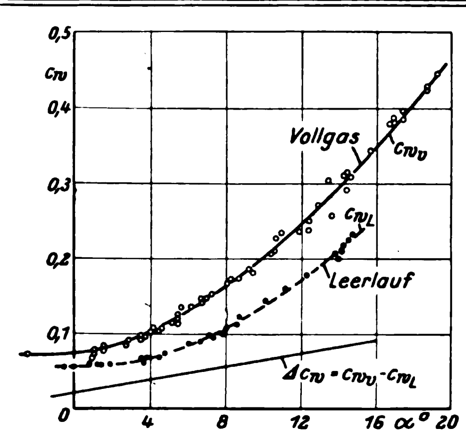


Abb. 13. Widerstandszahl c_w, abhängig vom Anstellwinkel im Vollgas- und Leerlauf-Flug.

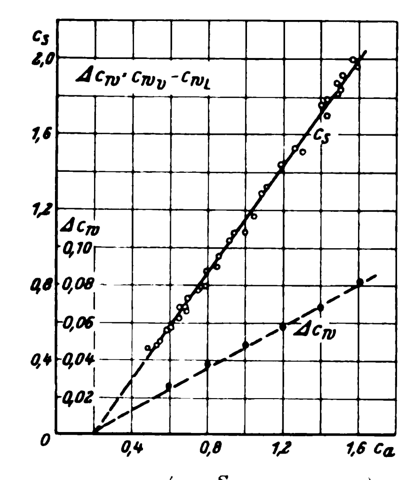


Abb. 14. Schubbeizahl $c_S \left(= \frac{S}{F_S \cdot q}; F_S = 7{,}8 \text{ m}^2\right)$ und Vergrößerung der Widerstandszahl Δc_w, abhängig von der Auftriebszahl c_a (Vollgasflug).

Innerhalb des c_a-Bereichs der linearen Abhängigkeit vom Anstellwinkel beträgt $dc_a/d\alpha = 0{,}077$ bei Vollgas und $= 0{,}064$ bei Leerlauf. Infolge des Schraubenstrahls wird somit im Vollgasflug $dc_a/d\alpha$ um 0,013, d. h. rd. um 20 vH gegenüber $dc_a/d\alpha$ im Leerlaufflug vergrößert.

Die Differenz der im Vollgasflug und im Leerlauf-Gleitflug gemessenen c_w-Werte stellt die Vergrößerung Δc_w der Widerstandszahl infolge des Schraubenstrahls dar. In Abb. 14 ist das durch den mittleren Verlauf der Kurven nach Abb. 13 bestimmte Δc_w, abhängig von der Auftriebszahl c_a, veranschaulicht. Zum Vergleich ist außerdem die aus den Schubmessungen ermittelte Schubbeizahl $c_S = S/q \cdot F_S$ (worin $F_S = 7{,}8 \text{ m}^2$ die Schraubenkreisfläche bedeutet), gleichfalls abhängig von c_a, aufgetragen. Beide Kurven verlaufen geradlinig, ihr gemeinsamer Schnittpunkt liegt erwartungsgemäß bei $c_a =$ rd. 0,2 auf der Abszisse, d. h. für $c_S = 0$ wird auch $\Delta c_w = 0$. Bemerkenswert ist die starke Widerstandszunahme infolge des Schraubenstrahls im gesamten c_a-Bereich.

3. Zur Frage der Meßgenauigkeit.

Die bisher entwickelten Verfahren zur Ermittlung der Flugleistungen, ihre Fehlerquellen, die Größe der Fehler, besonders hinsichtlich der Messungen des Staudrucks im Höchstauftriebsbereich sind bekannt[9]). Durch die Anwendung der DVL-Schubmeßnabe konnte das Verfahren im vorliegenden Falle weiter ausgebaut werden. Um die hierdurch erreichte Steigerung der Meßgenauigkeit und Verbesserung des Verfahrens der Messung und Auswertung zu kennzeichnen, sind in Abb. 15 die aus den Schubmessungen ermittelten Schubbeizahlen $c_S = S/q \cdot F_S$, abhängig vom Fortschrittsgrad $\lambda = v/\pi \cdot n \cdot D$ (Luftschraubendurchmesser (m) $D = 3{,}16$), aufgetragen. Der Verlauf der Kurve zeichnet sich durch geringe Streuung der Meßpunkte aus. Das beweist, daß das Meßverfahren ausreichend genau, die Meßfehler befriedigend klein sind. Über die Zweckmäßigkeit der Anwendung des Meßverfahrens mit DVL-Schubmeßnabe, über die Möglichkeit der Erweiterung der bisherigen Vergleichsverfahren und die Vermeidung von Fehlerquellen üblicher Verfahren durch Anwendung der Schubmeßnabe u. a. m. wird gesondert berichtet werden.

V. Zusammenfassung.

Die Messungen an dem Flugzeug Focke-Wulf A 32 »Bussard« mit DVL-Schubmeßnabe ergaben:

1. Im Leerlaufflug (Schwerpunktlage: 0,315 t_w — Schwerpunkt-Zulassungsbereich: 0,28 t_m bis 0,38 t_m) betragen die erreichten größten c_a-Werte rd. 1,47. Infolge verminderter Höhenruderwirkung wird der Höchstauftrieb (schätzungsweise: $c_{a\,max} = 1{,}50$) nicht ganz erreicht.
2. Im Vollgasflug wird bei einer Schwerpunktlage von 0,26 t_w (größte Schwerpunktvorlage nach Zulassung: 0,28 t_m) der Höchstauftrieb erreicht ($c_{a\,max}$ rd. 1,6 bis 1,65), in einigen Fällen sogar überschritten. Jedoch ist auch hier die Höhenruderwirkung im Höchstauftriebsbereich vermindert.

Die unter Anmerkung 1 erwähnten Trudelversuche sind sowohl im Leerlauf- als auch im Vollgasflug durchgeführt worden. Die zur Trudelbewegung überleitenden Abfangvorgänge sind naturgemäß durch zeitlich begrenzte Höhensteuer-Schaltvorgänge willkürlich erzwungen worden. Da Trudelsicherheit noch für wesent-

[9]) Vgl. 221. DVL-Bericht der Flug-Abteilung, DVL-Jahrbuch 1931, 279. DVL-Bericht der Flug-Abteilung, DVL-Jahrbuch 1932.

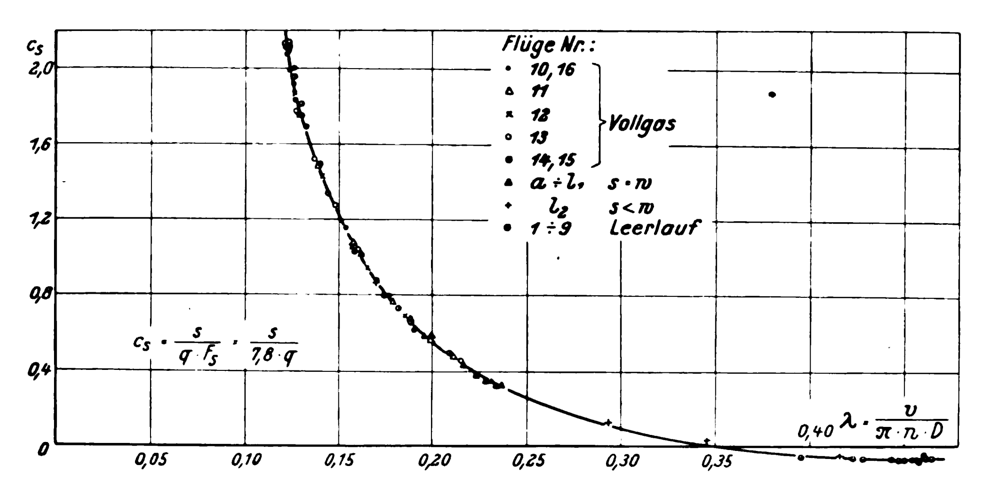


Abb. 15. Schubbeizahl c_S, abhängig vom Fortschrittsgrad λ bei sämtlichen Meßflügen.

lich größere Schwerpunktrücklagen ($0{,}37\ t_m$) nachgewiesen wurde, kann die Möglichkeit, daß Trudelsicherheit durch Beschränkung der Längssteuerbarkeit erreicht wurde, als ausgeschlossen gelten.

3. Die starke Verminderung der Höhenruderwirkung im Anstellwinkelbereich des Höchstauftriebes sowohl im Leerlauf- als auch im Vollgasflug ist vor allem dem Einfluß durch Abwind und Ablösung im Flügelmittelstück zuzuschreiben.

4. Im Höchstauftriebsbereich zeigt das Flugzeug keine Neigung weder zum Kippen über den Flügel bzw. nach vorn. Jedoch treten bei festgehaltenem Höhensteuer ungedämpfte, gleichbleibende Längsschwingungen (Bahnschwingungen) auf. Die Schwingungsweiten sind im Vollgasflug größer als im Leerlaufflug. sie wachsen außerdem mit Vergrößerung der statischen Längsstabilität durch Vorverlegung des Schwerpunktes.

5. Im Vollgasflug zeigt das Flugzeug gleichfalls keine Neigung zum plötzlichen Kippen über den Flügel bzw. nach vorn. Jedoch treten bei voll angezogenem, festgehaltenem Höhensteuer (überzogener Flugzustand) Rollschwingungen auf. Dieses Verhalten des Flugzeugs ist Gegenstand einer weiteren Untersuchung, über deren Ergebnis gesondert berichtet wird.

6. Innerhalb des linearen Bereichs der Abhängigkeit von c_a über α ist im Vollgasflug $dc_a/d\alpha = 0{,}077$, im Leerlaufflug $= 0{,}064$. Infolge des Schraubenstrahleinflusses wird somit $dc_a/d\alpha$ um rd. 20 vH vergrößert. Die Vergrößerung der Widerstandszahl Δc_w infolge Schraubenstrahl zeigt in gleicher Weise wie die Schubbeizahl c_S, abhängig von c_a, lineares Anwachsen. Δc_w wird null, wenn $c_S = 0$ ist.

7. Ein ausreichend genauer Vergleich der im Fluge gemessenen Polaren mit den Ergebnissen der Windkanalmessungen bzw. der Rechnungen ist wegen der nur bedingten Anwendbarkeit der hierzu zur Verfügung stehenden Unterlagen nicht durchführbar. Von den Ergebnissen der NACA-Modellmessungen abgesehen, zeigen einigermaßen gute Übereinstimmung die gemessenen Höchstauftriebszahlen.

LUFTFAHRTFORSCHUNG

Band 12 | 31. August 1935 | Nr. 5

Beitrag zur Theorie des Schlitzflügels.

Von F. Weinig.

Bericht 35/10 der Deutschen Versuchsanstalt für Luftfahrt, e. V., Berlin-Adlershof.

Für den geschlitzten Flügel ergibt sich bei nichtabgerissener Strömung eine Auftriebsminderung gegenüber dem ungeschlitzten Flügel bei gleicher Anstellung. Diese Auftriebsminderung wird mit Hilfe potentialtheoretischer Mittel berechnet.

Gliederung.

1. Der Schlitzflügel bei nicht abgerissener Strömung.

Unter Schlitzflügel sei ein Flügel verstanden, dessen Längsschnitte, die Profile, durch ein oder mehrere schmale Spalte, die Schlitze, entsprechend unterteilt werden. Das Schlitzflügelprofil soll also aus mehreren gegeneinander feststehenden Teilen bestehen; diese sollen aber eine glatte Einhüllende, das Ausgangsprofil haben. Dabei können aber die Einzelteile selbst noch zweckmäßig abgerundet sein. Ein Schlitzflügelprofil entsteht also dadurch, daß man aus einem einfachen Flügelprofil ein oder mehrere schmale Stücke herausnimmt und die entstehenden Ecken u. U. nach Belieben abrundet.

Schlitzflügel in diesem Sinn sind also auch Flügel mit einem Vor- oder Hilfsflügel, sog. Spaltflügel sowie Flügel mit Ruderklappen und dazwischen liegendem Spalt.

Durch sinnvolle Unterteilung der Flügel wird die Grenzschicht auf der Saugseite der Profile so beeinflußt, daß das Abreißen der Strömung gegenüber dem ungeteilten Flügel zu höheren Anstellwinkeln hinausgeschoben wird. Hierdurch wird auch der Höchstauftrieb größer.

Im nicht abgerissenen Zustand ist aber bei gleicher Anstellung der Auftrieb des Schlitzflügelprofils kleiner als der des Ausgangsprofils, und zwar verkleinert sich der Auftrieb mit zunehmender Anzahl und Breite der Schlitze immer stärker. Diese Abnahme ist natürlich auch abhängig von der Lage und Anordnung der Schlitze am Profil.

Das Verhalten der Schlitzflügel im nicht abgerissenen Zustand ist der Rechnung zugänglich, da man die Strömungsvorgänge im wesentlichen so behandeln kann als sei die strömende Flüssigkeit ideal.

2. Grundlage der theoretischen Untersuchung.

Zunächst soll hier ein Flügelprofil mit einem Schlitz untersucht werden. Der exakten Behandlung wäre dieses Problem gerade noch zugänglich, da man die Strömung um zwei getrennte Profile berechnen kann. Man kann ja das Außengebiet zweier Profile auf das Außengebiet zweier Kreise von entsprechendem Radius und entsprechender gegenseitiger Lage konform abbilden. Die Lösung der Randwertaufgabe für das Außengebiet dieser beiden Kreise führt aber auf elliptische Integrale und ist recht umständlich. Auch die konforme Abbildung des Schlitzflügelprofils auf diese beiden Kreise ist mit nicht unerheblichen Schwierigkeiten verbunden. Dieser exakte Weg wird deshalb hier nicht eingeschlagen. Zudem gestattete dieser Weg kaum die Untersuchung einer Variation der Form oder der Lage des Schlitzes.

Hier soll ein wesentlich einfacherer, wenn auch nicht exakter Weg eingeschlagen werden. Es werde dabei das ungeschlitzte Ausgangsprofil zur Grundlage gemacht. Die Potentialströmung um das Ausgangsprofil wird in folgender Weise erhalten:

Zunächst denke man sich das Profil aus der Ruhe heraus instantan bewegt. Diese nichtstationäre Bewegung aus der Ruhe heraus ergibt eine Potentialströmung ohne Zirkulation. Die Form dieser Strömung wird zunächst für die stationäre Strömung übernommen. Da aber nun die scharfe Hinterkante in einer bei stationärer Strömung physikalisch unmöglichen Weise umströmt würde, wird der geforderten Strömung noch eine Zirkulationsströmung um das Profil überlagert, wobei die Zirkulation so groß zu machen ist, daß der Zusammenflußpunkt mit der Hinterkante zusammenfällt. In gleicher Weise werde auch die Strömung um den Schlitzflügel ermittelt. Der Schlitz wird zunächst als sehr schmal angenommen.

3. Durchführung der Rechnung.

Bei der Bewegung aus der Ruhe heraus ist wegen der angenommenen Kleinheit der Schlitzbreite b die zirkulationsfreie Potentialströmung abgesehen von den Schlitzen die gleiche wie beim Ausgangsprofil.

Nun herrscht aber an den Schlitzenden ein verschiedenes Potential. Diesem Potentialunterschied $\Delta\varphi = \varphi_a - \varphi_e$ entspricht bei der Bewegung aus der Ruhe heraus aber eine Strömung durch den Schlitz:

$\Delta\varphi = -\int_e^a w\,ds$ (e = Eintrittsende, a = Austrittsende des Schlitzes, ds = Längenelement des Schlitzes).

Es ist aber in erster Näherung die Geschwindigkeit

$$w = \frac{Q}{b(s)}, \quad (Q = \text{Durchflußmenge})$$

somit

$$\Delta\varphi = -Q\int_e^a \frac{ds}{b(s)}.$$

Es sei nunmehr s die Gesamtlänge des Schlitzes (Länge der Mittellinie), b_m die durch

$$\frac{s}{b_m} = \int_e^a \frac{ds}{b(s)}$$

definierte mittlere Breite des Schlitzes. Dann ist

$\Delta\varphi = -\frac{Q\cdot s}{b_m} = -Q/\sigma$ $\left(\sigma = \frac{b_m}{s}\right.$ Schlankheitsverhältnis des Schlitzes).

Die Durchflußmenge ist also

$$Q = -\frac{b_m}{s}\Delta\varphi = -\sigma\Delta\varphi.$$

Die Potentialströmung bei der Bewegung aus der Ruhe heraus im Außengebiet des Ausgangsprofils ist also durch den Schlitz so verändert, als wäre am Schlitzeintritt eine Senke der Schluckfähigkeit Q und am Schlitzaustritt eine Quelle von der Ergiebigkeit Q.

Beim Übergang zur stationären Strömung haben wir nun wieder eine Zirkulation von solcher Größe zu überlagern, daß die Hinterkante Zusammenflußpunkt der Strömung wird. Diese Zirkulation ist aber infolge der Wirkung der die Wirkung des Schlitzes ersetzenden Senke und Quelle eine andere als beim ungeteilten Profil, und zwar ist sie bei der üblichen

Schlitzanordnung kleiner, wie man leicht einsieht und im späteren noch gezeigt wird.

Vor der eigentlichen Ausrechnung der Wirkung der Schlitze sei hier aber noch dargelegt, warum die beschriebene Behandlungsweise gerechtfertigt erscheint.

Durch Ermittlung der zirkulationsfreien Umströmung des Schlitzflügelprofils wird folgende Abbildung ermöglicht:

Jedes Teilprofil wird in ein Streckenprofil verwandelt. Diese Streckenprofile sind parallel und haben die Richtung der Umströmung, sie werden also jedes für sich zirkulationsfrei umströmt. Anfangspunkt E_v' der Bildstrecke des vorderen Teilprofils und Endpunkt A_h' der Bildstrecke des hinteren Teilprofils entsprechen dem vorderen Verzweigungspunkt E_v' des vorderen Teilprofils und dem hinteren Verzweigungspunkt A_h' des hinteren Teilprofils bei zirkulationsfreier Umströmung (vgl. Abb. 1).

Durch Überlagern der Zirkulationsströmung soll nun erreicht werden, daß der hintere Verzweigungspunkt des hinteren Teilprofils mit der Hinterkante A des hinteren Teilprofils bzw. dessen Bildpunkt zusammenfällt. Dazu müßte man jetzt um jedes der Teilprofile eine Zirkulationsströmung anordnen, und zwar so, daß A_v' ebenfalls Abflußpunkt bleibt. Wegen der Kleinheit der Spaltbreite erscheint es aber als zulässig die genaue Erfüllung dieser Bedingung zu mißachten. Die Strömung dieser gleichsinnigen Teilzirkulation muß ja nur in der Nähe des Spaltes einen Verzweigungspunkt haben, so daß die Geschwindigkeit der Umströmung der Hinterkante im Bildpunkt A_v' nur sehr klein wird. Das wird aber erreicht, wenn die Teilprofile bei der Bestimmung der Zirkulationsströmung in der Bildstreckenprofilebene als zusammenfallend betrachtet werden. Die angedeutete Berechnungsmethode zur Ermittlung des Spalteinflusses erscheint deswegen berechtigt.

Bei der nunmehrigen Durchführung der Rechnung sei vorausgesetzt, daß die Abbildung des Ausgangsprofils auf seinen Bildkreis bekannt sei.

Die Profilsehne sei t, der Bildkreisdurchmesser sei

$$d = 2\,r = \frac{k}{2}\,t.$$

Das Profil sei so gelegt, daß es ohne Schlitz bei waagerechter Anströmung keinen Auftrieb erfährt (Abb. 2).

In der Bildkreisebene sei

$$A \text{ in } \zeta = +\frac{k}{4}\,t,\quad E_v \text{ in } \zeta = -\frac{k}{4}\,t,$$

$$A_v' \text{ in } \zeta = \frac{k}{4}\,t\,e^{i\alpha_A},\quad E_h' \text{ in } \zeta = \frac{k}{4}\,t\,e^{-i\alpha_E}$$

gelegen. Die Anströmungsgeschwindigkeit sei w_∞ und erfolge unter dem Anstellwinkel δ. Dann ist das Potential der Umströmung ohne Zirkulation in A_v' bzw. E_h'

$$\varphi_a = -\frac{k}{2}\,t\cos(\alpha_A - \delta)\,w_\infty$$

$$\varphi_e = -\frac{k}{2}\,t\cos(\alpha_E + \delta)\,w_\infty.$$

Somit wird

$$-\Delta\varphi = \frac{k}{2}\,t\,[\cos(\alpha_A - \delta) - \cos(\alpha_E + \delta)]\,w_\infty.$$

Dies wird für $\delta = 0^0$

$$-\Delta\varphi_0 = \frac{k}{2}\,t\,(\cos\alpha_A - \cos\alpha_E)\,w_\infty$$

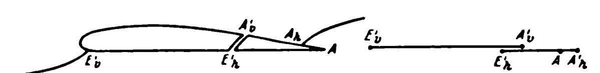
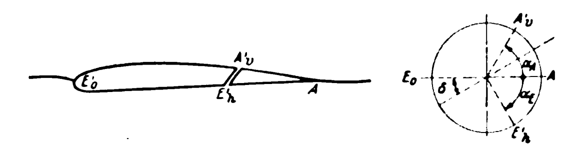


Abb. 1. Konforme Abbildung eines Schlitzflügels auf zwei dicht benachbarte Streckenprofile.



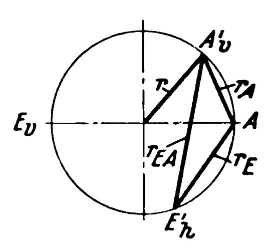


Abb. 2. Konforme Abbildung des Ausgangsprofils auf einen Kreis.

und für $\delta = \frac{\pi}{2}$

$$-\Delta\varphi_{\pi/2} = \frac{k}{2}\,t\,(\sin\alpha_A + \sin\alpha_E)\,w_\infty.$$

Mit Benutzung von $\Delta\varphi_0$ und $\Delta\varphi_{\pi/2}$ wird

$$-\Delta\varphi = \frac{k}{2}\,l\,[\cos\alpha_A\cos\delta + \sin\alpha_A\sin\delta - \cos\alpha_E\cos\delta + \sin\alpha_E\sin\delta]\,w_\infty$$

$$-\Delta\varphi = \frac{k}{2}\,l\,[\cos\delta\,(\cos\alpha_A - \cos\alpha_E) + \sin\delta\,(\sin\alpha_A + \sin\alpha_E)]\,w_\infty$$

$$-\Delta\varphi = -[\Delta\varphi_0\cos\delta + \Delta\varphi_{\pi/2}\sin\delta].$$

Die Durchflußmenge Q durch den Spalt ist also

$$Q = -\sigma\,[\Delta\varphi_0\cos\delta + \Delta\varphi_{\pi/2}\sin\delta]$$

oder mit

$$Q_0 = -\sigma\,\Delta\varphi_0$$

$$Q_{\pi/2} = -\sigma\,\Delta\varphi_{\pi/2}$$

$$Q = Q_0\cos\delta + Q_{\pi/2}\sin\delta.$$

Ohne die Wirkung des Schlitzes wäre bei zirkulationsfreier Umströmung die Geschwindigkeit der Bildströmung in A bekanntlich

$$w_A = 2\sin\delta\cdot w_\infty.$$

Damit also die Geschwindigkeit in A verschwindet, muß in diesem Falle eine Zirkulationsströmung der Zirkulation

$$\Gamma = 2\,\pi\,r\cdot 2\sin\delta\,w_\infty$$

$$\Gamma = \pi\,k\,t\sin\delta\,w_\infty$$

überlagert werden. Der Auftrieb des Ausgangsprofils ist somit

$$c_a = \frac{2\,\Gamma}{w_\infty\,t} = 2\,\pi\,k\sin\delta.$$

Durch die die Wirkung des Schlitzes ersetzende Quelle in A_v' und Senke in E_h' wird aber im Bilde A eine zusätzliche Geschwindigkeit erzeugt.

Die zusätzliche Strömung dieses Quellpaares in der Bildebene ist

$$\chi_{zus} = \varphi + i\,\psi = \frac{Q}{\pi}\ln\frac{\zeta - E_h'}{\zeta - A_v'}.$$

Die Geschwindigkeit dieser Strömung ist gegeben durch

$$-\overline{w}_{zus} = \frac{d\,\chi_{zus}}{d\,\zeta} = \frac{Q}{\pi}\left(\frac{1}{\zeta - E_h'} - \frac{1}{\zeta - A_v'}\right) = \frac{Q}{\pi}\,\frac{E_h' - A_v'}{(\zeta - E_h')(\zeta - A_v')}.$$

Für das Bild A der Hinterkante gilt

$$\zeta = \frac{k}{4}\,t.$$

Für die Lage der Quelle und Senke gilt

$$A_v' = \frac{k}{4}\,t\,e^{i\alpha_A}$$

$$E_h' = \frac{k}{4}\,t\,e^{-i\alpha_E}$$

somit in A

$$-\overline{w} = \frac{Q}{\pi}\cdot\frac{1}{\frac{k}{4}\,t}\left(\frac{1}{1 - e^{-i\alpha_E}} - \frac{1}{1 - e^{i\alpha_A}}\right).$$

Mit der Bezeichnung der Abb. 3 wird also

$$w_{zus} = -\frac{2\,b_m}{\pi\,s}\left\{\begin{matrix}(\cos\alpha_A - \cos\alpha_E)\cos\delta\\ +(\sin\alpha_A + \sin\alpha_E)\sin\delta\end{matrix}\right\}\cdot\frac{r\cdot r_{EA}}{r_E\cdot r_A}\,w_\infty.$$

Abb. 3. Bestimmung der Zirkulationsänderung.

Die Zirkulationsverminderung ist also

$$\Gamma_{zus} = w_{zus} \cdot 2\pi r = -\frac{4 b_m}{s} \cdot \begin{Bmatrix} (\cos\alpha_A - \cos\alpha_E)\cos\delta \\ (\sin\alpha_A + \sin\alpha_E)\sin\delta \end{Bmatrix} \cdot \frac{r \cdot r_{EA}}{r_E \cdot r_A} \cdot \frac{k}{4}\, t\, w_\infty$$

und die Verminderung des Auftriebsbeiwertes

$$\Delta c_a = -\frac{2\Gamma_{zus}}{w_\infty \cdot t} = \frac{2b}{s} k \cdot \frac{r \cdot r_{EA}}{r_E r_A} \cdot \{(\cos\alpha_A - \cos\alpha_E)\cos\delta + (\sin\alpha_A + \sin\alpha_E)\sin\delta\}$$

oder für $\delta = 0$

$$\Delta c_{a_0} = -\frac{2b}{s} \cdot k \frac{r \cdot r_{EA}}{r_E \cdot r_A} (\cos\alpha_A - \cos\alpha_E)$$

und für $\delta = \pi/2$

$$\Delta c_{a\pi/2} = -\frac{2b}{s} k \frac{r \cdot r_{EA}}{r_E \cdot r_A} (\sin\alpha_A + \sin\alpha_E).$$

Es ist

$$\frac{r_{EA}}{r} = 2\sin\frac{\alpha_A + \alpha_E}{2},$$

$$\frac{r_A}{r} = 2\sin\frac{\alpha_A}{2},$$

$$\frac{r_E}{r} = 2\sin\frac{\alpha_E}{2},$$

somit

$$\frac{r \cdot r_{EA}}{r_E \cdot r_A} = \frac{1}{2}\left(\operatorname{cotg}\frac{\alpha_E}{2} + \operatorname{cotg}\frac{\alpha_A}{2}\right).$$

Der Auftriebsbeiwert des Schlitzflügels ist also

$$c_a = k\left\{-\sigma\left(\cot\frac{\alpha_E}{2} + \cot\frac{\alpha_A}{2}\right)(\cos\alpha_A - \cos\alpha_E)\cos\delta + \left[2\pi - \sigma\left(\cot\frac{\alpha_E}{2} + \cot\frac{\alpha_A}{2}\right)(\sin\alpha_A + \sin\alpha_E)\right]\sin\delta\right\}.$$

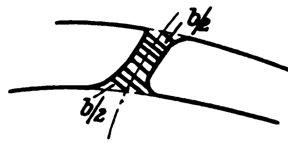


Abb. 4. Abschätzung des Schlankheitsverhältnisses des Schlitzes.

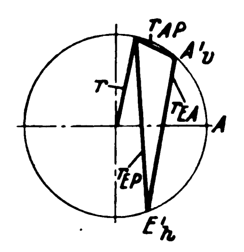


Abb. 5. Bestimmung der Geschwindigkeitsänderung.

Für E' und A' nimmt man bei endlicher Spaltbreite zweckmäßig die Schnittpunkte der Spaltmittellinie, mit dem Ausgangsprofil. Bei der Bestimmung von

$$\frac{1}{\sigma} = \frac{s}{b_m} = \int_{E'}^{A'} \frac{ds}{b(s)}$$

nimmt man für $b(s)$ die Senkrechten zur Spaltmittellinie (Abb. 4), oder man verfährt entsprechend (Abb. 7).

4. Erweiterung der Betrachtungen.

Aus der Ableitung des Ergebnisses ergibt sich, daß die Anzahl der Spalte beliebig sein könnte. Die Wirkung der einzelnen Spalte würde sich einfach addieren. Bezeichnet $1 \leq i \leq n$ die einzelnen Spalte, so würde

$$c_a = k\left\{-\left[\sum_1^n \sigma_i \left(\cot\frac{\alpha_{E_i}}{2} + \cot\frac{\alpha_{A_i}}{2}\right)\left(\cos\alpha_{A_i} - \cos\alpha_{E_i}\right)\right]\cos\delta + \left[2\pi - \sum_1^n \sigma_i\left(\cot\frac{\alpha_{E_i}}{2} + \cot\frac{\alpha_{A_i}}{2}\right)\left(\sin\alpha_{A_i} + \sin\alpha_{E_i}\right)\right]\sin\delta\right\}.$$

Die Geschwindigkeitsverteilung auf den Profilen ist ebenfalls recht leicht zu bestimmen. Es ist wenn $\zeta = re^{i\alpha}$ den Bildpunkt P des Profils und w_0 die Geschwindigkeitsverteilung am ungeschlitzten Profil bei auftriebsfreier Anstellung bezeichnet:

$$w_{ges} = w_\delta + w_{zus}, \quad w_\delta = w_0\left(\cos\delta \pm \sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}\sin\delta\right),$$

$$w_{zus} = \pm\frac{2\sigma}{\pi}\{(\cos\alpha_A - \cos\alpha_E)\cos\delta + (\sin\alpha_A + \sin\alpha_E)\sin\delta\} \frac{r\, r_{EA}}{r_{EP} \cdot r_{AP}} w_\infty \text{ (vgl. Abb. 5).}$$

Die Wahl der Vorzeichen ergibt sich ganz von selbst. Innerhalb des Schlitzes muß die Geschwindigkeitsverteilung nach der Kontinuitätsgleichung $w(s) = \frac{Q}{b(s)}$ oder mit Hilfe des Netzverfahrens (vgl. Abb. 7) abgeschätzt werden. Bei breiten Schlitzen ist u. U. die Krümmungsänderung der Stromlinien quer zum Schlitz in bekannter Weise zu berücksichtigen.

5. Vergleich mit Versuchsergebnissen.

Zum Vergleich der dargelegten Theorie mit Versuchsergebnissen wurde der NACA Rep. 427 herangezogen.

Das dort untersuchte Profil war mit 4 Schlitzen versehen, welche in allen möglichen Weisen kombiniert werden konnten, indem die einzelnen Schlitze wieder ausgefüllt wurden. Die Ermittlung der Schlankheit σ der Schlitze und ihrer mittleren Ein- und Austrittspunkte ist aus den Abb. 6 und 7 zu ersehen. Zur Gewinnung der Bilder der Ein- und Austrittspunkte auf dem Bildkreis des Ausgangsprofils genügt offenbar die Abschätzung der Geschwindigkeitsver-

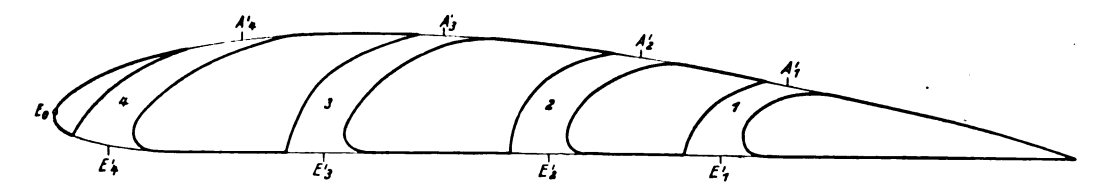


Abb. 6. Anordnung der Schlitze beim Versuchsflügel (NACA Rep. 427) und mittlere Ein- und Austrittspunkte.

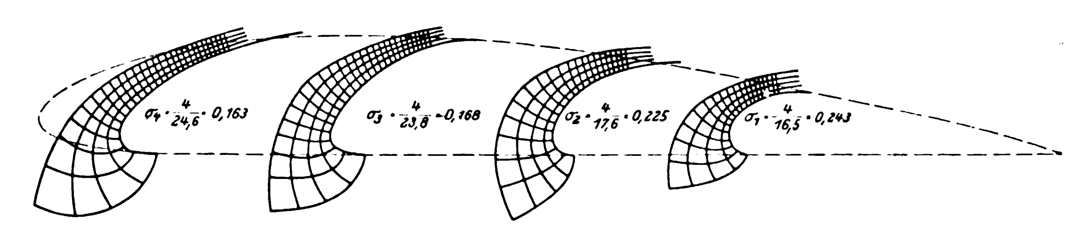


Abb. 7. Ermittlung des Schlankheitsverhältnisses der Schlitze durch das Netzverfahren.

Zahlentafel 1.

Schlitz	σ	$\cos \alpha_A$	$\cos \alpha_E$	$\cos \alpha_A - \cos \alpha_E$	α_A	α_E	$\sin \alpha_A$	$\sin \alpha_E$	$\sin \alpha_A + \sin \alpha_E$	$\frac{\alpha_A}{2}$	$\frac{\alpha_E}{2}$	$\cot \frac{\alpha_A}{2}$	$\cot \frac{\alpha_E}{2}$	$\cot \frac{\alpha_A}{2} + \cot \frac{\alpha_E}{2}$
1	0,243	0,513	0,426	0,087	59° 10′	65° 0′	0,859	0,906	1,765	30° 0′	32° 30′	1,732	1,570	3,302
2	0,225	0,216	0,112	0,104	77° 30′	83° 30′	0,976	0,994	1,970	38° 50′	41° 50′	1,242	1,117	2,359
3	0,168	—0,190	—0,298	0,108	101° 0′	107° 20′	0,987	0,955	1,937	50° 30′	53° 40′	0,824	0,735	1,559
4	0,163	—0,648	—0,728	0,080	130° 20′	136° 40′	0,782	0,686	1,448	65° 10′	68° 20′	0,463	0,397	0,860

Zahlentafel 2.

Schlitz	σ	$\cot \frac{\alpha_A}{2} + \cot \frac{\alpha_E}{2}$	$\cos \alpha_A - \cos \alpha_E$	$\frac{\Delta c_{a_0}}{k}$	$\sin \alpha_A + \sin \alpha_E$	$\frac{\Delta c_{a\,\pi/2}}{k}$
1	0,243	3,302	0,087	0,0700	1,765	1,422
2	0,225	2,359	0,104	0,0550	1,970	1,045
3	0,168	1,559	0,108	0,0283	1,937	0,508
4	0,163	0,860	0,080	0,0112	1,448	0,203

teilung w_0 an der Profiloberfläche bei auftriebsfreier Anstellung (Abb. 8). Aus dieser Geschwindigkeitsverteilung w_0, welche über der abgewickelten Profiloberfläche aufgetragen wurde, wurde durch Integration der Potentialverlauf $\varphi_0 = -\int w_0\, ds$ gewonnen. Damit war auch die Lage der Bilder der Ein- und Austrittspunkte auf dem Bildkreis festgelegt. Die Ergebnisse sind aus Zahlentafel 1 ersichtlich. Hieraus wurde in Zahlentafel 2 $\frac{\Delta c_{a_0}}{k}$ und $\frac{\Delta c_{a\pi/2}}{k}$ und in Zahlentafel 3 $\frac{c_a}{k}$ für die Profile mit einem Schlitz für einige Anstellwinkel berechnet. Für mehrere Schlitze erhält man die Ergebnisse durch entsprechende Kombination.

Diese Rechnungen gelten für die ebene Strömung. Der Wert k ist für das Ausgangsprofil $k \sim 1{,}12$ zu setzen.

Die Versuchsergebnisse wurden an einem unverwundenen Modellflügel rechteckigen Grundrisses vom Seitenverhältnis $b : t = 3 : 1$ gewonnen, der auf der einen Seite durch eine feste Wand begrenzt wurde. Durch diese Spiegelungswirkung ist als wirksames Seitenverhältnis $b : t = 6 : 1$ einzusetzen. Die gemessenen Anstellwinkel sind deshalb im Mittel um

$$\alpha' = \frac{c_{a_m}}{\pi \cdot b/t}$$

zu verringern, wenn c_{a_m} den Auftriebsbeiwert des Gesamtflügels bedeutet. In der Mitte des Flügels außerhalb der Grenzschicht der Spiegelungsebene, wo ungefähr ebene Strömung herrscht, ist diese Verminderung wegen der nicht elliptischen Auftriebsverteilung etwas geringer

$$\alpha' \sim 0{,}9\, \frac{c_{a_m}}{\pi \cdot b/t},$$

also

$$\alpha'^0 \sim c_{a_m} \cdot 2{,}75^0.$$

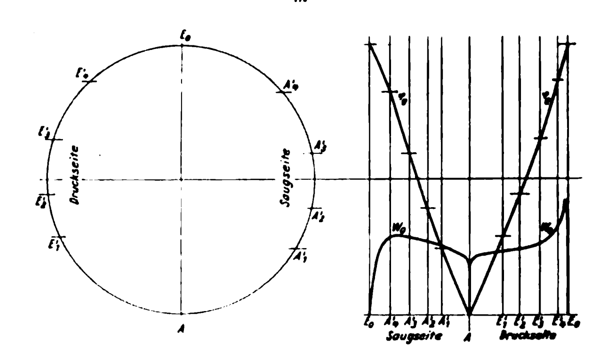


Abb. 8. Konforme Abbildung des Ausgangsprofils und der Ein- und Austrittspunkte auf den Bildkreis mit Hilfe einer geschätzten Geschwindigkeitsverteilung am Ausgangsprofil bei Nullauftrieb.

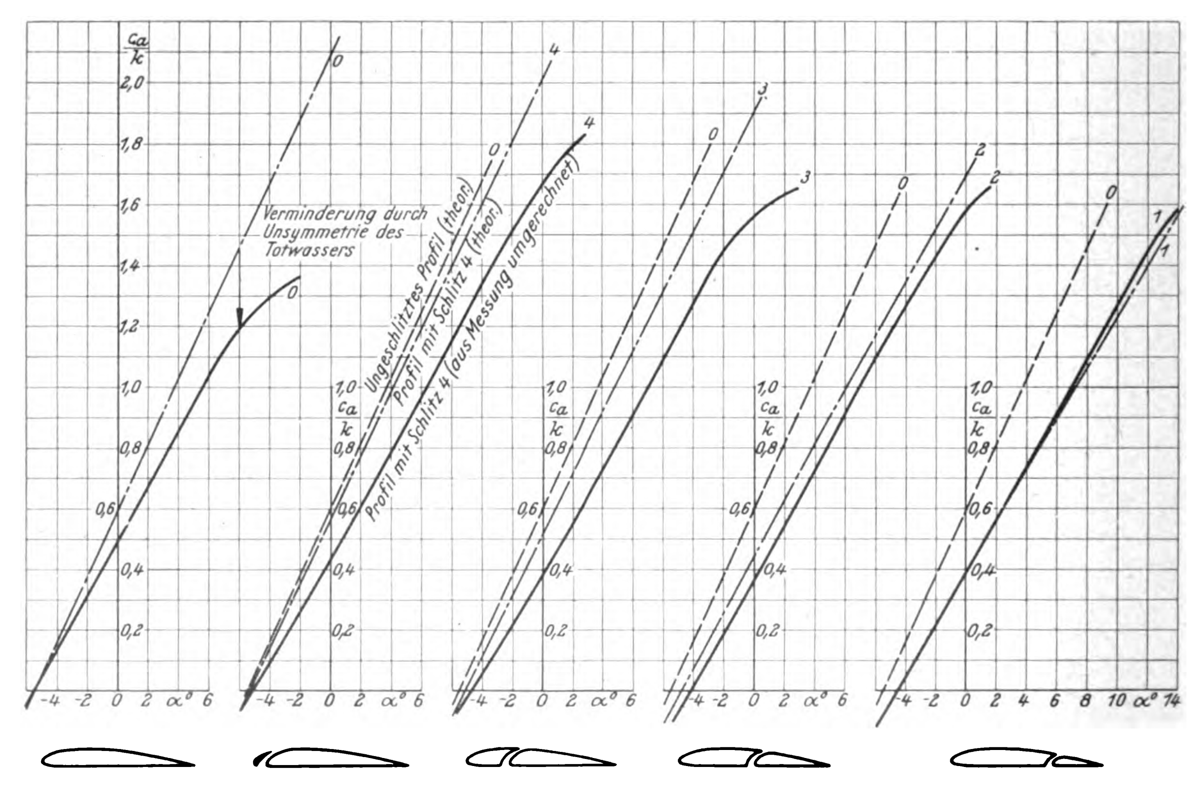


Abb. 9. Auftrieb von Profilen mit einem Schlitz und Auftrieb des ungeschlitzten Profils nach Messung und Rechnung.

Zahlentafel 3.

			Schlitz 1			Schlitz 2			Schlitz 3			Schlitz 4		
δ	$\cos\delta$	$\sin\delta$	$\frac{\Delta c_{a0}}{k}\cdot\cos\delta$	$\left(2\pi-\frac{\Delta c_{a\,\pi/2}}{k}\right)\cdot\sin\delta$	$\frac{c_a}{k}$	$\frac{\Delta c_{a0}}{k}\cdot\cos\delta$	$\left(2\pi-\frac{\Delta c_{a\,\pi/2}}{k}\right)\cdot\sin\delta$	$\frac{c_a}{k}$	$\frac{\Delta c_{a0}}{k}\cdot\cos\delta$	$\left(2\pi-\frac{\Delta c_{a\,\pi/2}}{k}\right)\cdot\sin\delta$	$\frac{c_a}{k}$	$\frac{\Delta c_{a0}}{k}\cdot\cos\delta$	$\left(2\pi-\frac{\Delta c_{a\,\pi/2}}{k}\right)\cdot\sin\delta$	$\frac{c_a}{k}$
0°	1,000	0,000	−0,0700	0,000	−0,070	−0,055	0,000	−0,055	−0,028	0,000	−0,028	−0,011	0,000	−0,011
10°	0,985	0,174	−0,0689	0,846	0,777	−0,054	0,913	0,859	−0,028	1,005	0,977	−0,011	1,058	1,047
20°	0,940	0,342	−0,0657	1,660	1,594	−0,052	1,792	1,740	−0,027	1,975	1,948	−0,010	2,080	2,070
30°	0,866	0,500	−0,0606	2,430	2,369	−0,048	2,619	2,571	−0,025	2,887	2,862	−0,010	3,040	3,030

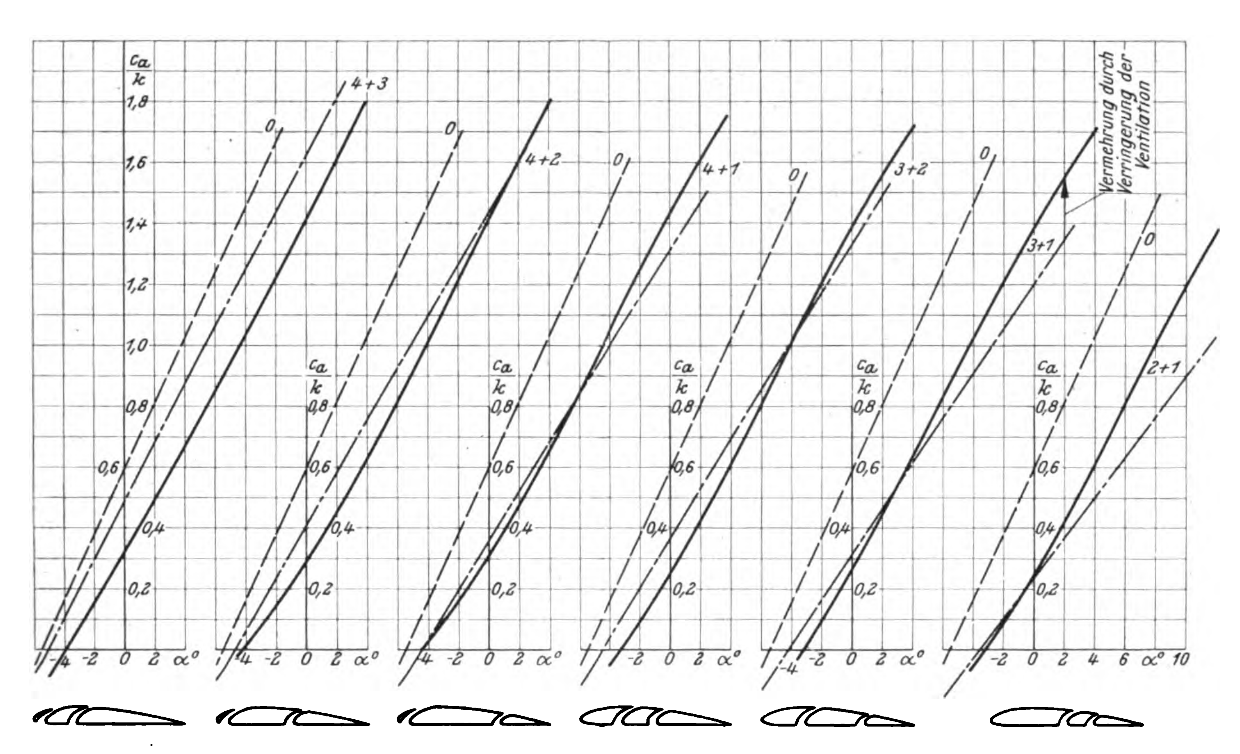


Abb. 10. Auftrieb von Profilen mit zwei Schlitzen und Auftrieb des ungeschlitzten Profils nach Messung und Rechnung.

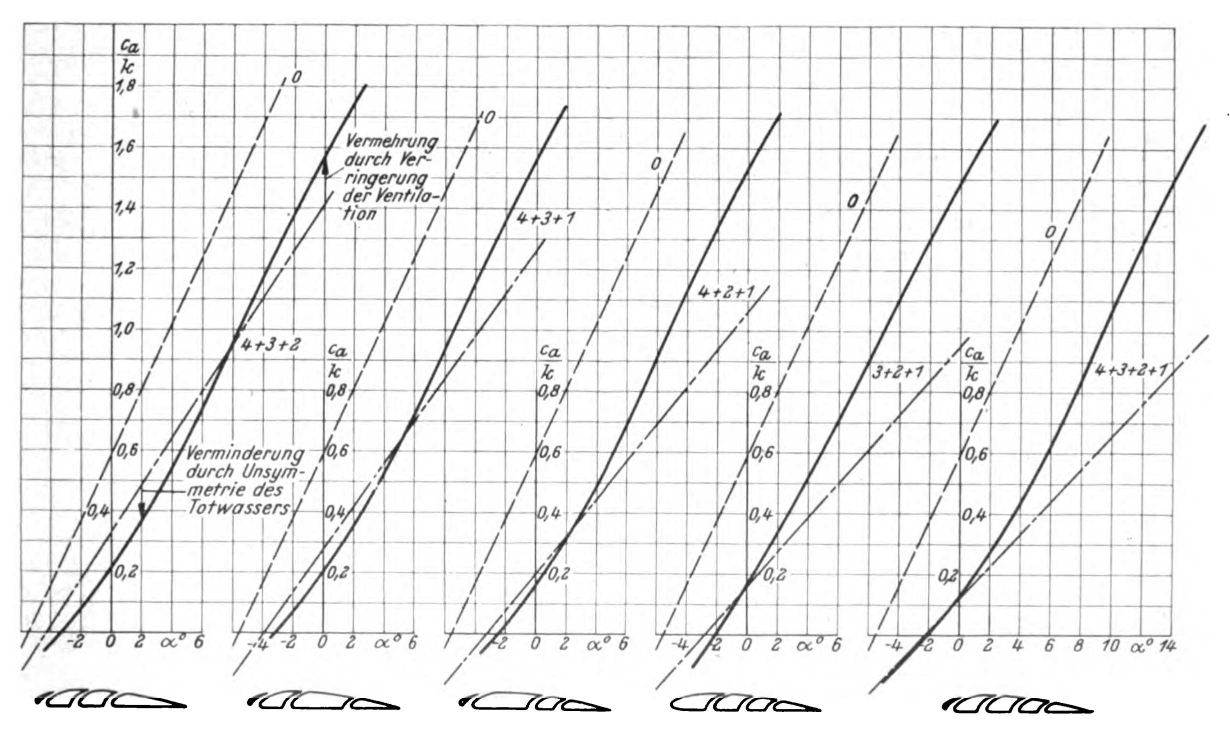


Abb. 11. Auftrieb von Profilen mit drei Schlitzen und Auftrieb des ungeschlitzten Profils nach Messung und Rechnung.

Hiermit werden die gemessenen Anstellwinkel umgerechnet.

Der Auftrieb ist in Nähe der Flügelmitte etwas größer als der mittlere gemessene Auftrieb

$$c_a = \frac{c_{a_m}}{\psi} = \frac{c_{a_m}}{0{,}85}$$

so daß

$$\frac{c_a}{k} = 1{,}05\, c_{a_m}$$

wird. Hiermit wurde der gemessene Auftriebsbeiwert umgerechnet. Die Umrechnungsergebnisse werden in Abb. 9, 10, 11 aufgetragen.

Die Abweichungen der Versuchsergebnisse sind im wesentlichen durch den Einfluß der Zähigkeit bedingt. Bedeutend ist ja bekanntlich das Zurückbleiben des gemessenen Auftriebs hinter dem errechneten beim ungeschlitzten Profil im nicht abgerissenen Zustande der Strömung bei größerer Anstellung. Ein Teil dieses Abfalls wird aufgehoben durch die Wirkung der Schlitze insbesondere der weit hinten liegenden Schlitze, wo die Einwirkung der Ventilation auf die Grenzschicht besonders wirkungsvoll ist. So ist es erklärlich, daß bei geringen Anstellwinkeln die Versuchsergebnisse an Profilen mit den hinten liegenden Schlitzen besser mit der dargelegten Theorie übereinstimmen, als die an Profilen mit nur vorn liegenden Schlitzen oder am ungeschlitzten Profil. Bei größeren Anstellungen aber werden die theoretisch zugrunde gelegten Ventilationsmengen so groß, daß durch die Reibungswirkungen in den Schlitzen tatsächlich eine Drosselung eintritt. Nicht hinreichende Beeinflussung der Grenzschicht bei weit vorne liegenden Schlitzen und Drosselung des Durchflusses in den Schlitzen gegenüber größeren Durchflußmengen bewirken Abweichungen des wirklichen Verhaltens von dem dargelegten geforderten. Hierdurch sind also die Abweichungen der Versuchsergebnisse zu erklären.

6. Zusammenfassung.

Es gelingt die Strömung um einen geschlitzten Flügel zu berechnen, wenn man das Ausgangsprofil auf einen Kreis abbildet und den Durchfluß durch die Schlitze durch Senken und Quellen auf dem Bildkreis ersetzt. Der Durchfluß selbst wird durch Betrachtung der Vorgänge bei einer Initialströmung ermittelt. Diese Quellen und Senken haben eine Änderung der Zirkulation und damit des Auftriebs und der Druckverteilung an den Profilen zur Folge. Hierfür werden Formeln angegeben.

Der Vergleich mit Versuchsergebnissen zeigt, daß durch die dargelegte Theorie nicht alles wesentliche erfaßt wird. Die Möglichkeit unsymmetrischer Ausbildung der Grenzschicht und der Drosselung des Durchflusses durch die Schlitze haben Verschiedenheit der Abweichungen der Versuchsergebnisse zur Folge. Bei weit hinten liegenden Schlitzen ist bei kleinem Auftrieb aber die Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen recht gut.

Zur Berechnung der 3 tiefsten Biegefrequenzen der umlaufenden Schraube.

Von F. Liebers.

Bericht 35/11 der Deutschen Versuchsanstalt für Luftfahrt e. V., Berlin-Adlershof.

Das Schwingungsverhalten der laufenden Luftschraube wird in dem einschlägigen Schrifttum nicht einheitlich beurteilt. Insbesondere gehen die Rechnungsergebnisse für die Frequenz der Oberschwingungen bei Berücksichtigung der Fliehkräfte auseinander.

Die vorliegende Arbeit bezweckt eine Sichtung der zur Ermittlung der Biegfrequenzen vorhandenen Unterlagen und eine Prüfung der Zuverlässigkeit der Berechnungsverfahren.

Gliederung:

1. Einleitung.

Unter den möglichen Schwingungsarten von Luftschrauben sind nur die Biegeschwingungen bis zu zahlenmäßigen Ergebnissen untersucht. Nach den zahlreichen Arbeiten und Erfahrungsberichten besteht heute über das Vorkommen der Grund- und 1. und 2. Oberschwingung für Biegung kein Zweifel mehr. Auch eine Reihe von hinreichenden Ursachen zur Schwingungerregung ist bekannt. Die gelegentliche Meinung, daß wegen der großen Luftdämpfung der Oberschwingungen die vom Motor herrührenden Erregungskräfte nicht ausreichten, Biegeschwingungen gefährlicher Amplitude zu erzeugen, dürfte kaum zutreffen. Eine überschlägige Rechnung zeigte für ein praktisches Beispiel, daß die Amplituden der 1. Oberschwingung Beträge der Größenordnung ± 5 cm am freien Blattende erreichen müßten, um den vom Motor stammenden Erregungskräften das Gleichgewicht zu halten. Dabei wurde allerdings jede andere Dämpfung außer der Luftdämpfung vernachlässigt und diese in üblicher quasistationärer Weise berücksichtigt.

Grundlegend für alle anderen Untersuchungen ist aber die genaue Kenntnis der Schwingungszahlen der laufenden Schraube. Selbst hier scheint aber noch eine gewisse Unsicherheit zu herrschen. So werden z. B. in einer jüngst erschienenen Abhandlung von F. W. Caldwell für die Frequenzformeln wieder neue Koeffizienten angegeben, die sich besonders für die Oberschwingungen merklich von den bislang bekannten Werten unterscheiden. Andererseits hat auch die 1933 veröffentlichte Arbeit von M. Hansen und G. Mesmer, die durch Versuche das Auftreten von Oberschwingungen darlegen konnte, teilweise nicht das rechte Bild über die voraufgegangenen Arbeiten gegeben, die sich vornehmlich mit der Grundschwingung befaßt hatten.

Der Hauptzweck der nachfolgenden Ausführungen soll es deshalb sein, vom heutigen Stande eine Sichtung der zur Frequenzermittlung der laufenden Schraube vorhandenen Grundlagen vorzunehmen, um den tatsächlich erreichten Zuverlässigkeitsgrad wenigstens in diesem Punkt klarzustellen. Dabei läßt sich gleichzeitig eine Ergänzung zur Berechnung der Obertöne nachtragen. Eine sichere Kenntnis der 2. Oberfrequenz z. B. kann auch von Wichtigkeit werden, wenn an die Koppelung mit Torsionsschwingungen gedacht wird, deren Frequenz von derselben Größenordnung ist.

2. Grundschwingung.

Gewöhnlich wird die Frequenz eines umlaufenden Propellers in der Form angegeben:

$$\lambda^2 = \lambda_0^2 + C\,\omega^2 \quad \text{. . . . . (1)}$$

(ω = Drehzahl, C = const = Fliehkraftbeiwert, $\lambda_0 = \lambda_{\omega=0}$ = Standfrequenz). Eine große Mannigfaltigkeit solcher Formeln wurde von verschiedenen Verfassern (s. die Aufzählung in [7]) für spezielle einfache Stabformen ausgerechnet. Je nach den getroffenen Idealisierungen für den den Propeller ersetzenden Stab nahmen dabei die Konstanten λ_0 und C in (1) verschiedene Werte an. Entweder mußte man sich nun damit zufriedengeben, die für ein als typisch gehaltenes Beispiel errechnete Frequenzformel als allgemeingültig für wirkliche Propeller zu betrachten. Dann hatte man jedoch Unsicherheiten in Kauf zu nehmen, die schon für den Fliehkraftbeiwert C in Streuungen von 40% und mehr zum Ausdruck kamen. Z. B.: für die beiden idealisierten Propeller: Querschnitt linear, Trägheitsmoment kubisch und Querschnitt linear, Trägheitsmoment quadratisch abnehmend, wurden die Fliehkraftbeiwerte $C = 1{,}52$ und $C = 1{,}08$ errechnet. Oder — erklärte man mit Recht solche Abweichungen als zu große Unsicherheit — so mußte aus der möglichst genau berücksichtigten Stabform jedes einzelnen Propellers die Biegelinie ermittelt und daraus der Fliehkraftbeiwert C jedesmal neu berechnet werden. (So wurde es z. B. in der erstmals eine Fehlerabschätzung der Konstanten C enthaltenden Arbeit von Southwell und Gough [2] gefordert.) Die rechnerische Ermittlung des Fliehkrafteinflusses auf diesem Wege ist eine recht mühevolle Arbeit, besonders da sie auch noch für die Oberschwingungen auszuführen ist. Man wird diesen Weg nicht gehen (er ist übrigens auch nie gegangen worden; sämtliche Verfasser beschränken sich auf die Mitteilung von Idealfällen, wie sie durch obiges Beispiel gekennzeichnet sind), wenn man anders zu einer einfacheren Lösung gelangt, die gleichzeitig den physikalischen Bedingungen der Aufgabe besser gerecht wird.

Tatsächlich liegen nämlich die Verhältnisse bezüglich der Frequenzerhöhung der laufenden Schraube viel einfacher als es nach den Unterschieden in den Ergebnissen der älteren Literatur den Anschein hat. Diese wurden sämtlich hergeleitet unter Zugrundelegung der elastischen Linie des nichtumlaufenden Stabes, sie gelten also streng genommen nur für sehr kleine Drehzahlen. Für diese ist der wahre Wert des Fliehkraftbeiwertes C aber überhaupt nur von geringer Bedeutung, da die prozentuale Erhöhung der Frequenz ohnehin klein ist. Bei den für Propeller als Höchstwert in Frage kommenden Drehzahlen $\omega/\lambda_0 \approx 1{,}5$ beträgt jedoch die Frequenzerhöhung durch die Fliehkräfte etwa 100% und im praktisch wichtigeren Drehzahlbereich $\omega/\lambda_0 \approx 1$ auch schon rd. 50%. Für diese Verhältnisse muß sich bereits die nivellierende Wirkung der Fliehkraft bemerkbar machen, die sich darin ausdrückt, daß mit wachsenden Fliehkräften die Schwingungsformen der verschieden gestalteten Stäbe sich immer mehr angleichen und der Schwingungslinie des biegungsweichen Seiles nähern. Die letztere und ebenso die tiefste Schwingungszahl des Seiles sind aber unabhängig von der Massenverteilung über die Länge (s. Anhang). Die großen Streuungen des Fliehkraftbeiwertes C nach den früheren Untersuchungen können also schwerlich reell sein, sobald die Fliehkräfte gegenüber den elastischen Kräften ins Gewicht fallen.

Das war im Grunde das Ergebnis der in [3, 4, 6] vom Verfasser durchgeführten Untersuchung, in der sich die das Problem sehr vereinfachende Feststellung machen ließ, daß die Biegefrequenzen zweier rotierender Stäbe, deren Gestalt beträchtlich verschieden sein kann, doch praktisch übereinstimmen, wenn nur ihre Standfrequenzen übereinstimmen. Dabei läßt sich abschätzen, daß auch Abweichungen von der geraden, unverwundenen Stabform, wie sie beim Propeller vorkommen, in die Betrachtung miteingeschlossen werden dürfen. Denn in diesem Fall ändern sich zwar die elastischen Eigenschaften (Erhöhung von λ_0 infolge Verwindung), aber für die zusätzliche Frequenzerhöhung durch die Fliehkräfte spielt in erster Linie nur die Massenverteilung längs der Stabachse (und nicht die Querschnittsorientierung) eine Rolle.



Der Fliehkrafteinfluß erwies sich somit als praktisch unabhängig von der Propellergestalt (also auch von fehlerhaften Idealisierungen der Propellergestalt). War er einmal ermittelt, so blieb für jeden Einzelfall nur noch die Bestimmung der Standfrequenz λ_0. Diese ist selbstverständlich von der Gestalt und den sonstigen Besonderheiten jeder Schraube stark abhängig; ihr wahrer Wert muß irgendwie ermittelt werden (am einfachsten und zuverlässigsten durch einen Versuch).

Die rechnerische Untersuchung dieser Zusammenhänge ([3, 4]) war zwar keine mathematisch exakte Behandlung der Aufgabe, konnte aber auf Grund des Rayleighschen Minimalsatzes eine ausreichend gesicherte Näherungslösung in folgender Gestalt liefern:

$$\lambda^2 = [X_1 \cdot \lambda_0^2 + X_2 \cdot \omega^2]_{\min} = F_1 \cdot \lambda_0^2 + F_2 \cdot \omega^2 \;. \;. \;. \quad (2)$$

wo X_1, X_2 Funktionen der Stabform und der Schwingungslinie, F_1, F_2 ihre Werte nach der Minimumbildung sind, mit der Eigenschaft, bei festgehaltenem λ_0 gegen weitgehende Abänderungen der Stabform[1]) fast unempfindlich (invariant) zu sein. Gl. (2) wurde numerisch errechnet und dann, um von einer Zahlentafel oder Kurvendarstellung (s. Abb. 8 in [4]) unabhängig zu sein, durch folgende Interpolationsformel ersetzt:

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = 1 + \frac{7\left(\frac{\omega}{\lambda_0}\right)^2}{6 + 7\left(\frac{\omega}{\lambda_0}\right)} \;. \;. \;. \;. \;. \;. \;. \;. \quad (2)$$

die noch mit einem Korrekturfaktor zur Berücksichtigung des Nabeneinflusses versehen wurde. Es ist jedoch so — worauf Hansen und Mesmer [7] an Hand verschiedener bezüglich Querschnitt- und Trägheitsmomentenverlauf vermessener Luftschrauben mit Recht hinweisen — daß für übliche Verhältnisse der Korrekturfaktor so wenig von 1 verschieden ist (s. Gl. (32) in [4]), daß er am einfachsten ganz fortgelassen wird. Bei vielen Schrauben ist die Auffassung von einer steifen Nabe überhaupt unberechtigt[2]).

Bei Hansen und Mesmer werden jedoch Einwände gegen die vom Verfasser vorgenommenen Idealisierungen der Blattgestalt und die damit verknüpfte Willkür in der Festlegung des maßgeblichen Wurzelquerschnitts gemacht. Diese Einwände sind nach den obigen Darlegungen über Gl. (2), gegebenenfalls[3]) im Verein mit der Geringfügigkeit des Nabeneinflusses, gegenstandslos, sobald die wahre Standfrequenz λ_0 bekannt (z. B. experimentell bestimmt worden) ist, wie es ausdrücklich besonders in unserer letzten Veröffentlichung [6] vorausgesetzt wurde.

Die Schreibweise von Gl. (3) ist als Interpolationsformel völlig willkürlich. Sie ist nicht geschickt gewählt im Hinblick auf einen schnellen Vergleich mit Ergebnissen der Gestalt (1). Durchsichtiger ist es, die numerisch errechnete Frequenz λ^2 zur Angleichung an die Schreibweise (1) nach Potenzen von ω^2 zu entwickeln. Bei Zugrundelegung von 4 konkreten Werten (was völlig ausreicht):

$$\left.\begin{array}{lll} \frac{\lambda}{\lambda_0} = 1 & \text{für} & \frac{\omega}{\lambda_0} = 0 \\ \quad = 1{,}16 & & \quad = 0{,}5 \\ \quad = 1{,}51 & & \quad = 1 \\ \quad = 1{,}95 & & \quad = 1{,}5 \end{array}\right\} \text{ s. [4, Abb. 8]}$$

kommt so an Stelle von (3):

$$\left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right)^2 = 1 + 1{,}43\left(\frac{\omega}{\lambda_0}\right)^2 - 0{,}20\left(\frac{\omega}{\lambda_0}\right)^4 + 0{,}05\left(\frac{\omega}{\lambda_0}\right)^6 \;. \quad (4)$$

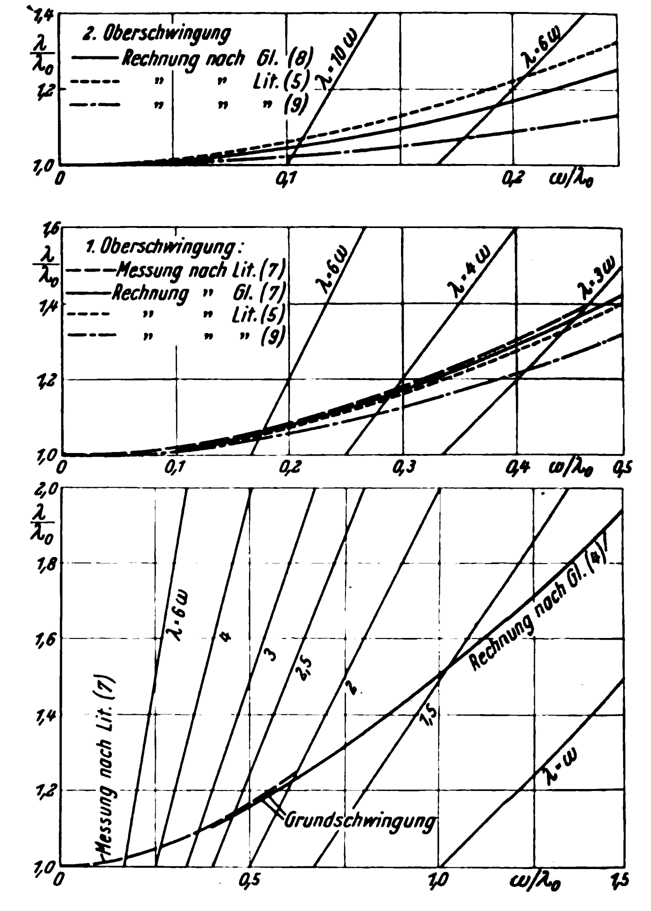


Abb. 1. Schwingungszahlen der laufenden Schraube in Abhängigkeit von der Drehzahl. Schwingungszahlen λ und Drehzahl ω sind bezogen auf die Standfrequenz λ_0. Die Maßstäbe von ω/λ_0 sind so gewählt, daß jede Abb. etwa den Betriebsdrehzahlbereich üblicher Luftschrauben umfaßt. λ/λ_0 ist überall in demselben Maßstab gezeichnet, um die prozentuale Frequenzerhöhung in den 3 Fällen deutlich zu machen.

gültig für $0 \leq \omega/\lambda_0 < 1{,}5$. Aus der Schreibweise (4) liest man nun sofort ab: für ω/λ_0 klein gegen 1 kommt man mit dem 1. und 2. Glied aus; für ω/λ_0 in der Umgebung von 1 und darüber werden die höheren Potenzen von Bedeutung. Außerdem ist nunmehr über den Koeffizienten von ω^2 in begründeter Weise, gültig für alle praktisch möglichen Propellerformen, entschieden. (Der Wert 1,43 kann sich auch nicht mehr merkbar bei Vervollständigung der Reihe (4) ändern.)

An Hand der Schreibweise (4) wird jetzt die versuchsmäßige Bestätigung der theoretischen Frequenz der laufenden Schraube besonders augenfällig. Denn zieht man z. B. die an Schraubenmodellen ausgeführten Versuche von Hansen und Mesmer [7] heran, so wird dort erstens für 8 verschiedene Schrauben ein und dieselbe Abhängigkeit der Frequenz von der Drehzahl festgestellt und zweitens wird diese durch Formel (1) mit $C = 1{,}45$ wiedergegeben. Die Messungen reichen bis zur Resonanzdrehzahl $\omega = \frac{\lambda}{2}$ (2 Erregungen je Umlauf). Bis zu diesem Wert ist die Übereinstimmung mit (4) praktisch vollkommen (Abb. 1). Die Ausdehnung der Messungen bis zur nächsten Resonanzstelle $\omega = \frac{\lambda}{1{,}5}$ (möglich für Schrauben auf 6- oder 12-Zylinder-Motor) wäre von Interesse gewesen; wir nehmen an, daß sich Abweichungen gegen die einfache Extrapolation mit $C = 1{,}45$ gezeigt hätten.

Die von uns an einfachen Stäben angestellten Versuche [6], die durch Übertreibungen aller bei Schraubenblättern möglichen Besonderheiten (Verwindung, Krümmung, Nabe) und durch Ausdehnung auf größere ω/λ_0-Werte die theoretischen Behauptungen erhärten sollten, hatten auch bereits

[1]) Die Abwandlung der Stabform erstreckte sich vom zylindrischen Stab bis zum linear und quadratisch verjüngten Stab bei jeweils gleichzeitiger Verjüngung des Querschnittsträgheitsmoments vom linearen bis zum kubischen Gesetz.

[2]) Erscheint in besonderen Fällen (und für Drehzahlen $\omega > \lambda_0$) eine gänzliche Außerachtlassung der Nabe nicht angebracht, so bedeutet eine Verschätzung der Nabengröße nur einen Fehler an einer kleinen Korrektur.

[3]) d. h. bei extremen Abweichungen der Blattform in Wurzelnähe von den einfachen Formen, denen gegenüber sich Gl. (2) als »invariant« erwiesen hatte.

die weite Gültigkeit der angesetzten Frequenzformeln gezeigt[4]).

Nach diesen ausführlichen Erörterungen über eine begründete allgemeingültige Formel und ihre versuchsmäßige Bestätigung dürfte die sichere Ermittlung der Grundschwingungszahl der laufenden Schraube nicht mehr zu bezweifeln sein. Es bleibt nur noch, eine Bemerkung über die Bestimmung der Standfrequenz λ_0 zu machen:

Gl. (4) sagt über den Wert von λ_0 nichts aus; seine Bestimmung ist eine Frage für sich, die sich aber in fast allen Fällen in zuverlässiger und einfacher Weise experimentell beantworten läßt. Selbst bei Entwicklung eines neuen Musters wird im allgemeinen Gelegenheit zur Ausführung eines Versuches bestehen. Ist man auf eine rechnerische Ermittlung angewiesen, so stehen gewisse graphische und numerische Iterationsverfahren zur Verfügung, z. B. bei Southwell [1], Hohenemser [5], Hansen und Mesmer [7] u. a., deren Ergebnisse jedoch nur eingeschränkte Sicherheit besitzen, da sie ohne gewisse Vernachlässigungen (Verwindung, Krümmung) bzw. Schätzungen (Metallkanten, Propellermantel usw.) nicht durchführbar sind — ganz abgesehen von der unsicheren Kenntnis der Materialkonstanten (E-Modul, Dichte) in vielen Fällen (Holzschrauben). Neben diesen Umständen liegt eine oft unterschätzte Fehlerquelle in der Voraussetzung absolut fester Einspannung an der Wurzel, da die Frequenz bezüglich der Randbedingung ziemlich empfindlich ist[5]). Einige praktische Beispiele zur Berechnung der Standfrequenz λ_0 (für Grund- und 1. Oberschwingung) finden sich in der Arbeit von Hansen und Mesmer. Dort wird die Rechnung an Modellen (1:10) experimentell nachgeprüft. Die Übereinstimmung fällt meist recht günstig aus, doch kommen auch Abweichungen bis zu 13% vor, wobei es auffällt, daß die Rechenwerte fast durchweg über den Meßwerten liegen, während man das Umgekehrte erwarten sollte, da rechnungsmäßig die Stabverdrillung außer acht bleibt. Bei der Möglichkeit von Abweichungen der genannten Größenordnung und bei wahrscheinlich größeren Fehlern in weniger übersichtlichen Fällen bleibt also anzuraten, möglichst noch nachträglich einen Kontrollversuch auszuführen.

Zum Schluß werde auf eine neuere Arbeit von Reißner hingewiesen [8], die Biegungsschwingungen von Propellern unter Berücksichtigung kleiner Krümmung und beliebig großer anfänglicher Verwindung untersucht. Die letztere übt einen Einfluß 1. Ordnung auf die Biegeschwingungen aus. Zahlenmäßige Angaben sind noch nicht veröffentlicht, werden aber für eine 2. Mitteilung angekündigt.

3. Oberschwingungen.

Die erste Veröffentlichung über Oberschwingungen umlaufender Stäbe wurde von K. Hohenemser gemacht [5]. Hohenemser gewinnt die Oberschwingungszahlen als Grundfrequenzen eines durch Lager in den Knotenpunkten veränderten Stabes, nachdem die Knoten mittels einer Maximalbedingung aufgesucht wurden. In einem Beispiel wird der Fliehkraftbeiwert nach Gl. (1) für die 1. Oberschwingung zu $C = 3{,}9$ und für die 2. Oberschwingung zu $C = 12{,}2$ errechnet. — Bald danach erschien die Veröffentlichung der Versuche von Hansen und Mesmer [7], die erstmals das Auftreten der 1. Oberschwingung neben der Grundschwingung gezeigt hatten. Für die 1. Oberschwingung wurde den Versuchen $C = 4{,}4$ entnommen. — In dem eingangs erwähnten Aufsatz von F. W. Caldwell [9] werden jetzt für die 1. Oberschwingung $C = 3$ und für die 2. Oberschwingung $C = 4{,}5$ vorgeschlagen.

Die angegebenen Zahlen streuen nicht unerheblich. Es läßt sich jedoch schon mit einfachen Mitteln ein gutes Urteil über die möglichen Fliehkraftbeiwerte der Oberschwingungen gewinnen. Zu dem Zweck möge zunächst kurz das Verfahren nachgetragen werden, das vom Verfasser zur Oberschwingungsberechnung benutzt und auf das bereits in [6] in einer Anmerkung hingewiesen wurde. Daran anschließend kann unter Benutzung von Gedankengängen, wie sie die Arbeit von K. Hohenemser enthält, eine sehr enge Fehlerabschätzung vorgenommen werden.

Allgemein folgt für eine Eigenschwingung $y(\xi)\sin\lambda t$ aus dem Energiesatz die wahre Frequenz

$$\lambda^2 = \frac{U_E(y)}{T(y)} + \frac{U_F(y)}{T(y)} = \lambda_0^{*2}(y) + \lambda_\omega^{*2}(y) \quad . \; . \; . \quad (5)$$

wenn die wahre Schwingungslinie $y(\xi)$ eingesetzt wird. U_E ist die potentielle Energie der elastischen Kräfte, U_F die der Fliehkräfte und $T \cdot \lambda^2$ die kinetische Energie. λ_0^* und λ_ω^* sind nur Abkürzungen für die beiden links stehenden Summanden. Nun gilt nach Rayleigh, daß bei kleiner Variation von y — sowohl für die Grund- wie die Oberschwingungen — sich die aus (5) errechnete entsprechende Frequenz nur um eine kleine Größe 2. Ordnung ändert. Während aber im Fall der Grundschwingung auf diese Weise eine obere Schranke erhalten wird, ist von den näherungsweise ermittelten Obertönen von vornherein nicht ausgemacht, ob sie zu große oder zu kleine Werte darstellen.

Nun muß die wahre Eigenfunktion $y(\xi)$ in (5) zwischen den Schwingungslinien $y_E(\xi)$ und $y_F(\xi)$ liegen, die jeweils gültig sind, wenn nur die elastischen bzw. nur die Fliehkräfte auf den Stab als wirksam betrachtet werden. Da diese ohnehin wenig verschieden sind (wie sich unten zeigen wird), liefert (5) also Näherungen, wenn die eine oder die andere der Funktionen y_E und y_F eingesetzt wird. Eine dritte Näherung entsteht, wenn in den ersten Summanden von (5) y_E, in den zweiten y_F eingesetzt wird. Dann werden diese einzeln gleich λ_0^2 bzw. λ_ω^2 (λ_ω = Frequenz unter alleiniger Wirkung der Fliehkraft) und da nach Rayleigh der Ersatz von y_E bzw. y_F durch y nur kleine Fehler zur Folge hat, ist also auch

$$\lambda^2 = \lambda_0^2 + \lambda_\omega^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (6)$$

eine Näherung. (Wir behaupten aber nicht, wie das bei der Grundfrequenz möglich war, daß (6) unbedingt eine untere Schranke sei.) Die beiden erstgenannten Näherungen lauteten:

$$\lambda^2 = \lambda_0^{*2}(y_E) + \lambda_\omega^{*2}(y_E) = \lambda_0^2 + \lambda_\omega^{*2}(y_E) \quad . \; . \quad (6a)$$

und

$$\lambda^2 = \lambda_0^{*2}(y_F) + \lambda_\omega^{*2}(y_F) = \lambda_0^{*2}(y_F) + \lambda_\omega^2 \quad . \; . \quad (6b)$$

Die Form (6) ist die einfachste: Da die rechnerische Bestimmung der Standfrequenz λ_0 (zu der dasselbe zu sagen ist wie im Falle der Grundschwingung) normalerweise durch den Versuch umgangen werden kann, ist nur noch λ_ω zu ermitteln. λ_ω ist die Frequenz bei Nichtbeachtung der elastischen Kräfte, also einfach die Frequenz des biegungsweichen Seiles, die nur noch von der Massenverteilung abhängt. Sie ist leicht zu berechnen, und zwar genügt es, sie einmal zu berechnen, da für praktisch alle Schraubenformen die Massenverteilung genau genug als linear anzusetzen ist, indem man die merklichen Abweichungen von dieser Annahme in Nähe der Blattwurzel vernachlässigt, weil sie die Seilfrequenz kaum zu beeinflussen vermögen. Die Berechnung von λ_ω ist im Anhang bis zur 2. Oberschwingung durchgeführt. Setzt man die gefundenen Werte in (6) ein, so erhält man für die

$$\text{1. Oberschwingung:} \quad \lambda^2 = \lambda_0^2 + 4{,}15\,\omega^2 \quad . \; . \; . \quad (7)$$

$$\text{2.} \quad \text{»} \quad \lambda^2 = \lambda_0^2 + 9{,}2\,\omega^2 \quad . \; . \; . \quad (8)$$

als allgemein verwendbare Näherungsformeln. Damit konnte die Aufgabe zunächst als erledigt angesehen werden.

Wir können uns aber jetzt unter nachträglicher Verwendung der Formulierungen von Hohenemser [5] über die

[4]) Bei diesen Versuchsbedingungen mußten alle Abweichungen zwischen Rechnung und Versuch besonders deutlich werden, was an zwei nach Art der Formel (1) gerechneten Beispielen gezeigt wurde. Die hierzu geäußerte Kritik von Hansen und Mesmer [7] geht aber fehl, wenn sie meint, daß bei dem zum Vergleich benutzten Fall des zylindrischen Stabes in (1) der Wert $C = 1{,}52$ einzusetzen sei. Sowohl in R. u. M. 488 (Berry) wie in R. u. M. 766 (Southwell u. Gough) wird für den zylindrischen Stab $C = 1{,}19$ errechnet. Der Wert 1,52 für den Keil würde zwar besser »passen«, was nach (4) nicht verwunderlich, aber ebenso zufällig ist wie, daß etwa der Wert $C = 1{,}08$, der grundsätzlich den gleichen Anspruch auf Allgemeingültigkeit hat (s. oben 2, 1. Absatz), nicht passen würde.

[5]) Bezüglich dieser Bedingung ist auch ein Schluß vom Modellversuch auf die Großausführung nicht sicher.



Maximum-Minimumeigenschaften der höheren Eigenfrequenzen eine gewisse Rechenschaft darüber geben, welche möglichen Fehler in Näherungen der Art (6) — (6b) enthalten sein können. Es ist nämlich die Annahme berechtigt, daß die Knoten des Stabes, der nur elastischen oder nur Fliehkräften ausgesetzt ist, in beiden Fällen sehr nahe beieinander liegen. Beim zylindrischen Stab z. B. liegt der Knoten der 1. Oberschwingung das eine Mal bei $\xi = 0{,}78$, das andere Mal bei $\xi = 0{,}775$ $(= \sqrt{0{,}6}$, aus Gl. (11) des Anhangs zu entnehmen). Da weiter die Frequenz (wegen der von Hohenemser angegebenen Extremalbedingung für die Knotenlagen) gegen kleine Abweichungen der Knotenlagen von den wahren recht unempfindlich ist, besteht die Möglichkeit, ohne großen Fehler zu begehen, die Oberschwingungen des Stabes als Grundschwingung eines Ersatzstabes mit Lagern in den Knotenpunkten zu betrachten, die man entweder aus der wahren Schwingungslinie des elastischen Stabes oder aus der Seilschwingungslinie entnimmt. Für die Grundschwingung des Ersatzstabes ist dann die mittels der Biegelinie y_E oder y_F errechnete Frequenz eine obere Schranke und damit auch für die Oberschwingung des ursprünglichen Stabes. Man darf dabei jedoch nicht vergessen, daß diese Überlegung nicht streng ist und daß im ungünstigen Fall, wo die Abweichung der wahren Knotenlagen von den angenommenen einen »endlichen« Betrag erreicht, auch einmal eine zu kleine Näherungsfrequenz der betreffenden Oberschwingung herausgerechnet werden kann. In einem strengeren Sinne gelten auch die von Hohenemser angegebenen oberen Schranken nicht, denn diese sind die Näherungen (6a).

Unter diesem Vorbehalt kann man aber alle Sätze, die für die Grundschwingung des mit Lagern in den Knoten versehenen Ersatzstabes gelten, auch für die Oberschwingung des ursprünglichen Stabes aussprechen. D. h., es sind die Werte (6a) und (6b) zwei obere Schranken und der Wert (6) eine untere Schranke für die wahre Frequenz. Man hat jetzt folgendes Bild, das am besten an Hand der 1. Oberschwingung des zylindrischen Stabes beschrieben sei, da für diesen alle Zahlenwerte exakt bekannt sind:

Mit den üblichen Zeichen für Steifigkeit, Masse, Länge kommt in diesem Beispiel für Näherung (6):

$$\lambda_0^2 + \lambda_\omega^2 = 22{,}034^2 \frac{E\,J}{m\,l^4} + 6\,\omega^2 < \lambda^2 \quad . \; . \; . \; . \quad \text{(I)}$$

(Der Wert λ_0^2 ist bekannt, $\lambda_\omega^2 = 6\,\omega^2$ ist dem Anhang zu entnehmen.) Ebenso kommt für (6a):

$$22{,}034^2 \frac{E\,J}{m\,l^4} + 7{,}0\,\omega^2 = \lambda_0^2 + 1{,}167\,\lambda_\omega^2 > \lambda^2 \quad . \; . \quad \text{(II)}$$

(vgl. Gl. (5) bei Hohenemser[6]) und für (6b) (y_F ist Gl. (11) des Anhangs mit $C = 6$ zu entnehmen):

$$22{,}913^2 \frac{E\,J}{m\,l^4} + 6\,\omega^2 = 1{,}081\,\lambda_0^2 + \lambda_\omega^2 > \lambda^2 \quad . \; . \quad \text{(III)}$$

und zwar in der Art, wie die Skizze (Abb. 2) deutlich macht. (In Wahrheit schmiegen sich die Kurven viel enger aneinander. Abb. 3 gibt maßgerecht die prozentualen Unterschiede

[6]) Dort wird nur für λ_0 -- statt 22,03—22,6 nach dem benutzten Iterationsverfahren ermittelt.

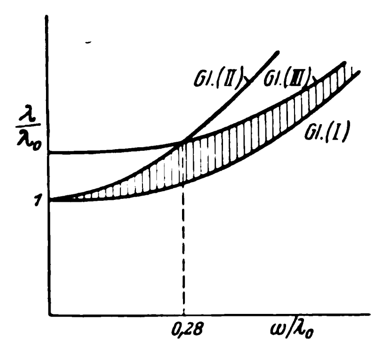


Abb. 2. Skizze zur Veranschaulichung der 3 Näherungen (I) — (III).

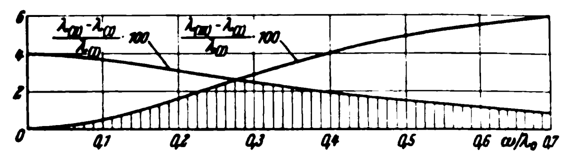


Abb. 3. Unterschiede der nach (II), (III) gerechneten Frequenzen in Hundertstel der nach (I) gerechneten Frequenz.

der nach (I), (II), (III) gerechneten Frequenzen an.) Die wahre Frequenz ist nun durch zwei obere Schranken, von der die eine bei kleineren, die andere bei größeren Drehzahlen günstiger ist, und eine untere Schranke eingeengt. Sie muß in dem schraffierten Gebiet liegen. Da der größtmögliche Spielraum im Einengungsgebiet (beim Schnitt der beiden oberen Grenzen: $\omega/\lambda_0 = 0{,}28$) weniger als 3% beträgt, kann man sich mit den Lösungen zufriedengeben und wird wegen der einfachen Schreibweise und des in ω unbeschränkten Gültigkeitsbereiches die untere Grenze $\lambda_0^2 + \lambda_\omega^2$ als die geeignetste Formel auswählen. (Für die Grundschwingung liegen die Verhältnisse nicht so günstig, da in diesem Fall y_E und y_F mehr abweichen.)

Nach dieser grundsätzlichen Erörterung des Genauigkeitsgrades von Näherungen der Form (6) kehren wir zu unserer praktischen Aufgabe, d. h. zu den speziellen Formeln (7) und (8) zurück. Die einzige Unsicherheit in ihnen dürfte jetzt nur noch die generelle Annahme des linearen Querschnittsverlaufs sein. Zur Prüfung der 1. Oberschwingung — Formel (7) — stehen wieder die Versuche an Schraubenmodellen von Hansen und Mesmer zur Verfügung, die den gemessenen Fliehkraftbeiwert 4,4 lieferten. Die Messungen reichen bis zur Stelle $\lambda = 3\,\omega$. Abb. 1 zeigt, wie weitgehend Versuch und Theorie übereinstimmen.

Der von Hohenemser angegebene Wert $C = 3{,}9$ liegt sehr nahe am Wert (7). Der ebenfalls in Abb. 1 eingetragene Wert von Caldwell mit $C = 3{,}0$ weicht beträchtlich ab und führt bei der Bestimmung der Resonanzdrehzahlen schon zu unzulässig großen Unsicherheiten. Auf Grund der übrigen begründeten Ergebnisse wird man ihn ausschalten dürfen.

Die 2. Biegeoberschwingung der Luftschraube muß auch noch in den Bereich der praktischen Betrachtung gezogen werden, da z. B. bei dünnen Metallschrauben die 6. Harmonische des Drehmomentenverlaufs mit ihr bei im Betrieb vorkommenden Drehzahlen in Resonanz geraten kann. Es liegen auch Berichte aus der Praxis vor, die die 2. Oberschwingung als Ursache von Schraubenschäden verantwortlich machen (vgl. [10]). Ferner ist die 2. Oberschwingung von Interesse, da ihre Frequenz in die Nähe der Torsionsfrequenz ([3, 4]) der Schraube kommt, so daß die Möglichkeit einer stärkeren Koppelung gegeben ist. — Für die 2. Oberschwingung der umlaufenden Schraube liegen nirgends Versuche vor. In Abb. 1 ist der Wert (8) eingetragen, ferner der von Hohenemser angegebene Wert mit $C = 12{,}2$ und der Wert von Caldwell $C = 4{,}5$. Die beiden erstgenannten Werte zeigen noch erträgliche Abweichungen; da jedoch für die 2. Oberschwingung bei Hohenemser nur eine recht überschlägige Rechnung durchgeführt ist (vgl. [5]) und da unser Verfahren sich bereits bei der 1. Oberschwingung sehr gut bewährt hat, kann der Wert (8) als der sicherere gelten. Der letzte Wert 4,5 ist offenbar viel zu klein.

Nach dieser eingehenden Diskussion dürfte man das Kapitel der Biegeschwingungen von Luftschrauben, soweit es die Ermittlung der Schwingungszahlen betrifft, als erledigt und seine Ergebnisse als ausreichend gesichert ansehen können. (Die wichtigsten Formeln sind im Schlußabsatz noch einmal zusammengestellt.) (Abb. 4 enthält ein praktisches Beispiel.)

Die Resonanzdrehzahlen für m Erregungen je Umlauf sind gegeben durch:

$$\frac{\omega}{\lambda_0} = \sqrt{\frac{1}{m^2 - C}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (9)$$

Resonanzfälle sind nur möglich für $m^2 > C$; andernfalls sind die Schnittpunkte der Geraden $\lambda = m\,\omega$ mit den Frequenzkurven imaginär oder liegen im Unendlichen. Sind

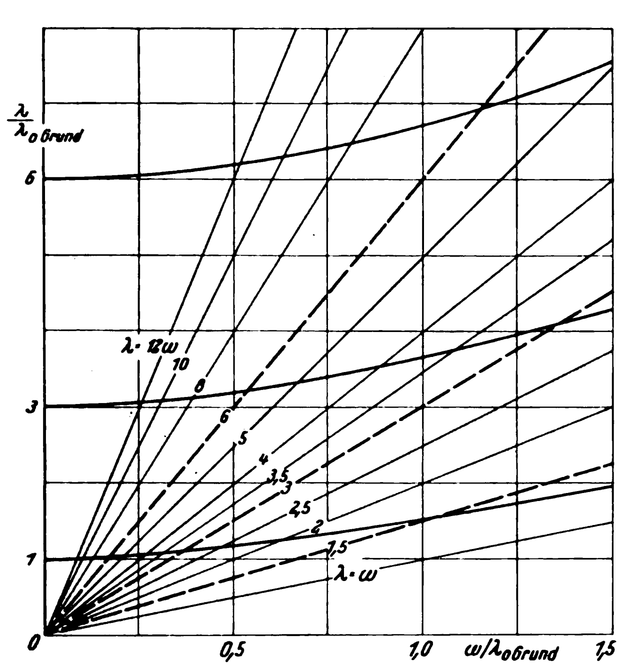


Abb. 4. Frequenzen der Grund- und 1. u. 2. Oberschwingung für ein praktisch mögliches Beispiel, bei dem sich die 3 Standfrequenzen wie 1:3:6 verhalten. Die gestrichelten Geraden schneiden die Frequenzkurven bei den praktisch größtmöglichen Resonanzdrehzahlen.

die aus (9) errechneten ω größer als rd. das 1,5fache der Standfrequenz für die Grundschwingung, so sind sie praktisch bedeutungslos, da sie oberhalb vorkommender Drehzahlen liegen.

4. Anhang: Seilschwingungen.

Mit $y(x)$ = Seillinie (freies Seilende bei $x = l$), t = Zeit, m = Masse, S = Spannung lautet die Differenzialgleichung der Seilschwingung:

$$m\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(S\frac{\partial y}{\partial x}\right), \text{ wo } S = \omega^2\int_x^l m\,x\,d\,x.$$

Führt man zur Vereinfachung die neue Variable $z = 1 - \frac{x}{l}$ ein, so kommt

1. für m = const:

$$\frac{2}{\omega^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 2(1-z)\frac{\partial y}{\partial z} + z(2-z)\frac{\partial^2 y}{\partial z^2}.$$

Mit dem Ansatz für die Eigenschwingungen

$$y = y(z)\sin\lambda t$$

und nach Einführung der Abkürzung $\frac{\lambda^2}{\omega^2} = C$ entsteht daraus die gewöhnliche Differenzialgleichung 2. Ordnung:

$$\frac{d^2 y}{d z^2}z(2-z) + \frac{d y}{d z}2(1-z) + 2Cy = 0 \quad . \; . \quad (10)$$

vom Typus der Besselschen Differenzialgleichung. Setzt man die Lösung als Potenzreihe an und bestimmt deren Koeffizienten aus der Differenzialgleichung, so erhält man

$$y(z) = 1 - Cz + \frac{C(C-1)}{4}z^2 - \frac{C(C-1)(C-3)}{4\cdot 9}z^3 + \frac{C(C-1)(C-3)(C-6)}{4\cdot 9\cdot 16}z^4 \mp \ldots \quad (11)$$

Aus der Randbedingung $y(1) = 0$, die sich, wie schnell zu sehen, auch in Gestalt des unendlichen Produktes:

$$y(1) = 0 = (C-1)(C-6)(C-15)(C-28)\ldots\ldots [C - n(2n-1)]\ldots\ldots$$

mit sogleich erkennbaren Wurzeln schreiben läßt, ermittelt man die Frequenzen $\left(C = \frac{\lambda^2}{\omega^2}\right)$: $\lambda^2 = \omega^2$, $\lambda^2 = 6\,\omega^2$, $\lambda^2 = 15\,\omega^2$ usw. (nicht 1, 3, 6, 10 usw.).

2. Für $m = m_0 z$ kommt an Stelle von (10) die Differenzialgleichung:

$$\frac{d^2 y}{d z^2}z(3-2z) + \frac{d y}{d z}6(1-z) + 6Cy = 0$$

mit der Lösung:

$$y(z) = 1 - Cz + \frac{C(C-1)}{3}z^2 - \frac{C(C-1)\left(C-\frac{8}{3}\right)}{3\cdot 6}z^3 + \frac{C(C-1)\left(C-\frac{8}{3}\right)(C-5)}{3\cdot 6\cdot 10}z^4 - \frac{C(C-1)\left(C-\frac{8}{3}\right)(C-5)(C-8)}{3\cdot 6\cdot 10\cdot 15}z^5 + \frac{C(C-1)\left(C-\frac{8}{3}\right)(C-5)(C-8)\left(C-\frac{35}{3}\right)}{3\cdot 6\cdot 10\cdot 15\cdot 21}z^6 \mp \ldots$$

Aus der Randbedingung $y(1) = 0$ bestimmen sich (nicht so übersichtlich wie im Fall 1) die Wurzeln C und damit die Frequenzen: $\lambda^2 = \omega^2$, $\lambda^2 = 4{,}15\,\omega^2$, $\lambda^2 = 9{,}2\,\omega^2$ usw.

Die Schwingungslinie der Grundschwingung ist bei jeder Massenverteilung eine Gerade, ihre Frequenz gleich der einfachen Drehzahl.

5. Formelzusammenstellung.

Abweichungen in Ergebnissen und Darstellungsform verschiedener Arbeiten über Biegeschwingungen von Propellern veranlaßten eine Sichtung und Ergänzung des Stoffes zwecks Urteilsbildung über die Zuverlässigkeit der mechanischen Unterlagen zur Berechnung der Resonanzdrehzahlen.

Danach kann für die Grundfrequenz einer beliebigen Schraube die theoretische Formel angegeben werden:

$$\left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right)^2 = 1 + 1{,}43\left(\frac{\omega}{\lambda_0}\right)^2 - 0{,}20\left(\frac{\omega}{\lambda_0}\right)^4 + 0{,}05\left(\frac{\omega}{\lambda_0}\right)^6$$

gültig für $0 \leq \omega/\lambda_0 \leq 1{,}5$.

(Eine entsprechende Reihenentwicklung ist auch für den Bereich $0 \leq \omega/\lambda_0 \leq \infty$ anzuschreiben.)

Versuche [7] lieferten:

$$\left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right)^2 = 1 + 1{,}45\left(\frac{\omega}{\lambda_0}\right)^2$$

Meßbereich $0 \leq \omega/\lambda_0 \leq \frac{1}{2}\frac{\lambda}{\lambda_0}$, d. i. $0 \leq \omega/\lambda_0 \leq 0{,}626$.

Für die 1. Oberschwingung wird theoretisch ermittelt:

$$\left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right)^2 = 1 + 4{,}15\left(\frac{\omega}{\lambda_0}\right)^2$$

gültig für $0 \leq \omega/\lambda_0 \leq \infty$.

Versuche [7] ergaben:

$$\left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right)^2 = 1 + 4{,}4\left(\frac{\omega}{\lambda_0}\right)^2$$

Meßbereich $0 \leq \omega/\lambda_0 \leq \frac{1}{3}\frac{\lambda}{\lambda_0}$, d. i. $0 \leq \frac{\omega}{\lambda_0} \leq 0{,}466$.

Für die 2. Oberschwingung liegen Versuche nicht vor. Als theoretischer Wert wird errechnet:

$$\left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right)^2 = 1 + 9{,}2\left(\frac{\omega}{\lambda_0}\right)^2$$

gültig für $0 \leq \frac{\omega}{\lambda_0} \leq \infty$.

Die Resonanzdrehzahlen liegen bei

$$\frac{\omega}{\lambda_0} = \sqrt{\frac{1}{m^2 - C}},$$

wo λ_0 die Standfrequenzen, C die Koeffizienten von $\left(\frac{\omega}{\lambda_0}\right)^2$ in obigen Formeln für Grundfrequenz, 1. und 2. Oberfrequenz und m die Zahl der Erregungen je Umlauf bedeuten. Für die Grundschwingung kann bei großen Drehzahlen ($\omega/\lambda_0 \geq 1$) Formel (4) mit den höheren Potenzen benutzt werden.



6. Schrifttum.

[1] Southwell, Graphical method for determination of the frequencies of lateral vibrations, Phil. Mag. (41) 1921.
[2] Southwell und Gough, On the free transverse vibrations of airscrew blades, RC Rep. 766, 1921—22.
[3] Liebers, Zur Theorie der Luftschraubenschwingungen, Z. techn. Phys. Jg. 10 (1929) Nr. 9.
[4] Liebers, Resonanzschwingungen von Luftschrauben, Luftf.-Forschg. Bd. 7 (1930) DVL-Jahrbuch 1930.
[5] Hohenemser, Beitrag zur Dynamik des elastischen Stabes mit Anwendung auf den Propeller, Z. Flugtechn. Motorluftsch. Bd. 23 (1932).
[6] Liebers, Versuche über Luftschraubenschwingungen, ZFM 23, 1932.
[7] Hansen und Mesmer, Luftschraubenschwingungen, Z. Flugtechn. Motorluftsch. Bd. 24 (1933).
[8] Reißner, Formänderung, Spannung und kleine Schwingungen von Stäben mit anfänglicher Krümmung und Verwindung, die um eine Querachse rotieren. Ing.-Arch. Bd. 4 (1933).
[9] Caldwell, Aircraft-Propeller Development and Testing Summarized, J. SAE Bd. 35 (1934).
[10] Couch, A study of propeller vibration, Aviation Bd. 33 (1934).

Vergleichsversuche in verschiedenen CFR-Motoren.

Von A. v. Philippovich und F. Seeber.

Bericht 35/12 der Deutschen Versuchsanstalt für Luftfahrt, e. V., Berlin-Adlershof.

Bei früher durchgeführten motorischen Vergleichsversuchen an Kraftstoffen hatte sich gezeigt, daß selbst bei Anwendung gleicher Versuchsverfahren Unterschiede zwischen den von den verschiedenen Versuchsstellen in Motoren verschiedener Bauart gefundenen Werten der Klopffestigkeit ein und desselben Kraftstoffes bestanden. Mit den nunmehr durchgeführten Vergleichsversuchen an 7 verschiedenen Kraftstoffen in 8 CFR-Motoren sollte festgestellt werden, welche Übereinstimmung sich bei der Festlegung der Eichkurven bei CFR-Motoren an verschiedenen Untersuchungsstellen, und welche Übereinstimmung von Benzolwerten und Octanzahlen sich bei Klopfmessungen in CFR-Motoren bei Anwendung des Motorverfahrens erzielen lassen.

Gliederung.

I. Eigenschaften der Kraftstoffe.

Die Eigenschaften der Kraftstoffe sind nach dem Untersuchungsergebnis der DVL in Zahlentafel I zusammengestellt.

Es wurden handelsübliche Kraftstoffe der verschiedensten Herkunft sowie auch eine Benzin-Alkohol- und eine Benzin-Benzolmischung, desgleichen ein gebleites Benzin gewählt, um einen möglichst großen Untersuchungsbereich zu prüfen.

II. Versuchsorganisation.

Die zu prüfenden Kraftstoffe wurden einschließlich eines Bezugsbenzins von der DVL zur Verfügung gestellt. Die einheitliche Mischung und Versendung der zu prüfenden Kraftstoffe übernahm gleichfalls die DVL. Die Versendung der Kraftstoffe erfolgte Ende April 1934. Um Veränderungen durch zu langes Lagern zu verhüten, wurde als Endzeitpunkt der Untersuchung der 26. Mai 1934 vorgeschlagen. Einige Untersuchungsstellen führten die Prüfungen erst an einem späteren Zeitpunkt durch.

Um den Anschluß an ausländische Klopfprüfungen zu wahren, und die in Deutschland gefundenen Klopfwerte mit den Ergebnissen einer ausländischen Untersuchungsstelle zu überprüfen, bat die DVL Mr. Dr. F. H. Garner, Anglo American Oil Co., Ltd., 83, Albert Embankment, London S. E. 11, sich ebenfalls an den vorgesehenen Klopfmessungen zu beteiligen. Herr F. H. Garner hat sich in liebenswürdiger Weise zur Durchführung derartiger Versuche in CFR-Motoren nach der Motor-Methode (300° F) bereit erklärt.

Mr. Dr. Garner wurden neben den Kraftstoffproben Nr. 2 bis Nr. 8 und dem Bezugsbenzin Nr. 1 auch Reinbenzol Nr. 9 (Siedepunkt 80 bis 82° C), welches sich die anderen Untersuchungsstellen selbst beschaffen sollten, übersandt.

Folgende Prüfstellen beteiligten sich an diesen Versuchen:

1. Deutsche Versuchsanstalt für Luftfahrt, E.V., Berlin-Adlershof,

Zahlentafel I. Eigenschaften der untersuchten Kraftstoffe.

Bezeichnung	Nr. 1 High Octane Standard	Nr. 2 Grosny I	Nr. 3 Gr. I + 15% Alk.	Nr. 4 Gr. I + 50% Mot. Benzol	Nr. 5 Braunk.-Benzin	Nr. 6 B.P. Flieger-Benzin	Nr. 7 Aral	Nr. 8 B.P.Fl.Bl. + 0,13% Ethylfluid	Motoren-Benzol
Aussehen	wasserklar	wasserklar	wasserklar	wasserklar	gelb	wasserklar	blau	blau	gelb
D 20°	0,722	0,723	0,732	0,783	0,800	0,719	0,786	0,719	0,872
Refraktion . . .	1,4062	1,4100	1,4012	1,4436	1,4504	1,4080	1,4352	1,4080	1,4983
Wssl. Bestandt. .	0 %	0 %	15 %	0 %	0 %	0 %	9,9 %	0 %	—
Korrosion . . .	unveränd.	unveränd.	unveränd.	unveränd.	unveränd.	unveränd.	unveränd.	unveränd.	unveränd.
Arom. + Unges..	10,6 %	9,4 %	—	—	—	10,6 %	43,5 %	10,6 %	—
Unges..	2,6 »	2,6 »	—	—	—	1,3 »	5,5 »	1,3 »	—
Anilinpunkt . .	62,1°	61,6°	—	—	—	56,5°	53,7°	56,5°	—
Verharzung . .	7,4 mg	0,6 mg	0,8 mg	2,2 mg	25,6 mg	0,6 mg	4,7 mg	0,6 mg	3,8 mg
Krist.-Beginn .	—	—	—	—	—	—	—	—	—14,0° C
Destillation nach ASTM-Methode									
Siedebeginn . .	74°	44°	50°	54°	71°	42°	58°	42°	82°
50° C . .	—	1,4 %	—	—	—	2,4 %	—	2,4 %	—
60 » . .	—	4,0 »	7,0 %	1,4 %	—	10,0 »	1,5 %	10,0 »	—
70 » . .	—	9,2 »	29,2 »	4,6 »	—	22,6 »	24,4 »	22,6 »	—
80 » . .	2,4 %	16,2 »	43,8 »	15,4 »	2,6 %	33,0 »	35,2 »	33,0 »	—
90 » . .	20,0 »	25,6 »	47,0 »	35,4 »	8,0 »	47,2 »	43,3 »	47,2 »	46,0 %
100 » . .	48,4 »	35,0 »	48,2 »	58,0 »	23,2 »	62,0 »	57,4 »	62,0 »	77,2 »
110 » . .	74,0 »	47,0 »	53,6 »	69,4 »	39,4 »	76,6 »	69,2 »	76,6 »	85,5 »
120 » . .	88,0 »	60,2 »	65,0 »	76,2 »	54,6 »	85,0 »	76,8 »	85,0 »	90,8 »
130 » . .	94,0 »	72,0 »	75,4 »	83,0 »	64,6 »	92,5 »	82,8 »	92,5 »	94,0 »
140 » . .	97,2 »	82,4 »	84,2 »	89,4 »	75,0 »	96,4 »	88,0 »	96,4 »	96,5 »
150 » . .	98,4 »	89,0 »	91,0 »	93,6 »	84,2 »	98,2 »	92,2 »	98,2 »	97,2 »
160 » . .	—	94,8 »	95,4 »	96,0 »	90,4 »	—	94,4 »	—	99,0 »
170 » . .	—	96,4 »	97,4 »	98,2 »	95,0 »	—	96,2 »	—	—
180 » . .	—	98,0 »	—	—	97,0 »	—	97,8 »	—	—
190 » . .	—	—	—	—	98,8 »	—	—	—	—
Rückstand . . .	1,2 %	1,2 %	1,6 %	1,2 %	0,8 %	1,2 %	1,4 %	1,2 %	0,8 %
Verlust	0,4 »	0,8 »	1,0 »	0,6 »	0,4 »	0,6 »	0,8 »	0,6 »	0,2 »

2. Mr. Dr. F. H. Garner, Anglo American Oil Co., Ltd., London,
3. Benzol-Verband G. m. b. H., Bochum,
4. »OLEX« Deutsche Benzin- und Petroleum-Gesellschaft m. b. H., Berlin,
5. I. G. Farbenindustrie Aktiengesellschaft, Ludwigshafen a. Rh.,
6. Deutsch-Amerikanische Petroleum-Gesellschaft, Hamburg 36,
7. Rhenania-Ossag Mineralölwerke A.-G., Hamburg 1,
8. Deutsche Lufthansa A.-G., Berlin-Staaken.

Eine Beschreibung des CFR-Motors erübrigt sich, da er in der Fachwelt hinreichend bekannt sein dürfte.

Die Art der Prüfung der einzelnen Kraftstoffe ist durch die Kennzeichnung als CFR-Motor-Methode genügend umschrieben. Eine Zusammenstellung dieser Prüfbedingungen ging jeder Prüfstelle zu.

In Ergänzung der üblichen CFR-Motor-Methode-Prüfvorschriften wurde bei Beginn der Versuchsreihen darauf aufmerksam gemacht, daß die Gemischtemperatur der Bezugsmischungen auf 300° F eingestellt werden soll, gleichgültig welche Temperaturen sich für die Versuchskraftstoffe ergeben.

III. Ergebnisse der Versuche.

1. Eichung der Bezugskraftstoffe auf Octanzahlen.

a) Kontrolle der Eichkurve mit gereinigten und nicht gereinigten Standard-Kraftstoffen.

Da der DVL Unterschiede der Eichkurven bei ihren Klopfmessungen schon früher aufgefallen waren, schlug sie in ihrem Rundschreiben vom 16. und 25. April 1934 vor, Iso-Octan und n-Heptan mit konzentrierter Schwefelsäure auszuschütteln, zu waschen, zu filtrieren und zu destillieren.

Die DVL fand bei der Überprüfung des Kontrollpunktes Octanzahl 65 bei Innehaltung sämtlicher Vorschriften für ein Gemisch von:

1. 32% nicht gereinigtem n-Heptan + 68% Reinbenzol einen Ausschlag von 68,
2. 32% gereinigtem n-Heptan + 68% Reinbenzol einen Ausschlag von 59.

Der Unterschied auf der Skala des Klopfmessers betrug also 11 Teilstriche. Zwischen einer 65proz. und einer 70proz. Mischung von Reinbenzol mit dem Bezugsbenzin beträgt der Unterschied ungefähr 22 Teilstriche.

Zwischen den Gemischen aus nicht gereinigtem und gereinigtem n-Heptan besteht also ein Unterschied von ungefähr 2 bis 2,5 Benzoleinheiten.

Der Bitte der DVL entsprechend, überprüfte auch Mr. Dr. Garner 3 verschiedene Punkte seiner Eichkurve. Das Ergebnis dieser Prüfung ist in nachstehender Zahlentafel II enthalten.

Bei der Mischung mit 60 Teilen Iso-Octan fand auch Mr. Dr. Garner einen Unterschied zwischen gereinigten und ungereinigten Standard-Kraftstoffen in der gleichen Richtung

Zahlentafel II. Festlegung von Eichkurvenpunkten mit gleichen Bezugskraftstoffen (Nr. 1, Nr. 9 und nach DVL-Vorschlag gereinigten Standard-Kraftstoffen (Iso-Octan und n-Heptan).

Untersuchungsstelle	Octanzahl 60	D	Octanzahl 70	D	Octanzahl 80	D
	Benzolwerte					
DVL (gereinigte St.-Kraftst.) .	22,5		45		65,5	
		1,0		1,0		3,5
Mr. Garner (gereinigte St.-Kraftst.) .	21,5		44		62,0	
		1,5		0		0
Mr. Garner (ungereinigte St.-Kraftst.) .	20		44		62,0	

wie die DVL[1]), während zwei andere Mischungen keine Unterschiede aufwiesen.

b) Eichung mit demselben Reinbenzol.

Abb. 1 zeigt die Eichkurven der DVL und von Mr. Dr. Garner bei Verwendung des gleichen Bezugsbenzins High

[1]) Die von Mr. Garner verwendeten Standard-Kraftstoffe Iso-Octan und n-Heptan wurden von der DVL nicht zur Verfügung gestellt.

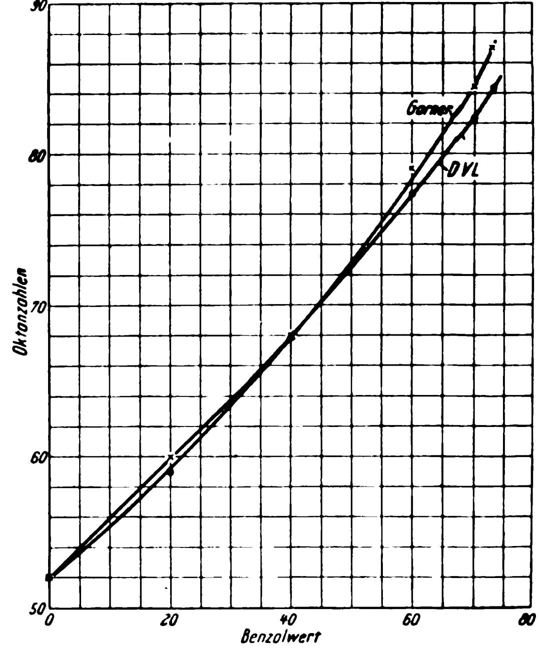


Abb. 1. Octaneichung der Bezugskraftstoffe Nr. 1 und 9.

Zahlentafel III. Eichkurven der DVL und Mr. H. F. Garner.
Eichung der wesensgleichen Bezugskraftstoffe High Octane Standard Nr. 1 und Reinbenzol (Siedepunkt 80 bis 82° C) Nr. 9 mit Iso-Octan und n-Heptan.

Lfd. Nr.	Untersuchungsstelle \ Benzolwert	0	D*)	20	D*)	40	D*)	60	D*)	70	D*)	73	D*)	Mittlere Abweichung	Summe d. Gesamt-Abweichung
		Octanzahlen													
1	DVL . . .	52	± 0	59	— 0,5	67,8	— 0,1	77,3	— 0,85	82,3	— 1,1	84,3	— 1,35	0,65	— 3,9
2	Garner . .	52	± 0	60	+ 0,5	68,0	+ 0,1	79	+ 0,85	84,5	+ 1,1	87,0	+ 1,35	0,65	+ 3,9
Mittelwert		52	—	59,5	—	67,9	—	78,15	—	83,4	—	85,65	—	0,65	—
größte Abweichung (Δ_{max})		—	0	—	1	—	0,2	—	1,7	—	2,2	—	2,7	—	—
größte +-Abwchg.		—	± 0	—	+ 0,5	—	+ 0,1	—	+ 0,85	—	+ 1,1	—	+ 1,35	—	—
größte —-Abwchg.		—	± 0	—	— 0,5	—	— 0,1	—	— 0,85	—	— 1,1	—	— 1,35	—	—

*) D = Differenz gegen Mittelwert.

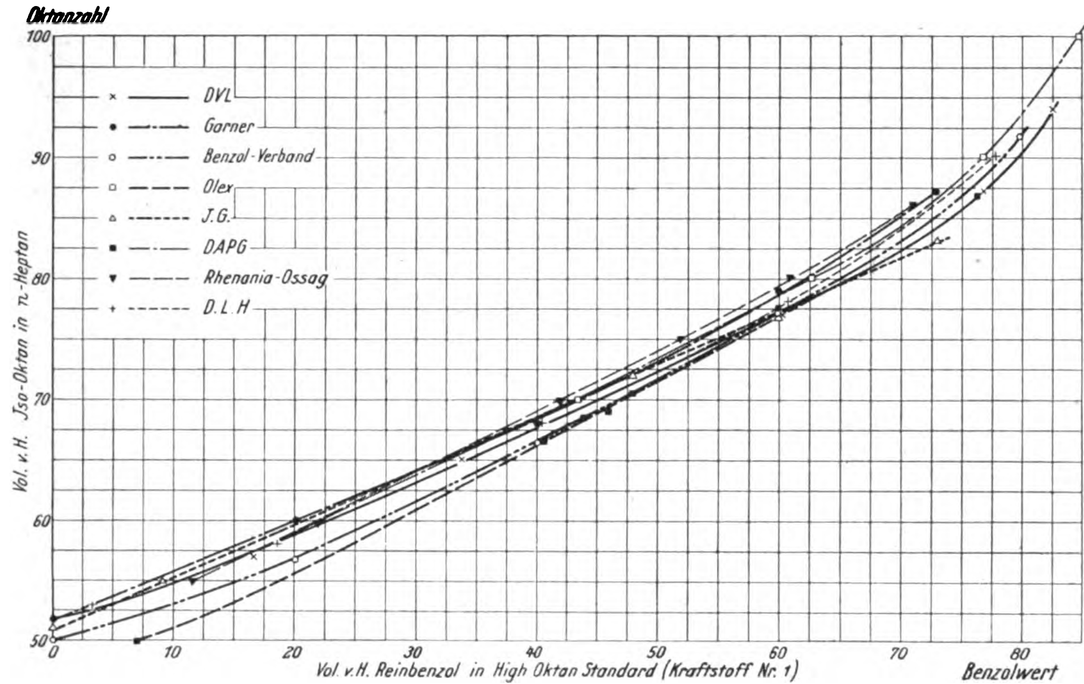


Abb. 2. Eichkurven der verschiedenen Untersuchungsstellen.

Octane Standard Nr. 1 und desselben Reinbenzols Nr. 9 (Siedepunkt 80 bis 82° C). Aus Zahlentafel III geht hervor, daß für das Bezugsbenzin Nr. 1 die gleiche Octanzahl gefunden wurde. Die größte Octanzahldifferenz erscheint bei einem Benzolwert von 73, sie beträgt 2,7 Octaneinheiten. Die Werte von Mr. Dr. Garner ergeben mit steigendem Benzolwert beinahe durchweg eine größere Octanzahl als dies bei den DVL-Octanzahlen der Fall ist. Meistens bleiben die Abweichungen der einzelnen Werte im Rahmen der bisher üblich anerkannten Schwankungen (in vorliegendem Falle max ±1,35 Octaneinheiten).

Die DVL-Eichkurve wurde mit gereinigten Standard-Kraftstoffen festgelegt. Mr. Dr. Garner verwendete die ungereinigten Standard-Kraftstoffe und überprüfte dann drei Punkte der erhaltenen Kurve mit gereinigten Standard-Kraftstoffen.

c) Eichung mit verschiedenen Reinbenzolen.

Abb. 2 zeigt die Eichkurven sämtlicher Untersuchungsstellen. Zwei Untersuchungsstellen haben die Eichkurven nicht direkt angegeben, in diesen Fällen wurden die Punkte der Versuchskraftstoffe zur Aufstellung der Eichkurven benutzt.

Bei diesen Eichungen ist von allen Teilnehmern nur das Bezugsbenzin (Kraftstoff Nr. 1) einheitlich verwendet worden. Die Abb. 2 zeigt ein an und für sich nicht erwartetes Bild, wenn man berücksichtigt, daß die Messungen an einem einheitlich konstruierten Motor sowie nach einer bestimmt festgelegten Methode vorgenommen wurden.

Aus der Zahlentafel IV ersieht man die genaue Lage der Eichpunkte. Da nicht alle Untersuchungsstellen über den gesamten Bereich der Eichkurve berichtet haben, ist nur der Bereich, der innerhalb der Benzolwerte 20 bis 73 liegt, in die engere Betrachtung eingeschlossen. Daneben ist die Bewertung des Kraftstoffes Nr. 1 (High Octane Standard), die von 5 Untersuchungsstellen vorgenommen wurde, beachtenswert. Mit Ausnahme der DAPG (Octanzahl 47) liegen die Werte zwischen den Octanzahlen 50 bis 52. Es verlagert sich bei der DAPG-Eichkurve schon der Anfangspunkt im Mittel um 4 bis 5 Octanzahlen.

Zahlentafel IV. Eichkurven sämtlicher Untersuchungsstellen.*)

Eichung des Bezugsbenzins High Octane Standard, Kraftstoff Nr. 1 und verschiedener Reinbenzole mit Iso-Octan und n-Heptan.

Benzolwert		0	D	20	D	40	D	60	D	70	D	73	D	75	D	80	D	Mittlere Abweichung	Summe d. Gesamt-Abweichungen
Lfd. Nr.	Untersuchungsstelle	Octanzahlen																	
1	DVL	52	+ 1,6	59	+ 0,4	67,8	± 0	77,3	— 0,6	82,3	— 1,1	84,3	— 1,1	85,5	— 1,1	90,0	—1,6	0,64	— 2,4
2	Garner	52	+ 1,6	60	+ 1,4	68,0	+ 0,2	79	+ 1,1	84,5	+ 1,1	87,0	+ 1,6	—	—	—	—	1,08	+ 5,4
3	B.V.	50	— 0,4	56,7	— 1,9	66,4	— 1,4	77	— 0,9	83,0	— 0,4	85,0	— 0,4	86,5	— 0,1	91,7	+0,1	1,00	— 5,0
4	Olex	—	—	59,2	+ 0,6	68,5	+ 0,7	78,5	+ 0,6	84,3	+ 0,9	86,5	+ 1,1	88,0	+ 1,4	93,0	+1,4	0,78	+ 3,9
5	I.G.	51	+ 0,6	59,5	+ 0,9	68,3	+ 0,5	77	— 0,9	81,5	— 1,9	83,0	— 2,4	—	—	—	—	1,32	— 3,8
6	DAPG	47	— 3,4	56,5	— 2,1	66,5	— 1,3	77	— 0,9	82,8	— 0,6	84,5	— 0,9	86,0	— 0,6	—	—	1,16	— 5,8
7	Rhenania	—	—	59,0	+ 0,4	68,8	+ 1,0	79,4	+ 1,5	85,2	+ 1,8	87,5	+ 2,1	—	—	—	—	1,36	+ 6,8
8	Dt.Lufthansa	—	—	59,0	+ 0,4	67,8	± 0	77,8	— 0,1	83,5	+ 0,1	85,5	+ 0,1	87,0	+ 0,4	—	—	0,14	+ 0,5
Mittelwert		50,4	—	58,6	—	67,8	—	77,9	—	83,4	—	85,4	—	86,6	—	91,6	—	0,93	—
größte Abweichung (Δ_{max})		—	5	—	3,5	—	2,4	—	2,4	—	3,7	—	4,5	—	2,5	—	3,0	—	—
größte Abweichung ±		—	+ 1,6	—	+ 1,4	—	+ 1,0	—	+ 1,5	—	+ 1,8	—	+ 2,1	—	+ 1,4	—	+1,4	—	—
		—	— 3,4	—	— 2,1	—	— 1,4	—	— 0,9	—	— 1,9	—	— 2,4	—	— 1,1	—	—1,6	—	—

*) Die mittlere Abweichung und die Summe der Gesamtabweichungen wurde nur für die Benzolwerte von 20 bis 73 bestimmt.

Für den oben umgrenzten Betrachtungsbereich ergibt sich eine größte Abweichung von 4,5 Octaneinheiten, und zwar bei einem Benzolwert von 73. Die geringsten Abweichungen wurden bei den Benzolwerten 40 und 60 ermittelt. Sie betragen hierbei höchstens 2,4 Octaneinheiten.

Die im Durchschnitt höchste Eichkurve wurde von der Rhenania-Ossag aufgestellt. Die größte +-Abweichung gegenüber dem Mittelwert beträgt bei dem Benzolwert 73 + 2,1 Octaneinheiten. Die größte —-Abweichung mit —2,4 Octaneinheiten ist bei der I. G.-Eichkurve festzustellen.

Die geringste mittlere Abweichung (arithmetisches Mittel) ist bei den Prüfergebnissen der Deutschen Lufthansa (0,14) festzustellen, wohingegen die größte mittlere Abweichung (1,36) bei der Rhenania-Ossag auftritt.

Betrachtet man die in Zahlentafel V zusammengestellten Benzolwerte, die für ein Kontrollgemisch aus 65 Teilen Iso-Octan und 35 Teilen n-Heptan gefunden wurden, so zeigt sich, mit Ausnahme der Werte des Benzolverbandes und der DAPG, eine sehr gute Übereinstimmung.

Zahlentafel V. Benzolwerte bei dem Kontrollpunkt »Octanzahl 65«.

Lfd. Nr.	Untersuchungsstelle	Octanzahl 65
		Benzolwert
1	DVL	33,8
2	Mr. Dr. Garner	32,8
3	Benzol-Verband	37,3
4	Olex	33,0
5	I.G.	32,5
6	DAPG	37,3
7	Rhenania-Ossag	32,5
8	Dt. Lufthansa	34,0

Diesem Kontrollpunkt wird in der Prüfvorschrift des CFR-Motors (Motor-Verfahren) besondere Bedeutung beigemessen, weil er ein Maß für den richtigen Zustand des Motors ist. Er scheint aber keinen großen Einfluß auf die Genauigkeit im oberen Bereich der Eichkurve auszuüben.

Die beste Übereinstimmung besteht wie aus Zahlentafel IV ersichtlich, zwischen den Eichkurven der Dt. Lufthansa und der DVL, wenn man vom oberen Teil absieht. Die mittlere Abweichung (arithmetischer Durchschnitt) beträgt bei der Deutschen Lufthansa 0,14 und bei der DVL 0,64 von dem Mittelwert sämtlicher Motoren. Die mittlere Abweichung beträgt 0,93.

2. Original-Octanzahlen der untersuchten Kraftstoffe.

a) Untersuchungsergebnisse mit denselben Bezugskraftstoffen.

Mit denselben Bezugskraftstoffen machten nur Mr. Dr. Garner und die DVL Vergleichsversuche. Die Ergebnisse sind in Zahlentafel VI wiedergegeben. Die größte Differenz trat bei Kraftstoff 7, einem 3er-Gemisch, mit 2,4 Octaneinheiten auf. Die mittlere Abweichung beträgt 0,66. Die Streuung der Octanzahlen war bei 4 von 7 untersuchten Kraftstoffen kleiner bzw. gleich einer Octaneinheit, also mit einer Ausnahme innerhalb der zulässigen Grenzen. Eine noch weit bessere Übereinstimmung ist bei den Benzolwerten zu beobachten (Zahlentafel VII). Es betragen die Abweichungen der Benzolwerte bei 3 Kraftstoffen 0, bei den übrigen 4 Kraftstoffen 0,5 bis 2 Benzoleinheiten. Die Benzolwerte streuen weniger als die Octanzahlen. Ihre mittlere Abweichung beträgt 0,39, die der Octanmessung 0,66.

b) Untersuchungsergebnisse mit verschiedenen Bezugskraftstoffen.

Bei der Betrachtung der Ergebnisse sämtlicher Untersuchungsstellen ergibt sich gegenüber den Ergebnissen der Kraftstoffprüfungen mit denselben Bezugskraftstoffen ein ungünstigeres Bild (Zahlentafel VIII).

Hierbei zeigt sich, daß die beiden mit Alkohol versetzten Kraftstoffe Nr. 3 und 7 sowie der Kraftstoff Nr. 6 »B. P. Fliegerbenzin« die kleinsten Abweichungen zu verzeichnen haben. Die größten Abweichungen treten bei dem mit Bleitetraäthyl versetzten Fliegerbenzin Kraftstoff Nr. 8 und dem Naturbenzin »Grosny I« auf. (Zahlentafel VIIIa.)

Die mittlere Abweichung (arithmetisches Mittel) beträgt 1,17 (Zahlentafel VIII). Die geringsten mittleren Abweichungen sind bei den Prüfergebnissen der Deutschen Lufthansa mit 0,25, sodann bei der DVL mit 0,55 und schließlich bei den Ergebnissen von Mr. Dr. Garner mit 0,94 zu verzeichnen.

Zahlentafel VI. Original-Octanzahlen mit wesensgleichen Bezugskraftstoffen DVL und Mr. H. F. Garner. (Nr. 1 High Octane Standard und Nr. 9 Reinbenzol.)

Kraftstoff-Nr.		2	D	3	D	4	D	5	D	6	D	7	D	8	D	Mittlere Abweichung	Summe der Gesamt-Abweichung
Lfd. Nr.	Untersuchungsstelle	Octanzahlen															
1	DVL	53,5	— 0,75	68,0	— 0,5	71,0	— 0,4	72,3	— 0,45	71,5	— 0,35	77,6	— 1,2	85	— 1	0,66	— 4,65
2	Garner	55	+ 0,75	69,0	+ 0,5	71,8	+ 0,4	73,2	+ 0,45	72,2	+ 0,35	80	+ 1,2	87	+ 1	0,66	+ 4.65
Mittelwert		54,25	—	68,5	—	71,4	—	72,75	—	71,85	—	78,8	—	86	—	—	—
größte Abweichung (Δ_{max})		—	1,5	—	1	—	0,8	—	0,9	—	0,7	—	2,4	—	2	—	—
größte +-Abweichung		—	+ 0,75	—	+ 0,5	—	+ 0,4	—	+ 0,45	—	+ 0,35	—	+ 1,2	—	+ 1,0	—	—
größte —-Abweichung		—	— 0,75	—	— 0,5	—	— 0,4	—	— 0,45	—	— 0,35	—	— 1,2	—	— 1,0	—	—

Zahlentafel VII. Original-Benzolwerte (DVL und Mr. H. F. Garner).

Kraftstoff-Nr.		2	D	3	D	4	D	5	D	6	D	7	D	8	D	Mittlere Abweichung	Summe d. Gesamt-Abweichung
Lfd. Nr.	Untersuchungsstelle	Benzolwerte															
1	DVL	5	— 1	40,5	—0,25	47,0	± 0	50,0	± 0	48	± 0	61,0	— 1,0	74,0	+ 0,5	0,39	— 1,75
2	Garner	7,0	+ 1	41,0	+0,25	47,0	± 0	50,0	± 0	48	± 0	63,0	+ 1,0	73,0	— 0,5	0,39	— 1,75
Mittelwert		6	—	40,75	—	47,0	—	50,0	—	48,0	—	62,0	—	73,5	—	—	—
größte Abweichung (Δ_{max})		2	—	0,5	—	0	—	0	—	0	—	2	—	1	—	—	—
größte +-Abwchg.		—	+ 1,0	—	+0,25	—	0	—	0	—	0	—	+ 1,0	—	+ 0,5	—	—
größte —-Abwchg.		—	— 1,0	—	—0,25	—	0	—	0	—	0	—	— 1,0	—	— 0,5	—	—

Zahlentafel VIII. Original-Octanzahlen aller Untersuchungsstellen.

Kraftstoff-Nr.		2	D	3	D	4	D	5	D	6	D	7	D	8	D	Mittlere Ab-weichung	Summe d. Gesamt-Ab-weichung
Lfd. Nr.	Untersuchungs-stelle	Octanzahlen															
1	DVL	53,5	— 0,4	68,0	± 0,0	71,0	+ 0,2	72,3	+ 0,4	71,5	— 0,3	77,6	— 1,4	85,0	— 1,2	0,55	— 2,7
2	Garner	55,0	+ 1,1	69,0	+ 1,0	71,8	+ 1,0	73,2	+ 1,3	72,2	+ 0,4	80,0	+ 1,0	87,0	+ 0,8	0,94	+ 6,6
3	Benzol-Verband	52,3	— 1,6	66,7	— 1,3	69,9	— 0,9	70,7	— 1,2	69,9	— 1,9	78,5	— 0,5	88,0	+ 1,8	1,31	— 5,6
4	Olex	56,0	+ 2,1	69,2	+ 1,2	72,1	+ 1,3	73,8	+ 1,9	72,6	+ 0,8	80,7	+ 1,7	86,7	+ 0,5	1,35	+ 9,5
5	I. G.	55,0	+ 1,1	67,5	— 0,5	69,0	— 1,8	70,5	— 1,4	72,0	+ 0,2	77,0	— 2,0	83,0	— 3,2	1,45	— 7,6
6	DAPG	50,0	— 3,9	66,5	— 1,5	68,5	— 2,3	69,0	— 2,9	70,5	— 1,3	77,0	— 2,0	87,0	+ 0,8	2,10	— 13,1
7	Rhenania	55,0	+ 1,1	69,5	+ 1,5	73,0	+ 2,2	73,5	+ 1,6	73,5	+ 1,7	81,0	+ 2,0	86,5	+ 0,3	1,48	+ 10,4
8	Dt. Lufthansa	54,0	+ 0,1	68,0	± 0,0	71,0	+ 0,2	72,0	+ 0,1	72,0	+ 0,2	80,0	+ 1,0	86,0	— 0,2	0,25	+ 1,4
Mittelwert		53,9	—	68,0	—	70,8	—	71,9	—	71,8	—	79,0	—	86,2	—	1,17	—
Größte Abw. (Δ_{max})		—	6,0	—	3,0	—	4,5	—	4,8	—	3,6	—	4,0	—	5,0	—	—
+ größte Abweichung		—	+ 2,1	—	+ 1,5	—	+ 2,2	—	+ 1,9	—	+ 1,7	—	+ 2,0	—	+ 1,8	—	—
— » »		—	— 3,9	—	— 1,5	—	— 2,3	—	— 2,9	—	— 1,9	—	— 2,0	—	— 3,2	—	—
± mittlere Abweich.		—	1,42	—	0,87	—	1,23	—	1,35	—	0,85	—	1,45	—	1,10	—	—

Zahlentafel VIIIa. Streuung der Klopfmeßwerte, nach steigenden Octanzahlen geordnet.

	Octan-einheiten
Kraftstoff 3, Grosny-Benzin + 15% Alkohol	3
» 6, B. P. Fliegerbenzin	3,6 »
» 7, Aral	4,0 »
» 4, Grosny Bi + 50% Motor. Bo	4,5 »
» 5, Braunkohlenbenzin	4,8 »
» 8, B. P. Flieger-Bi + 0,13% Ethylfluid	5,0 »
» 2, Grosny-Benzin I	6,0 »

Zahlentafel IX. Reihenfolge der Kraftstoffe nach Original-Octanzahlen.

Untersuchungs-stelle	Kraftstoff-Nr.	2	3	4	6	5	7	8
	Octan-zahl-mittel	53,9	68,0	70,8	71,8	71,9	79,0	86,2
DVL		1	2	3	4	5	6	7
Garner		1	2	3	4	5	6	7
Benzol-Verbd.		1	2	3 =	4	5	6	7
Olex		1	2	3	4	5	6	7
I. G. Farben		1	2	3	5	4	6	7
DAPG		1	2	3	5	4	6	7
Rhenania		1	2	3	4 =	5	6	7
Dt. Lufthansa		1	2	3	4 =	5	6	7

= bedeutet, daß die Octanzahlen gleich waren.

Über die Reihenfolge, die sich für die Kraftstoffe auf Grund der Octanzahlbestimmung in verschiedenen CFR-Motoren ergibt, gibt Zahlentafel IX Aufschluß.

3. Originalbenzolwerte der untersuchten Kraftstoffe.

Bei der Auswertung der Vergleichsversuche zeigte es sich als notwendig, auch auf die Benzolwerte einzugehen[2]).

[2]) Die Benzolwerte des Benzol-Verbandes sind aus der von ihm aufgestellten Eichkurve errechnet.

Zahlentafel X gibt ein anschauliches Bild der Benzolwerte wieder. Da im allgemeinen ein Unterschied von 5 Benzolwerten einem Unterschied von 2½ Octanzahlen entspricht, weichen die einzelnen Benzolwerte doppelt so stark ab wie die Octanzahlen. Die mittlere Gesamtabweichung beträgt in diesem Fall 1,19. Die geringsten mittleren Abweichungen der Benzolwerte sind bei den Prüfdaten von Mr. Dr. Garner mit 0,81, bei dem Benzol-Verband mit 0,88 und schließlich bei der Deutschen Lufthansa mit 0,92 zu verzeichnen.

Es zeigt sich hierbei, daß die Benzolwerte selbst bei Verwendung von verschiedenem Reinbenzol eine bessere Übereinstimmung ergeben als die aus den Benzolwerten nach der jeweiligen Octan-Eichkurve umgerechneten Octanzahlen, wenn man berücksichtigt, daß bei gleicher Streuung die Abweichungen der Benzolwerte einer doppelten Genauigkeit gleichkommen. Deshalb wurden die Benzolwerte auf Grund einer einzigen Eichkurve in Octanzahlen umgerechnet.

4. Umrechnung der Originalbenzolwerte in Octanzahlen mittels einer einzigen Eichkurve.

a) Messung mit demselben Reinbenzol.

Die mittels einer Eichkurve aus den Benzolwerten errechneten Octanzahlen sind für den Fall der Verwendung derselben Bezugskraftstoffe in Zahlentafel XI zusammengefaßt. Die Umrechnung der jeweiligen Originalbenzolwerte in Octanzahlen ergibt hierbei eine sehr gute Übereinstimmung. Die größte Differenz zwischen zwei Octanwertbestimmungen beträgt hierbei 1 Octanzahl. Die mittlere Abweichung beträgt 0,20; die Summe der Gesamtabweichungen (algebraisches Mittel) beläuft sich in einem Falle auf —0,35, in dem anderen Falle auf + 0,35.

Die größten Abweichungen treten bei dem mit Bleitetraäthyl versetzten Fliegerbenzin sowie dem 3er-Gemisch Aral auf. Die Übereinstimmung der gefundenen Octanzahlen ist bei einer Fehlergrenze von ± 0,5 Octaneinheiten sehr zufriedenstellend.

Zahlentafel X. Original-Benzolwerte aller Untersuchungsstellen.

Kraftstoff-Nr.		2	D	3	D	4	D	5	D	6	D	7	D	8	D	Mittl. Abwei-chung	Summe d. Ges.-Abwchg.
Lfd. Nr.	Untersuchungs-stelle	Benzolwerte															
1	DVL	5,0	— 2,9	40,5	± 0	47,0	+ 1,0	50,0	+ 1,4	48,0	— 0,2	61,0	— 1,3	74,0	± 0,0	0,97	— 2,0
2	Garner	7,0	— 0,9	41,0	+ 0,5	47,0	+ 1,0	50,0	+ 1,4	48,0	— 0,2	63,0	+ 0,7	73,0	— 1,0	0,81	+ 1,5
3	Benzol-Verband	7,3	— 0,6	40,5	± 0	46,5	+ 0,5	48,0	— 0,6	46,5	— 1,7	62,6	+ 0,3	76,5	+ 2,5	0,88	+ 0,4
4	Olex	8,6	+ 0,7	41,4	+ 0,9	47,6	+ 1,6	51,5	+ 2,9	48,8	+ 0,6	64,3	+ 2,0	73,8	— 0,2	1,27	+ 8,5
5	I. G.	9,0	+ 1,1	38,0	— 2,5	42,0	— 4,0	45,0	— 3,6	48,0	— 0,2	60,0	— 2,3	73,0	— 1,0	2,10	— 12,5
6	DAPG	7,0	— 0,9	40,5	± 0	44,0	— 2,0	46,0	— 2,6	48,0	— 0,2	60,0	— 2,3	76,5	+ 2,5	1,50	— 5,5
7	Rhenania	10,5	+ 2,6	41,0	+ 0,5	47,7	+ 1,7	48,8	+ 0,2	48,7	+ 0,5	63,1	+ 0,8	72,4	— 1,6	1,12	+ 4,7
8	Dt. Lufth.	8,5	+ 0,6	41,0	+ 0,5	46,5	+ 0,5	49,5	+ 0,7	49,5	+ 1,3	64,2	+ 1,9	73,0	— 1,0	0,92	+ 4,5
Mittelwert		7,9	—	40,5	—	46,0	—	48,6	—	48,2	—	62,3	—	74,0	—	1,19	—
größte Abw. (Δ_{max})		—	5,5	—	3,4	—	5,7	—	6,5	—	3,0	—	4,3	—	4,1	—	—
+ größte Abweich.		—	+ 2,6	—	+ 0,9	—	+ 1,7	—	+ 2,9	—	+ 1,3	—	+ 2,0	—	+ 2,5	—	—
— » »		—	— 2,9	—	— 2,5	—	— 4,0	—	— 3,6	—	— 1,7	—	— 2,3	—	— 1,6	—	—

Zahlentafel XI. Original-Benzolwerte bei Verwendung von wesensgleichen Bezugskraftstoffen in Octanzahlen nach DVL-Eichkurve umgerechnet.

Lfd. Nr.	Untersuchungsstelle	2	D	3	D	4	D	5	D	6	D	7	D	8	D	Mittlere Abweichung	Summe d. Gesamt-Abweichung
		Octanzahlen															
1	DVL . . .	53,5	−0,25	68,0	−0,15	71,0	± 0	72,3	+0,05	71,5	± 0	77,6	− 0,5	85	+ 0,5	0,20	− 0,35
2	Garner . .	54,0	+0,25	68,3	+0,15	71,0	± 0	72,2	−0,05	71,5	± 0	78,6	+ 0,5	84	− 0,5	0,20	+ 0,35
Mittelwert		53,75	—	68,15	—	71,0	—	72,25	—	71,5	—	78,1	—	84,5	—	—	—
größte Abweichung (Δ_{max})		—	0,5	—	0,3	—	± 0	—	0,1	—	± 0	—	1	—	1	—	—
größte +-Abwchg.		—	+0,25	—	+0,15	—	—	—	+0,05	—	—	—	+ 0,5	—	+ 0,5	—	—
größte −-Abwchg.		—	−0,25	—	−0,15	—	—	—	−0,05	—	—	—	− 0,5	—	− 0,5	—	—

Zahlentafel XII. Original-Benzolwerte in Octanzahlen nach DVL-Eichkurve umgerechnet.

Lfd. Nr.	Untersuchungsstelle	2	D	3	D	4	D	5	D	6	D	7	D	8	D	Mittlere Abweichung	Summe der Gesamt-Abweichung
		Octanzahlen															
1	DVL . .	53,5	− 0,7	68,0	− 0,1	71,0	+ 0,5	72,3	+ 0,7	71,5	± 0	77,6	− 0,7	85	± 0	0,38	− 0,3
2	Garner. .	54,0	− 0,2	68,3	+ 0,2	71,0	+ 0,5	72,2	+ 0,6	71,5	± 0	78,6	+ 0,3	84	− 1,0	0,40	+ 0,4
3	Benzol-Verband	53,8	− 0,4	68,0	− 0,1	70,8	+ 0,3	71,5	− 0,1	70,8	− 0,7	78,2	− 0,1	87	+ 2,0	0,52	+ 0,9
4	Olex . . .	54,3	+ 0,1	68,5	+ 0,4	71,2	+ 0,7	72,8	+ 1,2	71,8	+ 0,3	79,2	+ 0,9	84,7	− 0,3	0,55	+ 3,3
5	I.G. . . .	54,5	+ 0,3	67,0	− 1,1	68,5	− 2,0	70	− 1,6	71,5	± 0	77,2	− 1,1	84,3	− 0,7	0,97	− 6,2
6	DAPG . .	54,0	− 0,2	68,0	− 0,1	69,5	− 1,0	70,5	− 1,1	71,5	± 0	77,2	− 1,1	86,7	+ 1,7	0,74	− 1,8
7	Rhenania	55,2	+ 1,0	68,3	+ 0,2	71,3	+ 0,8	71,8	+ 0,2	71,8	+ 0,3	78,8	+ 0,5	84	− 1,0	0,57	+ 2,0
8	Dt. Lufth.	54,5	+ 0,3	68,3	+ 0,2	70,8	+ 0,3	72	+ 0,4	72	+ 0,5	79,2	+ 0,9	84	− 1,0	0,51	+ 1,6
Mittelwert . .		54,2	—	68,1	—	70,5	—	71,6	—	71,5	—	78,3	—	85	—	0,58	—
größte Abweichung (Δ_{max})		—	1,7	—	1,5	—	2,8	—	2,8	—	1,2	—	2,0	—	3	—	—
größte Abweichung ± . .		—	+ 1,0	—	+ 0,4	—	+ 0,8	—	+ 1,2	—	+ 0,5	—	+ 0,9	—	+ 2,0	—	—
		—	− 0,7	—	− 1,1	—	− 2,0	—	− 1,6	—	− 0,7	—	− 1,1	—	− 1,0	—	—
mittlere Abweichung ± . .		—	0,40	—	0,30	—	0,76	—	0,73	—	0,22	—	0,70	—	0,96	—	—

b) Messung mit verschiedenen Reinbenzolen.

Rechnet man die Originalbenzolwerte an Hand einer Eichkurve in Octanzahlen um, so erhält man das in Zahlentafel XII dargestellte Ergebnis. Die Streuungen sind gegenüber den Original-Octanzahlen wesentlich kleiner geworden. Im Gegensatz zu der im Abschnitt 6 erwähnten amerikanischen Arbeit wurden auch die stärker herausfallenden Messungen bei der Auswertung berücksichtigt. Die größten Abweichungen verringern sich gegenüber den bei den Original-Octanzahlen festgestellten Abweichungen um durchschnittlich 2 Octaneinheiten (vgl. Zahlentafel XIII). Danach betragen die Durchschnittsabweichungen

a) bei Verwendung verschiedener Eichkurven 4,4 Octanzahlen,

b) bei Verwendung einer Eichkurve 2,1 Octanzahlen.

Die mit verschiedenen Eichkurven erhaltenen Ergebnisse befriedigen nicht. Die unter Zugrundelegung einer einzigen Eichkurve ermittelten Octanzahlen liegen dagegen fast sämtlich im Bereich der angestrebten Grenze von ± 1 Octanzahl.

5. Zusammenstellung der Versuchsergebnisse.

1. Die Reinigung der Standard-Kraftstoffe Iso-Octan und n-Heptan mit Schwefelsäure ergab bei niedrigen Benzolwerten Abweichungen, die sich in den Grenzen von 0 bis 2 Benzolwerten bewegen, d. h. bis etwa 1 Octanzahl in ungünstigem Falle ansteigen können.
2. Bei der Aufstellung der Eichkurve für zwei verschiedene CFR-Motoren mit denselben Bezugskraftstoffen ergaben sich (im Bereich der Octanzahlen von 78 bis 87) größte Abweichungen bis 2,7 Octaneinheiten.
3. Die Eichkurven sämtlicher Untersuchungsstellen zeigten bei Anwendung verschiedener Reinbenzole in ihrem ganzen Bereich größte Abweichungen von 2,4 bis 4,5 Octaneinheiten.

Zahlentafel XIII. Abweichungen der in verschiedenen CFR-Motoren nach dem Motorverfahren bestimmten Octanzahlen von den Mittelwerten der Kraftstoffe Nr. 2 bis 8.

Kraftstoff	Größte Abweichungen bei a) Original-Octanzahlen	Größte Abweichungen bei b) umgerechneten Octanzahlen	Differenz a − b	Mittlere Abweichungen bei a) Original-Octanzahlen	Mittlere Abweichungen bei b) umgerechneten Octanzahlen	Differenz a − b
Nr. 2 Grosny-Benzin	6,0	1,7	4,3	1,42	0,40	1,02
» 3 » » + 15 % Alk.	3,0	1,5	1,5	0,87	0,30	0,57
» 4 Grosny-Bi + 50 % Motorenbenzol	4,5	2,8	1,7	1,23	0,76	0,47
» 5 Braunkohlen-Benzin .	4,8	2,8	2,0	1,35	0,73	0,62
» 6 B.P. Flieger-Benzin .	3,6	1,2	2,4	0,85	0,22	0,63
» 7 Aral	4,0	2,0	2,0	1,45	0,70	0,75
8 8 B. P. Fliegerbenzin + 0,13 % Ethylfluid .	5,0	3,0	2,0	1,10	0,96	0,14
Durchschnittsabweichung .	4,4	2,1	—	1,18	0,58	—

4. Die Abweichungen der Original-Octanzahlen der untersuchten Kraftstoffe liegen im Mittel bei ±2,2.
5. Bei Verwendung einer einzigen Eichkurve und derselben Bezugskraftstoffe unterschieden sich die Werte zweier Motoren höchstens um 1,0 Octanzahlen.
6. Bei Verwendung einer einzigen Eichkurve, verschiedener Bezugskraftstoffe und bei Zugrundelegung der Original-Benzolwerte liegen die Abweichungen der Octanzahlen aller Motoren bei 4 der untersuchten Kraftstoffe innerhalb einer Grenze von ± 1 Octaneinheit, bei 3 der untersuchten Kraftstoffe innerhalb einer Grenze von ± 1,5 Octaneinheiten.

6. Vergleich mit amerikanischen Versuchen.

Die amerikanischen Vergleichsversuche[3]) in CFR-Motoren (CFR-Motor-Verfahren), die von 19 Prüfstellen im Juli 1933 ebenfalls mit sehr verschiedenen Kraftstoffen durchgeführt wurden, ergaben für 10 ausgewählte Prüfstellen eine mittlere Abweichung von 0,38 Octanzahlen, eine größte + -Abweichung von 1,0 und eine größte — -Abweichung von 1,1 Octanzahlen. Dabei wurden einheitlich als Betriebskraftstoffe die Benzine A_2 und C_6 sowie eine gemeinsame Eichkurve verwendet.

Im folgenden sind die Abweichungen der deutschen und amerikanischen Versuchsergebnisse gegenübergestellt:

	Mittlere Abweichung	größte +-Abwchg.	größte —-Abwchg.	Bemerkung
	Octanzahlen			
Deutsche Werte[4]) . .	0,58	2,0	2,0	von sämtl. 8 Prüfteilnehmern
Amerikanische Werte . . .	0,38	1,0	1,0	von 10 ausgewählten Prüfteilnehmern

Aus der Zusammenstellung der Ergebnisse geht hervor, daß bei sämtlichen acht deutschen Prüfstellen die mittlere Abweichung ± 2 Octaneinheiten beträgt.

Bei den erwähnten amerikanischen Vergleichsversuchen ist zu berücksichtigen, daß die Auswertung nicht nach den Ergebnissen aller Prüfstellen erfolgte, sondern sich von vornherein auf den Kreis derjenigen beschränkt, deren Abweichungen sich in der gewünschten Grenze bewegt. Es ist anzunehmen, daß sich bei Berücksichtigung sämtlicher Prüfteilnehmer das Ergebnis der amerikanischen Vergleichsversuche dem der deutschen bei Verwendung einheitlicher Bezugskraftstoffe und einer einzigen Eichkurve nähern würde, d. h. die mittlere Abweichung würde ebenfalls ± 2 Octaneinheiten betragen.

IV. Folgerung für weitere Versuche.

Da die Ergebnisse wesentlich besser werden, wenn nur eine Eichkurve und gleiche Bezugskraftstoffe verwendet werden, ist es notwendig, praktisch ebenso zu verfahren. Welche Bezugskraftstoffe verwendet werden, ist an und für sich nicht von allzu großer Bedeutung; es wird vorgeschlagen, die dafür bereits handelsüblichen Benzine A_3 und C_7 der Standard Oil Cie of Indiana (gegebenenfalls mit Reinbenzol) zu benutzen. Damit ist der Anschluß an die im Ausland übliche Meß-Skala gesichert; es besteht natürlich kein Bedenken, ein deutsches Benzin und Reinbenzol zu verwenden, falls die gleichmäßige Lieferung dieses Benzins gesichert wäre. Bei dem jetzigen Stand aber dürfte die gleichmäßige Verwendung der Benzine A_3 und C_7 mehr den Bedürfnissen der Praxis entsprechen.

Die Umrechnung der Benzolwerte in Octanzahlen soll auf Grund einer einzigen Eichkurve erfolgen. Es würden wohl die einzelnen Stellen noch Eichkurven aufstellen, vor allem, um damit eine mögliche Veränderung des Benzins oder des Motors überprüfen zu können. Die Prüfstellen würden aber zur Umrechnung auf Octanzahlen die offiziell anerkannte Eichkurve verwenden müssen. Welche Eichkurve dies sein wird, ist Gegenstand der Vereinbarung; es scheint eine solche vorzuziehen zu sein, die die am besten mit den amerikanischen und englischen Motoren übereinstimmenden Ergebnisse liefert. Da mit den Bezugskraftstoffen Eichkurven geliefert werden, empfiehlt sich deren Anwendung. Durch diese Maßnahmen würden die Streuungen wesentlich verringert werden. Eine Verbesserung dürfte es sein, bei der Klopfprüfung die Gemischtemperatur nur für die Bezugsmischungen auf 300° F einzustellen, gleichgültig, welche Temperatur der Versuchskraftstoff entsprechend seiner Verdampfungswärme ergibt. Es wird empfohlen, diese Prüfweise in Zukunft anzuwenden, wie sie ja schon für die jetzige Klopfprüfung vorgesehen war.

[3]) H. F. Huf, »Major Laboratories Report on Reproducibility of Tentative Method of Antiknock Testing« veröffentlicht in »The Oil and Gas Journal, Bd. 32, Nr. 40, S. 20, 1934.

[4]) Bei Umrechnung auf eine Eichkurve, aber bei verschiedenen Bezugskraftstoffen.

Über die Gleitlagerfrage im Flugmotorenbau unter Berücksichtigung der werkstofftechnischen Entwicklung.

Von H. Mann und H. Heyer.

Bericht 35/13 der Deutschen Versuchsanstalt für Luftfahrt, e. V., Berlin-Adlershof.

Gleitlager finden heute bei der Mehrzahl der Flugmotoren zur Lagerung von Kurbelwellen, Pleuelstangen und Nebenwellen Anwendung. Die Lebensdauer dieser Lager hat wesentlichen Einfluß auf die ohne Überholung mögliche Betriebsstundenzahl, während von der Belastbarkeit der Grund- und Pleuellager das Leistungsgewicht des Motors beeinflußt wird. Die Entwicklung zielt auf eine Erhöhung der Leistung je Kilogramm Stoffaufwand ab. Sobald hierbei durch die formgebende Gestaltung die Beanspruchung an die Grenze der Betriebssicherheit gebracht ist, bleibt für weitere Fortschritte nur die Weiterentwicklung der Werkstoffe übrig. Für das hier vorliegende Problem der Gleitlager ergibt sich dann die Frage:

Welches Lager ist unter Berücksichtigung der bei Verbrennungsmotoren vorliegenden besonderen Belastungsverhältnisse imstande, bei geringstem Gewicht höchsten Beanspruchungen standzuhalten?

Die folgenden Ausführungen sollen die Unterlagen für die hierzu erforderlichen Untersuchungen geben. Bei Einordnung aller Einzelfragen des Problems in eine übersichtliche Gliederung werden sich von selbst die Lücken zeigen, die erst durch weitere Forschung zu schließen sind, um die Lagerfrage der Lösung näher zu bringen. Gleichzeitig werden sich dabei Richtlinien für die Entwicklung neuer Prüfverfahren ergeben.

Gliederung.

I. Vorgänge im Lager.

Die Vorgänge im Flugmotorengleitlager sind in ihren Einzelheiten nicht restlos erfaßbar, da sie sich nur schwer voneinander trennen lassen.

1. Aufbau eines Lagers.

Die Stellen, an denen sich der eigentliche Lagervorgang abspielt, zeigen folgenden Aufbau aus 5 Schichten (Abb. 1). *1* ist die Welle, die mit gegebener Genauigkeit rund ist und eine bestimmte Oberflächenbeschaffenheit zeigt. Gefügeaufbau und Festigkeitseigenschaften sind gleichfalls gegeben. Eine Rolle können auch chemische Eigenschaften bei der Bildung von Überzügen (z. B. aus Öl—Metall-Verbindungen) spielen.

2, *3* und *4* stellen die Schmierstoffschicht dar, die nur bei flüssiger Reibung Welle und Lager vollkommen voneinander trennt. Bei Unterbrechung entsteht ein schwer definierbarer, labiler Zustand als Folge der unterschiedlichen Vorgänge bei Versagen der Schmierstoffzufuhr oder anderweitigen Ursachen. Das Öl hat temperaturabhängige Zähigkeit. Zwischen seinen Molekülen und denen der benachbarten Metallflächen sind Kräfte wirksam, die in dem mehr oder weniger großen Bestreben des Öls, die Flächen zu benetzen, ihren Ausdruck finden. Hier treten Molekülorientierungseffekte auf, die durch die physikalische Forschung teilweise geklärt sind. Es bilden sich auf den Metallflächen sogenannte Adsorptionsfilme mit senkrecht zur Fläche angeordneten Molekülen. *2* und *4* sind diese Grenzschichten, die in relativer Ruhe beim Lauf des Lagers verharren. In *3* erfolgt der durch Schubkräfte erregte Bewegungsvorgang, an dem alle Moleküle dieser Schicht irgendwie teilnehmen.

5 ist die mit gegebener Genauigkeit runde Lageroberfläche mit definierter Oberflächenbeschaffenheit. Diese ist von der Bearbeitungsform und dem Gefügeaufbau abhängig. Sie kann nach mehreren Verfahren zahlenmäßig bestimmt werden und hat gebirgeartigen Charakter. Als Lagerwerkstoff werden die im Abschnitt II zu erwähnenden Stoffe verwendet, meistens in Form von Ausgüssen in Grundschalen aus anderem Werkstoff.

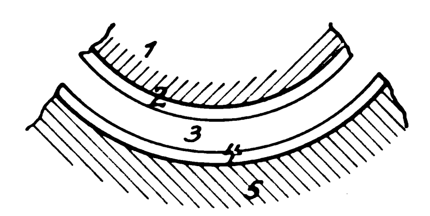


Abb. 1. Aufbau einer Lagerstelle.

2. Beanspruchung.

Die Vorgänge im Lager sind bestimmt durch die Wechselwirkung zwischen den Stoffeigenschaften und den Beanspruchungen. Die Beanspruchungen sind verwickelt, da zu jeder Zapfenstellung eine andere Belastung nach Größe und Richtung gehört. Erschwert werden die Bedingungen durch elastische Verbiegungen von Lager und Welle, deren Einfluß teilweise durch bauliche Maßnahmen verhindert werden kann. (Starre Gehäuse und Wellen, kurze Lager.) Die Verbrennungsdruckspitzen und — besonders bei Dieselmotoren — der hohe Verdichtungsenddruck sind die maßgebenden Einflüsse für Reibung und Verschleiß.

Die bei der Reibung entstehende Wärme verändert die Eigenschaften von Öl und Lager bis zum Versagen und muß deshalb beherrscht werden. Sie ist bei reiner Flüssigkeitsreibung am kleinsten. Dieser Zustand kann aber wegen der ungünstigen Belastungsverhältnisse nicht verwirklicht werden. Die allgemein angenommene hydrodynamische Lagertheorie erklärt die Vorgänge bei flüssiger Reibung, deren Wesen in der selbsttätigen Bildung einer Schmierschicht liegt, die unter dem hohen Druck der Lagerbelastung steht. Darum dürfen in tragenden Schalen keine Ölnuten angebracht sein, in die hinein der erzeugte Schmierschichtdruck sich entspannen kann. Die Anwendung der Erkenntnis dieser Zusammenhänge hat sich eigenartigerweise sehr langsam durchgesetzt.

Die Druckerzeugung in der Schmierschicht hängt von der Gleitgeschwindigkeit, ferner vom Lagerspiel und der Ölzähigkeit ab.

Mit zunehmender Geschwindigkeit steigt der Druck, während die Reibungszahl stark sinkt. Bei Eintritt reiner Flüssigkeitsreibung hebt sich der Zapfen ab und sein Mittelpunkt bewegt sich auf einem Halbkreis zum ideellen Mittelpunkt der Schale hin, wobei gleichzeitig der Reibungswiderstand wieder steigt. Dieser beträgt hierbei nach Falz-Gümbel angenähert

$$\mu = 3{,}8 \sqrt{\frac{z \cdot \omega}{p_m}} \qquad \begin{array}{r} z\colon \mathrm{kg\,s/m^2} \\ \omega\colon 1/\mathrm{s} \\ p_m\colon \mathrm{kg/m^2} \end{array}$$

Die Gümbel-Stribecksche Kurve nach Abb. 2 erläutert die Zusammenhänge.

Die Betrachtung beginnt im Punkt *C* bei reiner Flüssigkeitsreibung. Mit sinkender Zapfengeschwindigkeit, wobei die Schmierfilmstärke abnimmt, würde die Kurve bei ideal-



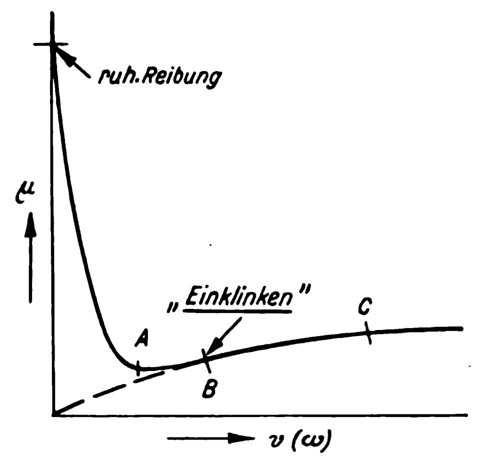


Abb. 2. Zusammenhang zwischen Zapfengeschwindigkeit und Reibungszahl.

glatten Laufflächen nach *0* gehen. In einer bestimmbaren Stellung *B* kommt es aber vorher zum Einklinken der Spitzen der gebirgeförmigen Metalloberflächen. Die an den Metallflächen haftenden Adsorptionsfilme *2* und *4* werden hierbei mehr oder weniger vollständig durchschlagen, was von der Zähigkeit und den Hafteigenschaften des Öls abhängt. Mit zunehmender Spitzenberührung der Metalloberflächen nimmt die Dicke des tragenden Schmierfilms noch weiter ab, wobei entsprechend die Reibungszahl so lange sinkt, bis die Zahl der Berührungen so groß wird, daß ihr Reibungswiderstand die Abnahme der Schmiermittelreibung ausgleicht (Punkt *A*) und schließlich übersteigt.

Grundsätzlich ergibt sich hieraus, daß bei der Gestaltung der Lager das Arbeiten im Bereich *AB* anzustreben ist, um die Reibungsverluste klein zu halten.

Die Reibungsfrage stellt aber nur einen kleinen Ausschnitt aus dem bei der Lagergestaltung zu lösenden Gesamtproblem dar. Wichtiger ist noch die Tragfähigkeit, die in unmittelbarem Zusammenhang mit dem Verschleiß und der Zermürbung steht.

Zermürbung von Lagerausgüssen infolge Ermüdung unter stoßweiser Belastung wurde in der letzten Zeit bei Flugmotoren und bei Fahrzeug-Dieselmotoren häufig beobachtet. In dieser Art des Lagerschadens liegt der wesentliche Unterschied gegenüber den Lagern des allgemeinen Maschinenbaus.

Die früher oder später auftretenden Risse, insbesondere bei Pleuellagern, machen die Auswechslung der Schalen erforderlich, obwohl der Verschleiß der Flächen oft noch in zulässigen Grenzen liegt. Sie treten an den Stellen größter Beanspruchung auf. Wenn die Arbeitsweise auch anfänglich nicht gestört wird, so zeigt sich allmählich eine vollständige Zermürbung des Ausgusses, die zur Loslösung von der Schale führt. Ausbrechende Teilchen können sich im Lager verklemmen und zum Fressen bzw. Auslaufen führen. Das Rissigwerden und die Ablösung von der Grundschale werden oft irrtümlich auf mangelhafte Bindung zurückgeführt. Die Ermüdung des Gefüges unter der stoßweisen Belastung ist jedoch als wesentlicher Grund anzunehmen. Es kann nicht gesagt werden, ob diese Zermürbung auch bei aufrechterhaltener flüssiger Reibung erfolgt, oder ob zunächst der Ölfilm durchschlagen werden muß. Die Forschung hierüber ist noch nicht abgeschlossen.

Wenn die molekularen Vorgänge bei der Zermürbung des Gefüges auch noch nicht geklärt sind, so kann gesagt werden, daß ein Zusammenhang mit den Dämpfungseigenschaften des Werkstoffes bestehen muß.

Der Verschleiß als mechanische Abnützung infolge metallischer Berührung muß etwas eingehender betrachtet werden, da sich aus den Vorgängen dabei wesentliche Gesichtspunkte für die Lagergestaltung ergeben. Sobald die den Bewegungsvorgang tragende Ölschicht *3* (Abb. 1) beim Betrieb fehlt, berühren sich die Adsorptionsfilme *2* und *4*, die den zerklüfteten Metalloberflächen parallel verlaufen. Es ist offenbar, daß bei ideal glatter Oberfläche dieser Film

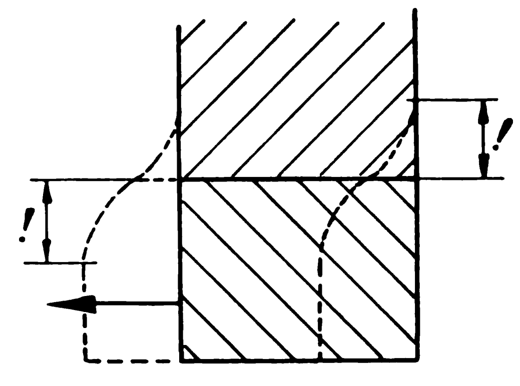


Abb. 3. Bei Reibung zwischen weichen Körpern sind tiefe Zonen Formänderungen unterworfen.

die metallische Berührung verhindern wird. Also bliebe der Bewegungsvorgang auf diese Schicht beschränkt. Hieraus ergibt sich die überragende Bedeutung der Oberflächengüte für den Augenblick des Aufhörens der flüssigen Reibung. Diese Erkenntnis hat in letzter Zeit zur Einführung von Feinstbearbeitung für Lager geführt. Im praktischen Betrieb wird die Grenze der Haftfestigkeit der Adsorptionsfilme überschritten und es kommt zu metallischer Berührung. Hierbei werden die der Oberfläche zunächst liegenden Metallschichten zum Träger des Bewegungsvorgangs. Wie tief die betroffenen Schichten sind, ist von der Sprödigkeit bzw. der Härte des Werkstoffes abhängig. Verschiebt man in einem angenommenen Sonderfall zwei Gummistücke gegeneinander (Abb. 3), so treten Formänderungen noch in größerer Entfernung von der Oberfläche ein.

Im Lager unterliegt die von Formänderungen erfaßte Zone dem Verschleiß. Diese Zone wird um so schmaler sein, je härter der Stoff ist. An sich sind also möglichst harte Laufflächen günstig für niedrigen Verschleiß.

Im Maschinenbau gibt es Sonderfälle hochbelasteter Lager, bei denen die an Stahl erzielbare »Glashärte« zusammen mit derjenigen von Sonderbronzen ausreicht, um ohne Schmierung einen praktisch verschleißlosen Betrieb zu ermöglichen.

Der Grenzfall, daß kein Verschleiß eintritt, würde besagen, daß die infolge der Reibungskräfte auftretenden Formänderungen an der Oberfläche bleiben. Die Erhebungen weichen bei der Gegeneinander-Bewegung der Flächen aus, biegen sich zur Seite, so daß die Belastung auch auf andere, immer niedrigere und immer zahlreichere Erhebungen verteilt wird.

Praktisch wird immer stellenweise die Bruchgrenze des Werkstoffes überschritten, so daß Teilchen losgerissen werden. In der Auswirkung des damit eintretenden Verschleißes zeigen sich jetzt Nachteile der harten Stoffe, da sich die mikroskopisch gesehen rauhen Flächen beim Herausbrechen von Teilchen immer weiter aufrauhen und neue Angriffpunkte entstehen lassen, so daß immer neue Teilchen losgetrennt werden. Es tritt kein Einlaufen ein. Der Verwendung immer härterer Lagerstoffe steht weiter entgegen, daß die in der Herstellung teurere Kurbelwelle nicht angegriffen werden darf. Die Art des Verschleißes hat den weiteren Nachteil, daß die losgerissenen Teilchen wie Schmirgel wirken und die an sich geringe Abnutzung erheblich beschleunigen. Vom Öl auf seinem Kreislauf mitgeschwemmte Teilchen erzeugen auch bei flüssiger Reibung bedeutenden Verschleiß, der durch Ölfilter beschränkt werden kann.

Anders ist der Verschleiß bei den Lagerwerkstoffen in der Art der Weißmetalle. In ihrem Gefüge sind harte Kristalle in weicher Grundmasse eingebettet. Die Teilchen, die losgerissen werden, finden in anderen Lücken Halt. Vorspringende Kristalle können sich in die Grundmasse eindrücken. Der Verschleiß führt zu einer Glättung der Oberfläche, da die Zahl der Angriffpunkte vermindert wird (Laufspiegelbildung).

Zu beachten ist bei dem Verschleißvorgang der Einfluß der Temperaturerhöhung. Einmal ändert sich die Festigkeit

der Lagerwerkstoffe, zum anderen wird die Gefahr des Klebenbleibens von Lagerteilchen an der Welle begünstigt. Ist dieser Vorgang erst eingeleitet, was von der Wärmeableitung abhängt, werden Reibung und Wärmeentwicklung schnell so weit gesteigert, daß das Lager festfrißt (Bronze) oder ausläuft (Weißmetall).

Zur Vermeidung des Verschleißes besteht noch eine Möglichkeit, metallische Berührung hintanzuhalten und somit die Freßgefahr unmittelbar zu vermeiden. Diese besteht darin, an Stelle der weggedrückten flüssigen Schmierschicht eine andere Schicht treten zu lassen, die durch dauernde in sich erfolgende Formänderung in der Lage ist, die sich bewegende von der stehenden Fläche zu trennen. Das ist der Fall beim Graphit, dessen Vorhandensein zwischen reibenden Flächen das Fressen verhindern kann.

In der Grenzschicht zwischen Schmierfilm und zerklüfteter Oberfläche sammelt sich Graphit an, der einerseits eine größere Oberflächengüte durch Ausfüllen der Vertiefungen bewirkt, andererseits beim Fehlen des Öls die Rolle der in sich beweglichen Trennschicht zwischen stehender und bewegter Fläche übernimmt. (Vgl. die Erscheinung, daß eine harte Schleifscheibe mit weichem Metall verschmiert und nicht mehr angreift.)

Hierher gehören auch alle Verfahren, die auf chemischem Wege eine Schutzschicht auf den Laufflächen erzeugen wollen, die zum Träger des Bewegungsvorganges werden soll, wenn die Schmierung versagt. So werden dem Schmieröl Bleiverbindungen zugesetzt, die zur Bildung von Bleiseifen führen, welche sich auf Welle und Lager als Schutzschicht absetzen. Die Schwierigkeiten sind ebenso wie beim Graphit praktischer Natur, da sich die Teilchen auch an den Stellen absetzen, wo sie unerwünscht sind.

3. Berechnung.

Die Bemessung der Lager erfolgt im allgemeinen unter Zugrundelegung der »Tragfähigkeit« der Lagerstoffe. Für diese spezifische Belastbarkeit (kg/cm² projizierte Lagerfläche) werden — auf Lagerprüfmaschinen mit ruhender Belastung oder betriebsmäßig — gewonnene Erfahrungswerte angenommen. Als Belastung werden hierbei die Spitzenkräfte eingesetzt. Diese Belastungszahlen sind reine Vergleichswerte. Die tatsächliche Pressung im tragenden Teil des Lagers ist praktisch unbestimmbar. Die wirkliche Grenze der Belastbarkeit hängt von der Wärmeentwicklung und der Wärmeabfuhr ab; außerdem von der Möglichkeit, bei den vorliegenden Betriebsbedingungen die Schmierung aufrechtzuerhalten. Die Benutzung der Flächenbelastung als Kenngröße zur Berechnung kann den verschiedenen Betriebsbedingungen keinesfalls gerecht werden.

Eine Berechnungsweise, die darauf abzielt, möglichst geringe Reibung zu erhalten, ist von amerikanischen Verfassern vorgeschlagen worden. Sie geht von dem (flüssigen) Reibungswert $\mu = 3{,}8\sqrt{\frac{z \cdot \omega}{p}}$ entsprechenden Kennziffern $\frac{z \cdot n}{p}$ bzw. $\frac{v}{p}$ oder $\sqrt{\frac{v}{p}}$ aus. Durch Nachrechnung an bewährten Ausführungen und Versuche wird ermittelt, bis herab zu welchen $\frac{z \cdot n}{p}$-Zahlen ein störungsfreier Betrieb möglich ist. Die Beanspruchung p (kg/cm²) steht ihrer hydrodynamischen Bedeutung entsprechend im Nenner, denn bei flüssiger Reibung bewirkt ein Anstieg des Druckes ein Dünnerwerden des Schmierfilms und damit eine Verkleinerung der Reibungszahl.

In Wahrheit wird aber nicht der Kleinstwert der Reibung angestrebt, da die stoßweise Belastung es erforderlich macht, andere Gesichtspunkte, unter denen die Betriebssicherheit erhöht wird, in den Vordergrund zu stellen.

Auch die früher übliche Anwendung von $p \cdot v$-Werten $\left(\frac{\text{kg m}}{\text{m}^2\,\text{s}}\right)$ ist als falsch erkannt. Diese Werte können bei trockener Reibung (Bremsen) zur Berechnung dienen. Sie entsprechen der in Wärme umzusetzenden Leistung, bezogen auf die Bremsfläche. Sie berücksichtigen aber nicht die Verhältnisse in Flugmotorenlagern, bei denen möglichst weitgehend flüssige Reibung verwirklicht werden soll, wobei die Kräfte und vor allem die Geschwindigkeiten die Reibungsverhältnisse hauptsächlich durch ihre hydrodynamische Auswirkung beeinflussen. Reibung und Verschleiß stehen hierbei in keinem unmittelbaren Abhängigkeitsverhältnis.

Die Steigerung der Umfangsgeschwindigkeit bedeutet in hydrodynamischer Auswirkung eine Verstärkung der Schmierschicht, wobei das Lager aus dem Gebiet gemischter Reibung entfernt wird. Wird reine flüssige Reibung erreicht, so steigt μ zwar langsam, gleichzeitig wird aber die Sicherheit gegen Eintritt von Verschleiß durch Fressen vergrößert.

Das beste Lager ist nicht das Lager geringster Verluste. Es muß vielmehr auf die Betriebsbedingungen Rücksicht genommen werden, welche bei Störung des Schmiervorganges eine möglichst große Sicherheit gegen Fressen erfordern. Diese Störungen können eintreten durch Stöße, durch Versagen der Ölzufuhr, mangelndes Öl beim Betriebsbeginn oder Nachlassen der Tragfähigkeit des Schmierfilms durch Überhitzung (besonders an Stellen größter Belastung).

Die heute bestehende Unsicherheit in den Unterlagen der zahlenmäßigen Lagerberechnung läßt den Gestalter folgenden Weg einschlagen. Zunächst sind durch bauliche Maßnahmen die Lager betriebsmäßig so günstig wie möglich für die Annäherung an flüssige Reibung zu gestalten. Die Werkstoffauswahl muß sich auf Versuchsergebnisse stützen. Bei den Versuchen besteht das Problem darin, die Stoffe den tatsächlich auftretenden Verhältnissen auszusetzen. Eine rechnerische Erfassung der Reibung ist noch denkbar. Sie scheint heute noch unmöglich bei Verschleiß und Zermürbung, deren Auftreten aber das Hauptproblem des Flugmotorengleitlagers ist.

II. Baustoffe.

Aus den Erkenntnissen über die Vorgänge im Lager und die Lagerbeanspruchungen ergeben sich die Forderungen an den Lagerwerkstoff. Sie werden in mehr oder weniger vollendeter Form von Lagergleitmetallen erfüllt, die meist aus der praktischen Erfahrung heraus entwickelt wurden. Die Lagergleitmetalle können in zwei technisch bedeutende Hauptgruppen eingeteilt werden, die weichen und die harten Lagergleitmetalle (Lagermetalle).

1. Weiche Lagermetalle.

Zu den weichen Lagermetallen zählen:

- Zinn- und Bleilagermetalle,
- binäre oder fast binäre Blei-Kupfer-Legierungen (weiche Bleibronzen),
- Kadmiumlagermetalle.

Die weichen Lagermetalle (Brinellhärte von 20 bis 32, bei Cd-Metall bis 42 kg/mm²), insbesondere die Zinn- und Bleilagermetalle, sind durch die Fähigkeit, durch Abtragung der zunächst tragenden Vorsprünge der Lauffläche einen Laufspiegel zu bilden, einlauffähig. Sie bieten infolge dieser Eigenschaft die Möglichkeit, Ungleichmäßigkeiten auszugleichen, wie sie bei den Lagern von Leichtmotoren, insbesondere den Grundlagern von Reihenmotoren, infolge Ungenauigkeiten der Bearbeitung und Verformungen im Betrieb unvermeidlich sind. Günstige Verhältnisse für Einlauf und Notlauf ergeben sich besonders dann, wenn das Lagermetall im Schliffbild aus nebeneinander angeordneten weichen und harten Metallkomponenten besteht. Die harten Bestandteile können dabei als regelmäßig geformte Kristalle, Nadeln, Dendriten oder globulare Einschlüsse auftreten.

Die bis vor wenigen Jahren in leichten Verbrennungskraftmaschinen ausschließlich verwendeten Lager mit Zinngehalten, die je nach der in der Maschine auftretenden Belastungsart zwischen 92 und 10% lagen, erwiesen sich als so betriebssicher, daß bis zu diesem Zeitpunkt die Lagersorgen im praktischen Betrieb unwesentlich waren. Diese Sachlage änderte sich ziemlich plötzlich mit der Einführung leichter Dieselmotoren sowie der Hochzüchtung von Flugmotoren (Vergasermotoren) durch noch weiter als bisher

getriebenen Leichtbau, höheres Verdichtungsverhältnis und höhere Drehzahlen. Diese Entwicklung führte zu so hohen stoßartigen Belastungen der Lager, daß die Ausgüsse durch Zermürbung zu Bruch gingen, bevor der Verschleiß seine zulässigen Grenzen überschritten hatte (vgl. S. 169). Daneben wirken sich infolge der Verformungen von Lager, Lagerträger und Welle im Betrieb noch Biegewechselkräfte sowie hohe Kantendrücke nachteilig auf die Lebensdauer aus.

Die Herabsetzung der Ausgußstärke war die erste Maßnahme zur Bekämpfung dieser Schwierigkeiten. Der Weißmetallausguß wurde statt mehrerer Millimeter nur einige Zehntel stark genommen. Darüber hinaus setzte sich die Erkenntnis durch, daß die Haftung des Ausgusses an der Schale der Kohäsion der Metalle, in besonderen Fällen außerdem noch der Diffusion von Schalen- und Ausgußwerkstoff zuzuschreiben ist. Daraus ergibt sich, daß grobes Schruppen der Stützschale oder gar Einschneiden von Gewindegängen oder Nuten zwecks besserer Haftung unnötig und sogar schädlich ist, da an scharfen Übergängen und Stellen wechselnder Ausgußstärke Dauerbruchgefahr besteht.

Die bessere Bewährung des dünnen Ausgusses wird dadurch erklärt, daß die Möglichkeit plastischer Verformung des Lagerausgusses geringer ist. Außerdem ist die Wärmeableitung besser.

Eine weitere Maßnahme war die Verwendung verhältnismäßig dickwandiger Schalen aus mittelharter Bleibronze (40 bis 60 kg/mm² Brinellhärte). Dieser Werkstoff ergibt mit Weißmetallen eine besonders innige, durch die Diffusion bleihaltiger Legierungsbestandteile begünstigte Bindung von Ausguß und Stützschale und besitzt eine hohe Dämpfungsfähigkeit. Lager dieser Art haben vor einigen Jahren die betriebsichere Durchbildung des Fahrzeug-Dieselmotors ermöglichen helfen.

Neben diesen Maßnahmen erwies sich der Übergang zu Lagermetallen höherer Festigkeit (bei Betriebstemperatur!) als notwendig. Praktische Bedeutung haben dabei bisher binäre oder fast binäre Blei-Kupfer-Legierungen, die sogenannten weichen Bleibronzen, sowie Kadmiumlegierungen gewonnen.

Einen wesentlichen Anhalt für die Eignung solcher Legierungen scheinen ihre Härte und Druckfestigkeit im praktisch vorkommenden Temperaturbereich (vom Anfahren bei Zimmertemperatur bis zum Dauerbetrieb bei Vollast und Erreichen höchster Betriebstemperaturen) sowie ihre Dauerschlagfestigkeit über den gleichen Temperaturbereich zu geben. Das Lagermetall darf nach den bisher vorliegenden Erfahrungen bei Zimmertemperatur keine zu hohe Härte aufweisen, die in Verbindung mit dem beim Anfahren noch herrschenden Ölmangel das Fressen begünstigt, andererseits darf bei Betriebstemperatur die Festigkeit noch nicht auf Werte abgefallen sein, die keinen hinreichenden Widerstand gegen die auftretenden Druckwechselbeanspruchung mehr bieten. Diese Fragen werden in der DVL zur Zeit näher untersucht.

Die Entwicklung der Lagermetalle mit erhöhter Festigkeit gegenüber Weißmetallen brachte neuartige Aufgaben. Die gießtechnische Herstellung von Ausgüssen sowohl aus Bleibronze wie aus Kadmiumlegierungen ist teils wegen der Wärmespannungen (Kadmium), teils wegen der richtigen Verteilung der metallischen Komponenten im Gleitmetall (Bleibronzen) schwierig und kann nur auf Grund von Sondererfahrungen geschehen. Diese Schwierigkeiten werden von einer Anzahl von Herstellern heute jedoch beherrscht.

Die größere Lagerhärte macht eine größere Laufflächenhärte des Wellenzapfens erforderlich. Während vergütete Wellen auf Weißmetallen ohne bedenklichen Verschleiß laufen, setzt Bleibronze im Flugmotor bei der Forderung der gleichen Betriebsstundenzahl wie bisher eingesetzte Wellen voraus. Über Kadmiumlager liegen in dieser Beziehung noch keine Erfahrungen vor. In beiden Fällen scheint allerdings nach Sammlung weiterer Erfahrungen die Möglichkeit der Verwendung vergüteter Wellen von 100 bis 120 kg/mm² Festigkeit erfolgversprechend. Ferner bietet die Zapfenoberflächen-Härtung mit dem Schweißbrenner (Doppel-Duro-Härtung), die bei Fahrzeugmotor-Kurbelwellen bereits weitgehend angewendet wird, auch bei Flugmotor-Kurbelwellen die Möglichkeit einer Oberflächenhärtung.

Die neuen Lagermetalle haben geringere Notlauffähigkeit als Weißmetalle. Das liegt zum Teil an der höheren Härte, zum Teil an den speziellen Gleiteigenschaften der Metalle, die bei halbflüssiger Reibung von Bedeutung sind (Neigung des Kupfers zum Anreiben!). Dieses Verhalten zwingt zu besonders sorgfältiger Durchbildung der Lagerkonstruktion, zur sorgfältigen Ermittlung des richtigen Spiels und geeignetsten Schmiermittels. Bleibronze erfordert wegen der größeren entstehenden Reibungswärme ein sehr großes, etwa verdoppeltes Spiel gegenüber Weißmetall, während die Anforderung des Kadmiums in dieser Beziehung voraussichtlich zwischen beiden liegt. Ferner ist besonders bei Bleibronze die Herstellung einer maßhaltigen Oberfläche höchster Genauigkeit ohne Nacharbeit erforderlich. Das Bearbeitungswerkzeug darf dabei nur schneiden, nicht drücken. Dieser Bedingung genügt nur ein Schneidwerkzeug, bei dem die Bildung einer Aufbauschneide vollkommen vermieden wird, d. h. genau genommen nur ein Diamant mit richtig gewählten Schneidwinkeln. Es gibt zur Zeit nur wenige Feinbohrwerke, die den bei der Lagerfertigbearbeitung auftretenden Ansprüchen an Genauigkeit genügen. Genannt seien die Feindrehbank von Boley und das Feinbohrwerk der Vomag. In letzter Zeit ist man sogar dazu übergegangen, besondere Feinbohrwerke zur Fertigbearbeitung der bereits in das Gehäuse eingebauten Grundlager von Reihenmotoren in einen Fertigungsgang zu schaffen (Hille-Bohrwerk). Besondere Lösungen erfordert hierbei die starre Lagerung der Bohrstange und das verzugfreie Spannen des Werkstückes. Bei diesen fertigungstechnischen Maßnahmen gelangt man jedoch voraussichtlich bereits zu Genauigkeiten, die beim Leichtmotor durch die elastischen und zum Teil sogar plastischen Formänderungen im Betrieb wieder in Frage gestellt werden. Plastische Formänderungen, die nach einiger Betriebszeit wiederholt festgestellt wurden, insbesondere auch mangelndes Fluchten der Lagerbrücken, sind wahrscheinlich durch das Auslösen innerer Spannungen unter dem Einfluß der Betriebserwärmung und Wechselbelastung zu erklären.

Abschließend wird ein kurzer Überblick über Eigenschaften und Besonderheiten der weichen Lagermetalle gegeben.

Die Zusammensetzung und Festigkeitseigenschaften von Zinn- und Bleilagermetallen sind in DIN 1703 und Beiblatt enthalten.

Bei sehr hohen Beanspruchungen, insbesondere bei hohen Spitzendrücken in Verbindung mit starken Lastwechseln, haben sich bei der Forderung guter Notlaufeigenschaften zum Teil nur Weißmetalle mit mehr als 86% Zinn bewährt, die durch ein Gefüge mit nadligen Cu-Sn-Kristallen gekennzeichnet sind. Eine bewährte Zusammensetzung ist

87% Sn, 6% Cu, 7% Sb.

Die vom englischen Luftfahrtministerium herausgegebene Specification DTD 244 vom September 1934 schreibt folgende Zusammensetzung vor:

5,5 bis 7,5% Cu, 6 bis 7% Sb, 0 bis 0,6% Ni, Rest Sn.

Diese Weißmetalle mit über 86% Sn werden im Flugmotorenbau bevorzugt angewendet.

Blei- und Zinnlagermetalle werden als Ausguß von Stützschalen aus Stahl oder Bronze verwendet. Harte Bronzen können vermieden werden, da sie als Stützschalen keine besonderen Vorteile bieten. Bei Dieselmotoren des Fahrzeugbaues haben sich dagegen verhältnismäßig starkwandige Schalen aus mittelharter Bleibronze (Zusammensetzung etwa 65% Cu, 25% Pb, Rest Ni, Zn, Sn, Sb als härtende Bestandteile, Brinellhärte 40 bis 60 kg/mm²) mit sehr dünnem, 0,3 bis 0,4 mm starken Weißmetallausguß bewährt.

Die Ausgußstärke sollte allgemein so gering wie möglich gemacht werden. Sie beträgt heute je nach Zapfendurchmesser 0,3 bis 1 mm.



Weiche Bleibronzen, die für Haupt- und Pleuellager leichter Verbrennungskraftmaschinen geeignet sind, enthalten 20 bis 30 oder mehr Prozent Blei, Rest Kupfer und teilweise Sonderzusätze bis zu 2%. Diese Zusätze sollen vorwiegend die Bleiverteilung verbessern, verursachen aber meist eine zusätzliche Härtung, die im allgemeinen unerwünscht ist. Als Zusätze sind zu nennen Sn, Ni, Si, Zn, Fe. Die Brinellhärte der weichen Bleibronzen liegt bei Zimmertemperatur zwischen 25 und 32 kg/mm².

Weiche Bleibronzen werden als Ausgüsse von Stützschalen aus Stahl verwendet. Die Schalen werden als ungeteilte und geteilte Schalen mit und ohne Bund, ferner als schwimmende Büchsen mit Innen- und Außenlauffläche (Pleuellager von Stern-Flugmotoren) ausgeführt. Die Ausgußstärke beträgt 0,3 bis 1 mm.

Der Ausguß wird nach Sonderverfahren durch Gießen, Schleudern oder Tauchen in die Stahlschalen eingebracht. Die Erzielung einer guten Bindung und feinen gleichmäßigen Bleiverteilung erfordert die Beobachtung besonderer gießtechnischer Maßnahmen, die nur mit Sondereinrichtungen von Spezialfirmen beherrscht werden.

Die Anwendung von Kadmium als Lagermetall ist in Deutschland noch im Entwicklungsstadium, während sie insbesondere in Amerika u.a. durch die Federal Mogul Corporation schon weitgehend gefördert zu sein scheint.

Kadmiumlagermetalle bestehen aus Kadmium mit 1 bis 3% härtenden Zusätzen (z. B. Ni, Cu, Ag). Besonders bewährt hat sich offenbar das von der genannten amerikanischen Firma verwendete Kadmium mit 0,5% Cu und 2% Ag und einer Brinellhärte von etwa 40 kg/mm² bei Zimmertemperatur.

Kadmiumlagermetalle werden als Ausgüsse von Stahlschalen verwendet. Die Einbringung des Ausgusses machte infolge großer Wärmespannungen zwischen Stützschale und Ausguß erhebliche Schwierigkeiten, scheint jedoch heute beherrscht zu werden.

2. Harte Lagermetalle.

Zu den harten Lagermetallen zählen:

harte Bronzen (Zinnbronzen, Sonderbronzen), Rotguß,
Leichtmetalle,
Gußeisen.

Die harten Lagermetalle können nicht verwendet werden, wenn Kantenpressungen durch elastische Formänderungen auftreten, da sie nicht oder nur in geringem Maße die Fähigkeit zur Laufspiegelbildung bei örtlicher Überlastung haben. Anwendungsbeispiele für harte Lagermetalle sind die Lagerstellen der Hilfsantriebe, Kolbenbolzenaugen sowie Führungen für Ventile und Ventilstößel. Selbst bei Nockenwellenlagern sind die Laufeigenschaften harter Lagermetalle oft kaum noch ausreichend, so daß man hier bereits teilweise Schalen mit dünnem Weißmetallausguß bevorzugt.

Die Belastbarkeit der harten Lagermetalle ist bei ruhender Last wegen der hohen Festigkeit naturgemäß sehr hoch, sie kann jedoch bei der Möglichkeit örtlicher Schmierfilmstörungen nie voll ausgenutzt werden. Wesentlich ist, daß im Gefügeaufbau des Metalles keine zum Anreiben und Fressen neigenden Bestandteile enthalten sind. Wenn dieser Hauptbedingung entsprochen ist, ist ein Metall, hinreichend großen Härtesprung zwischen Lager und Welle vorausgesetzt, grundsätzlich für die umrissenen Verwendungszwecke geeignet. Für die praktische Verwendung haben sich dabei die obengenannten Gruppen als die geeignetsten herausgestellt.

Die Härte dieser Metalle macht eine möglichst hohe, etwa durch Einsetzen erzielte Wellenhärte wünschenswert, wenn kein unzulässig hoher Verschleiß eintreten soll.

Als harte Lagermetalle, vor allem in Form von Lagerbuchsen, werden hauptsächlich Bronzen verwendet, d. h. in weiterem Sinn Legierungen mit vorwiegendem Kupfergehalt (mindestens 78%) und Zusätzen anderer Metalle, vor allem Sn, ferner Pb, Al, Zn, Mn (vgl. DIN 1705). Ausgenommen sind dabei die Kupfer-Zinklegierungen (Messinge).

Die Zahl der für Lagerzwecke geeigneten Legierungen ist außerordentlich groß, für Lagerbuchsen im Flugmotorenbau hat sich jedoch für hohe Belastung eine mit Phosphor desoxydierte Zinnbronze mit etwa 9% Sn in Form gezogener Rohre allgemein durchgesetzt. Ihre Brinellhärte beträgt 160 bis 180 kg/mm². Noch bessere Laufeigenschaften besitzt die entsprechende Bronze in gegossenem Zustand mit 10 bis 14% Sn (GBz 10 bzw. GBz 14), doch ist ihre Belastbarkeit entsprechend der niedrigeren Härte wesentlich geringer. Als Werkstoff mit besonderer Eignung für Ventilführungen ist Cuprodur zu nennen, eine Kupferlegierung, die infolge geringer Ni- und Si-Zusätze aushärtbar ist und als gezogenes Material ausgehärtet mit 160 bis 210 kg/mm² Brinellhärte verwendet wird, ferner Berylliumbronze mit 2,5% Be und einer Brinellhärte von 300 bis 400 kg/mm². Erwähnt sei noch Rotguß mit 5 bis 9% Sn (Rg 5, Rg 9), der jedoch nur außerhalb des Leichtmotorenbaues für Lagerzwecke verwendet wird.

Die — allerdings nach anderen Gesichtspunkten — für Kolben entwickelten Leichtmetallegierungen, welche in ihrem ursprünglichen Verwendungsbereich ebenfalls gute Gleit- und Reibungseigenschaften aufweisen müssen, zeigten den Weg zur Anwendung von Leichtmetallegierungen für Gleitlager.

Der den Weißmetallen im allgemeinen verwandte Aufbau bewährter Kolbenlegierungen, wie z. B. der übereutektischen Al-Si-Legierung KS 280, in der harte Si-Kristalle in eine weichere Grundmasse eingebettet sind, führte zu dem Vorschlag, derartige Legierungen an Stelle von Weißmetallen, d. h. von notlaufreichen Lagermetallen, zu verwenden. Diese Legierungen erwiesen sich jedoch als zu empfindlich gegen örtliche Überlastungen.

Die Schwierigkeiten für eine erfolgreiche Verwendung von Aluminium und seinen Legierungen für Lager mit der Fähigkeit zum Einlauf und Notlauf liegen folgendermaßen begründet.

Reines Aluminium mit einer Brinellhärte von 24 bis 32 kg/mm² in gegossenem Zustand ist wegen seiner Neigung zum Schmieren und Anreiben ungeeignet. Zusätze von praktisch in Frage kommenden Elementen führen zu einer Härtung der Grundmasse und verringern dadurch die Notlaufeigenschaft so stark, daß die entstehenden Legierungen bereits zu den harten, notlaufschwachen Lagermetallen gerechnet werden müssen. Das Ziel der Legierungsforschung müßte die Ermittlung von Zusätzen sein, welche die Grundmasse nur so weit durchhärten, daß man zu einem Lagermetall mit hinreichenden Notlaufeigenschaften gelangt, andererseits Bestandteile im Gefüge erhält, die als harte Tragkristalle in die weiche Grundmasse eingebettet sind. Unter Berücksichtigung des Standes der Konstitutionsforschung des Aluminiums sind die Aussichten auf einen Erfolg derartiger Arbeiten nur gering. Fortschritte sind voraussichtlich mehr auf dem Gebiet der baulichen Durchbildung zu erwarten (z. B. Vermeidung der Kantenpressung durch Vorweite und elastische Anordnung).

Wo Kantenpressung vermieden werden kann, haben bestimmte Leichtmetallegierungen gute Laufeigenschaften gezeigt. So laufen Pleuelstangen aus Legierungen vom *Y*-Typ (nickelhaltiges Duralumin) in kleinen englischen luftgekühlten Reihenmotoren unmittelbar auf dem Kurbelzapfen. Viel angewendet werden ferner auch Magnesiumlegierungen (AZM und AZG) als Laufbuchsen. Sie bewähren sich einwandfrei und bringen eine Gewichtsersparnis gegenüber Bronze.

Gußeisen hat sich bei richtiger Gefügeausbildung, nämlich bei perlitischer Grundmasse und fein verteiltem Graphit, als ausgezeichneter Werkstoff für die hier besprochene Aufgabe erwiesen. Perlitguß kann zweifellos mit gutem Erfolg in vielen Fällen an die Stelle von Bronze treten. Der geringe Umfang seiner Verwendung ist offenbar weitgehend der Anschauung des Konstrukteurs zuzuschreiben, der im Gußeisen allgemein keinen hochwertigen Werkstoff erblickt.



III. Prüfverfahren.

Aus den vorstehenden Ausführungen geht hervor, daß das Verhalten von Lagermetallen im Betrieb nicht allein von bestimmten Werkstoff-Eigenschaften abhängt, sondern noch durch andere Faktoren mitbestimmt wird (Bearbeitungsgüte, Ölverhalten und Werkstoffeigenschaften), die ihrerseits wieder in Wechselwirkung mit nicht genau erfaßbaren physikalischen Vorgängen stehen. Eine zahlenmäßige Festlegung der Fähigkeit eines Lagermetalls, sich im Flugmotor zu bewähren, ist daher nicht möglich. Die Prüfungen am Werkstoff ergeben Anhaltspunkte für die Beurteilung. Die entscheidende Prüfung ist das Verhalten im Motor oder in einer Lagerprüfeinrichtung, die die Bedingungen des Motors hinreichend ähnlich nachahmt.

1. Werkstoffprüfung.

Zug- und Biegeversuche an Lagermetallen sind von geringerer Bedeutung als andere Prüfungen, da derartige Beanspruchungen im Lagerbetrieb kaum auftreten.

Die Härteprüfung ist die bevorzugte statische Prüfung bei Lagermetallen. Sie soll den Widerstand gegen Eindringen fremder Stoffe und die Nachgiebigkeit gegenüber hohen Drücken ermitteln und vor allem die Verschlechterung dieser Eigenschaften bei höheren Temperaturen zahlenmäßig angeben. Üblich ist deshalb die Ermittlung des Abfalls der Brinell-Härte mit steigender Temperatur. Auch die Borofskische Quetschhärteprüfung wird angewandt, bei der eine kleine Kugel eine Rinne in die Metallfläche hineindrückt. Hierbei tritt eine zusammengesetzte Schub- und Druckbeanspruchung auf. Diese Versuche geben ebenso wie Druckversuche mit Feinmessung im praktisch vorkommenden Temperaturbereich einen guten Anhalt für die Tragfähigkeit. Ihr Ausfall bei höheren Temperaturen kann bei weichen Legierungen von vornherein die Unbrauchbarkeit als Lagermetall erkennen lassen. Aus der Härteprüfung einen Maßstab für die Sicherheit gegen Fressen herzuleiten oder Rückschlüsse auf die Laufeigenschaften zu ziehen, ist nicht angängig, da auch der Gefügeaufbau von wesentlichem Einfluß auf diese Eigenschaften ist. Von zwei Legierungen kann die härtere oder die weichere die besseren Laufeigenschaften zeigen. Andererseits hat ein Werkstoff, bei dem die harten Tragkristalle in weicher Grundmasse liegen, scheinbar ganz geringe Härte, aber doch gute Laufeigenschaften auf Grund der Härte der einzelnen Kristalle. Unentbehrlich ist die Härteprüfung beim Vergleich innerhalb von Legierungsgruppen gleichen Aufbaus, insbesondere bei Überwachung der Fertigung.

Die Stauch- und Quetschprüfungen zur Erzeugung von Rissen sollten die Gefahr der Rißbildung prüfen, nachdem sich gezeigt hatte, daß die Lager durch Rißbildung im Betrieb zerstört werden. Diese Versuchsart läßt indessen den wesentlichen Unterschied in den Ursachen der Rißbildung außer acht, der beim Versuch und im Betrieb vorliegt. Im Lager treten die Risse als Ermüdungserscheinungen des Gefüges auf, bei den Versuchen dagegen als Folge von Zugspannungen auf der Oberfläche der Körper.

Die Prüfung der Ermüdungsfestigkeit ist erst an einigen wenigen Lagerbaustoffen durchgeführt und in Form der Dauerbiegefestigkeit ermittelt. Es kann noch nicht gesagt werden, welche Rückschlüsse aus dem Ergebnis auf das Ermüdungsverhalten im Betrieb gezogen werden können. Die Vornahme von Dauerschlagversuchen in einer von der DVL geplanten Einrichtung ist vorgesehen, da sie voraussichtlich Schlüsse auf die praktische Bewährung gestattet. Eine ganze Anzahl von Prüfverfahren hat die Ermittlung der Laufeigenschaften zum Ziel, wobei unter Laufeigenschaften keineswegs die Fähigkeit, sich im Betrieb zu bewähren, verstanden werden kann. Diese an Versuchsstücken ausgeführten Prüfungen zergliedern sich in Reibungsmessungen und Verschleißmessungen. Sie werden teils mit, teils ohne Schmierung vorgenommen. Bei den Reibungsmessungen wird eine Probe gegen eine umlaufende Stahlscheibe gedrückt, die in ein Ölbad eintaucht. Gemessen werden der Temperaturanstieg und der Reibungswert. Zwischen den im Beharrungszustand erreichten Temperaturen bestehen nur geringe Unterschiede. Die erreichbaren Belastungen hängen natürlich auch von dem verwendeten Schmieröl ab. Darum werden zuweilen falsche Schlüsse aus den Versuchsergebnissen gezogen. Es kann auf Grund solcher Versuche nicht gesagt werden, ob sich ein Werkstoff für höhere Beanspruchungen eignet oder nicht. Die an Lager- und Kolbenwerkstoffen vorgenommenen Versuche ergaben für die letzteren fast noch bessere Werte.

Für die Legierung KS 280 wurden an einer Stelle keine vorteilhaften Eigenschaften festgestellt, da bei der betreffenden Versuchseinrichtung bei 50 kg/cm² Belastung Fressen eintrat. Mit einer prinzipiell ähnlichen Einrichtung, bei der die Temperatur konstant gehalten werden konnte, wurden dagegen sehr gute Reibungseigenschaften bis zu Belastungen über 200 kg/cm² ermittelt. Die Unterschiede beweisen den überragenden Einfluß der Nebenbedingungen beim Versuch.

Die angewendeten Methoden sind häufig ebensowohl Ölprüfungen wie Lagermetallprüfungen. Dies wird dadurch augenfällig, daß für beide fast die gleichen Einrichtungen in Vorschlag gebracht worden sind (Spindel-Maschine).

Verschleißprüfungen an Werkstoffen sind bei flüssiger bzw. halbflüssiger Reibung insbesondere an Kolbenlegierungen vorgenommen worden, deren Ergebnisse auch für die Lagergestaltung von Belang sind. Durch Vergleich mit der Abnutzung eines gleichzeitig laufenden Körpers entstand eine Verschleißwertskala von praktischem Wert für den Kolbenbau.

Mit Lagermetallen liegen die Ergebnisse trockener Verschleißversuche vor, die auf Polierrotpapier gemacht wurden. Hierbei zeigte eine Aluminium-Kolbenlegierung überragendes Verhalten. Es folgten, in der Größenordnung des Verschleißes geordnet, Gußeisen, die Bleibronzen, ein Kadmiumlagermetall und die Weißmetalle WM 80 vor WM 42 und WM 5. Aus früheren Abschnitten geht hervor, daß diese Skala eine Beurteilung für die Eignung im Motor nicht ermöglicht.

Die Haftfestigkeit (Bindung) und Dauerbiegefestigkeit prüft die Stanton-Probe, bei der ein dünner Lagermetallausguß in einem Stahlring einer Dauerbiegung unterworfen wird. Der Stahlring läuft zwischen drei Rollen, wobei er elastisch zusammengedrückt wird. Ergebnisse dieser Prüfung wurden noch nicht in solchem Umfang veröffentlicht, daß eine kritische Betrachtung möglich wäre. Die Versuchsbedingungen und die Proben dürften nur sehr schwierig so zu gestalten sein, daß Vergleichswerte für alle Lagermetalle gewonnen werden können. Ein anderer Haftfestigkeitsversuch nach Stanton besteht darin, daß ein schmaler Lagermetallstreifen, der in normaler Weise in einer Buchse aufgebracht wurde, durch einen Dorn abgeschert wird.

2. Lagerprüfung.

Auch bei den Prüfungen an fertigen Lagern ist bei den bekannten Verfahren zwischen Reibungs- und Verschleißprüfungen zu unterscheiden. Bei diesen Verfahren wirkt außer den Einflüssen des Öls und des Wellenwerkstoffes noch die konstruktive Gestaltung auf die Ergebnisse ein. Es werden also Sonderfälle betrachtet, die nur Vergleichswerte liefern können.

Bei den Verschleißversuchen an ruhend belasteten Lagern nach dem Verfahren der Reichsbahn wird der Verschleiß bei flüssiger Reibung gemessen, der von den vom Öl mitgeschwemmten Fremdteilchen wesentlich abhängt. Die Ergebnisse decken sich in der Reihenfolge der Verschleißgröße mit den Ergebnissen der trockenen Verschleißprobe. Der bekannte Kammerer-Welter-Lagerprüfstand dient im wesentlichen Reibungsmessungen. Bei gleichbleibender Drehzahl wird durch Temperaturmessung ermittelt, bis zu welcher Belastung sich flüssige bzw. halbflüssige Reibung ohne Fressen aufrechterhalten läßt. Bei diesen Versuchen, die nur für einen Teil von Werkstoffen vorliegen, schneiden die härtesten Bronzen im allgemeinen am besten ab. Ein Un-

sicherheitsfaktor liegt bei diesen Prüfungen vor allem darin, daß man die Lager vor dem eigentlichen Versuch »gut einlaufen« lassen muß. Die hierbei erzielbare Laufspiegelbildung ist wieder von der vorhergegangenen Bearbeitung abhängig. Für Lager mit nach Größe und Richtung gleichmäßiger Belastung (Elektromotoren, Transmissionen) sind die Ergebnisse dieser Versuche einwandfreie Berechnungsgrundlagen; nicht jedoch für Flugmotorenlager, wo die Belastung in die physikalischen Verhältnisse (Schmierung) störend eingreift und das Versagen im allgemeinen durch Ermüdungserscheinungen gekennzeichnet ist. Unter den dort herrschenden Bedingungen liegen noch keine Versuche vor.

Ein Prüfverfahren für Lagermetalle für den Flugmotorenbau muß diese in einem möglichst kurzen Versuch in der gleichen Weise beanspruchen und vor allem abnutzen wie im Flugmotor. Die DVL hat eine derartige Einrichtung in ihrer Lagermetallprüfmaschine zu entwickeln versucht. Wesentlich an dieser Einrichtung ist die stoßweise Belastung, welche die Ermüdungseigenschaften der Werkstoffe zu erproben gestattet. Die Untersuchungen erfolgen an Versuchslagern und nicht an Probestücken, um die Ergebnisse leichter in den Motorenbau übertragen zu können.

Zur Lösung der eingangs erwähnten Lagerfrage gehört auch, daß die Lösung wirtschaftlich ist. Von wirtschaftlicher Bedeutung ist in diesem Zusammenhang die Vermeidung gehärteter Kurbelwellen. Darum muß bei der Erprobung und Beurteilung von Lagerwerkstoffen auf die Abstimmung von Wellen- und Lagerwerkstoff der größte Wert gelegt werden.

3. Wert der Prüfungen.

Aus der Verwickeltheit der Vorgänge und Beanspruchungen in einem Flugmotorenlager geht hervor, daß ein einzelnes Prüfverfahren, das eine bestimmte Eigenschaft zahlenmäßig festlegt, nur geringen Wert im Rahmen der Gesamtbeurteilung hat. Bei den Werkstoffprüfungen kann gesagt werden, daß in allen Fällen gewisse zahlenmäßige Mindestanforderungen zu stellen sind, ehe ein Werkstoff überhaupt in Betracht gezogen werden kann.

Die verschiedenen Prüfverfahren liefern für die einzelnen Lagermetalle verschiedene Reihenfolgen in der Abstufung nach den Versuchswerten. Dies führt dazu, daß jeder Hersteller in seinen Prospekten Kurven zeigt, in denen sein Material das beste ist. Hier wird am besten der zweifelhafte Wert einer einzelnen Eigenschaft zur Urteilsgewinnung über die praktische Brauchbarkeit offenbar.

Infolge der Empfindlichkeit vieler Legierungen gegen Behandlungsunterschiede können zwischen den an Proben ermittelten und den Betriebswerten abweichende Eigenschaften zu Tage treten.

Reibungsmessungen liefern besonders unzuverlässige Ergebnisse, da sie stark von der jeweiligen Schmierung abhängen und schon die Ölsorte großen Einfluß hat. Verschiedenheit des Öls ergibt größere Unterschiede in den Reibungszahlen als Verschiedenheit der Lagermetalle bei gleichem Öl. Auch an praktischem Wert tritt die Reibungsprüfung hinter der Verschleißprüfung zurück.

Den üblichen Verschleißverfahren haftet der Mangel an, daß sie nur den Verschleiß durch mechanischen Abrieb bestimmen. Entscheidenden Wert hat erst ein Prüfverfahren, in welchem die Betriebsbedingungen des Motors klar definiert nachgeahmt werden und die Festigkeit der Stoffe gegenüber der typischen Dauerdruckbeanspruchung untersucht wird.

IV. Zusammenfassung.

Die Betrachtung des Aufbaus einer Lagerstelle und der Belastungsart der Flugmotorengleitlager ergibt ein Bild der auftretenden Beanspruchungen. Diese Beanspruchungen rufen bei den Lagerwerkstoffen neben dem mechanischen Verschleiß Ermüdungserscheinungen infolge Dauerstoßbelastung hervor.

Die zur Aufnahme der Belastungen dienenden Lagermetalle können nach ihrer Härte in zwei Gruppen eingeteilt werden. Die weichen Lagermetalle haben gute Einlauf- und Notlaufeigenschaften. Am günstigsten verhalten sich hierin die Zinnmetalle. Ihre Festigkeit reicht jedoch bei den gesteigerten Anforderungen im Flugmotor in vielen Fällen nicht mehr aus und zwingt zur Verwendung von Lagermetallen höherer Festigkeit, bei denen Einlauf und Notlauf sich gegenüber den Zinnmetallen verschlechtern. Bisher haben für diesen Zweck weiche Bleibronzen und Kadmiumlegierungen Verwendung gefunden. Für die Fertigung und bauliche Gestaltung ergeben sich bei der Verwendung dieser gegenüber Zinnmetall härteren Legierungen besondere Maßnahmen zur Erhaltung ausreichender Betriebssicherheit.

Die ausgesprochen harten Lagermetalle eignen sich nur dort, wo örtliche Überlastungen, besonders hervorgerufen durch Kantenpressungen, vermieden werden können. Als harte Lagermetalle werden Bronzen, Leichtmetalle und Gußeisen im einzelnen besprochen.

Die verschiedenen Beanspruchungsarten und die verschiedenen Eigenarten der Werkstoffgruppen haben zu einer Vielzahl von Prüfverfahren geführt. Keines davon reicht zu einer entscheidenden Beurteilung aus. Es ergibt sich die Notwendigkeit, ein Verfahren zu entwickeln, das die Betriebsbedingungen des Flugmotors in allgemeiner Form, klar definierbar, nachahmt. Dies ist möglich, nachdem die ausschlaggebende Art der Beanspruchung als Dauerdruckbeanspruchung erkannt ist. Die DVL erprobt eine derartige von ihr entwickelte Lagermetallprüfmaschine.

V. Schrifttum.

[1] Falz, Schmiertechnik, 2. Aufl., Verlag Springer, Berlin 1931 (enthält eine Schrifttumübersicht von 105 Stellen über Reibung, Schmierung und verwandte Gebiete).

[2] Füßenhäuser, Neuere Erkenntnisse auf dem Gebiet der Gleitlager für Flugmotoren; Luftwissen Bd. 1 (1934), Nr. 6, S. 158 (enthält eine Schrifttumübersicht von 40 Stellen, welche die wichtigen neueren Arbeiten umfaßt).

[3] Czochralski-Welter, Lagermetalle und ihre technologische Bewertung, 2. Aufl., Verlag Springer, Berlin 1924.

[4] Fleischmann, Lagerweißmetalle und ihre Prüfung; Forschungsarbeiten über Metallkunde und Röntgenmetallographie, Folge 3, Verlag Vogelrieder, München 1932.

[5] Sommer, Prüfung der Leichtkolbenbaustoffe; Forschungsarbeiten über Metallkunde und Röntgenmetallographie, Folge 4.

[6] Koch, Charakteristik von Kolbenmaterialien unter besonderer Berücksichtigung des Verschleißwertes; Diss. Aachen 1931.

[7] Karl Schmidt G. m. b. H., Neckarsulm, Bericht über Versuche zur Bestimmung der gleitenden Reibung; Manuskript.

[8] Metallgesellschaft A.G., Bericht über Arbeiten auf dem Lagermetallgebiet; Manuskript.

[9] Hensel-Tichvinsky, Straight copper — lead alloys versus leaded solid — solution bronzes for heavy duty bearings; Trans. Amer. Soc. mech. Engr. Bd. 53 (1931) und 54 (1932).

[10] Linicus, Über die Ermittlung der Laufeigenschaften von Lagerwerkstoffen; Schriften d. Hess. Hochschulen; T. H. Darmstadt, 1933 (H. 2).

[11] V. Ende, Stand der neuzeitlichen Lagerprüfung; Z. techn. Phys. Jg. 9 (1928), Nr. 4, S. 121.

[12] Müller, Versuche mit Lagern bei der Reichsbahn; Glasers Annalen, Sonderheft vom 1. 7. 1927.

[13] Sparrow, Recent developments in main and connectingrod bearings; J. Soc. automot. Engr. Bd. 35 (1934), Nr. 1, S. 229.

[14] van Steeven, Neue Verfahren und Maschinen zum Prüfen von Schmierölen; Werft Reed. Hafen Jg. 15 (1934), Nr. 5, S. 60.



[15] Eilender, Oertel, Schmalz, Grundsätzliche Untersuchungen des Verschleißes auf der Spindelmaschine; Arch. Eisenhüttenwes. Jg. 8 (1934), Nr. 2, S. 61.

[16] Larson, Copper-lead engine bearing are coming fast; Automot. Ind. Bd. 70 (1934), Nr. 26, S. 806.

[17] Walger, Schmiertechnische Untersuchungen (mit 9 Schrifttumangaben); Z. VDI Bd. 76 (1932), Nr. 9, S. 205.

[18] Kohlenwasserstofföle II. (1928—32), Verlag Chemie 1934, Abschnitt 12: Schmieröle.

[19] Meier, Gleitlager und deren Schmierung; Automob.-techn. Z. Jg. 37 (1934), Nr. 5, S. 138.

[20] Stephan, Lagerbeanspruchungen bei Fahrzeugdieseln; Automob.-techn. Z. Jg. 37 (1934), Nr. 16, S. 425.

[21] Heyer, Korrosion von Blei durch Fettsäuren in Gegenwart von Eisen; Seifensiederzeitg. 1933 (60), S. 131/3; 165/7.

[22] Denham, Allison Corp. begins production of high leaded bronze lined bearings; Automot. Ind. Bd. 71 (1934), Nr. 24, S. 738; s. a. Automob.-techn. Z. Jg. 37 (1934), Nr. 15, S. 408.

[23] Heldt, p. V. factor is not proper measure of bearing capacity; Automot. Ind. Bd. 66 (1932), Nr. 24, S. 842.

[24] Blume, Zinnbronzen mit hohem Bleigehalt als neuzeitliche Lagerwerkstoffe; Automob.-techn. Z. Jg. 35 (1932), S. 398.

[25] Semmler, Lager aus Bleibronze; Werkst.-Techn. Jg. 28 (1934), Nr. 19.

[26] N. N., Zahlenmäßige Bestimmung des Feinheitsgrades von Oberflächen; Masch.-Bau Bd. 13 (1934), Nr. 13/14, S. 375.

[27] Lindau, Tatsächlicher und gemessener Feinheitsgrad geschliffener Flächen (mit 3 Schrifttumhinweisen); Z. VDI Bd. 78 (1934), Nr. 31, S. 941.

[28] Vieweg, Stand der Forschung über Schmierfähigkeit; Öl u. Kohle Jg. 2 (1934), Nr. 11, S. 494.

[29] Shaw, Schmierung von Kraftfahrzeugmotoren mit kolloidal graphitierten Ölen; Dtsch. Mot.-Z. Jg. 10 (1933), Nr. 7.

[30] Stanton, Adhesion and fatigue of thin coatings of white metal deposited on mild steel surfaces; ARC Rep. Mem. Nr. 1424 (1930).

[31] Armbruster, Zur Frage hochbeanspruchter Gleitlager bei schnellaufenden Maschinen. Schriften der Hess. Hochsch., T. H. Darmstadt, Jahrgang 1934 (Heft 3), S. 90/101. Werkstofftechn. Kolloquium am 17. 11. 34.

Herabsetzung der Dauerfestigkeit von Nichteisenmetallen an Kraftangriffsstellen.

Von K. Matthaes.

Bericht 35/14 der Deutschen Versuchsanstalt für Luftfahrt, e. V., Berlin-Adlershof.

Im Betrieb auftretende Dauerbrüche gehen fast ebenso häufig wie von Kerben, von kraftübertragenden Verbindungsstellen aus. Während aber über den Einfluß der Kerbwirkung auf die Dauerfestigkeit zahlreiche Untersuchungen vorliegen, ist über den Einfluß der Kraftangriffsstellen nur verhältnismäßig wenig Material veröffentlicht, und dies beschränkt sich außerdem nur auf das Verhalten von Stählen. Im folgenden wird daher gezeigt, wie die Verhältnisse bei Aluminium- und Magnesium-Legierungen und bei Kupfer liegen.

Gliederung.

1. Anlaß zur Untersuchung.

Im Jahre 1933 erfolgte im Flugbetrieb der Bruch einer Leichtmetall-Luftschraube. Die Untersuchung der Bruchstücke bei der DVL ergab, daß der Bruch ein Dauerbruch ist, dessen Entstehung durch Fressen und Korrosion an der Nabeneinspannung eingeleitet wurde. Die Abb. 1 und 2 zeigen die Bruchstelle und das Aussehen des Schraubenfußes an der Nabeneinspannung. Wie man aus den Abbildungen sieht, zeigt der Schraubenfuß starke Freßspuren und ist mit schwarzen — überwiegend metallischen — Reibprodukten und weißen — überwiegend oxydischen — Korrosionsprodukten bedeckt. —

Dieser Vorgang führte zu einer Wiederaufnahme bereits im Jahre 1931 begonnener Arbeiten über den Einfluß von Reib- und Freßerscheinungen auf die Dauerfestigkeit. Die Versuche sollten einmal die Ursache für die Herabsetzung der Dauerfestigkeit an Kraftangriffsstellen aufklären helfen, und sie sollten weiterhin dazu führen, Mittel zur Verbesserung der Festigkeit an solchen Übergangsstellen zu finden.

2. Die Ursachen der Festigkeitsherabminderung an Einspannstellen.

Als Ursache der Festigkeitsherabminderung kommen zwei verschiedene Erscheinungen in Frage, die an solchen Kraftangriffsstellen auftreten. Das eine ist die stets auftretende Korrosionserscheinung, die zum Auftreten des »Arbeitsrostes« (bei Stahl rot bis braun, bei Leichtmetallen schwarz, daneben auch weiß) führt. Es liegt sehr nahe, die Herabsetzung der Dauerfestigkeit mit diesem Rosten in Verbindung zu bringen, da die Korrosionsdauerfestigkeit bekanntlich sehr viel niedriger liegt, als die Dauerfestigkeit ohne Korrosionseinfluß und da die Herabsetzung der Festigkeit an solchen Übergangsstellen besonders bei verhältnismäßig unedlen Werkstoffen (Stahl- und Magnesiumlegierungen) mit verhältnismäßig niedriger Korrosionsdauerfestigkeit beobachtet wurde.

Andererseits kommt als Ursache für die Herabsetzung der Dauerfestigkeit auch unmittelbar die Freß- und Reibwirkung in Betracht, da diese zu starken Verzerrungen des Materials an der Oberfläche führen kann. Ein Bild von dieser Erscheinung kann man sich an Hand der Skizze Abb. 3 machen, die einen Stab zeigt, der zwischen zwei ausgesparten Backen eingespannt ist. Wird ein solcher Stab auf Biegung beansprucht, so erfährt die Zugseite eine Verlängerung, die Druckseite eine Verkürzung, die sich auch auf den innerhalb der Einspannung liegenden Teil fortsetzen, wenn man voraussetzt, daß eine geringe Gleitmöglichkeit zwischen Ein-

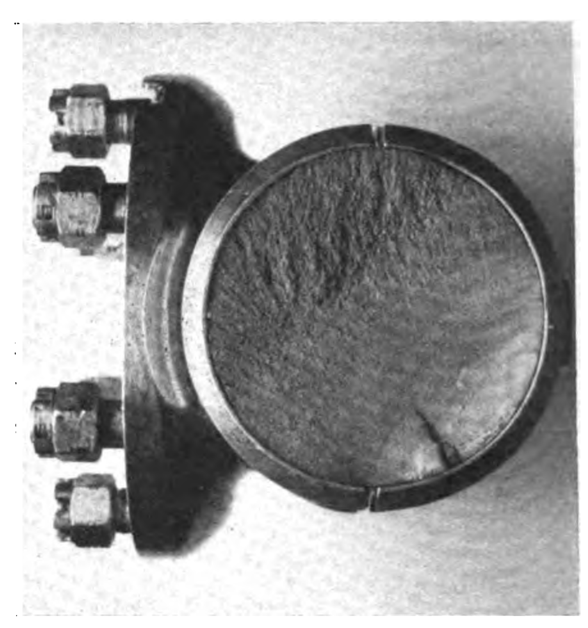


Abb. 1. Luftschraubenbruch. Aussehen der Bruchfläche.



Abb. 2. Luftschraubenbruch. Freß- und Korrosions-Erscheinung an dem gebrochenen Luftschraubenzapfen. (Rückseite.)

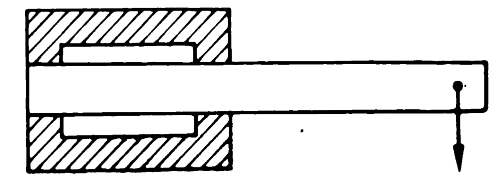


Abb. 3. Zwischen zwei ausgesparten Backen eingespannter Stab.

spannung und Stab besteht. Hierdurch kommt es zu einem Gleiten des Stabes in der Einspannung um ganz geringe Beträge, das aber bei ziemlich festem Sitz der Einspannung unter sehr hohen Reibungskräften erfolgen muß. Das führt u. U. zu starken Zerrungen des Materials an der Staboberfläche und zu Freßerscheinungen an Stab und Einspannung. Da diese Zerrungen in Beanspruchungsrichtung liegen, könnte man sich vorstellen, daß sie eine wesentliche Beanspruchungssteigerung bedeuten und dadurch zum Dauerbruch führen. Diese Wirkung muß in ganz ähnlicher Weise auch an beliebig anders geformten Einspannstellen auftreten, da eine Einspannung fast nie so starr ist, daß nicht am Rande derselben Dehnungen und Bewegungen des eingespannten Teiles möglich wären.

Daß die an solchen Einspannstellen auftretenden Freßwirkungen unter Umständen mit außerordentlich starken Kraftwirkungen und Materialbeanspruchungen verknüpft sind, sieht man z. B. aus Abb. 4 und 5. Abb. 4 zeigt z. B. den Querschnitt durch ein Stück Stahl, das an einer Freßstelle zwischen einer Kurbelwelle und einer Luftschraubennabe aus Welle und Nabe herausgebrochen war. Die beiden Werkstoffe von Welle und Nabe sind vollständig miteinander verschweißt und stellenweise schichtenförmig zu einem neuen Stück zusammengeschweißt. Abb. 5 zeigt die Zerstörungen an einer anderen Kurbelwelle durch Freßerscheinungen, die in diesem Fall durch einen Riß in der Welle eingeleitet wurden.

3. Mittel zur Verbesserung der Festigkeitseigenschaften an Einspannstellen.

Als Mittel zur Verbesserung der Festigkeitseigenschaften an Einspannstellen, die im Hinblick auf den beschriebenen Luftschraubenbruch möglichst ohne konstruktive Änderung noch nachträglich angewandt werden konnten, kamen einmal Zwischenlagen aus weichen Werkstoffen an der Einspannstelle (in diesem Fall also zwischen Schraubenfuß und Nabe), andererseits eine Oberflächenbehandlung des gefährdeten Teiles (Schraubenfuß) in Betracht.

4. Gang der Untersuchung.

Um diese Fragen zu klären und um festzustellen, wie die Beanspruchungsverhältnisse unter Bedingungen, die der Einspannung des Luftschraubenblattes in der Nabe entsprechen, liegen, wurden Biegeschwingungsversuche unter verschiedenen Versuchsbedingungen durchgeführt. Als Werkstoffe für die Versuche dienten Proben aus Elektron AZ 855, Duralumin 681 B, Duralumin 681 ZB und Kupfer. Die Versuche wurden zum Teil auf der Dauerbiegemaschine von Schenck (mit umlaufender Probe), zum Teil auf DVL-Planbiege-Dauerprüfmaschinen durchgeführt. Um die Versuchszeit abzukürzen, wurden die Versuche vielfach nur bis zu 2 Mill. Perioden ausgedehnt. Die Dauerfestigkeitswerte wurden für folgende Versuchsbedingungen bestimmt:

1) Am allseitig bearbeiteten polierten Probestab, ohne Korrosionseinwirkung.

2) Dasselbe (1), aber nach schwacher Vorkorrosion durch Leitungswasser.

3) Am glatten zylinderischen Probestab mit aufgesetzter Reibhülse aus Stahl. Form der Reibhülse s. Abb. 6; Anpreßdruck 0,4 kg/cm² und 120 kg/cm². Reibhülse mitumlaufend. Versuche auf der Schenck-Maschine.

4) Dasselbe (3) bei zusätzlicher Korrosion durch in die mittlere Eindrehung der Reibhülse eingefülltes Wasser oder nasses Fließpapier.

5) An einem Modell des Luftschraubenfußes in entsprechendem Nabenmodell aus Stahl (Kupplung) Modellmaßstab 1 : 4; Modellform s. Abb. 7. Versuche auf der Planbiegemaschine.

6) Dasselbe (5) mit oberflächengedrückten Proben.

7) Dasselbe (5) mit Zwischenlagen von Tego-Film, Pausleinen, Billroth-Batist oder Turbonit zwischen Luftschrauben- und Naben-Modell.

8) Am glatten zylindrischen Stab, umlaufend (Schenck-Maschine), mit aufliegendem belasteten Gleitlager. Anordnung s. Abb. 8.

5. Ergebnis.

Die unter den verschiedenen Versuchsbedingungen erhaltenen Dauerfestigkeitswerte sind in Zahlentafel 1 zusammengestellt. Aus den Versuchen ergibt sich folgendes:

1) Durch die Wirkung der Reibhülse wie durch die Reibwirkung der Kupplung treten bei den Leichtmetallen starke Freß- und Korrosionserscheinungen auf. Die Herabsetzung der Dauerfestigkeit beträgt sowohl bei Duralumin wie bei

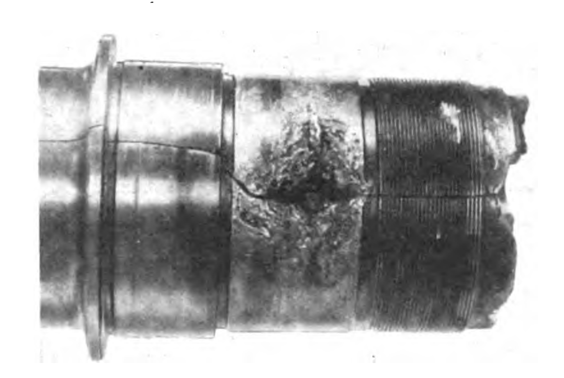


Abb. 5. Freßerscheinung an einer gerissenen Kurbelwelle. (Die Freßstelle liegt unter dem Laufring eines Rollenlagers.)

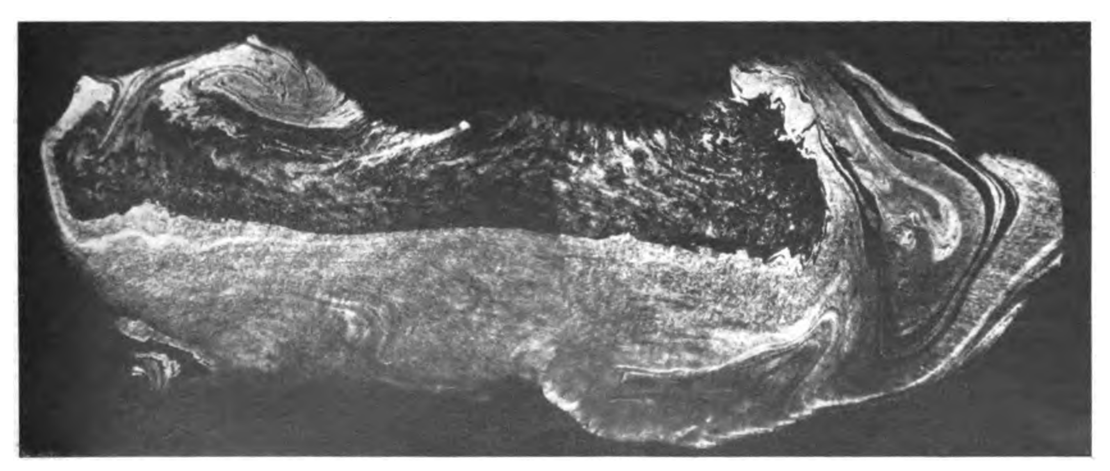


Abb. 4. Freßerscheinung zwischen Kurbelwelle und Luftschraubennabe. Querschnitt durch ein an der Freßstelle aus Welle und Nabe herausgebrochenes Stahlstück (aus beiden Werkstoffen verschweißt). Geätzt m. alkoh. HNO_3. $V = 14$ (hell = Werkstoff der Welle; dunkel = Werkstoff der Nabe).

Elektron bis zu 40%; bei Kupfer dagegen ist der Einfluß nur gering (etwa 10%).

2) Die Herabsetzung der Dauerfestigkeit ist größer, wenn zusätzliche Korrosionsmittel vorhanden sind (Reibhülse mit Wasser).

3) Die Herabsetzung der Dauerfestigkeit ist anscheinend wesentlich größer, wenn die Reibhülse auf dem Stab nicht wandern kann. Dreht sich dagegen die Hülse etwas auf dem Stab, so ist der Einfluß geringer. Bei den Kupfer-Proben erfolgte nur im ersten Fall der Bruch an der Reibstelle, im zweiten Fall erfolgt der Bruch außerhalb, d. h. am Übergang zum Stabkopf, obwohl auch in diesem Fall starke Preßspuren auftreten (s. Abb. 9).

4) Die Herabsetzung der Dauerfestigkeit durch die Reibung eines belasteten Querlagers (s. Abb. 8) ist viel geringer, trotzdem viel stärkere Freßspuren auftreten (s. Abb. 10).

5) Durch Oberflächendrücken läßt sich die Wirkung des Fressens auf die Dauerfestigkeit in günstigen Fällen fast vollständig aufheben, obwohl äußerlich starke Freßspuren und Korrosionsspuren auf der Probe auftreten (s. Abb. 11). Voraussetzung ist anscheinend, daß

a) das Drücken selbst nicht zu Oberflächenverletzungen führt, und

b) daß die verdichtete Zone von den Freßriefen nicht völlig durchbrochen wird.

6) Die Verwendung von Beilagen zwischen Kupplung (Nabenmodell) und Probestab führte nicht zum Ziel, da die Beilagen schnell zerstört wurden oder die Proben am Ende, im Innern der Kupplung brachen. Grundsätzlich läßt sich aber jedenfalls durch genügend weiche Zwischenlagen die Freßwirkung beheben. Das Verfahren ist aber praktisch nur dann anzuwenden, wenn die Beanspruchung an der Paßstelle so gering ist, daß keine Zerstörung der Zwischenlage erfolgt; oder wenn die Zwischenlage genügend häufig ausgewechselt werden kann.

Aus den in Punkt 1) bis 4) angeführten Beobachtungen ergibt sich, daß das Hin- und Herzerren der Probenoberfläche in Richtung der wirkenden Beanspruchung und die dadurch bedingte Überbeanspruchung der Randzone die eine Ursache für die starke Herabsetzung der Dauerfestigkeit durch das Fressen ist. Die Wirkung tritt nämlich nur ein, wenn die Richtung des Fressens (und daher auch die der Freß-Riefen) mit der Beanspruchungsrichtung übereinstimmt; dagegen ist die Wirkung nur schwach, wenn die Richtung des Fressens senkrecht zur Beanspruchungsrichtung ist (Welle und Lager Abb. 8), obwohl die Freßriefen dann senkrecht zur Beanspruchungsrichtung liegen und als Kerben wirken müßten.

Außerdem aber ist die Wirkung offenbar auch vom Korrosionsverhalten abhängig, wie aus dem großen Unterschied zwischen den verschiedenen Werkstoffen, Kupfer und Elektron, die etwa gleiche Härte, Festigkeit und Dauerfestigkeit, aber wesentlich verschiedene Korrosionsbeständigkeit haben, hervorgeht. Bei dem eigenartigen Zusammenwirken von Korrosion und Beanspruchung, wie wir es aus Dauerversuchen bei gleichzeitiger Korrosion kennen, ist anzunehmen, daß auch hier eine additive Wirkung beider Erscheinungen vorliegt, wobei der Korrosionseinfluß der Größe nach auch von der Beanspruchungsrichtung mit abhängig sein müßte.

Auch Unterschiede in der Kerbempfindlichkeit könnten das verschiedene Verhalten der Werkstoffe bedingen. Die Beanspruchung an der Freß-Stelle ist ja im wesentlichen oberflächlicher Natur. Wenn an dieser Stelle der Werk-

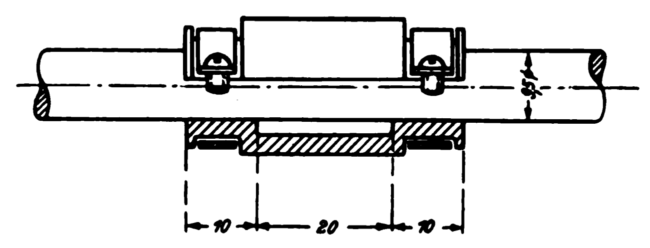


Abb. 6. Reibhülse (zweiteilig) aus Stahl, mit dem Probestab umlaufend.

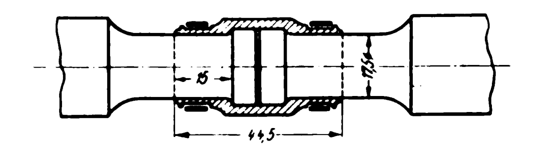


Abb. 7. Nabenmodell (Kupplung) aus Stahl. Modellmaßstab 1 : 4.

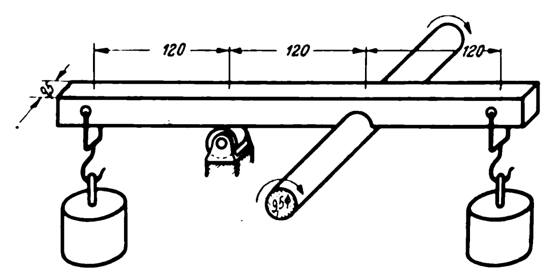
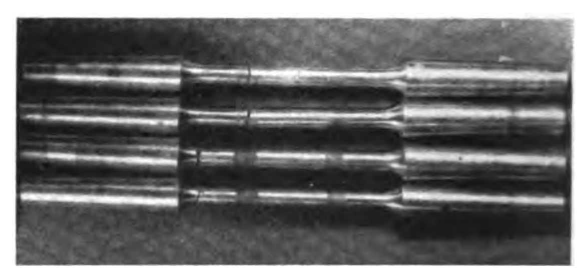
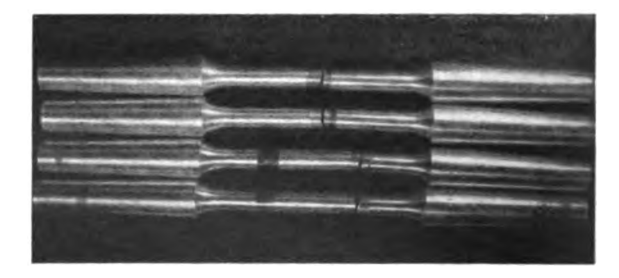
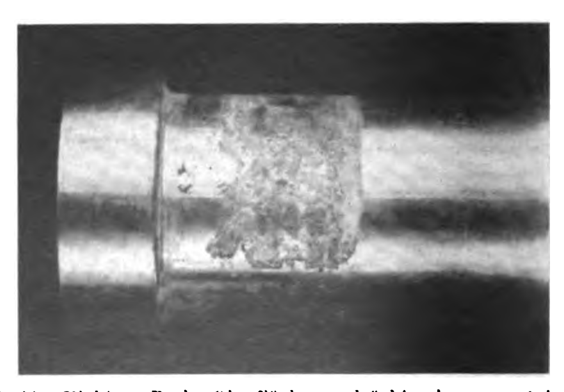


Abb. 8. Probestab mit belastetem Querlager (ruhend). Werkstoff des Querlagers: Duralumin.


Abb. 9. Bruchaussehen der Proben aus Kupfer mit Reibhülse. Bei den Proben mit leicht angezogener Reibhülse, bei denen die Reibhülse wandern konnte, liegt die Bruchstelle außerhalb der Reibstellen am Übergang zum Stabkopf; bei den Proben mit fester angezogener Reibhülse, bei denen die Reibhülse nicht wanderte, liegt die Bruchstelle unter einer Reibstelle.


Abb. 10. Bruchaussehen der Duralumin-Proben. In der Abb. oben Proben mit Querlager. In der Abb. unten Proben mit Reibhülse. Die Bruchstelle liegt in diesem Fall unter einer Reibstelle.


Abb. 11. Elektron-Probe Oberflächen gedrückt, eingespannt in das Nabenmodell; nach 31 Mill. Beanspruchungen. Sehr starke Freßspuren; trotzdem kein Bruch.

stoff durch den Einfluß des Fressens zerrüttet ist und sich Ermüdungsanrisse gebildet haben, so ist der Vorgang jedenfalls festigkeitsmäßig zunächst abgeschlossen und es kommt nun darauf an, ob sich diese kleinen Anrisse bei der vorliegenden Beanspruchung durch ihre Kerbwirkung zum endgültigen Dauerbruch fortsetzen oder nicht. — Da aber, wie aus den Versuchen von Ludwik hervorgeht, kein wesentlicher Unterschied in der Kerbempfindlichkeit zwischen Elektron und Kupfer besteht, so kann der Einfluß der Kerbempfindlichkeit zur Erklärung der sehr großen Unterschiede im Verhalten von Duralumin und Elektron gegenüber Freß- und Reibwirkungen an Kraftangriffsstellen jedenfalls nicht in Betracht kommen.

In einer inzwischen erschienenen[1]) Arbeit von Thum und Wunderlich (6) geben die Verfasser eine andere Erklärung für die Ursache der Herabsetzung der Dauerfestigkeit an Kraftangriffsstellen. Sie haben die Beanspruchungsverteilung eingespannter und (ruhend) auf Biegung beanspruchter Proben polarisationsoptisch an Glas-Modellen untersucht und glauben, die Einspannwirkung als eine Art Kerbwirkung durch die Zusammendrängung der Spannungslinien in der Nähe der Übergangsstellen und durch die dauernden Änderungen in den Richtungen der Hauptschubspannungen in der Umgebung der Druckzone erklären zu können. Von der Untersuchung dieser infolge des bekannten Einflusses von Kerbwirkungen naheliegenden Möglichkeit wurde in der vorliegenden Arbeit abgesehen, da von vornherein angenommen wurde, daß die Größe dieses Einflusses gegenüber der Wirkung der Oberflächenzerrung zurücktritt und da auch die Bruchererscheinungen offensichtlich stets mit örtlichen Freßwirkungen zusammenhängen. Daß diese Überlegung richtig war, ergibt sich auch aus dem großen Unterschied im Verhalten der beiden Werkstoffe Elektron und Kupfer trotz annähernd gleicher Kerbempfindlichkeit. Auch zeigt ein Vergleich der von Thum und Wunderlich ermittelten Werte für die Spannungserhöhung mit der an Kerben vorhandenen, daß die starke Herabsetzung der Dauerfestigkeit durch die Kerbwirkung allein nicht zu erklären ist (vor allem bei Werkstoffen mit geringer Kerbempfindlichkeit, wie z. B. Duralumin!).

[1]) Die hier beschriebenen Versuche wurden im Februar 1934 abgeschlossen.

Selbstverständlich wird aber in allen Fällen die Kerbwirkung durch den Querschnittsübergang an der Einspannstelle zur Festigkeitsherabsetzung mit beitragen und bei der Dimensionierung mit berücksichtigt werden müssen. Der wesentlichste Einfluß für die starke Herabsetzung der Dauerfestigkeit gerade an Einspannstellen und Kraftangriffsstellen scheint aber nach den vorliegenden Untersuchungen die Oberflächenzerrung (besonders an Freßstellen) und die damit verbundenen Korrosions- bzw. Oxydationswirkung zu sein.

6. Schrifttum.

[1] W. Zander: Der Einfluß von Oberflächenbeschädigungen auf die Biegungsschwingungsfestigkeit, Diss. Braunschweig. NEM-Verlag Berlin.

[2] Gough: The effect of keyways upon the strength and stöffness of shafts subjected to torsional sfresses, ARC. Rep. Mem. 864.

[3] P. Brenner: Dynamische Festigkeit von Flugzeugkonstruktionsteilen, DVL-Jahrbuch 1929.

[4] K. Matthaes: Statische und dynamische Festigkeitseigenschaften einiger Leichtmetalle, DVL-Jahrbuch 1931, S. 439.

[5] F. Wunderlich: Der Einfluß von Einspann-, Kraftangriffs- und Nabensitzstellen auf die Dauerhaltbarkeit der Konstruktionen, Schriften d. Hessischen Hochschulen, Jahrg. 1933, H. 2.

[6] Thum, F. Wunderlich: Dauerbiegefestigkeit von Konstruktionsteilen an Einspannungen, Nabensitzen und ähnlichen Kraftangriffsstellen. Mitt. der Materialprüfungsanstalt an der Technischen Hochschule Darmstadt, H. 5, 1934.

Zahlentafel I.

	Werkstoff	Elektron AZ 855 Schmiedestück (Propeller)	Elektron AZ 855 Stangen	Duralumin 681 B Stange	Duralumin 681 ZB Stange	Kupfer weich Stange
statische Festigkeitswerte	Streckgrenze $\sigma_{0,2}$ . . . . . . kg/mm²	22,8	24,8	32,5	26,5	29,6
	Zugfestigkeit σ_B . . . . . . »	31,7	33,6	37,2	44,7	30,8
	Dehnung δ_{10} . . . . vH	$\delta_5 = 6,7$	11,7	—	22,4	10,0
	Einschnürung ψ . . . . vH	8	29	30	40	73
Biegeschwingungsfestigkeit kg/mm² bezogen auf 2×10^6, in () bezogen auf 10×10^6 Perioden	glatter Stab	11,5 (10,5)	14 (13,5)	—	20 (17,7)	12 (12)
	vorkorrodierte Probe (16 Stunden mit Wasser berieselt)	9—10 (9)	—	—	—	[12][1])
	mit Reibhülse s. Abb. 6: trocken, leicht angezogen[2])	11 (10)	—	—	—	12—12,5 (11,5—12)
	mit Reibhülse s. Abb. 6: trocken, fest angezogen[3])	9 (8,5)	—	—	11 (10)	11 (10)
	mit Reibhülse s. Abb. 6: naß	7 (6,5)	—	—	—	—
	mit Kupplung (Nabenmodell 1:4) s. Abb. 7: unbehandelt	—	7,5—8 (7—7,5)	10 (8,5)	—	11
	mit Kupplung (Nabenmodell 1:4) s. Abb. 7: mit Zwischenlagen[4]) .	—	9 (9)	—	—	—
	mit Kupplung (Nabenmodell 1:4) s. Abb. 7: Oberfläche gedrückt[5])	—	bis 13 (bis 13)	16,5 (15)	—	—
	Probe mit belastetem Querlager s. Abb. 8	—	—	—	16 (15)	—

[1]) n. Vers. von Ludwik tritt selbst bei gleichzeitiger Seewasser-Korrossion nur ein geringer Rückgang der Dauerfestigkeit ein. [2]) Pressung ∾ 0,4 kg/cm². [3]) Pressung ∾ 120 kg/cm². [4]) Zwischenlagen aus Tego-Film, Pausleinen, Billroth-Batist, Turbonit. Die dünnen Zwischenlagen (Film, Batist, Leinen) werden zerstört. Die Probe bricht oft (auch bei Turbonit-Zwischenlagen) am Ende, im Innern der Kupplung. [5]) 1 × um 0,02 mm.

LUFTFAHRTFORSCHUNG

Band 12 | 3. Oktober 1935 | Nr. 6

Der 5×7 m Windkanal der DVL.

Von M. Kramer.

Bericht 35/15 der Deutschen Versuchsanstalt für Luftfahrt, Berlin-Adlershof.

Ende 1932 hat die Deutsche Versuchsanstalt für Luftfahrt (DVL) mit dem Bau eines 5×7 m Freistrahl-Windkanals begonnen und diesen Ende 1934 erstmalig in Betrieb genommen. Der Kanal ist heute betriebsreif. Der Strahl zeichnet sich durch sehr geringe Turbulenz aus. Flügelmodelle können bei Reynoldsschen Zahlen bis zu 4×10^6 und Luftschrauben in natürlicher Größe untersucht werden. Durch diesen Kanal hat die DVL eine wesentliche Bereicherung ihrer Arbeitsmöglichkeiten erhalten.

Gliederung.

1. Gesichtspunkte für die Wahl der Abmessungen.

Die steigenden Anforderungen, die an alle Bauelemente und ihr harmonisches Zusammenwirken im Flugzeug gestellt werden, haben das Bedürfnis nach Messungen in großen Windkanälen immer dringlicher werden lassen. Deshalb hat die DVL einen großen Windkanal gebaut und in Betrieb genommen. Die Abmessungen des Kanals ergaben sich aus folgenden Überlegungen: Triebwerke mit luftgekühlten Motoren sind nicht modellmäßig nachzubilden. Der Kanal muß mithin die Untersuchung solcher Triebwerke in natürlicher Größe gestatten. Die überkritische Untersuchung von Tragwerken erfordert Reynoldssche Zahlen von mehreren Millionen. Werden diese beiden Forderungen erfüllt, so ergibt eine weitere Vergrößerung des Kanales nur mehr geringe Vorteile, da die Kosten und der Zeitaufwand für die Versuche bei weiterer Vergrößerung stetig steigen. Aus diesen Gründen wurde ein elliptischer Strahlquerschnitt von 5 × 7 m gewählt, der im Bedarfsfalle auf 6 × 8 m vergrößert werden kann. In diesem Strahl können naturgroße Triebwerke bzw. Tragwerke bis zu Reynoldsschen Zahlen von 4×10^6 untersucht werden.

2. Allgemeine Anordnung.

Die allgemeine Anordnung des Kanales entspricht dem 1,2-m-Windkanal der DVL und dem bewährten Göttinger Vorbild (Abb. 1 bis 3). Die Luft wird in einem horizontalen Kreislauf einseitig zum Meßgebäude zurückgeführt und strömt innerhalb der 9 m langen Meßstrecke als Freistrahl von der Düse zum Auffangtrichter. Der Düsenquerschnitt ist eine horizontal liegende Ellipse mit den Achsen 5 × 7 m.

Gelegentlich kann es von Vorteil sein, unter Verminderung der Maximalgeschwindigkeit den Strahlquerschnitt und die Strahllänge zu vergrößern. Deshalb wurden die letzten 2 m der Düse als eiserne Vorsatzdüse ausgebildet, die horizontal geteilt ist und nach oben und unten auseinander gefahren werden kann. Bei geöffneter Vorsatzdüse wird die dahinterliegende Hauptdüse frei und damit der Strahlquerschnitt auf 6 × 8 m und die Strahllänge auf 11 m vergrößert.

Die Antriebsleistung des Kanales beträgt 2700 PS. Mit dieser Antriebsleistung wird für die 5 × 7 m Düse eine Höchstgeschwindigkeit von 65 m/s erreicht. Die Luftführung des Kanales liegt frei, während die Meßstrecke durch ein Meßgebäude überdacht ist. An das Meßgebäude ist ein Bürogebäude angeschlossen, das die für das Bedienungspersonal des Kanales notwendigen Büroräume und Werkstätten enthält. In geringer Entfernung von dem Meßgebäude und mit diesem durch Schienen verbunden liegt eine Vormontagehalle, in der Versuche vorbereitet werden können.

3. Die Luftführung.

Mit Ausnahme der eisernen Vorsatzdüse ist die gesamte Luftführung in Eisenbeton nach der Zeiß-Dywidag-Bauweise ausgeführt. Die Wandstärke des Rohres beträgt 70 mm einschließlich Putz. Das Rohr ist durch zwei Trennfugen vor und hinter dem Gebläse in drei Einzelteile zerlegt, die getrennt gelagert sind und im Hinblick auf Wärmedehnungen auf Gleitfugen ruhen. Die Lagerung der beiden Rohrkrümmer erfolgt hauptsächlich in den Umlenkungen, die durch starke Betonringe versteift sind.

Der Auffangtrichter ist ungewöhnlich groß, da er sowohl den 5 × 7-m-Strahl wie auch den 6 × 8-m-Strahl einwandfrei aufnehmen muß. Die geeignete Formgebung der Düsen und des Auffangtrichters ist durch Modellversuche ermittelt worden. Am Fuß des Auffangtrichters ist ein Kranz von Öffnungen vorgesehen, der dem stoßfreien Abfluß der vom Strahl mitgerissenen Luft dient. Diese Öffnungen wurden reichlich groß bemessen, da der Auffangtrichter gleichfalls aus Beton besteht. Die Öffnungen sind später während der Inbetriebnahme auf den halben Querschnitt verkleinert worden.

Das Gebläse ist in die Luftrückführung verlegt worden, einmal weil gegenüber der Anordnung des Gebläses hinter dem Auffangtrichter durch diese Bauweise die Rohrlänge verkürzt wird, zum zweiten, weil im vorliegenden Falle zunächst eine Umformung des elliptischen Strahles in den Kreisquerschnitt erforderlich ist. Der Übergang vom elliptischen Querschnitt des Auffangtrichters zum Kreisquerschnitt des Gebläses erfolgt stetig in den zwischenliegenden Rohrstücken.

Die Umlenkschaufeln bestehen aus Eisenbeton und besitzen an ihrer Hinterkante Korrekturschaufeln aus verhältnismäßig dünnem Eisenblech, die zur Feinkorrektur der Umlenkungen dienen sollen (Abb. 4). Eine Korrektur hat sich jedoch nur an der Umlenkung direkt vor dem Gebläse als notwendig erwiesen, die infolge Interferenzwirkung des dicht dahinterliegenden Motorrumpfes weniger als 90° umlenkte.

Da der Kanal im Hinblick auf die Kosten möglichst kurz werden sollte, andererseits keine Gefährdung der Strömung durch zu schroffe Diffusion zulässig war, wurden die Umlenkungen zur Diffusion herangezogen. In den zwei vor dem Gebläse liegenden Umlenkungen wird der Rohrquerschnitt jeweils sprungweise um ca. 8% vergrößert. Dadurch wird der zwischen dem Gebläse und der folgenden Umlenkung liegende Diffusor entlastet, so daß er selbst unter ungünstigen Umständen nicht zur Strömungsablösung neigt.

Ebenso allmählich, wie vor dem Gebläse die Umformung des elliptischen Querschnittes zum Kreise erfolgt, geschieht hinter dem Gebläse die Umformung des Kreises zur Ellipse. Kurz vor der Düse hat die Luftführung einen elliptischen Querschnitt von 10 × 14 m, woraus sich für die kleine Düse ein Kontraktionsverhältnis von 4 und für die große Düse ein solches von etwa 3 ergibt.

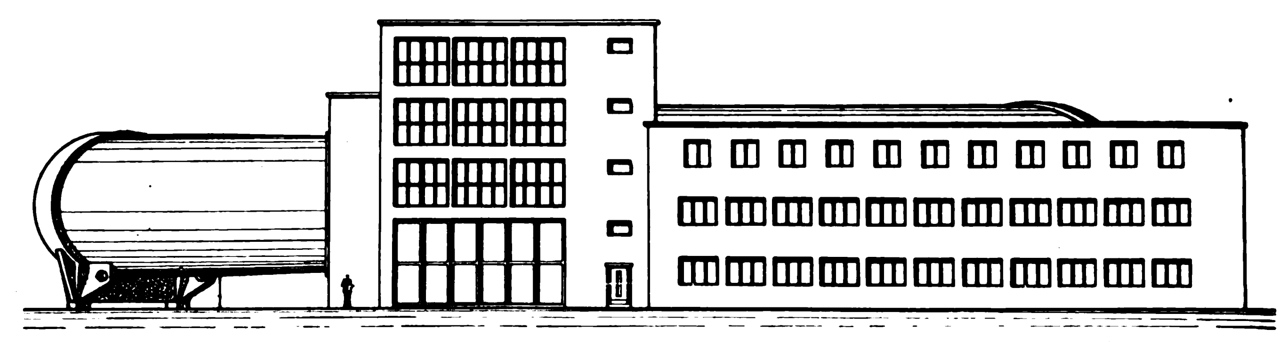


Abb. 1. Gesamtansicht des 5×7 m Windkanales.

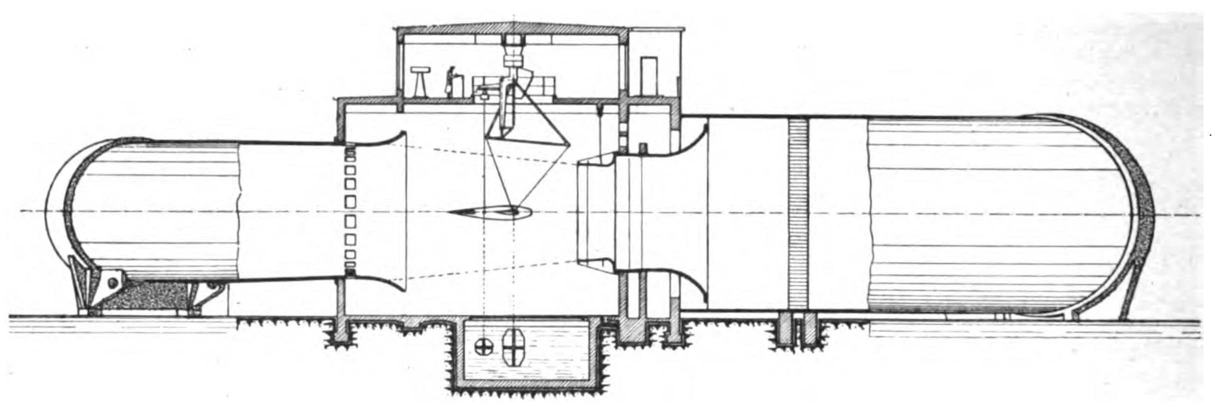


Abb. 2. Schnittzeichnung des Meßgebäudes.

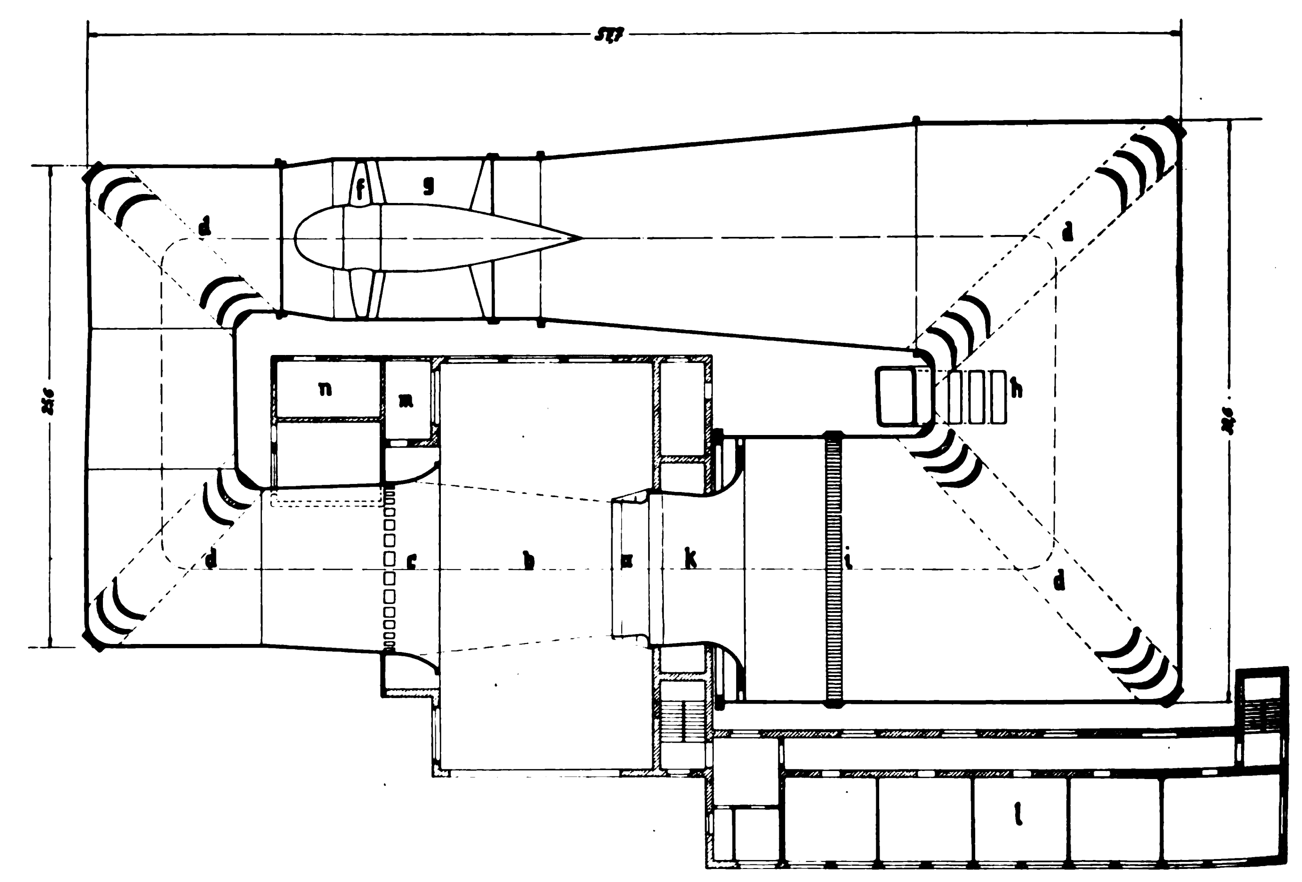


Abb. 3. Horizontalschnitt des Kanales in Höhe der Rohrachse.

a Vorsatzdüse
b Meßstrecke
c Auffangtrichter
d Umlenkschaufeln
e Antriebsmotor (verkleidet)
f Gebläseschaufeln
g Leitschaufeln
h Entlüfterklappen
i Gleichrichter
k Hauptdüse
l Bürogebäude
m Pumpenraum
n Schalterraum.

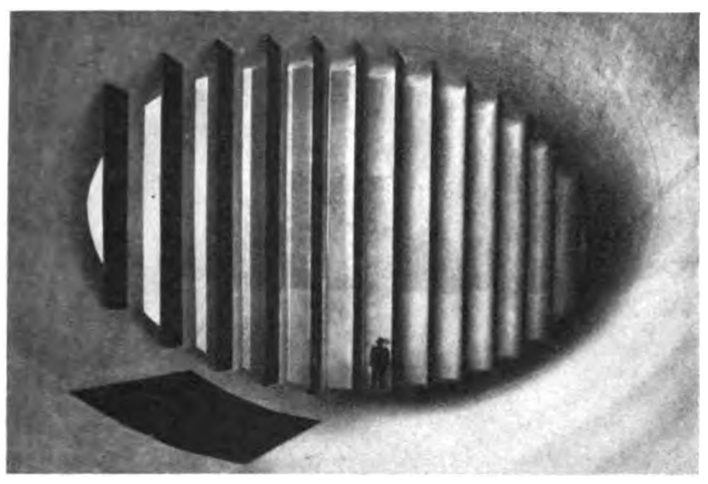


Abb. 4. Die Umlenkung hinter dem Diffusor mit den Entlüfterklappen.

Vor der Düse ist der Gleichrichter angeordnet, der aus 9000 Rundrohren von 120 mm Durchmesser und 800 mm Länge besteht. Im Gegensatz zu den meisten bisher gebauten großen Kanälen wurde von vornherein ein Gleichrichter vorgesehen, da die Erfahrung beim 1,2-m-Windkanal gezeigt hatte, daß der Gleichrichter nicht nur die Richtungsgenauigkeit des Strahles verbessert, sondern gleichzeitig eine wesentliche Verminderung der Turbulenz der Strömung ergibt.

Zwischen den letzten Umlenkungen vor der Düse liegen drei Entlüfterklappen. Werden diese Klappen geöffnet, so bläst ein Teil der Druckluft ins Freie ab, während gleichzeitig der Strahl Frischluft von allen Seiten ansaugt. Die Maßnahme hat den Zweck, bei Versuchen mit Benzinmotoren dem Strahl laufend Frischluft zuzuführen und dadurch die Atmungsverhältnisse einwandfrei zu gestalten.

4. Der Antrieb und die Geschwindigkeitsregelung.

Als Gebläse dient eine achtflügelige Verstelluftschraube von 8½ m Durchmesser, die direkt auf den Wellenstumpf eines Drehstromkurzschlußmotors von 2700 PS aufgesetzt ist (Abb. 5). Der Motor ist polumschaltbar, so daß er mit 125 bzw. 250 U/min laufen kann. Die geringe Umfangsgeschwindigkeit des Gebläses von 104 m/s wurde gewählt, um die Geräuschbelästigung durch das Gebläse abzuschwächen.

Der Motor ruht auf zwei kräftigen Stützen und ist stromlinienförmig verkleidet. Die beiden Stützen des Motors bilden zugleich zwei Schaufeln des hinter dem Gebläse liegenden sechsflügeligen Leitapparates, der zur Beseitigung des Gebläsedralles vorgesehen ist.

Die Gebläseschaufeln sind aus Silumin hohl gegossen. Alle acht Schaufeln sind drehbar gelagert und werden gemeinsam durch einen hydraulischen Servomotor während des Betriebes verstellt. Die Gebläseverstellung erfolgt ebenso wie die gesamte Bedienung des Motors von einem transportablen Steuerpult aus, das an geeigneter Stelle im Meßraum aufgestellt ist.

Für die Wahl des Antriebes waren wirtschaftliche und betriebstechnische Gründe maßgebend. Da nur Drehstrom zur Verfügung stand, hätte die übliche Geschwindigkeitsregelung durch einen Drehstrom-Gleichstrom-Umformer und einen Gleichstrommotor eine erhebliche Verteuerung des ganzen Projektes im Gefolge gehabt. Außerdem wollte man den im Verhältnis zum Drehstromkurzschlußmotor empfindlicheren Gleichstrommotor nicht beschränkt wartbar und schlecht zugänglich mitten im Kanal einbauen. Aus diesen Erwägungen heraus entschloß man sich dazu, den robustesten Elektromotorentyp — den Drehstromkurzschlußmotor — in direkter Kupplung mit dem Gebläse zu wählen und alle Umformer zu vermeiden. Die Regelung der Geschwin-

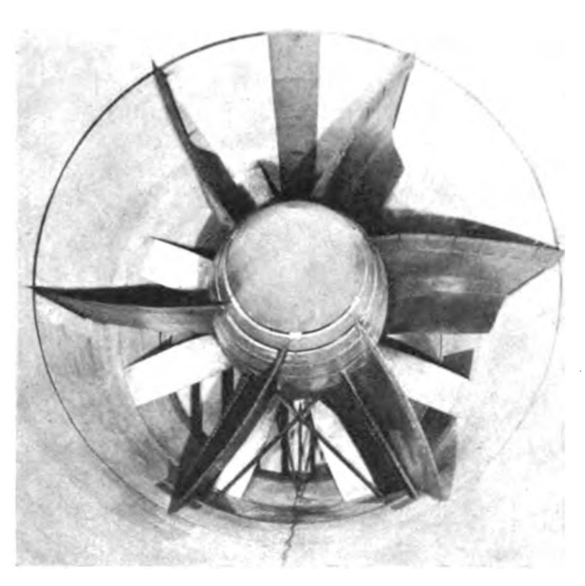


Abb. 5. Motor mit Gebläse und Leitapparat. (Blick gegen Strömungsrichtung.)

digkeit durch ein Verstellgebläse wurde bei diesem Kanal erstmalig ausgeführt.

Um eine einmal durch die Motordrehzahl und die Flügelanstellung gewählte Geschwindigkeit während des ganzen Versuches automatisch konstant halten zu können, wurde der Regler benutzt, der für den 1,2-m-Windkanal der DVL entwickelt worden war und der sich in diesem Kanal durch seine schnelle Arbeitsweise bewährt hatte. Über der Düse sind in der Düsenvorkammer an der Stelle höchsten Druckes Schlitze angebracht, durch die Druckluft austreten kann. Die austretende Luftmenge wird durch Klappen geregelt, die mit Hilfe eines Askania-Strahlrohrreglers selbsttätig so gesteuert werden, daß in der Meßstrecke konstante Geschwindigkeit herrscht. Diese Regelung verschlechtert zwar den Gütegrad des Kanales, da die Energie der aus den Schlitzen austretenden Luft verlorengeht, hat jedoch den für große Kanäle entscheidenden Vorteil, ein Minimum an Trägheit zu besitzen und deshalb schneller als irgendeine andere Regelung zu wirken, die z. B. die Motordrehzahl oder die Flügelanstellung sinngemäß steuert.

5. Die Sechskomponentenwaage.

Die Sechskomponentenwaage des Kanales ist auf Grund der Waagenstudien im 1,2-m-Windkanal gebaut worden. Die Waage ist in einem über dem Strahl liegenden besonderen Meßraum untergebracht (Abb. 6). Dieser Raum ist einwandfrei heizbar, wind- und lärmgeschützt, so daß das Bedienungspersonal und die Meßgeräte unter günstigen Verhältnissen arbeiten. Tatsächlich ist die Geräusch-

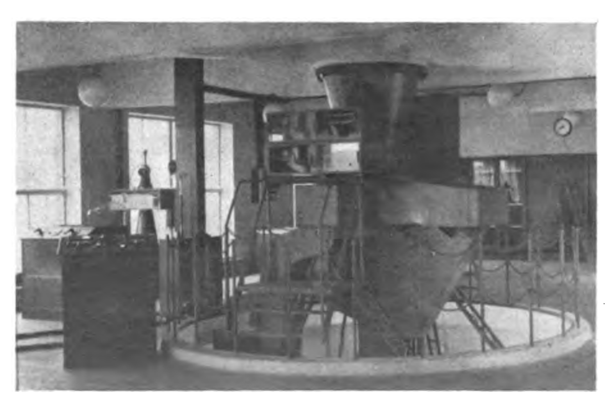


Abb. 6. Meßraum mit Sechskompenentenwaage.

belästigung so gering, daß bis etwa 40 m/s eine Verständigung bei normalem Stimmaufwand möglich ist.

Während die gesamte Meßeinrichtung im Meßraum zusammengefaßt wurde, greift eine Tragkonstruktion durch eine Öffnung im Boden des Meßraums hindurch und trägt das darunter im Strahl hängende Modell mittels einer Drahtaufhängung (Abb. 7). Abb. 8 zeigt, wie das Modell an 7 Drähten aufgehangen ist. Vier Drähte bilden die Kanten einer Pyramide, deren Spitze in einem Anschlußpunkt des Modells liegt. Zwei weitere Drähte sind in Form eines V angeordnet, dessen Spitze ebenfalls einen Anschlußpunkt des Modells trägt. Außerdem greift ein vertikaler Draht am Rumpfende des Modells an. Die in das Modell eingelassenen Anschlußpunkte bestehen aus Kugelgelenken, die dem Modell die für Sechskomponentenmessungen erforderliche reibungsfreie Lagerung um alle Achsen sichern.

Die Anschlußpunkte sind durch Schnellverschlüsse mit dem Modell verbunden, so daß ein Auswechseln der Modelle im Verlauf von etwa einer halben Stunde möglich ist. Zum Einhängen der Modelle dienen zwei im Raume verfahrbare Bühnen, von denen eine auf Abb. 7 im Hintergrunde zu erkennen ist. Im Bedarfsfall, also bei leichten Modellen, Messungen negativer Auftriebe, großen Schiebewinkeln usw. können die Anschlußpunkte durch Vorspanndrähte mit unterirdisch angeordneten Vorspanngewichten verbunden und vorgespannt werden. Damit in diesem Falle keine Störung der Messung durch Pendeln der Vorspanngewichte erfolgt, sind die Gewichte als Dämpferplattensysteme ausgebildet, die in ein unterirdisches Wasserbassin eintauchen.

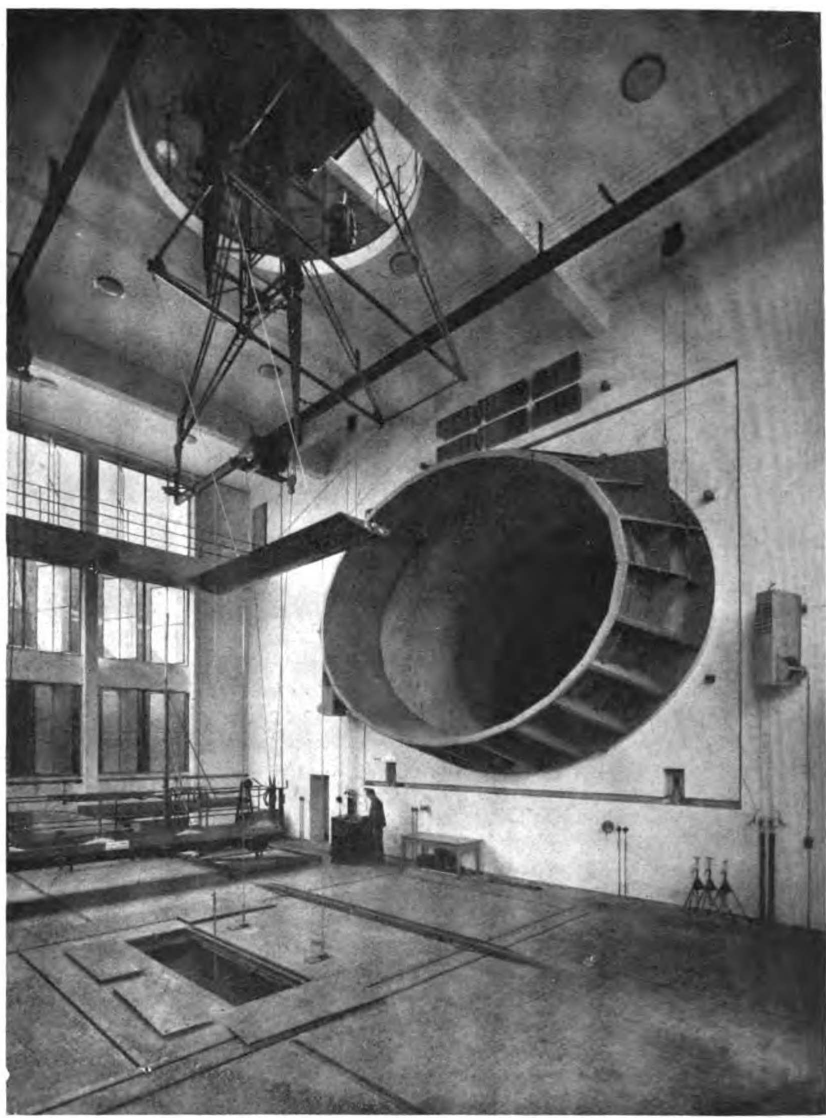


Abb. 7. Das Innere des Meßgebäudes mit Düse, Modellflügel und Modellaufhängung.

Alle im Strahl liegenden Teile der Aufhängung einschließlich der Drähte sind auf geringsten Widerstand profiliert. Der Widerstand der Aufhängung ohne Vorspanndrähte beträgt nur etwa $\frac{1}{3}$ des Kleinstwiderstandes normaler Flügelmodelle. Von einer Abschirmung der Aufhängung ist aus diesem Grunde und zugunsten einfacher Montage Abstand genommen worden.

Die Waage gestattet eine Veränderung des Anstellwinkels und des Kurswinkels der Modelle um $\pm 40^{\circ}$. Da Profildrähte bei Schräganblasung ungünstig werden und zu Schwingungen neigen, mußte von dem üblichen Aufbau der Waage auf einem Drehtisch abgegangen werden. Statt dessen werden die Drahtaufhängungen einschließlich der sie tragenden Rohrrahmen und Waagen bei Veränderungen des Kurswinkels durch eine Parallelogrammsteuerung strömungsparallel geführt. Durch die strömungsparallele Führung wird die Schräganblasung der Profildrähte vermieden und ein praktisch konstanter Drahtwiderstand erzielt. Die Verstellung des Anstellwinkels und des Kurswinkels erfolgt durch elektrische Triebwerke, die von einem Beobachtungsstand aus gesteuert werden.

Durch eine einfache Kinematik werden die an den Anschlußpunkten des Modells angreifenden Kräfte in Auftrieb, Widerstand und Querkraft zerlegt und durch Waagen gemessen. Die Kinematik der Kräftezerlegung ist in Abb. 9 für einen Anschlußpunkt schematisch dargestellt. Diese Kinematik ist vollständig in Blattfedergelenken gelagert. Die Blattfedergelenke sind robust und staubunempfindlich. Nach einjährigem Betriebe konnte keinerlei Reibung in den Meßorganen nachgewiesen werden.

Entscheidend für die Brauchbarkeit einer solchen Kräftezerlegung ist stets, ob die praktisch erzielte Steifigkeit des gesamten Aufbaues genügt, um bei maximaler Belastung unzulässige Deformationen und damit Fehler der Kräftezerlegung zu vermeiden. Die Kontrolle der Waage durch gleichzeitiges Aufbringen entsprechender Kräfte hat ergeben, daß 1000 kg Auftrieb einen Widerstand von 100 kg um 0,3% fälschen. Da ein Auftrieb von 1000 kg für den Bereich besten Steigens selbst bei anormal großen Modellen kaum erreicht wird, ist die Steifigkeit der Waage ausreichend.

Als eigentliches Meßorgan zur Bestimmung der Kräfte wurde das im Windkanalbetrieb bewährte Prinzip der Laufgewichtswaage verwandt. Da jedoch für den Kanal zwecks intensiver Ausnutzung automatische Wägung und Registrierung der Meßwerte wünschenswert war und handelsübliche automatische Laufgewichtswaagen keine ausreichende Meßgenauigkeit ergaben, wurde ein Meßorgan entwickelt, das den Bedürfnissen des Kanales angepaßt ist. Dieses Meßorgan wird demnächst gesondert beschrieben werden. Im Prinzip handelt es sich um eine elektrisch gesteuerte Laufgewichtswaage mit wesentlich gesteigerter Meßgenauigkeit. Für diese Waage wurde eine Fernübertragung entwickelt, die die Meßergebnisse zahlreicher Meßstellen auf einem gemeinsamen Meßprotokoll in Zahlendruck zu registrieren gestattet.

Dieses Meßorgan ist zur automatischen Messung der sechs Luftkraftkomponenten und in Verbindung mit einer Tauchglocke zur Messung der Strahlgeschwindigkeit benutzt



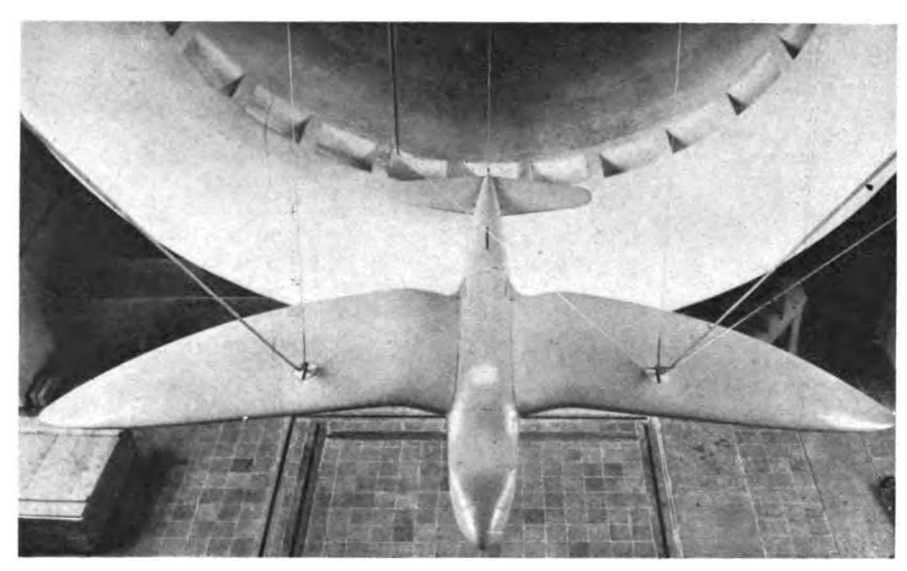


Abb. 8. Drahtaufhängung der Modelle.

worden. Ein Registrierpult, in dem die Meßergebnisse aller Meßstellen zusammenlaufen, gestattet die Anfertigung eines in Zahlen gedruckten Meßprotokolls von 12 Meßwerten sowie die Darstellung der 6 Luftkraftkomponenten in Kurvenform über dem Anstellwinkel. Der Überblick über den Verlauf der Messung erfolgt auf Grund der Kurven, während zur Auswertung das wesentlich genauere Zahlenprotokoll benutzt wird.

Die Waage wurde gleichzeitig im Hinblick auf die Untersuchung von Modellen mit laufenden Schrauben entwickelt. Um ein Minimum an Störung durch die Stromzuführung zu den Modellen zu erzielen und den Einbau von Modellen mit Luftschrauben zu vereinfachen, wurde die Drahtaufhängung gleichzeitig als Stromzuführung ausgebildet. Aus diesem Grunde sind alle Drähte der Aufhängung elektrisch

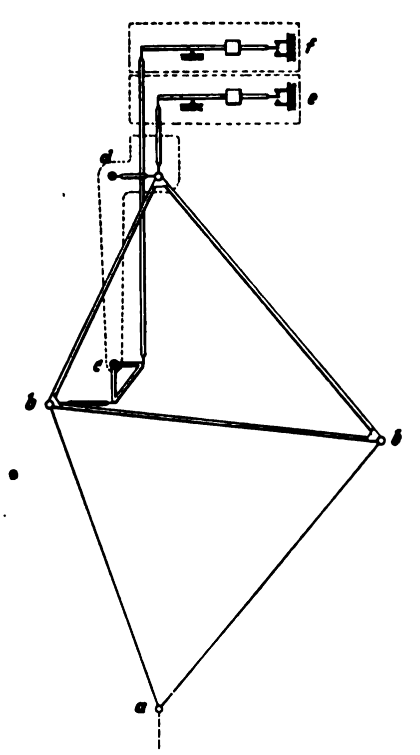


Abb. 9. Schema einer Kräftezerlegung in Auftrieb und Widerstand.
a Kugelgelenk im Anschlußpunkt des Modelles
b Anschlußpunkte der Drahtaufhängung
c Umlenkhebel
d Parallelführung
e Auftriebswaage
f Widerstandswaage

isoliert und durch galvanische Kupferüberzüge hinreichend leitfähig gemacht. Die Kugelgelenke in den Anschlußpunkten des Modells bestehen aus Berylliumbronze, um hohe Festigkeit mit guter elektrischer Leitfähigkeit zu vereinen. Der vertikale, am Rumpfende angreifende Draht ist hohl und enthält 10 dünne Meßleitungen, die zur Drehzahlmessung und Temperaturüberwachung von maximal 4 Modellmotoren dienen. Ist das Modell in seine Aufhängung eingehangen, so sind seine Motoren gleichzeitig sinngemäß mit dem Steuerpult im Meßraum verbunden. Als Modellmotore werden gedrungen gebaute Gleichstrommotore verwandt. Vorversuche haben gezeigt, daß dieser Motorentyp den sonst üblichen Drehstrommotoren überlegen ist, wenn es sich darum handelt, das auf die Modellschraube übertragene Drehmoment und damit den Einbauwirkungsgrad der Schraube zu bestimmen. Bei der für den großen Windkanal gewählten Anordnung wird das auf die Modellschrauben übertragene Drehmoment aus dem Ankerstrom der Motore ermittelt.

6. Die sonstigen Meßeinrichtungen.

Zum Kanal gehört eine Vormontagehalle, die dem großen Einfahrtstor des Kanales gegenüber liegt und von der aus auf Schienen verschiedene Sondermeßeinrichtungen in den Kanal hineingefahren werden können. Ein Prüfstand zur Prüfung von naturgroßen freifahrenden Luftschrauben ist fertiggestellt. Er besteht aus einem verfahrbaren Bock, der eine in einem Rohr gelagerte lange Welle und als Antrieb einen Benzinmotor von 650 PS trägt. Die Schrauben werden am Kopf der langen Welle montiert, so daß die Strömung in der Schraubenebene keine Störung durch den Antrieb und die Meßeinrichtung erfährt. Schub- und Drehmoment der Schraube werden hydraulisch durch Meßdosen an der Schraubennabe gemessen und in dem unterhalb des Strahles liegenden geschützten Beobachtungsstand angezeigt. Von diesem Stand aus erfolgt zugleich die gesamte Regelung des Antriebes sowie die Messung aller sonstigen für die Schraubenmessung wesentlichen Faktoren.

Auf den gleichen Unterbau kann eine Einrichtung aufgesetzt werden, die die Untersuchung von Motoren einschließlich Schrauben ermöglicht. Da diese Einrichtung jedoch nur zur maschinellen Erprobung von Triebwerken vorgesehen ist, also keine Messung von Luftkräften gestattet, wird zur Zeit noch eine dritte Einrichtung entwickelt, die die Erprobung ganzer Triebwerke bei gleichzeitiger Bestimmung der äußeren Kräfte ermöglichen soll. Diese Einrichtung wird aus einer robusten, verfahrbaren Dreikomponentenwaage bestehen, die in der Lage ist, ganze Flugzeuge einschließlich laufender Triebwerke zu tragen.

7. Inbetriebnahme und Strahleigenschaften.

Die Inbetriebnahme des Kanales ist entscheidend durch den neuartigen Antrieb beeinflußt worden. Grundsätzlich mußten infolge des Verstellgebläses alle Untersuchungen für mehrere Geschwindigkeiten durchgeführt werden und andere als die üblichen Hilfsmittel zur Korrektur der Strömung angewandt werden.

Bei den ersten Probeläufen zeigte sich, daß der hinter dem Gebläse angeordnete, normale Leitapparat nicht ausreichte, um bei allen Flügelanstellungen den Gebläsedrall hinreichend zu vermindern. Bei extremen Flügelanstellungen war der Drall noch so stark, daß die Strömung an den hinter dem Diffusor liegenden Umlenkschaufeln abriß und dadurch die gesamte Geschwindigkeitsverteilung des Strahles gestört wurde. Aus diesem Grunde ist der Leitapparat auf etwa das Dreifache seiner Tiefe verlängert worden, so daß er nunmehr im Sinne einer Zwangsführung wirkt und den Drall bei jeder Flügelanstellung hinreichend vermindert.

Des weiteren zeigte sich, daß zwar für die mittlere Flügelanstellung des Gebläses die Geschwindigkeitsverteilung des Strahles einwandfrei war, darüber und darunter jedoch eine beträchtliche Störung infolge der ungleichmäßigen Schubverteilung des Verstellgebläses auftrat. Dieser prinzipielle Mangel ergab bei größter Flügelanstellung eine um etwa 5% größere Geschwindigkeit am Strahlrande als in der Strahlmitte und bei kleinster Flügelanstellung das umgekehrte Verhalten.

Zur Verminderung dieses Fehlers wurde vor dem Gleichrichter ein Sieb eingebaut, das den gesamten Rohrquerschnitt abschließt und bei 2,5 mm Drahtstärke 13 mm Maschenweite besitzt. Dieses Sieb hat den Fehler in der Geschwindigkeitsverteilung auf weniger als den dritten Teil herabgesetzt, so daß heute die Geschwindigkeit im Strahl bei ungünstigster Flügelanstellung nur mehr 1,5% differiert (Abb. 10). Für die günstigste Flügelanstellung (30 und 60 m/s) beträgt der größte Geschwindigkeitsunterschied auf der langen Achse des Strahlquerschnittes etwa ½%, erreicht mithin den bei guten Kanälen üblichen Betrag.

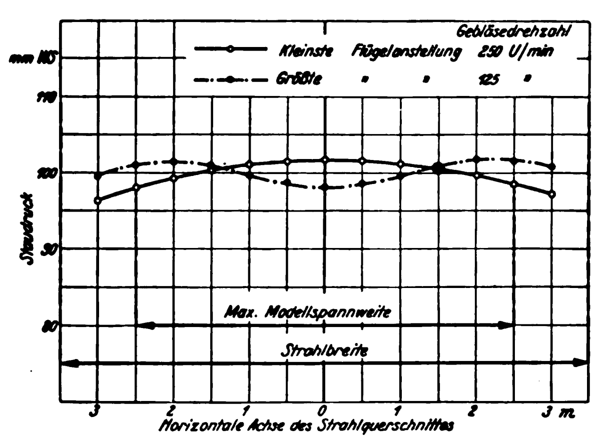


Abb. 10. Staudruckverlauf auf der horizontalen Achse des Strahlquerschnittes für extreme Gebläseflügelanstellungen.

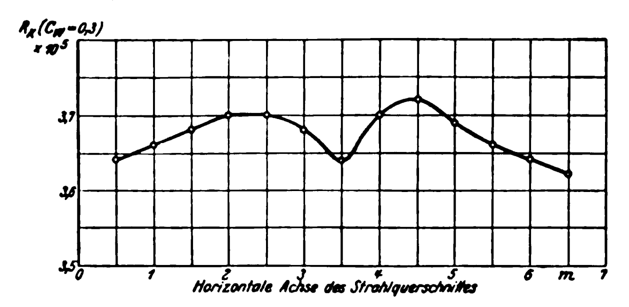


Abb. 11. Turbulenzuntersuchung des Strahles. Verlauf von R_K ($c_w = 0,3$) auf der langen Achse des Strahlquerschnittes.

Infolge des Energieverlustes im Sieb ist eine etwa 8% höhere Antriebsleistung erforderlich. Der Gütegrad der Gesamtanlage ist jedoch trotz dieses Verlustes dem Gütegrad normaler Windkanäle mit festem Gebläse gleichwertig, denn durch das Verstellgebläse ist der Drehstrom-Gleichstrom-Umformer eingespart worden, der insbesondere bei geringer Strahlgeschwindigkeit weit größere Verluste als das Sieb ergibt.

Die Turbulenz des Strahles ist vor und nach dem Siebeinbau geprüft worden. Der Turbulenzgrad des Strahles war nach dem Siebeinbau unverändert. Für die Turbulenzuntersuchung wurde eine polierte Stahlkugel von 150 mm Durchmesser benutzt, mittels der zuvor die kritische Reynoldssche Zahl der Atmosphäre im Flugversuch zu R_k ($c_w = 0,3$) $= 3,85$ bis $4,05 \times 10^5$ (je nach Böigkeit) ermittelt worden war. Die Messung ist für mehrere Punkte der langen Achse des Strahlquerschnittes durchgeführt worden. Die kritische Reynoldssche Zahl des Kanales auf dieser Linie beträgt im Mittel R_k ($c_w = 0,3$) $= 3,67 \times 10^5$ (Abb. 11). Der Kanal erreicht demnach bezüglich Turbulenzarmut die Werte der besten bisher gebauten Kanäle und kommt den Verhältnissen im Fluge sehr nahe.

Die Richtungsgenauigkeit des Strahles ist gleichfalls geprüft und nach Möglichkeit verbessert worden. Um auch diesbezüglich günstige Werte zu erzielen, wurde der Leitapparat hinter dem Gebläse mit Feinkorrekturschaufeln ausgerüstet und eine zweckmäßige Einstellung dieser Schaufeln experimentell ermittelt. Die größte Abweichung der Strahlrichtung von der mittleren Strahlrichtung beträgt auf der horizontalen Achse des Strahles zur Zeit $\pm$ 0,5°, wird jedoch voraussichtlich noch weiter zu verbessern sein (Abb. 12). Ein Vergleich dieses Ergebnisses mit den Leistungen anderer großer Kanäle ist nicht möglich, da ausreichende Literaturangaben in dieser Richtung fehlen.

Es ist heute üblich, die Strahleigenschaften zu prüfen, ohne ein Modell in den Strahl einzuhängen. Da die Möglichkeit besteht, daß ein im Verhältnis zum Strahl großes Modell die Eigenschaften des Strahles merklich ändert, wurde die Turbulenz und die Geschwindigkeitsverteilung im genügenden Abstand vor einem Flügelmodell von 5 m Spannweite geprüft. Es hat sich gezeigt, daß die Turbulenz vor dem Modell selbst bei stark überzogener Fluglage des Flügels nicht vergrößert wird. Die durch den Flügel erzeugte Turbulenz wird mithin restlos beseitigt. Die Geschwindigkeitsverteilung erleidet durch den Flügel bei Maximalauftrieb eine zusätzliche Störung von etwa 2%. Diese Versuche haben Bedenken zerstreut, die gegen die Verwendung des elliptischen Strahles mit entsprechend großen Modellen vorgebracht werden konnten.

Während der Inbetriebnahme wurden Längsschwingungen der gesamten Luftsäule beobachtet. Diese Schwingungen sind durch Verkleinern des Schlitzes am Auffangtrichter auf etwa ⅓ ihrer Amplitude vermindert worden. Da die Schwingungen heute nur noch selten und dann nur bei kleiner Gebläsedrehzahl auftreten, können sie durch Umschalten auf hohe Gebläsedrehzahl vermieden werden.

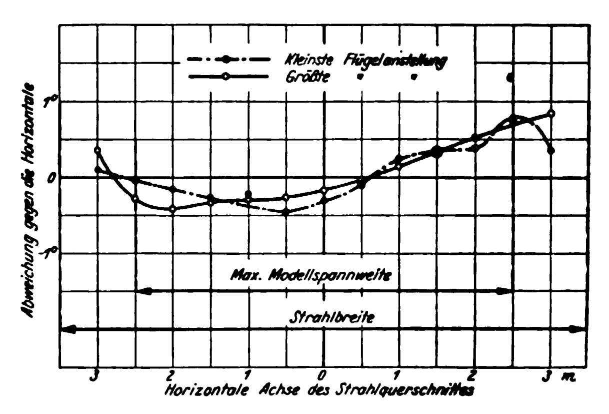


Abb. 12. Richtungsverlauf auf der horizontalen Achse des Strahlquerschnittes für extreme Gebläseflügelanstellungen.



8. Zusammenfassung.

Der große Windkanal der DVL ist heute betriebsreif. Je nach Wahl der Düse steht ein Strahl von elliptischem Querschnitt mit den Achsen 5 × 7 m und 9 m Länge bzw. ein Strahl von 6 × 8 m Querschnitt und 11 m Länge zur Verfügung. Die Maximalgeschwindigkeit beträgt für die kleinere Düse 65 m/s. Die Richtungs- und Geschwindigkeitsgenauigkeit des Strahles entspricht den Werten guter Kanäle. Bezüglich Turbulenzfreiheit erreicht der Kanal die besten bisher erzielten Werte und kommt den Werten im freien Fluge sehr nahe. Ursprünglich zeitweise auftretende Längsschwingungen der Luftsäule können heute vermieden werden.

Die Meßeinrichtung besteht aus einer automatischen Sechskomponentenwaage und einer Prüfeinrichtung für Propeller und Motoren bis 650 PS. Eine Dreikomponentenwaage zur Messung naturgroßer Flugzeuge einschließlich laufender Triebwerke ist zur Zeit in Entwicklung.

Der Kanal wurde unter Leitung von Dr.-Ing. F. Seewald, von Dr.-Ing. M. Schilhansl (Gebläse, Geschwindigkeitsregelung, Aerodynamische Fragen), Dr.-Ing. M. Kramer (Meßeinrichtung, Aerodynamische Fragen, Inbetriebnahme) und Dipl.-Ing. H. Brenner (Bauliche Ausgestaltung und Bauleitung) erbaut.

Berechnung des Oberflächenreibungswiderstandes schneller Flugzeuge.

Von S. Hoerner.

Bericht 35/16 der Deutschen Versuchsanstalt für Luftfahrt e. V., Berlin-Adlershof.

Der Luftwiderstand der Flugzeuge besteht bei zunehmender aerodynamischer Verfeinerung der Formen zu einem immer größeren Teil aus reinem Oberflächenreibungswiderstand. Die bekannten Widerstandsgesetze ebener Flächen genügen, um für die im Schnellflug zutreffenden großen Kennzahlen den Reibungswiderstand näherungsweise zu berechnen. Auch für den im Schnellflug vorherrschenden Einfluß der Oberflächenrauhigkeit lassen sich aus den für ebene Flächen bekannten Verhältnissen praktische Folgerungen für Flugzeuge ziehen.

Gliederung.

1. Anwendung der Widerstandsgesetze glatter ebener Flächen.

Für den Reibungswiderstand tangentiell angeströmter glatter ebener Flächen sind durch Prandtl [1] und v. Karman [2] Gesetze bekannt. Abb. 1 zeigt die Abhängigkeit des Reibungswiderstandsbeiwertes solcher Flächen $c_f = W/qO$; (O = Oberfläche) von der Reynoldsschen Zahl $R = v\,l/\nu$; (l = Ausdehnung der Fläche in Strömungsrichtung). Bei vollkommen turbulenter Grenzschicht, d. i. im allgemeinen bei großen Kennzahlen gilt nach Prandtl die Formel

$$c_f = 0{,}455/(\log R)^{2,58} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

Dieses Gesetz wird nach Abb. 1 durch Messungen an ebenen Flächen [3, 4] bestätigt.

Windkanalmessungen haben gezeigt, daß bei großen Kennzahlen der Widerstand schlanker Körper das für ebene Flächen aufgestellte Widerstandsgesetz nur wenig übersteigt. So liegen die an Modellen von Luftschiffkörpern [5] gemessenen (auf die gesamte Körperoberfläche bezogenen) Widerstandsbeiwerte in Abb. 1 nahe oberhalb der das turbulente Reibungsgesetz der ebenen Fläche darstellenden Kurve.

An Tragflügelprofilen bis etwa 14% größter Dicke d/t wurde zum Teil die gleiche Feststellung gemacht [6, 7]; vgl. Abb. 1 u. 2. Im Bereich turbulenter Grenzschichtströmung, d. i. bei Kennzahlen oberhalb von $R = \sim 10^7$ läßt sich also der reine Reibungswiderstand schlanker Körper nach dem turbulenten Reibungsgesetz in erster Näherung berechnen. Einwandfrei läßt sich auf diese Weise jedenfalls die überhaupt denkbare untere Grenze ihres Widerstandes angeben.

Das für kleine Kennzahlen gültige Gesetz des laminaren Reibungswiderstandes ebener Flächen [8] $c_f = 1{,}327/\sqrt{R}$ ist auf dicke Körper und gekrümmte Flächen nur mit großer Unsicherheit übertragbar. Die laminare Grenzschicht ruft durch Ablösung Formwiderstände hervor, sobald die Körperdicke ein geringes Maß überschreitet.

Der Übergang von der laminaren zur turbulenten Grenzschichtströmung wird bei Windkanalmessungen je nach vorhandener Strömungsturbulenz zu kleineren Reynoldsschen Zahlen hin verschoben. Diese Messungen streuen deshalb auch im oberen Teil des kritischen Kennzahlgebietes.

Bei den in Abb. 1 eingetragenen Wieselsbergerschen Messungen [3] an ebenen Platten wird durch die Umströmung der Eintrittskante die Grenzschicht schon bei Reynoldsschen Zahlen dicht oberhalb von $R = 10^5$ turbulent. Der Oberflächenreibungswiderstand folgt also dem turbulenten Reibungsgesetz, obgleich der bei den Versuchen verwendete Göttinger Kanal turbulenzarm ist. Für die Übertragung des turbulenten Reibungsgesetzes auf dicke Körper ist dieser Vorgang u. U. wesentlich, weil durch ihn der Anwendungsbereich des turbulenten Reibungsgesetzes zu kleineren Reynoldsschen Zahlen hin erweitert wird.

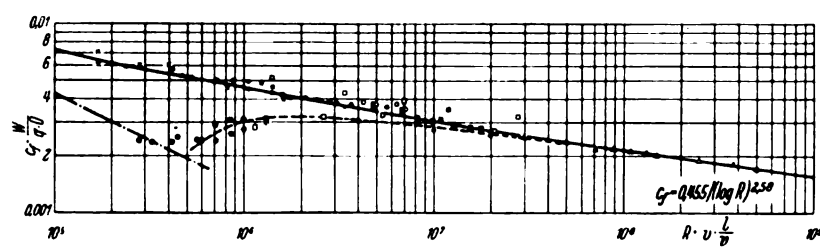


Abb. 1. Die Reibungswiderstandsgesetze glatter ebener Flächen nach Prandtl und v. Karman.
Ebene Flächen:
— · — · — laminar Prandtl [8], ○ Wieselsberger [3],
— — — — Übergang Prandtl-Gebers [10], △ Kempf [4],
Profilmessungen:
⊙ 2 dünne Göttinger Profile [9], × NACA 0006, Turbulenzgitter [6],
Luftschiffmodelle:
□ NACA, ohne/mit Turbulenzgitter [5], ■ NACA, Prop. Res. Tunnel [12].

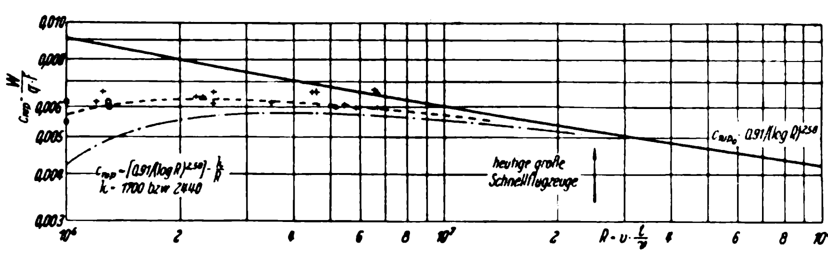


Abb. 2. Der kleinstmögliche Profilwiderstand von Tragflügeln, abgeleitet aus den ebenen Reibungsgesetzen
+ 6 englische Profile [7], ○ Göttinger Profile [9].

Im Gegensatz zu Wieselsbergers Platten folgen dünne Profile mit schlanken Köpfen [9] im wesentlichen der von Gebers [10] an Platten in ruhendem Wasser gemessenen Übergangskurve. Prandtl hat diese Messungen durch ein Übergangsgesetz [8] erklärt, das für die hier interessierenden großen Kennzahlen zweckmäßig geschrieben wird [1]:

$$c_f = [0{,}455/(\log R)^{2,58}] - (1700/R) \quad (2)$$

Statt des aus den Versuchen abgeleiteten Wertes »1700« wird bei besonders ungestörten Bedingungen ein höherer sich ergeben. In Abb. 2 ist eine Übergangskurve mit dem einer kritischen Kennzahl der Grenzschicht $R = v\,l/\nu = 7 \cdot 10^6$ entsprechenden Wert »2440« eingezeichnet. Gewisse Luftschiff- [12] und Profilmessungen [7] sind nur im Vergleich mit einer solchen Kurve verständlich.

2. Der zusätzliche Widerstand schlanker Körper.

Die in Abb. 1 bzw. 2 eingetragenen Luftschiff- und Profilwiderstandsmessungen liegen natürlicherweise oberhalb der durch die ebenen Reibungsgesetze gegebenen Grenzen. Der Grund dazu liegt bei vollkommen glatter Oberfläche in der durch den Körperinhalt bedingten Ver-



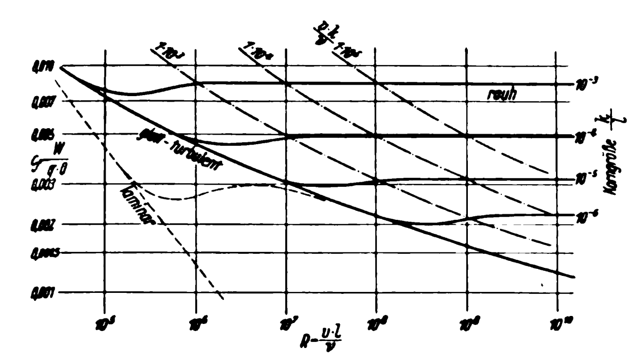


Abb. 3. Der Reibungswiderstand rauher ebener Flächen nach Prandtl-Schlichting.

drängungsströmung und in der zusätzlichen Verzögerung der Grenzschicht durch Druckanstieg an der Körperrückseite.

Aus den vorhandenen wenigen Messungen an schlanken Körpern bei ausreichend großen Kennzahlen ($> 10^6$) sind zur Zeit verbindliche Angaben über die Größe des Dickeneinflusses noch nicht zu machen. An Luftschiffkörpern wurden bei Dickenverhältnissen um 0,2 Widerstandswerte gemessen [5, 12], die um nur etwa 5 bis 15% die als reine Oberflächenreibungswerte anzunehmenden übersteigen. Die amerikanische Profilfamilie [11] und eine Göttinger Reihe [3] zeigen eine Zunahme des Profilwiderstandes von Tragflügeln etwa mit dem Quadrat der Profildicke. Bei $d/t = 0{,}15$ beträgt auf diese Weise der Zuwachs etwa 40%.

Im Gegensatz dazu wurden im englischen Überdruckkanal [7] bei Dickenverhältnissen um 0,13 Profilwiderstandsbeiwerte ermittelt, die ganz auf der Prandtl-Gebersschen Übergangskurve der reinen Reibung liegen. M. Schrenk hat an einem 19% dicken Flügelstück ebenfalls derartig geringe Profilwiderstände gemessen [19]. Die mittels Impulsverfahren im Fluge bestimmten Beiwerte liegen für $R = (5 \text{ bis } 7) \cdot 10^6$ zwischen $c_{wp} = 0{,}006$ und $0{,}007$. — Die verschiedenen Messungen gehen also noch auseinander.

Durch Profilkrümmung wird, besonders bei $c_a = 0$, der Profilwiderstand der Tragflügel weiter erhöht. Im allgemeinen kann aber bei den im Schnellflug zutreffenden Auftriebsbeiwerten um $c_a = 0{,}2$ ein wenig über dem der symmetrischen Profile liegendes $c_{wp\,\min}$ angenommen werden.

In erster Näherung ist nach obigem der Profilwiderstand für Kennzahlen oberhalb von $R \approx 4 \cdot 10^6$ als reiner Reibungswiderstand nach dem turbulenten Reibungsgesetz (Formel 1) mit angenähert $F = O/2$:

$$c_{wp0} = 0{,}91/(\log R)^{2{,}58} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Für das Übergangsgebiet muß außerdem die Formel (2) herangezogen werden. In Abb. 2 ist der so bestimmte geringstmögliche Profilwiderstand zusammen mit bestätigenden Messungen aufgetragen.

3. Das Reibungsgesetz rauher Flächen.

Die bisherige Ableitung bezog sich nur auf vollkommen glatte Flächen. Es entsteht die Frage, welche Eigenschaften technisch ausgeführte Oberflächen haben müssen, damit sie aerodynamisch als vollkommen glatte wirken. Man glättet die Oberfläche der Flugzeuge zwar nach Möglichkeit durch Lackanstrich u. dgl. Wo das aber durch den Werkstoff und mit Rücksicht auf das Gewicht schwierig ist, begnügt man sich mit weniger glatter Oberfläche; so z. B. bei Bespannstoffen. Welches Maß der Oberflächenglätte überhaupt nützlich oder notwendig ist, ist dabei noch nicht genügend bekannt.

Prandtl und Schlichting haben den Reibungswiderstand tangentiell angeströmter rauher Flächen abgeleitet [13], indem sie durch Rechnung die Ergebnisse planmäßiger Versuche an rauhen Rohren auf die ebene Fläche übertrugen. Wesentlich ist die Verwendung des Begriffs der relativen Oberflächenglätte l/k; (k = Größe der die Rauhigkeit bildenden Körner) und der Kornkennzahl $R_k = v\,k/\nu$. In Abb. 3 ist die Figur 4 der Quelle [13] etwas abgeändert wiedergegeben; als Parameter ist die **relative Korngröße** k/l verwendet. Die Ableitung bezieht sich nur auf überkritische Grenzschichtströmung. Inwiefern das Übergangsgebiet von laminarer zu turbulenter Grenzschichtströmung durch Rauhigkeit betroffen wird, ist nicht festgestellt. Die Kurven der Abb. 3 sind entsprechend besonders zu großen Kennzahlen hin ausgedehnt.

Eine Oberfläche wirkt aerodynamisch vollkommen glatt, so lange die Rauhigkeitserhebungen (Körner) ganz in der innersten laminaren Teilschicht der Grenzschicht, welche auch in turbulenter Grenzschicht vorhanden ist, verschwinden. Das ist verhältnismäßig unabhängig von der Kennzahl $v\,l/\nu$ der angeströmten Fläche der Fall, so lange die Korngrößen unterhalb eines nach Abb. 3 durch die Kornkennzahl $R_k = v\,k/\nu \approx 90$ bis 120 bestimmten Wertes bleiben.

Sobald die Oberflächenkörner eine solche Größe erreichen, daß sie aus der laminaren Teilschicht der Grenzschicht herausragen, folgt der Reibungswiderstand nicht weiter dem für glatte Oberflächen bekannten Gesetz (Abb. 1). Er geht vielmehr nach Überwindung eines leichten Schlenkers auf einen gleichbleibenden Beiwert, den **Endwiderstandsbeiwert**, über. Genügend rauhe Flächen gehorchen also dem quadratischen Widerstandsgesetz.

Wird die Oberflächenkorngröße bis unter die oben durch $R_k = v\,k/\nu = 90$ bis 120 angegebene zulässige Grenze herab verkleinert, so hat das (bei turbulenter Grenzschicht) aerodynamisch keinen Einfluß. Der Widerstand wird dadurch nicht unter den durch die Grenzkurve der Abb. 3 gegebenen Betrag herabgemindert.

In Abb. 4 sind die bei großen Kennzahlen sich ergebenden Endwiderstandszahlen c_f, abgeleitet aus Abb. 3, über der Korngröße k/l aufgetragen. An der rechten Seite des Schaubildes sind jene Reynoldsschen Zahlen R_{grenze} angeschrieben, bis zu denen herab das durch die Kurve gegebene Widerstandsgesetz gilt. Für kleinere als die angeschriebenen R-Zahlen ist das turbulente Reibungsgesetz für glatte Oberflächen anzuwenden, weil dann die betr. Fläche aerodynamisch als vollkommen glatte wirkt.

4. Übertragung auf schlanke Körper.

Auch das Gesetz der rauhen Reibung ist zunächst nur für ebene Flächen gültig. Um jedoch größenordnungsmäßig die Abhängigkeit des Widerstandes von der Oberflächenrauhigkeit zu erkennen, ist die Übertragung des Gesetzes auf Tragflügel, Flugzeugrümpfe und sonstige Flugzeugteile zutreffend. Es bedarf noch der Erforschung, hier weitere Genauigkeit zu erzielen. Aus Abb. 4 ist demnach die Abhängigkeit des Reibungswiderstandes von Flugzeugen von der Oberflächenrauhigkeit zu entnehmen.

Der wesentliche Grund, weshalb die der Abb. 2 entsprechenden geringen Profilwiderstände an ausgeführten Tragflügeln überschritten werden, ist nach obigem in Oberflächenrauhigkeit zu suchen. Versuche im amerikanischen Überdruckkanal bestätigen das. Am Profil NACA 0012, $t = 12{,}7$ cm, wurde bei $R = 3{,}1 \cdot 10^6$ gemessen [14]: $c_{wp} = 0{,}0076$ am polierten Modell und $c_{wp} = 0{,}0146$ bei 0,13 mm

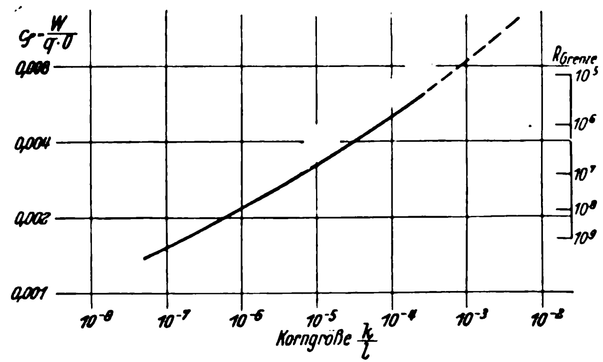


Abb. 4. Der Endwiderstand ebener Flächen in Abhängigkeit von der Oberflächenkorngröße.

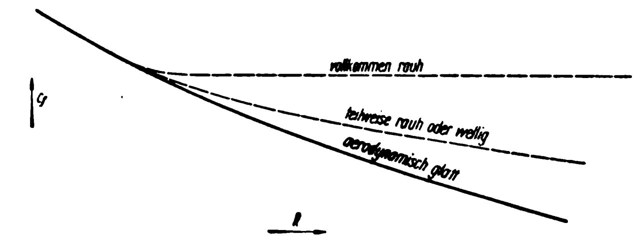


Abb. 5. Kennzahlverhalten bei verschiedener Oberflächenbeschaffenheit, schematisch.

Karborundum-Oberfläche. Nach den Reibungsgesetzen ergeben sich entsprechende Werte von $c_{wp} = 0{,}0074$ bzw. 0,0168.

Für die Flugmessungen Schrenks [19] ergeben sich die Vergleichszahlen $c_{wp\,\text{gemessen}}/c_{wp\,\text{gerechnet}}$: für Glattblech ohne Nieten $^{0{,}0064}/_{0{,}0058}$; für die mit Mohnsamen beklebte Fläche $^{0{,}019}/_{0{,}014}$.

An einem mit 0,13 mm großen Karborundumkörnern beklebten Luftschiffmodell [5] wurde bei $R = 10^7$; $c_f = 0{,}0059$ gemessen. Nach dem rauhen Reibungsgesetz ergibt sich $c_f = 0{,}0055$. Der gemessene Wert wird nach dem Gesetz für eine Korngröße von 0,14 mm bestätigt, während sich nach der glatten turbulenten Reibung $c_f = 0{,}0030$ ergibt. Die Übertragung des rauhen Reibungsgesetzes auf schlanke Körper liefert also mit den Messungen gut übereinstimmende Ergebnisse.

Die Prandtl-Schlichtingsche Ableitung bezieht sich auf Oberflächen, deren Rauhigkeit durch dicht aneinander liegende Sandkörner gleicher Größe gebildet ist; die Korngröße dient als Rauhigkeitsmaßstab. Zur eindeutigen Bestimmung der Rauhigkeit ist hinsichtlich ihrer aerodynamischen Wirkung die Korndichte ebenso maßgeblich wie die Korngröße. Da Versuche über ihren Einfluß noch nicht bekannt sind, können hier aus Messungen an nicht vollkommen glatten Flächen und den Betrachtungen von Hopf [15] lediglich qualitative Angaben gemacht werden.

Für geringe Korndichte und für teilweise Rauhigkeit trifft demnach nach Abb. 5 ein ähnlicher Verlauf zu, wie für die Welligkeit einer an sich vollkommen glatten Fläche. Eine Welle wirkt in gleicher Weise wie einzelne Oberflächenkörner grenzschichtverzögernd, ohne daß die dazwischen liegenden ungestörten Flächenteile ihr Kennzahlverhalten verlieren. Solche Störungen und die Unterbrechung der Oberfläche von Flugzeugen durch Schraubenköpfe, Fugen u. dgl. bewirken also, daß der Widerstand schwächer mit der Kennzahl abnimmt, als das turbulente Reibungsgesetz für glatte Oberflächen angibt.

5. Aerodynamisch vollkommen glatte Oberflächen.

In Abb. 6 ist die einer vollkommen glatten Oberfläche entsprechende größte Korngröße, kurz zulässige Korngröße genannt, über der Windgeschwindigkeit aufgetragen. Die zulässige Größe k hängt in Luft gleicher Dichte und Temperatur fast nur von der Fluggeschwindigkeit ab.

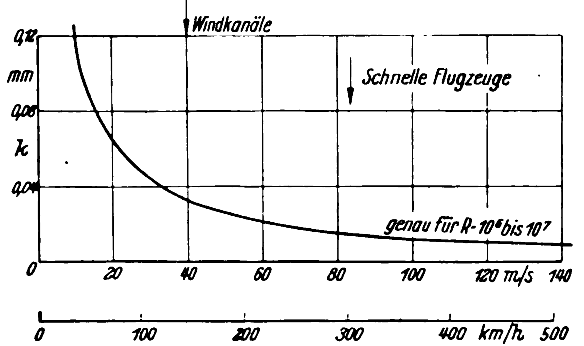


Abb. 6. Zulässige Oberflächenkorngröße aerodynamisch vollkommen glatt wirkender Flächen, abhängig von der Geschwindigkeit. (Zum Abgreifen von Rechenwerten ist diese Darstellung nicht genau genug; $v = \frac{1}{7} \cdot 10^{-4}$ m²/s.)

Bei einer Windgeschwindigkeit von z. B. $v = 40$ m/s = 144 km/h, wie sie in Windkanälen und an wirklichen Flugzeugen vorkommen, wirkt die Oberfläche von Tragflügeln und Rümpfen vollkommen glatt, solange die Größe des Oberflächenkornes unter etwa $^3/_{100}$ mm bleibt. Wesentlich ist, daß bei gleicher Windgeschwindigkeit die zulässige Korngröße ziemlich unabhängig von den Körperabmessungen ist. Ein 2 m tiefer Flugzeugflügel darf also in mm ausgedrückt nicht rauher sein, als ein 20 cm tiefes Windkanalmodell, wenn beide mit gleicher Geschwindigkeit angeblasen sind.

Die Forderung, daß das Oberflächenkorn der Flugzeuge unter 1 bis $^3/_{100}$ mm liegt, wird zur Zeit nicht immer erfüllt. Die in einer amerikanischen Zeitschrift zu lesende Firmenreklame, ein Sportflieger »habe 4 m. p. h. Höchstgeschwindigkeit gewonnen«, durch Anwendung eines bohnerwachsartigen Mittels, gewinnt daher Glaubwürdigkeit.

Die zulässige Korngröße wird an solchen Oberflächenstellen eines Flugzeugs, die mit größerer als der betreffenden Fluggeschwindigkeit umströmt werden, entsprechend kleiner sein. Die Nase eines Tragflügels z. B. wird im Höchstauftriebsfall mit etwa doppelter Fluggeschwindigkeit umströmt. Die zulässige Korngröße liegt also für eine Landegeschwindigkeit von 100 km/h in erster Näherung nach Abb. 6 bei $^{2,3}/_{100}$ mm. Wird diese Größe überschritten, so sinkt der Höchstauftrieb wegen verzögerter Nasenumströmung. Im Schnellflug bei 300 km/h beträgt die zulässige Korngröße der übrigen Oberflächenteile etwa $^{1,3}/_{100}$ mm.

Nach Messungen von Kempf [4] wird der Gesamtwiderstand einer ebenen Fläche durch ein nahe der Vorderkante gelegenes einzelnes, 8,5% langes rauhes Stück um 16% erhöht. Nahe der Hinterkante der Fläche bewirkt ein gleiches Stück eine Widerstandserhöhung von nur 4%. Die Flügelnase und die Rumpfspitze besonders glatt auszuführen, ist also bei Flugzeugen wichtig. Die zulässige Korngröße ist schon bei ebenen Flächen durch die Vorderkante bestimmt; an der Hinterkante ist sie gegenüber der in Abb. 7 angegebenen, praktisch gesprochen um etwa 10% größer (abzuleiten aus Fig. 3 der Quelle [13]).

Für weitere Anwendungen ist in Abb. 7 die zulässige Korngröße k/l über der Reynoldsschen Zahl aufgetragen. Zu einer bestimmten Korngröße ist dabei aus Abb. 3 jene Reynoldssche Zahl entnommen worden, bei der die achsparallele k/l-Gerade verlängert die Kurve der turbulenten Reibung schneidet.

Für die Flügelmodelle des amerikanischen Überdruckkanals ergibt sich bei $R = 3{,}3 \cdot 10^6$ die zulässige Korngröße etwa zu $k/l = 3 \cdot 10^{-5}$. Die Modelle müssen also bei einer Tiefe von l bzw. $t = 12{,}7$ cm so poliert werden, daß die verbleibenden Poren und Erhebungen einer Korngröße von weniger als $^4/_{1000}$ mm entsprechen. Windkanalmessungen im Überdruck oder bei sehr hohen Geschwindigkeiten sind daher hinsichtlich der Oberflächenbeschaffenheit der Modelle empfindlich.

In Abb. 8 ist die zur Bestimmung der Reynoldsschen Zahl notwendige kinematische Zähigkeit der Luft, aus den Bedingungen der internationalen Normalatmosphäre abgeleitet, für verschiedene Höhen aufgetragen. Die Zähigkeit μ nimmt zwar wie die Temperatur mit der Höhe ab. Da jedoch die Dichte ϱ mit der Höhe wesentlich stärker abnimmt, wächst die kinematische Zähigkeit $\nu = \mu/\varrho$ stark an.

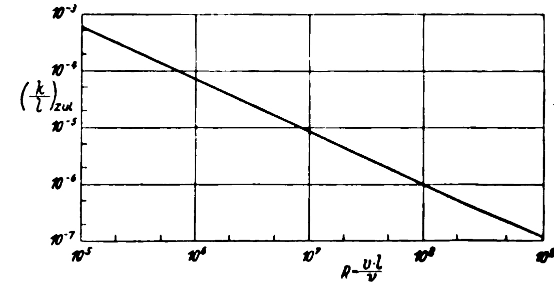


Abb. 7. Zulässige relative Oberflächenkorngröße aerodynamisch vollkommen glatt wirkender Flächen, abhängig von der Kennzahl.

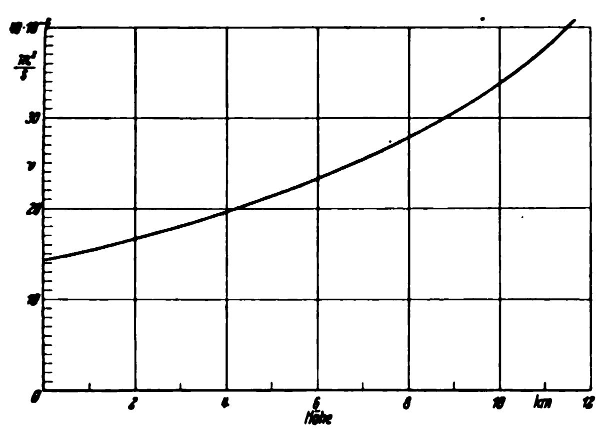


Abb. 8. Kinematische Zähigkeit der Luft in verschiedenen Höhen; entsprechend der internationalen Normalatmosphäre.

Die zulässige Korngröße eines in 10 km Höhe fliegenden Schnellflugzeuges ist bei gleicher Geschwindigkeit wie in Bodennähe größer, bei doppelter Geschwindigkeit, d. i. etwa bei Bodenstaudruck, würde sie fast ebenso groß sein wie in Bodennähe.

6. Berechnungsbeispiele.

Das amerikanische Schnellverkehrsflugzeug Douglas DC-2 [16] besitzt die Werte (Leistungen bei eingezogenem Fahrgestell in 2100 m Höhe):

$F = 87{,}5\ \mathrm{m}^2$ $\quad F_l = 22{,}0\ \mathrm{m}^2$
$b = 25{,}9\ \mathrm{m}$ $\quad N = 1400\ \mathrm{PS}$
$l = 18{,}9\ \mathrm{m}$ $\quad G = 8200\ \mathrm{kg}$
$O_r \approx 117\ \mathrm{m}^2$ $\quad v_{max} = 338\ \mathrm{km/h}$

Es bezieht sich Index »*f*« auf den Flügel, »*r*« auf den Rumpf und »*l*« auf das Leitwerk.

Der induzierte Widerstand des Flügels beträgt im angegebenen Zustand mit $\varrho = 0{,}102\ \mathrm{kg\ s^2/m^4}$ und $c_a = 0{,}21$; $W_i = 71$ kg. Die Kennzahl des Flügels beträgt bei $t = F/b = 3{,}4$ m und mit $\nu = 16{,}7 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m^2/s}$ (s. Abb. 8 für $h = 2100$ m); $R_f = 1{,}91 \times 10^7$. Mit dem für diese Kennzahl aus Abb. 2 entnommenen turbulenten $c_{wp0} = 0{,}0054$ beträgt der reine Reibungswiderstand des Flügels mindestens $W_f = 256$ kg. Die Rumpfkennzahl beträgt $R_r = 1{,}06 \times 10^7$; der Reibungswiderstand des Rumpfes bei glatter Oberfläche mit dem aus Abb. 1 entnommenen $c_f = 0{,}0021$; $W_r = 132$ kg. Das Leitwerk besitzt bei $t \approx 2$ m und $R = 1{,}10 \cdot 10^7$ mit turbulentem $c_{wp0} = 0{,}006$ einen Reibungswiderstand von $W_l = 71$ kg. Die Summe der Reibungswiderstände beträgt mit 459 kg rd. das siebenfache des induzierten Widerstandes. Den Hauptanteil am gerechneten Gesamtwiderstand $W_g = 530$ kg hat mit 48% der Profilwiderstand des Flügels.

In Zahlentafel I ist für die Luftschraube einschließlich Einbaueinfluß ein Wirkungsgrad von $\eta_l = 0{,}7$ angenommen. Bei Bekanntsein dieses Triebwerkswirkungsgrades läßt sich ein aerodynamischer Wirkungsgrad des Flugzeugs $\eta_a = N_{gerechnet}/\eta_l\, N_{wirklich}$ bilden, der zur Beurteilung der Güte eines Flugzeugs hinsichtlich seines Widerstandes nützlich ist. Er beträgt für das Douglas-Flugzeug $\eta_a = 0{,}68$.

Bezogen auf den gerechneten Wert beträgt die Spanne zwischen diesem und dem wirklichen Widerstand + 47%. Etwa 25% des gerechneten Wertes muß nach Abschnitt 2 für den Dickeneinfluß des Flügels, des Rumpfes und des Leitwerks gerechnet werden. Der Rest stellt den durch Beeinflussung, Störteile und Oberflächenrauhigkeit bedingten weiteren Widerstand dar.

Zahlentafel I. Teilwiderstände und -Leistungen des Schnellverkehrsflugzeugs Douglas DC-2 bei Höchstgeschwindigkeit von 338 km/h in 2100 m Flughöhe.

Widerstandsart	Berechneter Widerstand kg	$c_w = W/qF$	Motorleistung ($\eta_l = 0{,}7$) PS
induzierter . . .	71	0,0019	127
Profilwiderstand .	256	0,0065	460
Rumpfwiderstand	132	0,0033	237
Leitwerk	71	0,0018	127
Gesamt	530	0,0135	951
aus Motorleistung	780	0,0199	1400

Mindestens 59% des der Vortriebsleistung entsprechenden Widerstandes ist durch glatte Oberflächenreibung verursacht. Die äußerste Geschwindigkeit, die das Flugzeug bei vollkommen glatter Oberfläche und restloser Vermeidung aller einzelnen Oberflächenstörungen in der angegebenen Flughöhe würde erreichen können, liegt um 360 km/h. Nach reinen ebenen Reibungsgesetzen, die selbstverständlich nie ganz zutreffen können, würden sich 388 km/h ergeben.

Das Schnellpostflugzeug Heinkel 70 [17] besitzt die Werte:

$F = 36{,}5\ \mathrm{m}^2$ $\quad F_l = 7{,}4\ \mathrm{m}^2$
$b = 14{,}8\ \mathrm{m}$ $\quad G = 3350\ \mathrm{kg}$
$l = 11{,}6\ \mathrm{m}$ $\quad v_{max} = 377\ \mathrm{km/h}$
$O_r \approx 34\ \mathrm{m}^2$ $\quad N = 660\ \mathrm{PS}$

Es ergeben sich für Flug in Bodennähe bei $\varrho = 0{,}125$ und $c_a = 0{,}133$ die Widerstands- und Leistungswerte der Zahlentafel II. Es bleibt für den Dickeneinfluß und sämtliche möglichen Störungen ein zusätzlicher Betrag von 35% des errechneten Widerstandes übrig. Oberflächenstörungen und Rauhigkeit sind demnach bei diesem Weltrekordflugzeug weitgehend vermieden, zumal die nach Abb. 7 bestimmte zulässige Oberflächenkorngröße von höchstens $^1/_{100}$ mm durch besondere Lackierung wahrscheinlich eingehalten ist. Der aerodynamische Wirkungsgrad des Flugzeugs beträgt $\eta_a = 0{,}74$. Der reinen ebenen Oberflächenreibung würde eine Fluggeschwindigkeit von 418 km/h entsprechen. Die Genauigkeit dieses Grenzwertes steht und fällt natürlich mit der Treffsicherheit des für das Triebwerk vorausgesetzten Wirkungsgrades.

Zahlentafel II. Teilwiderstände und -Leistungen des Schnellpostflugzeugs Heinkel 70 bei Höchstgeschwindigkeit von 377 km/h in Bodennähe.

Widerstandsart	Berechneter Widerstand kg	$c_w = W/qF$	Motorleistung ($\eta_l = 0{,}7$) PS
induzierter . . .	24	0,0010	47
Profilwiderstand .	136	0,0054	273
Rumpfwiderstand	52	0,0021	103
Leitwerk	31	0,0012	62
Gesamt	243	0,0097	485
Wirklich	329	0,0130	660

Die Berechnung des Oberflächenreibungswiderstandes läßt sich nicht nur bei Schnellflugzeugen, sondern auch bei großen Luftschiffen durchführen. Die großen Ausmaße dieser Luftfahrzeuge ergeben mindestens die gleiche Kennzahl-Größenordnung, wie sie bei Flugzeugen durch große Geschwindigkeit bewirkt wird. Für das Luftschiff Zeppelin 127 [18] gelten die Werte:

$l = 235\ \mathrm{m}$ $\quad F_l = 696\ \mathrm{m}^2$
$d = 30{,}5\ \mathrm{m}$ $\quad N = 2750\ \mathrm{PS}$
$O_h \approx 18570\ \mathrm{m}^2$ $\quad v_{max} = 122\ \mathrm{km/h}$

Der reine Reibungswiderstand berechnet sich für die Hülle (Index »*h*«) bei $R_h = 5{,}5 \cdot 10^8$ zu $W_h = 2290$ kg; für das Leitwerk bei $t \approx 24$ m zu $W_l = 1160$ kg. Dem so berechneten Gesamtwiderstand von 3450 kg steht der der Leistung der Motore ($\eta_l = 0{,}7$) entsprechende tatsächliche Widerstand von 4260 kg gegenüber. Der aerodynamische Wirkungsgrad beträgt also $\eta_a = 0{,}81$. Der höhere tatsächliche Widerstand würde durch eine nur $^{23}/_{100}$ mm betragende Oberflächenkorngröße erklärt sein, wenn vom Dickeneinfluß und dem etwa durch die Gondel verursachten zusätzlichen Widerstand abgesehen wird. Die zulässige Korngröße der Hülle liegt bei $^5/_{100}$ mm.

7. Zusammenfassung.

Die bekannten Reibungswiderstandsgesetze glatter und rauher ebener Flächen werden angewendet zur näherungs-



weisen Bestimmung des geringstmöglichen Widerstandes aerodynamisch hochwertiger Schnellflugzeuge. Bei großen Kennzahlen gemessene Widerstände schlanker Körper liegen nur wenig oberhalb der durch die reine Reibung gegebenen Grenze $c_f = 0{,}455/(\log R)^{2{,}58}$. Der Widerstandsbeiwert spindelförmiger Körper und der von Profilen nimmt überkritisch mit der Kennzahl stetig weiter ab, wenn die Oberfläche genügend glatt ist. Rauhe Flächen folgen oberhalb bestimmter Kennzahlen dem quadratischen Widerstandsgesetz. Aus dem Prandtl-Schlichtingschen Widerstandsgesetz solcher Flächen wird die zulässige Korngröße aerodynamisch vollkommen glatter Flächen und die Abhängigkeit des Reibungswiderstandsbeiwertes von der Korngröße abgeleitet. Die zulässige Oberflächenkorngröße schneller Flugzeuge (300 km/h) liegt um $^1/_{100}$ mm.

Es ist für die Entwicklung schneller Flugzeuge unumgänglich, den Oberflächenreibungswiderstand und die Oberflächenglätte zu beachten. Die Erfolge der Heinkel 70 bestätigen das.

Eine Frage der Statistik ist es, praktisch erreichbare Gesamtwirkungsgrade $\eta_g = \eta_i \cdot \eta_a = N_{\text{gerechnet}}/N_{\text{wirklich}}$ kennenzulernen, mit deren Hilfe die Leistungsberechnung zu entwerfender Flugzeuge auf der Grundlage der hier behandelten ebenen Reibungsgesetze durchgeführt werden kann. Eine solche Berechnung berücksichtigt einwandfrei den Kennzahleinfluß, ohne daß praktische Gegebenheiten vergessen werden. Für η_g sind z. Zt. Werte um 0,5 erreicht.

8. Schrifttum.

[1] L. Prandtl, Turbulente Strömung in Rohren und längs Platten, Ergebn. Aerodyn. Versuchsanst. Göttingen, Lfg. 4 (1932), S. 18.
[2] Th. v. Karman in Hydromechanische Probleme des Schiffsantriebs, Hamburg 1932, S. 50.
[3] C. Wieselsberger, Ergebn. Aerodyn. Versuchsanst., Göttingen, Lfg. 1 (1921), S. 120 bzw. 127.
[4] G. Kempf, Werft Reed. Hafen, Jg. 10 (1929), S. 234, 247.
[5] H. Abbott, NACA-Rep. Nr. 394 (1931).
[6] J. Stack, Scale turbulence variable density tunnel, NACA-Techn. Note Nr. 364 (1931).
[7] Relf, Jones u. Bell, Airfoil sections compressed air tunnel, ARC-Rep. & Mem. Nr. 1627 (1934).
[8] L. Prandtl, Reibungswiderstand, Ergebn. Aerodyn. Versuchsanst. Göttingen, Lfg. 3 (1926), S. 1.
[9] Ergebn. Aerodyn. Versuchsanst. Göttingen, Lfg. 3 (1926), S. 87 bzw. 59.
[10] Gebers, Schiffbau, Jg. 8 (1907).
[11] Jacobs, Ward u. Pinkerton, Related airfoil sections VDT, NACA-Rep. Nr. 460 (1933).
[12] H. B. Freeman, Model US. airship »Akron«, NACA-Rep. Nr. 432 (1932).
[13] Prandtl u. Schlichting, Widerstandsgesetz rauher Platten, Werft Reed. Hafen, Jg. 15 (1934), Nr. 1, S. 4.
[14] Hocker, Airfoils surface roughness, NACA Techn. Note Nr. 457 (1933).
[15] L. Hopf, Hydraulische Rauhigkeit, Z. angew. Math. Mech. Bd. 3 (1923), S. 329.
[16] Douglas DC-2, Bull. Fokker, Amsterd. Bd. 10 (1934), Nr. 1/4, S. 10.
[17] Heinkel-Schnellpostflugzeug, Z. Flugtechn. Motorluftsch., Jg. 24 (1933), S. 669.
[18] LZ 127, Schiffbau, Jg. 29 (1928), Nr. 19.
[19] M. Schrenk, Profilwiderstandsmessungen im Fluge nach dem Impulsverfahren, DVL-Jahrb. 1929.

Augenblicklicher Entwicklungsstand der Frage des Flügelflatterns.

Von H. G. Küssner, Göttingen[1]).

Bericht 35/17 der Deutschen Versuchsanstalt für Luftfahrt e. V., Berlin-Adlershof.

Mit der Steigerung der Geschwindigkeiten wird das Problem der durch den Flugwind angefachten Flügelschwingungen, des sogenannten Flügelflatterns, immer wichtiger.

In der vorliegenden Arbeit werden die bisher zur Erforschung des Flügelflatterns angewandten Methoden erörtert. Eine Reihe beobachteter Fälle von Flügelflattern wird untersucht. Die Zusammenhänge zwischen reduzierter Frequenz, Dämpfung und Amplitudenverhältnis werden unter vereinfachenden Annahmen analytisch behandelt und mit den Erfahrungstatsachen verglichen.

Gliederung.

I. Erläuterung des Flügelflatterns.

Die angefachten Flügelschwingungen an Flugzeugen sind Schwingungen, die allein durch den Flugwind erzeugt werden und mit den Erschütterungen durch Massenkräfte des Triebwerks in der Regel nichts zu tun haben. Man bezeichnet sie daher am besten als Flattern (englisch flutter), da sie auf denselben Ursachen beruhen wie das Flattern einer Fahne.

Das Flattern beginnt bei der sog. kritischen Geschwindigkeit, die hauptsächlich von der Schwingungsfrequenz und der Flügeltiefe abhängt. Je niedriger die Schwingungsfrequenz und je geringer die Fülgeltiefe ist, desto niedriger ist auch die kritische Geschwindigkeit. Die Schwingungsfrequenz eines Flügels hängt wieder von der Flügelsteifigkeit und der Flügelmasse ab.

Allgemein ist Flattern im Windstrom nur dann möglich, wenn eine Platte oder ein Teil von ihr sich um mindestens zwei Achsen drehen kann oder, was dasselbe bedeutet, wenn sie mindestens zwei Freiheitsgrade des Schwingens hat.

Eine Wetterfahne aus Blech, die sich nur um eine Achse drehen kann, flattert nicht. Sobald jedoch die Fahnenstange nicht starr ist, sondern seitlich schwingen kann, wobei sich die Fahne um eine unter ihr in Windrichtung liegende Achse dreht, ist Flattern möglich.

[1]) Die Arbeit wurde vom Verfasser während seiner Tätigkeit bei der Deutschen Versuchsanstalt für Luftfahrt durchgeführt. Sie ist am 28. 2. 1934 abgeschlossen, jedoch seither an einigen Stellen ergänzt und berichtigt worden. Die im Abschnitt III behandelten Schüttelversuche sind größtenteils von H. Hertel durchgeführt worden. Die Modelle des Musters He 60 sind von F. Michael konstruiert worden.

Ist die Fahne nicht aus Blech, sondern aus Stoff, so kann sie sich um unendlich viele Achsen drehen und flattert daher besonders leicht. Es würde jedoch auch genügen, eine Fahne aus zwei Blechtafeln herzustellen, die drehbar miteinander verbunden sind, um sie zum Flattern zu bringen. Die beiden Drehachsen sind dann die Fahnenachse und das Gelenk zwischen beiden Blechtafeln.

Ein ähnlicher Fall liegt vor, wenn an einer praktisch starren Seitenflosse F ein Ruder R angeschlossen ist, welches noch ein Hilfsruder H zur Erleichterung des Steuerns trägt, s. Abb. 1. Die beiden Drehachsen sind A_1 und A_2. Bei derartigen Anordnungen ist in der Tat Flattern beobachtet worden [1].

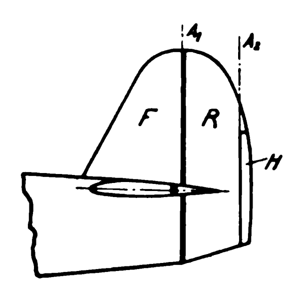


Abb. 1. Seitenleitwerk mit Hilfsruder.

Ungleich größere praktische Bedeutung hat der Fall des Flugzeugflügels mit angeschlossenem Querruder. Der Flugzeugflügel dreht sich beim Schwingen um irgendeine Knotenlinie, die z. B. mit der Flügelmittellinie oder der Strebenbolzenachse zusammenfallen kann. Das Querruder kann sich außerdem um die Ruderachse drehen.

Die ersten Fälle von Flügelflattern wurden daher beobachtet, als die in den Anfängen der Flugtechnik übliche Quersteuerung durch Verwindung der Flügelenden ersetzt wurde durch die Querrudersteuerung.

Bereits während des Krieges sind Fälle vorgekommen, bei denen die Querruder durch Flattern zu Bruch gingen und wegflogen. Auch bei fast allen später beobachteten und eingehend untersuchten Fällen hat sich das Querruder als der schuldige Teil erwiesen.

Es ist auch möglich, daß eine starre Platte flattert, wenn sie um zwei Achsen drehbar gelagert ist, wie oben erwähnt wurde. Wenn das Flügelende sich gleichzeitig biegt und dreht, kann es auch ohne Querruder flattern. Dieser Fall kommt allerdings viel seltener vor als der zuerst genannte.

Im folgenden werden die Ergebnisse der bisherigen Untersuchungen über Flügelflattern hauptsächlich ohne Benutzung mathematischer Ableitungen auseinandergesetzt. Nur im Abschnitt IV werden theoretische Zusammenhänge betrachtet.

II. Entwicklung der Forschungsmethoden.

Die Erforschung der Ursachen des Flügelflatterns hat eine Entwicklung angenommen, die dadurch gekennzeichnet ist, daß nacheinander mehrere verschiedene Methoden angewandt worden sind, um zu technisch brauchbaren Lösungen dieses ganz besonders verwickelten Problems zu gelangen.

1. Ansatz linearer Differentialgleichungen mit stationären Luftkräften.

Bei den ersten Untersuchungen des Flatterns nahm man stationäre Luftkräfte am schwingenden Flügel an, welche vom dynamischen Anstellwinkel abhängen. Als dynamischen Anstellwinkel bezeichnet man dabei den Winkel zwischen der Flügelsehne und der augenblicklichen Bewegungsrichtung des schwingenden Flügels. Einige Autoren berücksichtigten auch noch den Auftrieb infolge dynamischer Profilkrümmung. Man kann nämlich einen um eine Drehachse schwingenden Flügel, dessen Flügelsehne beim Fluge eine gekrümmte Hüllkurve beschreibt, ersetzen durch einen stetig fliegenden Flügel mit rhythmisch veränderlicher



Profilkrümmung. Dieser Ersatz ist sogar exakt richtig. Diese Annahmen genügen bereits, um an Hand eines Systems linearer Differentialgleichungen, deren Zahl von der Zahl der Freiheitsgrade abhängt, den Vorgang des Flatterns physikalisch verständlich zu machen. Flattern ist dann möglich, wenn ungedämpfte Schwingungen konstanter Amplitude, d. h. harmonische Schwingungen möglich sind. Als Kriterium hierfür benutzte man die Routhsche Diskriminante, aus der die kritische Geschwindigkeit berechnet werden kann.

Als erster hat H. Blasius im Auftrage der Inspektion der Fliegertruppen im Juni 1918 derartige Rechnungen angestellt [2]. Es handelte sich um das Flattern eines einholmigen, daher wenig drillsteifen Unterflügels des Doppeldeckers Alb D 3. Querruder waren am Unterflügel nicht vorhanden. Der Umstand, daß dieser Ausnahmefall zuerst behandelt wurde, brachte es mit sich, daß man anfangs die Bedeutung der Querruder für die Entstehung des Flatterns unterschätzte. Ähnliche Ansätze sind später von v. Baumhauer und Koning, Bairstow, Frazer und Duncan, Blenk und Liebers, Hesselbach gemacht worden [3—14] und auch auf schwingende Ruder ausgedehnt worden.

Bereits zur Berechnung der einfachen Massen-Feder-Schwingungen eines Flugzeugflügels im Stand sind zahlreiche vereinfachende Annahmen erforderlich. Als weitere Vereinfachungen kamen hinzu die Vernachlässigung des energieverbrauchenden instationären Wirbelsystems und die Annahme einer der Formänderungsgeschwindigkeit proportionalen Baustoffdämpfung. Die Treffsicherheit derartiger Berechnungen ist daher in der Regel gering. Nur in Beispielen, in denen die Annahmen auf einen konkreten Fall abgestimmt werden konnten, ist auch zahlenmäßige Übereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung erzielt worden.

Bei freitragenden Flügeln war Übereinstimmung eher erreichbar als bei abgestrebten. Man glaubte anfangs, daß freitragende Eindecker besonders zum Flattern neigen, was durch die späteren Erfahrungen jedoch widerlegt wird.

Als wichtiges Ergebnis wurde die Regel erhalten: Die Schwereachse der Flügel soll möglichst vor der elastischen Achse, der Schwerpunkt der Querruder möglichst in ihrer Drehachse liegen, um Flattern zu vermeiden.

2. Berechnung der Wirbelablösung.

Während in der ersten Entwicklungsstufe das Flügelflattern als mechanisches Problem behandelt wurde, schenkte man nun der aerodynamischen Seite des Problems mehr Beachtung und suchte wenigstens für den Fall der ebenen Strömung die Entstehung des instationären Auftriebs am schwingenden Flügel und die damit verbundene Wirbelablösung zu klären.

Als erster hat Birnbaum das Problem des Schlagflügels behandelt [15, 16]. Er führte den wichtigen Begriff der reduzierten Frequenz ω ein, welche das πfache des Verhältnisses Flügeltiefe zu Wellenlänge bedeutet. Bezeichnet n die minutliche Schwingungszahl des Flügels, t die Flügeltiefe in m und v die Fluggeschwindigkeit in km/h, so ist die reduzierte Frequenz

$$\omega = 0{,}06\,\pi \cdot \frac{n\,t}{v} \qquad (1)$$

Die Luftkräfte am schwingenden Flügel sind Funktionen dieses dimensionslosen Kennwertes. Ausgehend von dem durch Prandtl eingeführten Ersatz des Flügels durch ein System gebundener Wirbel und der Forderung zeitlicher Konstanz der Summe der gebundenen und freien Wirbel gelangt Birnbaum zu einem Ansatz, den er für kleine Werte der reduzierten Frequenz $\omega \leq 0{,}12$ lösen konnte. Weiter reichte die Konvergenz seiner Entwicklung nicht.

Da Flügelflattern stets bei wesentlich höherer reduzierter Frequenz erfolgt, war dieses Ergebnis zur Klärung des vorliegenden Problems ungeeignet. Küssner fand die allgemeine Lösung des Birnbaumschen Ansatzes und erweiterte ihn für den Fall des mitschwingenden Ruders [17]. Da als Kriterium für das Flügelflattern stets die Entstehung harmonischer Schwingungen angesehen wird, lag es nahe, den Ansatz von vornherein für harmonische Schwingungen aufzustellen, wobei man den Vorteil hat, sich der abkürzenden komplexen Schreibweise bedienen zu können. Als Schwingungskriterium ergibt sich dann das Verschwinden der komplexen Nennerdeterminante, woraus zwei Gleichungen für die Berechnung der Schwingungsfrequenz und der kritischen Geschwindigkeit folgen. Hierdurch wird der lästige Umweg über die lineare Differentialgleichung und die Routhsche Diskriminante vermieden. Ein besonderer Vorteil des harmonischen Ansatzes ist es, daß man die Baustoffdämpfung einfach und physikalisch richtig als Phasenverschiebung der elastischen Kraft einführen kann. Diese Möglichkeit ist bei der linearen Differentialgleichung nicht vorhanden. Man ist dabei sogar zu einer physikalisch unrichtigen Annahme der Dämpfung gezwungen, um die Gleichung linear zu machen.

Auf dem angedeuteten Wege konnten zunächst einige Beispiele einer ebenen schwingenden Platte berechnet werden, um den Einfluß der Massenverteilung, Federung, Baustoffdämpfung systematisch zu klären. Aus diesen Beispielen ergab sich, daß bei den Freiheitsgraden Biegung und Flügeldrehung die kritische Geschwindigkeit hauptsächlich abhängt von

1. der Drillschwingungsfrequenz des Flügels,
2. der Rücklage des Flügelschwerpunkts,
3. der Baustoffdämpfung.

Die Baustoffdämpfung bewirkt es, daß Flattern überhaupt nur bis zu gewissen Höchstwerten der reduzierten Frequenz möglich ist. Bei Schwingungen mit höherer reduzierter Frequenz würde die aus dem Windstrom aufnehmbare Energie nicht mehr zur Deckung der Dämpfungsverluste reichen. Diese Regel gilt nicht nur für die hier untersuchten Freiheitsgrade Biegung und Flügeldrehung, sondern gilt allgemein, wie weiter unten gezeigt wird.

Der Einfluß der Baustoffdämpfung ist theoretisch um so größer, je größer das Verhältnis Biegesteifigkeit zu Drillsteifigkeit ist, welches ungefähr gleichlaufend mit dem Verhältnis Flügeltiefe zu Kragarmlänge ist. Da die Gesamtdämpfung nicht sicher bestimmbar ist, kann man überhaupt nur bei schlanken, freitragenden Flügeln eine einigermaßen befriedigende Übereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung erwarten.

Ähnliche Untersuchungen sind auch in England durchgeführt worden. Glauert berechnete die instationären Luftkräfte am schwingenden Flügel für die Freiheitsgrade Flügelbiegung und Flügeldrehung [18]. Er ging dabei aus von dem durch H. Wagner eingeführten Begriff der Unstetigkeitsfläche. Seine Zahlenrechnung geht jedoch nur bis $\omega = 0{,}5$, langt also für die rechnerische Behandlung des Flatterns nicht aus, da hierbei höhere Werte der reduzierten Frequenz vorkommen.

Duncan und Collar dehnten die Berechnung noch auf einen mit anwachsender Amplitude schwingenden Flügel aus [19]. Neuerdings hat Theodorsen die Luftkräfte am schwingenden Flügel berechnet [19a].

3. Modellversuche.

Ein weiteres Mittel zur Erforschung des Flügelflatterns sind Modellversuche. Will man aus diesen Modellversuchen Rückschlüsse auf die Wirklichkeit ziehen, so ist es erforderlich, das Modell dynamisch ähnlich zu bauen. Dynamische Ähnlichkeit ist um so schwerer zu erreichen, je kleiner der Modellmaßstab ist, also je kleiner das Modell ist. Da der zu wählende Modellmaßstab auch noch vom Strahldurchmesser des verfügbaren Windkanals abhängt, verzichtete man anfangs auf dynamische Ähnlichkeit und begnügte sich damit, einfache Flügelmodelle zu bauen, die an einer die Symmetrieebene des Flugzeugs darstellenden Wand im Windstrom befestigt wurden [9, 22, 23]. An diesen Modellen konnte man bereits den Einfluß der Schwerpunktslage, Dämpfung, Ruderunwuchtigkeit untersuchen. Die bei diesen



Modellversuchen gemessenen Werte der reduzierten Frequenz sind aber wesentlich kleiner als die unten erwähnten Erfahrungswerte.

Die englischen Forscher haben seit 1925 zahlreiche konkrete Fälle von Flattern untersucht und Modellversuche durchgeführt, wobei sie ein großes Geschick in der Wahl der Annahmen erwiesen und Übereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung erzielen konnten [7—13]. Die Modellversuche dienten häufig dazu, um rückwärts aus ihnen die noch unbekannten Dämpfungskräfte zu berechnen. Als Ausgangspunkt diente stets ein System linearer Differentialgleichungen. Die Routhsche Diskriminante wurde in Determinantenform geschrieben, wobei einzelne Felder der Determinante leer blieben.

In der Deutschen Versuchsanstalt für Luftfahrt (DVL) wurde das Rechenverfahren [17] nachgeprüft durch Windkanalversuche mit freitragenden Modellflügeln, welche allerdings verhältnismäßig schwer waren und daher mit niedriger reduzierter Frequenz $\omega \leq 0,3$ schwangen [22]. Die beobachtete kritische Geschwindigkeit war bei 5 Modellflügeln 14÷24% höher als die berechnete, was vielleicht auf die Abweichungen von der ebenen Strömung und den Energieverbrauch der nicht berücksichtigten »Hufeisenwirbel« zurückzuführen ist.

Später wurden zwei dynamisch ähnliche Modelle des Musters He 60 gebaut. Der Modellmaßstab war 1:5,6, die Spannweite des Modells 2,4 m. Durch die Modellversuche sollte der weiter unten beschriebene Unfall geklärt und bauliche Maßnahmen zur Verhütung des Flatterns untersucht werden. Obwohl sich beim erstmaligen Bau dynamisch weitgehend ähnlicher Flugzeugmodelle eine Reihe unerwarteter Schwierigkeiten ergaben, konnte die gestellte Aufgabe gelöst werden. Als höchste reduzierte Frequenz bei den Versuchen wurde $\omega = 0,76$ erhalten, ein Wert, der dem beim Unfall wahrscheinlichen $\omega = 0,93$ nahekommt. Da eine vollkommene dynamische Ähnlichkeit nicht erzielbar ist und das Modell in der Regel mehr Dämpfung hat als die Großausführung, ist am Modell ohnehin ein kleinerer ω-Wert zu erwarten als an der Großausführung.

4. Statistische Untersuchung.

Die bisher beschriebenen Untersuchungsmethoden reichen wohl aus, um beobachtete Fälle von Flügelflattern zu klären und die Entstehungsursachen des Flatterns nachzuweisen, wobei die tatsächlich beobachtete kritische Geschwindigkeit stets einen Prüfstein für die bei der Rechnung zu treffenden Annahmen bildete. Es war jedoch nicht möglich, für ein neues Flugzeugmuster hiernach die zu erwartende kritische Geschwindigkeit mit halbwegs befriedigender Treffsicherheit zu berechnen, besonders wenn es sich um abgestrebte Flügel handelte. Die weitere analytische Behandlung des Flatterns scheiterte allein daran, daß es nicht möglich ist, mit erträglichem Rechenaufwand die rein elastischen Schwingungsformen eines Tragwerkes im Stand vorauszuberechnen, falls es sich nicht um ganz einfache Bauformen handelt, wie etwa einholmige freitragende Flügel. Es wurde daher zunächst die Aufstellung einer einfachen Dimensionierungsregel versucht, welche zum praktischen Gebrauch des Konstrukteurs dienen soll, um Flügelflattern mit dem Freiheitsgrad Flügeldrehung im praktischen Geschwindigkeitsbereich zu verhüten.

Da die Flügelmasse und ihre Schwerpunktrücklage konstruktiv wenig beeinflußbar ist und die Baustoffdämpfung ebenfalls als gegeben zu betrachten ist, bleibt als wichtigstes Mittel zur Erhöhung der kritischen Geschwindigkeit die Drillsteifigkeit. Eine Vorschrift über die Drillsteifigkeit von Flugzeugflügeln bestand bereits in den Bau- und Liefervorschriften für Heeresflugzeuge 1918. Der Drillwinkel des Flügelendes sollte im Sturzflug nicht mehr als 5° betragen. Später wurde in den Bauvorschriften 1926 dieser Winkel auf 3,5° vermindert. Hierbei war jedoch mehr an die statische Torsionsstabilität des Flügels als an Flügelschwingungen gedacht. Mit der zunehmenden Verwendung druckpunktfester Flügelprofile wurde die Vorschrift wertlos.

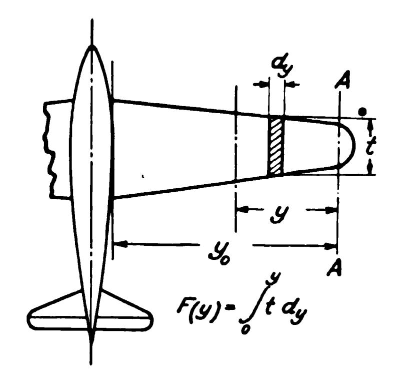


Abb. 2. Flügelgrundriß.

Für den Gebrauch des Konstrukteurs wurde im Jahre 1930 eine Faustformel für die Drillsteifigkeit angegeben, welche auf einigen berechneten Beispielen und Ähnlichkeitsbetrachtungen beruhte [17][2]).

$$D_{(y)} = M_d \frac{dy}{d\varphi} \geq k\, \varrho_0\, v_k^2\, F_{(y)}^2 \quad [\text{kgm}^2] \quad . \quad . \quad (2)$$

Darin wurde anfangs eingesetzt

$$k = 0,12 \div 0,24.$$

Später wurde auf Grund weiterer Rechenbeispiele in der Festigkeitsvorschrift 1034 $k = 0,5$ empfohlen. Bei dieser Annahme ist es bereits als sehr wahrscheinlich anzusehen, daß die wahre kritische Geschwindigkeit oberhalb der in der Formel erscheinenden Geschwindigkeit liegt. Daher konnte in der Formel die Sturzfluggeschwindigkeit v_c eingeführt werden.

Es ist bemerkenswert, daß diese Formel, die zunächst nur für die Freiheitsgrade Flügeldrehung und Biegung gedacht war, auch dann in einer Anzahl von Fällen sich als brauchbar erwiesen hat, wenn Querruderdrehung hinzukommt, da die beobachteten Höchstwerte der reduzierten Frequenz bei dieser Schwingungsform in derselben Größenordnung liegen wie die für die Biegung und Flügeldrehung auf Grund von Berechnungen angenommenen.

In England hat Roxbee Cox die Formel (2) an 10 Flugzeugen nachgeprüft, bei denen Flattern im Fluge beobachtet worden war [20, 21].

Im äußersten Flügelquerschnitt A—A Abb. 2 wurde ein Einzeldrillmoment M_d ausgeübt und der Drillwinkel φ gemessen. Daraus wird die Konstante

$$k' = \frac{M_d}{\varrho_0\, v_k^2\, F_{(y)}^2} \cdot \frac{y_0}{\varphi} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

berechnet, deren Zahlenwerte in Zahlentafel 1 enthalten sind.

Zahlentafel I. Drillsteifigkeit und Flattern.

Muster	$F_{(y)}$ m²	t_m m	V_k km/h	k'	k
Gloster »Gamecock« . .	6,68	1,60	258	0,135	0,405
dgl. mit Abfangung . .	6,68	1,60	403	074	224
Gloster »Gorcock« Holz .	6,58	1,60	290	106	318
Gloster »Gorcock« Metall	6,58	1,60	217	257	771
Short »Satellite«	7,87	1,68	145	033	066
Gloster »Grebe«	6,54	1,60	258	116	348
Desoutter Mark II . . .	6,97	1,55	225	295	590
Martinsyde F 4	6,08	1,68	323	098	294
DeHavilland »PussMoth«	8,80	1,83	314	129	258
Simmond »Spartan« . .	5,02	1,37	274	072	216

Die Kennzeichnung der Drillsteifigkeit allein durch den Drillwinkel des Endquerschnittes ist ein recht summarisches Verfahren. Daher streuen auch die erhaltenen k-Werte beträchtlich. Nimmt man an, daß die Drillwinkelzunahme am Flügelende bei Eindeckern doppelt so groß ist wie der Mittelwert über den ganzen Flügel und bei Doppeldeckern dreimal so groß, so erhält man die in der letzten Spalte angegebenen, mit Formel (3) vergleichbaren k-Werte mit

[2]) Erklärung der Formelzeichen s. Abschnitt IV, 1.

dem Mittelwerte $k = 0{,}35$. Nur zwei Werte liegen oberhalb des in Bauvorschrift 1034 angenommenen Höchstwerts 0,5. Es ist anzunehmen, daß es sich mindestens in diesen beiden Fällen um Flattern mit den Freiheitsgraden Flügelbiegung und Ruderdrehung handelt. Leider fehlen in dem englischen Bericht Angaben über Schwingungsformen und Flatterfrequenzen.

In ähnlicher Weise wurden auch noch Kennwerte für die Biegesteifigkeit berechnet. Es lohnt jedoch nicht, diese rohen Dimensionierungsregeln, die nur einen Notbehelf darstellen, näher zu untersuchen, weil im Abschnitt IV ein Verfahren angegeben wird, das eine bessere Abschätzung der kritischen Geschwindigkeit ermöglicht.

Die Steifigkeitsformeln sind ein behelfsmäßiger Ersatz für die mitunter recht schwierige rechnerische Ermittlung der rein elastischen Schwingungsfrequenz eines Tragwerks. Diese Schwierigkeit kann man überwinden, indem man das fertige Flugzeug einem Standschwingungsversuch (Schüttelversuch) unterzieht. Man hängt das Flugzeug zu diesem Zweck federnd auf, bringt unter dem Rumpf eine rotierende unwuchtige Masse an, die man mit wechselnden Drehzahlen durch einen Elektromotor antreibt, und mißt in den Resonanzlagen die Schwingungsformen und Frequenzen.

Auch wenn die Ergebnisse eines derartigen Schüttelversuches vorliegen, ist es außerordentlich schwierig und zeitraubend, die kritische Geschwindigkeit des Flatterns mit den drei Freiheitsgraden Biegung, Flügeldrehung, Ruderdrehung analytisch zu berechnen. Weil in dieser Rechnung immer noch vereinfachende Annahmen von schwerwiegender Bedeutung vorhanden sind, insbesondere die Annahme ebener Strömung, darf man den möglichen Fehler nicht gering schätzen. Er liegt allerdings in der Regel nach der sicheren Seite, wie schon der obenerwähnte Vergleich mit Modellversuchen zeigte, da eine zusätzliche, in der Rechnung nicht berücksichtigte Dämpfung die kritische Geschwindigkeit auf jeden Fall erhöht. Bei einer derartigen, mit größter Sorgfalt durchgeführten Berechnung des abgestrebten Eindeckers He 9a wurde als reduzierte Frequenz $\omega = 1{,}13$ erhalten, wobei die Fehlergrenze auf -20% zu schätzen ist. Die Hauptarbeit steckt bei derartigen Berechnungen in der physikalisch richtigen Gewinnung der Glieder der komplexen Determinanten, nicht etwa in der Lösung der Determinanten.

Eine wesentlich höhere Rechnungsgenauigkeit würde sich auch bei weiterer Verfeinerung der Rechnung voraussichtlich nicht erzielen lassen, da das Einsetzen des Flatterns auch im Windkanalversuch nicht immer bei derselben Geschwindigkeit erfolgt. Die Turbulenz des Luftstroms, der Anstellwinkel des Flügels und zufällige geringe Unterschiede in der Reibung der Ruderlager sind von Einfluß. Erfahrungsgemäß ist im Fluge das Flattern oft bei böigem Wetter entstanden, was darauf schließen läßt, daß Böenstöße die anfänglich noch zu großen Dämpfungskräfte überwunden haben.

Ist das Flattern erst einmal auf diese oder andere Weise entstanden, so hält es oft an, bis der Führer die Fluggeschwindigkeit auf $^2/_3$ des anfänglichen Wertes oder noch weniger vermindert hat. Mögliche Ursachen hiervon sind Bruch der Querrudersteuerungsseile, der mit wachsender Amplitude sinkende Anteil der Lagerreibungsdämpfung an der Gesamtdämpfung und schließlich der Einfluß der Anstellwinkeländerung.

Noch eine andere Tatsache verdient in diesem Zusammenhang erwähnt zu werden. Bei sehr geringen Schwingungsamplituden gelten die Gesetze der Potentialströmung nicht mehr, da dann die Zähigkeit der Luft nicht mehr vernachlässigbar ist. Infolgedessen sind die Luftkräfte bei sehr geringer Amplitude kleiner als sie gemäß der Potentialtheorie sein müßten, und geben daher auch nicht zum Flattern Anlaß. Dieser Effekt ist von Birnbaum (Schrifttum 15, S. 292) beobachtet worden. Es handelt sich offenbar um einen Grenzschichteffekt. Der Flügel schlottert sozusagen in seiner Grenzschicht hin und her, ohne Widerstand zu finden. Wenn ein Flügel erschütterungsfrei und mit gleichförmiger Geschwindigkeit durch ruhige Luft flöge, könnte er seine kritische Geschwindigkeit beliebig weit überschreiten ohne ins Flattern zu kommen. Erst ein Anstoß von gewisser Mindestgröße, etwa ein Böenstoß, könnte ihn ins Flattern bringen, das dann aber auch mit größter Heftigkeit einsetzen würde. Bemerkenswert ist in diesem Zusammenhange auch der Umstand, daß in vielen Fällen Flattern während des Abfangens oder kurz nach dem Abfangen aus einem steilen Gleitfluge beobachtet worden ist, und zwar besonders bei bösartigen Fällen. Beim normalen, weichen Abfangen aus hoher Fluggeschwindigkeit sind nur geringe Anstellwinkeländerungen möglich. Es ist unwahrscheinlich, daß der Quotient $d\,c_a/d\alpha$, der von Einfluß auf die Luftkräfte ist, in einem so kleinen Winkelbereich sich nennenswert ändert. Man kann daher vermuten, daß die Grenzschichtstörung beim Übergang vom Gleitflug in die Abfangkurve oder beim Übergang von der Abfangkurve in den Waagerechtflug die auslösende Ursache des Flatterns in diesen Fällen gewesen ist.

Faßt man diese Erfahrungstatsachen zusammen und berücksichtigt besonders den großen Zeitaufwand der Berechnung, der durch die geringe erreichbare Rechnungsgenauigkeit nicht gerechtfertigt wird, so kommt man zu dem Schluß, daß die analytische Methode zwar geeignet ist, die Zusammenhänge grundsätzlich zu klären, daß sie aber für die Vorausberechnung der kritischen Geschwindigkeit eines neuen Flugzeugmusters wenig geeignet ist.

Wenn ein beliebiger physikalischer Vorgang nicht mehr analytisch behandelbar ist, weil er Variable enthält, die sich der Beobachtung und zahlenmäßigen Erfassung entziehen, kann man ihn nur noch statistisch durch eine große Zahl von Beobachtungen klären. Diese statistische Methode, die bei der Aufstellung der Steifigkeitsformel (2) angedeutet ist, kann jetzt in einer umfassenderen Weise auf das Problem des Flügelflatterns angewandt werden, da im Laufe der letzten Jahre eine Reihe von Fällen, in denen Flattern vorgekommen ist, genauer untersucht worden ist. Die Zahl dieser Fälle ist zwar zur Zeit noch keine große Zahl im Sinne der Großzahlforschung. Im Laufe der Jahre wird sich jedoch das Bild, das man sich schon heute daraus machen kann, durch neu hinzukommende Fälle runden.

Als wichtigster Kennwert des Flügelflatterns ist bei der analytischen Behandlung die reduzierte Frequenz eingeführt worden. Es wurde daher versucht, die reduzierte Frequenz bei den beobachteten Fällen von Flügelflattern zu bestimmen.

Man kann »gutartige« und »bösartige« Fälle unterscheiden. Bei den gutartigen Fällen erfolgt das Flattern mit kleinen Amplituden, die genügend weit unter der Bruchfestigkeit des Flügels liegen. Das Flattern hört in der Regel bei einer Geschwindigkeit auf, die nur wenig unterhalb der Einsetzgeschwindigkeit liegt, so daß man das Flattern durch Ziehen in kürzester Zeit beseitigen kann. Diese gutartigen Fälle, die allerdings in der Minderzahl sind, sind mit verhältnismäßig geringem Risiko reproduzierbar und eignen sich daher zur Untersuchung des Flatterns im Fluge. Weiter unten wird eine derartige Untersuchung am Muster He 46c beschrieben. Durch Messung der Fluggeschwindigkeit, Frequenz und Schwingungsform im Fluge ist die reduzierte Frequenz und das Amplitudenverhältnis der einzelnen Freiheitsgrade einwandfrei bestimmbar.

Schwieriger ist diese Bestimmung bei den bösartigen Fällen. Dabei ist das Flattern durch die oben genannten Ursachen sozusagen gehemmt und setzt erst oberhalb der theoretischen kritischen Geschwindigkeit ein, dann aber mit solcher Heftigkeit, daß in der Regel Bruch der Flügel oder der Querruder erfolgt. Falls das Flugzeug noch landen kann, wird es nach dem Unfall ausgebessert und dann einem Schüttelversuch unterzogen. Von den beobachteten Schwingungsformen wird die als gefährlich angesehen, bei der bei niederster Frequenz Drehschwingungen der Flügel oder der Querruder auftreten, weil außer der Flügelbiegung einer dieser beiden Freiheitsgrade zur Anfachung notwendig ist. Damit ist allerdings nicht gesagt, daß beim Flattern diese Schwingungsform mit der beim Schüttelversuch beob-



achteten Frequenz auftreten muß, da die beim Flattern hinzukommenden Luftkräfte die Schwingungsform und Frequenz etwas verschieben können. Insbesondere ist stets eine Verschiebung des Phasenwinkels zwischen Biege- und Drehschwingung zu erwarten, da nur dann die Leistung zur Anfachung des Flatterns dem Windstrom entnommen werden kann. Der Schüttelversuch gibt jedoch einen gewissen Anhalt, der um so sicherer ist, je schärfer ausgeprägt die Resonanzlage im Schüttelversuch ist, d. h. je geringer die Dämpfung ist (s. a. Abschnitt IV, 4).

Falls das Flugzeug beim Unfall zerstört wird, wird man ein anderes Flugzeug des gleichen Musters dem Schüttelversuch unterziehen. Die Fluggeschwindigkeit während des Unfalls kann aus begreiflichen Gründen selten genauer angegeben werden. Bei schweren Unfällen ist man auf die Schätzung von Augenzeugen am Boden angewiesen.

Die Fehlerquellen bei der Bestimmung der reduzierten Frequenz sind bei den bösartigen Fällen also beträchtlich groß. Es ist auch noch festzulegen, ob man bei der Berechnung der reduzierten Frequenz die Geschwindigkeit einsetzen soll, bei der das Flattern angefangen hat, oder die, bei der es aufgehört hat. Da der Beginn des Flatterns für den Flugbetrieb maßgebend ist, wird stets die Anfangsgeschwindigkeit eingesetzt. Auf diese Weise sind die im nächsten Abschnitt näher begründeten Erfahrungswerte der reduzierten Frequenz gewonnen. Sie liegen, von den möglichen Fehlerquellen abgesehen, im Bereich $\omega = 0{,}58 \div 1{,}14$. Es ist daher bereits als unwahrscheinlich anzusehen, daß bei einem neuen Muster die reduzierte Frequenz etwa den Wert $\omega_h = 1{,}14$ überschreitet.

Macht man mit dem Muster einen Schüttelversuch und beobachtet dabei die gefährliche Schwingungsform mit der Frequenz n, so kann man an Hand des angenommenen Höchstwertes ω_h der reduzierten Frequenz die ungünstigstenfalls zu erwartende kritische Geschwindigkeit roh abschätzen. Bezeichnet t_m die mittlere Flügeltiefe des äußeren schwingenden Flügelteils, so ist die ungünstigstenfalls zu erwartende kritische Geschwindigkeit

$$v_k = 0{,}06\,\pi \cdot \frac{n\,t_m}{\omega_h}\ \text{km/h} \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

Eine solche statistische Abschätzung hat selbstverständlich nur dann einen Sinn, wenn das betreffende Muster sich von der Menge von Flugzeugen, an welchen Flattern im angegebenen Bereich der reduzierten Frequenz beobachtet worden ist, nicht besonders dadurch unterscheidet, daß bei ihm Maßnahmen zur Verhütung des Flatterns mit Erfolg getroffen sind. Zu Beginn dieser Untersuchungen des Flatterns war die Wahrscheinlichkeit, ein derartiges Muster anzutreffen, sehr gering. Im Laufe der Entwicklung wird jedoch die Zahl der Muster, bei denen solche Maßnahmen wenigstens mit dem Teilerfolg einer Erniedrigung der reduzierten Frequenz durchgeführt sind, immer größer. Die rohe statistische Abschätzung kann daher in solchen Fällen durch das im Abschnitt IV angegebene verfeinerte Verfahren der Abschätzung ersetzt werden, welches den Erfolg von Verhütungsmaßnahmen zu erfassen gestattet.

Bei ausgewuchteten Querrudern oder Flügeln ohne Ruder liegt die ungünstigstenfalls zu erwartende kritische Geschwindigkeit höher, die reduzierte Frequenz also niedriger als der oben angegebene Höchstwert. Erfahrungswerte liegen hierüber noch kaum vor, da bei allen weiter unten beschriebenen Fällen von Flattern die Querruder Anteil an der Anfachung hatten oder man zum mindesten nicht sagen kann, ob in dem einen oder anderen Falle auch dann Flattern entstanden wäre, wenn die Ruder mit den Flügeln starr verbunden gewesen wären. Es ist allerdings ein Fall von Flattern ohne Ruder einwandfrei beobachtet worden und hat den Anlaß dazu gegeben, daß das Flattern ohne Ruder zuerst untersucht worden ist (s. Abschnitt II, 1).

Es ist zu erwarten, daß bei weiterer Steigerung der Fluggeschwindigkeit auch der Bereich des Flatterns ohne Ruder häufiger erreicht wird. Man wird daher bei der Abschätzung der kritischen Geschwindigkeit aus den Ergebnissen des Schüttelversuchs auch diese Schwingungsmöglichkeit weiter beachten müssen.

III. Ergebnisse.

1. Untersuchung beobachteter Fälle.

a) Abgestrebter Eindecker DP 9 [4, 24].

Die Abstrebung greift nahe am Rumpf an, so daß lange Kragenden entstehen. Das Flugzeugmuster hatte im Frühjahr und Herbst 1925 in zwei Fällen bösartiges Flattern, das beim Abfangen aus dem steilen Gleitflug bei etwa 180 km/h begann. In einem Falle führte es zu völligem Flügelbruch, im andern Falle zum Bruch der Rippen des Kragendes und der Querruderseile. Bei böigem Wetter fing das Flattern bereits bei 135 km/h in geringem Maße an.

Der Flügel wurde in einem starren Versuchsgerüst gelagert und hatte darin die Biegeschwingungsfrequenz 548/min und die Drehschwingungsfrequenz 494/min. Als Frequenz der freien Schwingung kann $n = 520$/min angenommen werden. Die Flügeltiefe beträgt 1,5 m, die Rudertiefe 0,32 m. Der Ruderschwerpunkt lag 126 mm hinter der Ruderachse. Als reduzierte Frequenz erhält man

$$\omega = 0{,}1885\,\frac{520 \cdot 1{,}5}{180} = 0{,}82.$$

b) Abgestrebter Eindecker He 8a.

Das Flugzeug stürzte im Herbst 1928 anläßlich einer Kunstflugvorführung mit Flügelbruch ab. Aus den Augenzeugenberichten ist mit einiger Wahrscheinlichkeit zu entnehmen, daß gefährliches Flattern die Ursache war. Die Fluggeschwindigkeit wird auf 350 km/h geschätzt. Ein Flugzeug des gleichen Musters wurde einem Schüttelversuch unterzogen. Die gefährliche Schwingungsform liegt wahrscheinlich bei 540/min und hat eine Knotenlinie, welche vom hinteren Strebenanschluß nach der Stelle verläuft, in welcher die Vorderkante in den Randbogen des Flügelendes übergeht (s. Abb. 3).

Die Flügeltiefe beträgt 3,0 m, die Querrudertiefe 0,3 m, die Rücklage des Ruderschwerpunktes hinter der Achse 50 mm.

Als reduzierte Frequenz erhält man

$$\omega = 0{,}1885\,\frac{540 \cdot 3{,}0}{350} = 0{,}87.$$

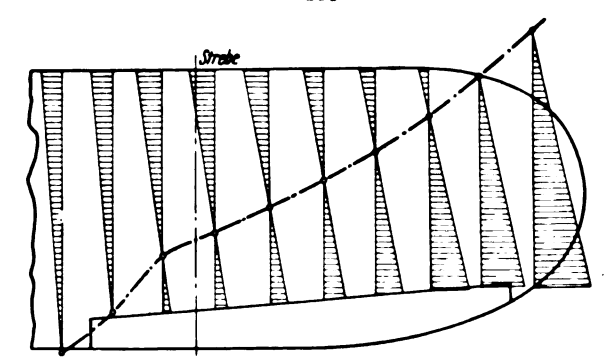


Abb. 3. Gefährliche Schwingungsform des Musters He 8 bei 550/min Maßstab des Flügelgrundrisses 1:80.

c) Verspannter Doppeldecker L 78.

Das Muster L 78 ist in größerer Stückzahl gebaut worden und im Betriebe häufig bis 350 km/h ausgeflogen worden. Nur einmal im Mai 1930 ist gutartiges Flattern beobachtet worden bei einer Geschwindigkeit von etwa 210 km/h. Zuerst schwang die Verbindungsstange der Querruder im Unter- und Oberflügel mit großer Amplitude, dann begannen die Tragflächen zu flattern, so daß der Führer den Steuerknüppel nicht mehr halten konnte.

Bei Verminderung der Geschwindigkeit klangen die Schwingungen rasch ab. Die gefährliche Schwingungsform liegt bei 860/min. Der Unterflügel führt Biegeschwingungen aus, wobei die Knotenlinie in der Nähe der Stielanschlüsse liegt.

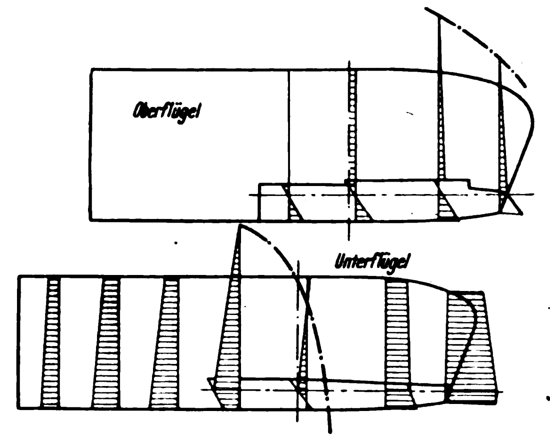


Abb. 4. Gefährliche Schwingungsform des Musters L 78 bei 860/min. Maßstab der Flügelgrundrisse 1:80.

Die Querruder-Verbindungsstange hat starke seitliche Ausschläge, durch die das Oberflügel-Querruder in Drehschwingungen gerät (s. Abb. 4).

Die mittlere Flügeltiefe des Unterflügel-Kragendes beträgt 1,36 m; die Querrudertiefe von der Drehachse bis zur Hinterkante ist 115 mm; die Rücklage des Ruderschwerpunktes hinter der Drehachse ist 23 mm. Als reduzierte Frequenz erhält man

$$\omega = 0{,}1885 \frac{860 \cdot 1{,}36}{210} = 1{,}05.$$

d) Unverspannter Doppeldecker He 60.

Das Muster He 60 zeigt einen wenig gebräuchlichen statischen Aufbau. Der Unterflügel ist gegen die Schwimmer abgestrebt, doch greifen die beiden Streben jeder Seite nur am Vorderholm an. Eine Verspannung zwischen den Flügeln ist nicht vorhanden. Während früher bei ähnlichen Mustern als Baustoff für die Holme Holz verwendet worden ist, ging man beim Muster He 60 zu Stahl über, wobei bei gleicher Holmhöhe die gleiche Festigkeit vorgesehen wurde. Da das Verhältnis Elastizitätsmodul zu Bruchfestigkeit bei Stahl wesentlich kleiner ist als bei Holz, ergaben sich besonders niedrige Eigenfrequenzen des Flügels. Dazu kam noch, daß das Querrudersystem mit 75 cm · kg unwuchtig war. Es wurden daher von vornherein Bedenken geäußert, daß bereits unterhalb der vorgeschriebenen C-Fall-Geschwindigkeit von 365 km/h Flattern entstehen könnte.

Beim Versuch, die C-Fall-Geschwindigkeit zu erreichen, stürzte das Flugzeug im Dezember 1931 mit Oberflügelbruch ab, wobei als Ursache nach dem Bericht von Augenzeugen gefährliches Flattern anzunehmen ist. Die Geschwindigkeit wurde auf 350 km/h geschätzt.

Die gefährliche Schwingungsform liegt bei 780/min. Die Knotenlinie des Oberflügels verläuft im Kragende nahe der Vorderkante fast parallel zu ihr, im Innenfeld ungefähr in Flügelmitte parallel zur Flügelachse, s. Abb. 5. Die Flügeltiefe ist 2,2 m, die Querrudertiefe 0,41 m.

Als reduzierte Frequenz erhält man

$$\omega = 0{,}1885 \frac{780 \cdot 2{,}2}{350} = 0{,}93.$$

e) Verspannter Doppeldecker He 46c.

Das Muster He 46c ist ein verspannter Doppeldecker mit kleinem Unterflügel. Es wurde aus einem Hochdecker entwickelt. Nach längerer Betriebsdauer zeigte sich im August 1932 bei 260 km/h Geschwindigkeit gutartiges Flattern, das bei Verminderung der Geschwindigkeit sofort zurückging. Es wurde daher beschlossen, an diesem Flugzeug unter geeigneten Vorsichtsmaßregeln Schwingungsaufnahmen im Fluge zu machen. Als maßgebend für die Anfachung erwies sich die Biegeschwingung des Unterflügels, verbunden mit Drehung des unwuchtigen Querrudersystems, dessen Schwerpunkt-Rücklage 52 mm betrug. Die Querrudertiefe ist am Unterflügel 335 mm, am Oberflügel 500 mm. Die Flügeltiefe des Unterflügels ist 1,4 m, des Oberflügels 2,0 m.

Der Schüttelversuch ergab bei 520÷755/min eine Reihe von antisymmetrischen Schwingungsformen der ganzen Zelle um die Hoch-, Quer- und Längsachse mit teilweise starken Eigenschwingungen der Querruder (Steuerungsbetätigung durch auf Drillung beanspruchte Rohre). Es ist bemerkenswert, daß diese Schwingungsformen nicht zum Flattern führen. Das kann begründet sein durch geringe Massenkopplung mit der Querruderschwingung infolge geringer Amplitude der Querruderachse und nahe der Flügelhinterkante liegender Knotenlinie. Möglicherweise ist auch die Dämpfung der antisymmetrischen Schwingungen der ganzen Zelle stärker. Im Bereich 815÷895/min liegen die ersten symmetrischen Eigenbiegeschwingungen der Flügel. Die Knotenlinie des Unterflügels liegt ½ Flügeltiefe und mehr vor der Flügelvorderkante (s. Abb. 6). Die Resonanzlagen sind wenig ausgeprägt.

In diesem Bereich liegen jedoch die mit dem Optograph gemessenen Flatterfrequenzen. Das Flattern begann bei der Frequenz 830÷860/min, die sich bei zunehmender Geschwindigkeit und Amplitude auf 810/min senkte.

Einen besonderen Anteil an der Anfachung hatte wahrscheinlich auch die Anordnung der Querruder-Verbindungsstange, die etwa 25° gegen die Stielebene geneigt war. Dadurch wurde bei Oberflügelbiegung Drehung des Unterflügel-Querruders bewirkt.

Die Flugmessungen wurden in verschiedenen Höhen von 4000÷600[illegible] vorgenommen, um den Einfluß der Luft-

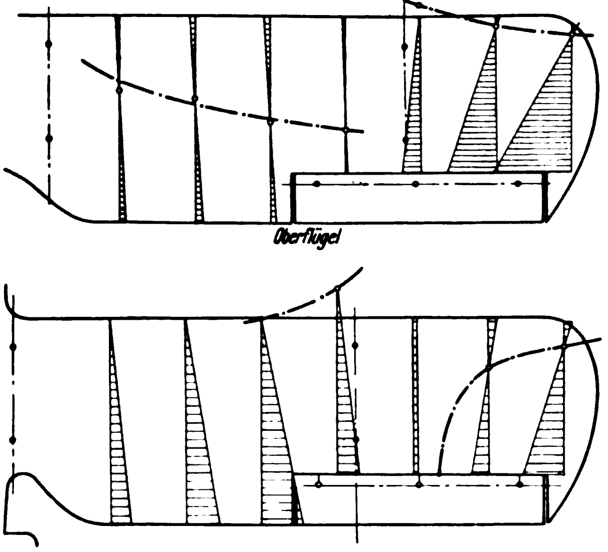


Abb. 5. Gefährliche Schwingungsform des Musters He 60 bei 780/min. Maßstab der Flügelgrundrisse 1:80.

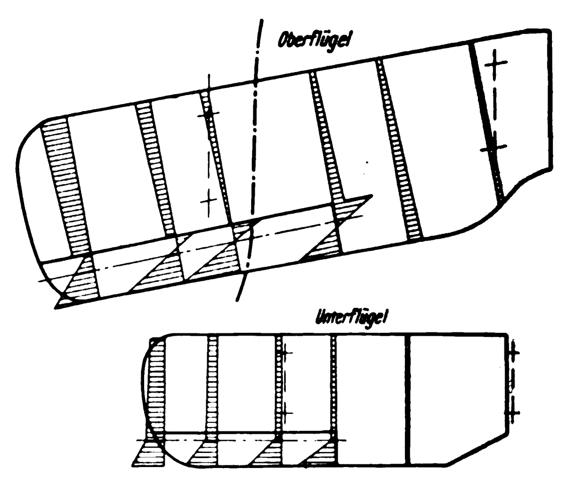


Abb. 6. Gefährliche Schwingungsfom des Musters He 46 c bei 815/min. Maßstab der Flügelgrundrisse 1:80.



dichte festzustellen. Das Flattern begann bei 260÷275 km/h Geschwindigkeit. Als reduzierte Frequenz des Unterflügels wurde erhalten

$$\omega = 0{,}87 \left(\frac{\varrho}{\varrho_0}\right)^{0,2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

Der Einfluß der Luftdichte ϱ ist also verhältnismäßig gering.

f) Freitragender Doppeldecker KL1A »Schwalbe«.

Das Muster KL 1 A ist ein freitragender Doppeldecker. Es ist seit 1927 in mehreren Stücken gebaut worden und hatte bereits eine große Betriebsdauer erreicht, als sich im Frühjahr 1932 bei mehreren Stücken unterhalb der größten Waagerechtgeschwindigkeit Flattern zeigte, das in einzelnen Fällen nicht mehr als gutartig bezeichnet werden konnte, da es zum Bruch der Querruder führte. Ein Flugzeug dieses Baumusters wurde daher einem Schüttelversuch unterzogen.

Die gefährliche Schwingungsform liegt bei 675/min. Es ist die symmetrische Biegegrundschwingung beider Flügel (s. Abb. 7). Die Knotenlinie liegt weit vor der Flügelvorderkante. Die Querruder schwingen gegenläufig. Sie haben 240 mm Tiefe; ihr Schwerpunkt liegt 103 mm hinter der Ruderachse. Dadurch ergibt sich eine starke Massenkopplung der Ruderschwingung mit der Flügelbiegeschwingung. Die mittlere Flügeltiefe der äußeren stark schwingenden Flügelenden ist 1,3 m. Die Versuche wurden zwecks Teilnahme des Flugzeugs an einem Flugtag vorübergehend unterbrochen. Auf diesem Flugtag im Juli 1932 wurden Kunstflüge mit Geschwindigkeiten bis 200 km/h vorgeführt, ohne daß Flattern entstand. Als der Führer zur Landung ansetzte, begann plötzlich bei 145 km/h Geschwindigkeit starkes Flattern, das zum Bruch der Querruder und Beschädigungen der Sperrholzbeplankung führte. Das Flattern hielt bis 100 km/h Geschwindigkeit an. Dieser Fall zeigt besonders deutlich, wie »unberechenbar« das Flattern ist.

Als reduzierte Frequenz des Beginns des Flatterns erhält man

$$\omega = 0{,}1885 \frac{675 \cdot 1{,}3}{145} = 1{,}14.$$

Am Ende hat man den hohen Wert $\omega_e = 1{,}65$.

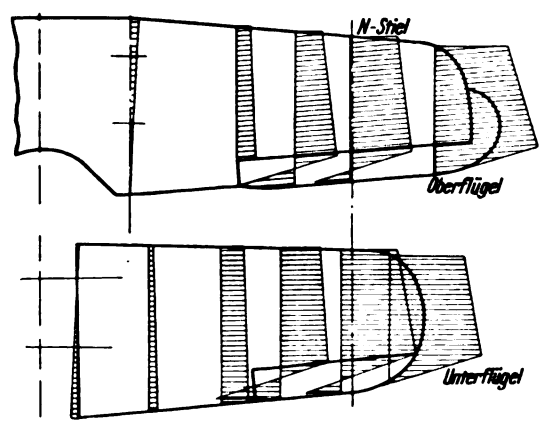


Abb. 7. Gefährliche Schwingungsform des Musters KL 1 A bei 675/min. Maßstab der Flügelgrundrisse 3:200.

g) Freitragender Eindecker Do 10.

Das Baumuster Do 10 ist ein Hochdecker in Ganzmetallbauweise. Der dreiholmige Flügel ist durch kurze Streben abgefangen. Die Kragarmlänge beträgt 72% der halben Spannweite. Die Vorderkante des Flügels ist annähernd eine Halbellipse, die Hinterkante ist gerade. Das Flugzeug hatte am 7. 9. 1932 bei etwa 450 km/h Geschwindigkeit gefährliches Flattern, wobei beide Flügelenden in der Länge einer Flügeltiefe wegbrachen. Der Führer bemerkte beim Abfangen aus einem Sturzfluge von 2500 m auf 1500 m Schwingungserscheinungen im Querruder, die sich auf die Flächenenden übertrugen und in etwa 3 s zum Bruch der

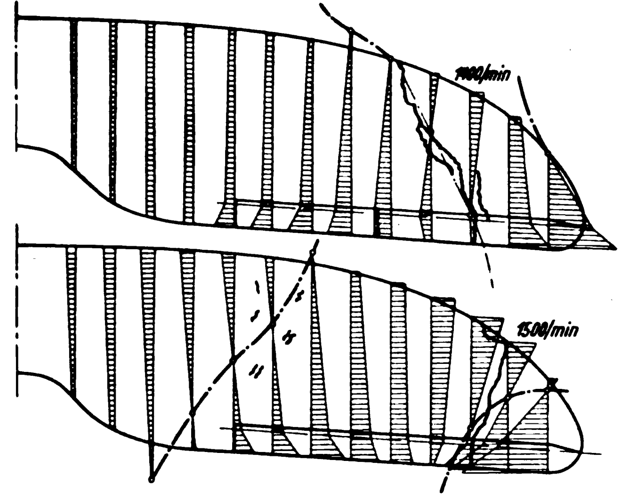


Abb. 8. Gefährliche Schwingungsformen des Musters Do 10. Maßstab des Flügelgrundrisses 1:100.
Bruchlinien des Backbord- und Steuerbordflügels.
Bruch oder Reckung von Spanndrähten.

Flügelspitzen und Querruder führten. Das Flugzeug konnte glatt gelandet werden und wurde nach Ausbesserung einem Schüttelversuch unterzogen.

Der Flügel zeigt in dem Frequenzgebiet von 500÷1250/min eine Reihe von Schwingungsformen, bei denen die Knotenlinie allmählich vom Vorderholm nach dem Hinterholm wandert. Obwohl das 355 mm tiefe Querruder einen 41 mm hinter der Drehachse liegenden Schwerpunkt hat, führen diese Schwingungsformen nicht zum Flattern, weil die Querrudersteuerung sehr steif ist (Stoßstangen) und daher bei diesen Frequenzen noch keine großen Drehamplituden der Ruder entstehen. Die gefährliche Schwingungsform liegt bei 1400÷1500/min. Bei 1400/min stimmt die Knotenlinie genau mit der Hauptbruchlinie der Flügelenden überein, welche von der Vorderkante 30° gegen die Flugrichtung geneigt nach hinten außen verläuft. Bei 1500/min stimmt die äußere, viertelkreisförmig um die Flügelspitze führende Knotenlinie mit der Nebenbruchlinie teilweise überein. Die innere Knotenlinie verläuft von dem Schnittpunkt Hinterkante—Stielebene unter 30° schräg nach außen und geht mitten durch ein Gebiet, in dem die Innenverspannung gebrochen ist (s. Abb. 8).

Wenn man nicht die Bruchlinien in diesem Falle als Anhalt hätte, wäre die Entscheidung darüber, welches die gefährliche Schwingungsform ist, allein nach dem Schüttelversuch schwierig. Im nächsten Abschnitt sind noch einige Gesichtspunkte enthalten, welche diese Entscheidung erleichtern sollen.

Ferner kommt noch die Fehlerquelle bei der Abschätzung der mittleren Flügeltiefe des am stärksten schwingenden Flügelteils in Betracht, da der Flügelumriß nach außen stark verjüngt ist. Nimmt man als mittlere Flügeltiefe des abgebrochenen Flügelendes 1,6 m an und als Flatterfrequenz 1450/min, so erhält man die reduzierte Frequenz

$$\omega = 0{,}1885 \frac{1450 \cdot 1{,}6}{450} = 0{,}97.$$

h) Abgestrebter Eindecker L 102.

Das Flugzeug ist ein abgestrebter Hochdecker. Die Tragflügel aus Duralumin mit Stoffbespannung sind zweiholmig. Die Querruder sind zweiteilig. Ihre Tiefe von der Drehachse bis zur Hinterkante ist 300 mm, ihre Schwerpunktrücklage 35 mm. Bei dieser Schwerpunktlage begann bei 290 km/h bösartiges Flattern, das erst bei 120 km/h aufhörte. In beiden Flügelenden am äußersten Querruderlager waren die Nieten des Torsionsverbandes durchgescheert. Das erklärt vielleicht den außerordentlich großen Geschwindigkeitsbereich des Flatterns. Bei vollkommenem Massenausgleich war vorher 340 km/h Ge-

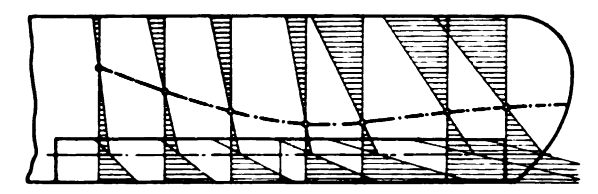


Abb. 9. Gefährliche Schwingungsform des Musters L 102 bei 835/min. Maßstab des Flügelgrundrisses 1:80.

schwindigkeit erreicht worden, ohne daß Flattern entstanden war.

Das Flugzeug wurde einem Schüttelversuch unterzogen. Bei 500 und 580/min erfolgten antisymmetrische und symmetrische Biegegrundschwingungen des Flügels. Bei 730/min liegt die Eigendrehschwingung der Querruder. Als gefährliche Schwingungsform ist die Flügeldrehschwingung bei 835/min anzusehen. Die Knotenlinie verläuft über die ganze Spannweite zwischen Vorder- und Hinterholm. Das Querruder hat große Amplituden (s. Abb. 9).

Bei der Flügeltiefe 1,56 m erhält man als reduzierte Frequenz des Beginns des Flatterns

$$\omega = 0{,}1885 \frac{835 \cdot 1{,}56}{290} = 0{,}85,$$

während bei Beendigung der außergewöhnlich hohe Wert $\omega_e = 2{,}05$ erreicht wird. Vielleicht war durch Bruch des Torsionsverbandes die Flatterfrequenz bereits gesunken.

i) Freitragender Eindecker AC 12 E.

Das Baumuster AC 12 E ist ein freitragender Hochdecker mit Trapezflügeln aus Holz.

Das Flugzeug hatte während des Europarundfluges 1932 mehrmals bei 220 km/h gutartiges Flattern, und zwar nur bei schlechtem, böigem Wetter. Bei besserem Wetter wurden 270 km/h ohne Flattern erreicht.

Die mittlere Tiefe des äußeren schwingenden Flügelendes beträgt 1,4 m, die Querrudertiefe 300 mm, die Schwerpunktrücklage des Ruders 112 mm.

Das Flugzeug wurde einem Schüttelversuch unterzogen. Im Frequenzgebiet von 585÷830/min hat der Flügel Biegeschwingungen mit wenig ausgeprägten Resonanzlagen. Als gefährlich ist die Schwingungsform bei 800÷830/min anzusehen, weil dann die durch Massenkopplung und Elastizität der Seilzüge bewirkte Querruderschwingung eine Phasenverschiebung von etwa 90° gegen die Biegeschwingung hat, also in Resonanz mit der Biegeschwingung ist (s. Abb. 10).

Als reduzierte Frequenz erhält man

$$\omega = 0{,}1885 \frac{815 \cdot 1{,}4}{220} = 0{,}98.$$

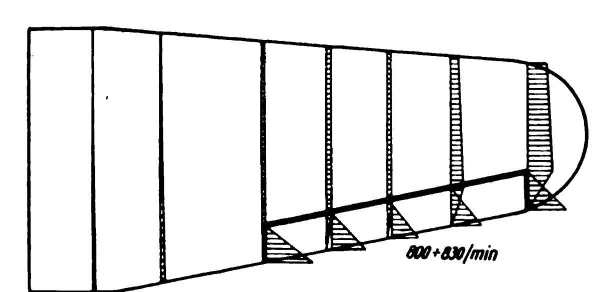


Abb. 10. Gefährliche Schwingungsform des Musters AC 12 E. Maßstab des Flügelgrundrisses 3:200.

j) Freitragender Eindecker Do 12 »Libelle«.

Das Baumuster Do 12 ist ein Hochdecker-Amphibium in Ganzmetallbauweise. Der Flügel hat trapezförmigen Umriß und ist zweiholmig.

Das Flugzeug hatte am 27. 9. 1933 bei 180 km/h gefährliches Flattern. Die Schwingungen entstanden, als der Führer nach dem Übergang aus dem Gleitflug in den Waagerechtflug Vollgas gab und waren so stark, daß ein Querruder aus den Lagern sprang und beide Flügel schwer beschädigt

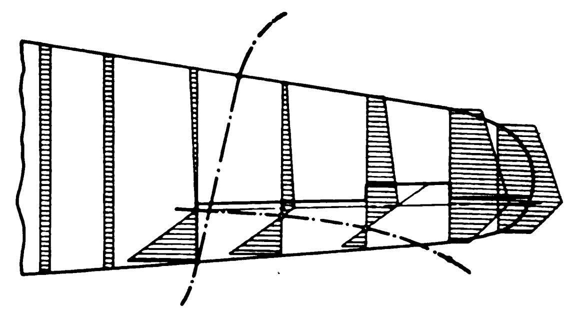


Abb. 11. Gefährliche Schwingungsform des Musters Do 12 bei 580/min. Unsymmetrische Erregung. Maßstab des Flügelgrundrisses 3:100.

wurden. Dem Flügelflattern ging Leitwerkschütteln voraus, welches offenbar durch das Gasgeben eingeleitet wurde und nun seinerseits die Flügel zum Flattern anregte. Das Flugzeug konnte glatt gelandet werden und wurde nach Ausbesserung einem Schüttelversuch unterzogen.

Die gefährliche Schwingungsform des Flügels, bei der auch gleichzeitig das Höhenleitwerk seine Hauptresonanz hat, liegt bei 580/min. Es ist eine antisymmetrische Biegeschwingung, bei welcher die Knotenlinie, von dem inneren Querruder ausgehend, unter 15° zur Flugrichtung nach außen verläuft. Das Querruder führt dabei eine Drehschwingung aus (s. Abb. 11). Als mittlere Flügeltiefe des äußeren schwingenden Flügelteils wird 1,3 m angenommen, als Querrudertiefe 400 mm. Das Querruder hat keinen Massenausgleich; seine Schwerpunktrücklage wird auf 100 mm geschätzt. Die Ruderbetätigung erfolgt durch eine wenig steife Seilsteuerung.

Als reduzierte Frequenz erhält man

$$\omega = 0{,}1885 \frac{580 \cdot 1{,}3}{180} = 0{,}79.$$

k) Eindecker M 28.

Das Baumuster M 28 ist ein freitragender Tiefdecker in Leichtmetallbauweise mit trapezförmigem Flügelumriß.

Nach längerer Erprobung kam das Flugzeug bei etwa 220 km/h Geschwindigkeit mehrmals in gutartiges Flattern, das von den unwuchtigen Querrudern ausging. Das Flattern hörte bei einer Geschwindigkeit von etwa 180 km/h auf. Der Führer hatte den Eindruck, daß das Flattern jedesmal nach einem wenn auch kleinen Böenstoß auftrat. Die Motordrehzahl bei Beginn war 1750/min. Das Flugzeug wurde nachher auf 250 km/h bei 1950/min Drehzahl gedrückt, ohne daß Flattern entstand.

Das Flugzeug wurde einem Schüttelversuch unterzogen. Die Flügel haben bei 480/min eine symmetrische Biegegrundschwingung, bei 850 und 770/min antisymmetrische Biegeschwingungen. Die Resonanzlagen sind scharf ausgeprägt. Als gefährlich ist die Schwingungsform bei 770/min anzusehen, weil sie zuerst gegenläufige Schwingung der Querruder zeigt und im übrigen sehr der gefährlichen Schwingungsform des Musters Do 12 ähnelt. Die Knotenlinie verläuft nahe dem inneren Querruderende unter 10° zur Flugrichtung nach vorn außen (s. Abb. 12).

Als mittlere Flügeltiefe des äußeren schwingenden Flügelteils wird 1,05 m angenommen, als Querrudertiefe 350 mm. Die Schwerpunktsrücklage ist 140 mm.

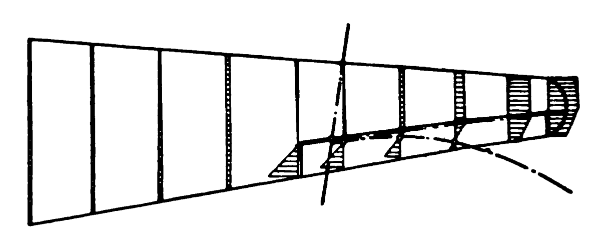


Abb. 12. Gefährliche Schwingungsform des Musters M 28. Unsymmetrische Erregung 770/min. Maßstab des Flügelgrundrisses 1:100.

Die reduzierte Frequenz ist

$$\omega = 0{,}1885 \frac{770 \cdot 1{,}05}{220} = 0{,}69.$$

Es ist geplant, an dem Flugzeug Messungen des Flatterns im Fluge zu machen, um die Flatterfrequenz einwandfrei festzustellen.

l) Doppeldecker S 24 »Kiebitz«.

Das Baumuster S 24 ist ein in einer Ebene verspannter Doppeldecker in Holzbauweise. Im Frühjahr 1932 geriet das Flugzeug bei einem längeren ungewollten Sturzflug mit brennendem Motor ins Flattern, das zum Bruch des Tragwerks führte. Die errechnete Endgeschwindigkeit des Sturzfluges beträgt 280 km/h.

Ein anderes Flugzeug des gleichen Musters wurde einem Schüttelversuch unterzogen. Bei 490 und 615/min erfolgen Schwingungen der ganzen Zelle, bei 825 und 1000/min Biegeschwingungen der Kragarme. Als gefährlich ist die Schwingungsform bei 1215 anzusehen, weil hier die Querruder zuerst gegenläufige Bewegungen ausführten. Die Knotenlinie verläuft von dem Schnittpunkt Stielebene—Hinterkante zum vorderen Drittel des Randbogens (s. Abb. 13).

Die mittlere Flügeltiefe ist 1,18 m, die Rudertiefe 240 mm, die Schwerpunktrücklage des ganzen Querrudersystems 21 mm.

Die reduzierte Frequenz ist

$$\omega = 0{,}1885 \frac{1215 \cdot 1{,}18}{280} = 0{,}97.$$

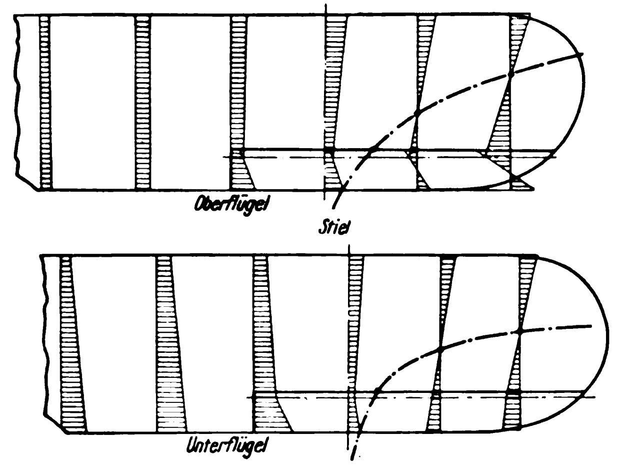


Abb. 13. Gefährliche Schwingungsform des Musters S 24 bei 1215/min. Maßstab des Flügelgrundrisses. 1:150.

m) Doppeldecker Ar 66 C.

Das Baumuster Ar 66 C ist ein verspannter Doppeldecker mit verkleinertem Unterflügel. Das Flugzeug geriet bei einem Sturzflug mit 340 km/h ins Flattern, das zum Anbruch des Unterflügel-Vorderholms sowie der Sperrholzbeplankung der Flügelunterseite führte. Das Flattern verstärkte sich noch beim Abfangen und hörte erst auf, als der Anbruch des Unterflügels erfolgte. Da der Knüppel keine Schwingungen machte, war die Schwingungsform symmetrisch. Die Flügeltiefe des Unterflügels ist 1,65 m, die Rücklage des Ruderschwerpunktes 45 mm.

Das Flugzeug wurde vom Hersteller einem Schüttelversuch unterzogen. Als gefährliche Schwingungsform wurde die Biegeschwingung der Unterflügel bei 790/min angesehen. Dabei dreht sich das Flügelinnenfeld etwa um den Vorderholm, während der Kragarm sich biegt. Man erhält die reduzierte Frequenz

$$\omega = 0{,}1885 \frac{790 \cdot 1{,}65}{340} = 0{,}72.$$

Nach Abschluß dieses Berichtes wurde nochmals Flattern beobachtet, nachdem die Querruder völlig massenausgeglichen waren und im Schüttelversuch ruhig standen. Als eine weitere geringfügige Änderung der Ruderform vorgenommen worden war, erfolgte bei 420 km/h gefährliches Flattern, das zum völligen Bruch der Zelle führte. Dies ergiebt

$$\omega = 0{,}1885 \frac{790 \cdot 1{,}65}{420} = 0{,}58.$$

Es ist möglich, daß es sich hierbei um Biegungs-Torsions-Flattern handelt, bei dem aber die aerodynamische Kopplung der Querruderschwingung wahrscheinlich nicht ohne Einfluß gewesen ist.

2. Schlußfolgerungen.

Die Zahlenergebnisse dieser 13 in Deutschland näher untersuchten Fälle sind in Zahlentafel 2 und Tafel 2 a zusammengestellt.

Zahlentafel II. Beobachtete Fälle.

Nr.	Muster	l_m m	l_R m	s_R m	n_0 1/min	n_q 1/min	Δn 1/min	v_k km/h	ω
1	DP 9	1,5	0,32	0,126	520	—	—	180	0,82
2	He 8	3,0	0,42	0,055	540	290	—	350	0,87
3	L 78	1,36	0,20	0,023	860	—	30	210	1,05
4	He 60	2,2	0,41	0,150	780	910	40	350	0,93
5	He 46 c	1,4	0,27	0,052	845	550	40	268	0,87
6	KL 1 A	1,3	0,24	0,103	675	675	45	145	1,14
7	Do 10	1,6	0,30	0,041	1450	—	60	450	0,97
8	L 102	1,56	0,30	0,035	835	730	35	290	0,85
9	AC 12 E	1,4	0,30	0,112	815	700	120	220	0,98
10	Do 12	1,3	0,40	0,100	580	460	50	180	0,79
11	M 28	1,05	0,35	0,140	770	1410	60	220	0,69
12	S 24	1,18	0,24	0,021	1215	—	70	280	0,97
13	Ar 66 C	1,65	—	0,050	790	—	—	340	0,72

Tafel IIa. Beobachtete Fälle.

Nr.	Muster	Schwingungs-Form	Steifigkeit der Steuerzüge	Art	Flügelbaustoff
1	DP 9	symm.	gering	bös	Holz
2	He 8	»	»	»	»
3	L 78	antisym.	groß	gut	»
4	He 60	—	—	bös	Metall
5	He 46 c	symm.	gering	gut	Holz
6	KL 1 A	»	»	bös	»
7	Do 10	antisym.	groß	»	Metall
8	L 102	—	gering	»	»
9	AC 12 E	symm.	»	gut	Holz
10	Do 12	antisym.	»	bös	Metall
11	M 28	»	groß	gut	»
12	S 24	—	gering	bös	Holz
13	Ar 66 C	symm.	»	»	»

Für den Beginn des Flatterns ergibt sich aus Zahlentafel II der Mittelwert $\omega_m = 0{,}90 \pm 0{,}12$.

Die Mehrzahl der Fälle ist bösartig, nur 30% sind gutartig (s. Tafel IIa). Der Baustoff scheint dabei ohne Einfluß zu sein.

Ist die Steifigkeit der Querruder und ihrer Steuerung groß, so erfolgt Flattern in einer antisymmetrischen Schwingungsform, da nur dann die Querruder frei schwingen können und Leistung übertragen können.

Ist die Steifigkeit der Querrudersteuerung gering, so kann das Flattern auch in einer symmetrischen Schwingungsform erfolgen, aber erst bei einer Frequenz, die genügend hoch über der Querruder-Eigenfrequenz liegt, um gegenläufiges Schwingen zu ermöglichen. Bei Doppeldeckern brauchen Schwingungen der ganzen Zelle um die Hoch- und Querachse in der Regel nicht zum Flattern zu führen, auch wenn sie mit zusätzlichen Flügeldrehungen verbunden sind. Die gefährliche Schwingungsform ist dagegen häufig die erste von der Zelle unabhängige Eigenschwingung der Flügel.

Die Ursache dieses Verhaltens ist in der Dämpfung der Schwingungen durch das Präzessionsmoment der laufenden Luftschraube zu sehen. Die Schüttelversuche an Flugzeugen wurden bisher in der Halle fast ausnahmslos mit stillstehendem Motor vorgenommen. Dabei können sich eine Reihe



von Zellenschwingungen ausbilden, bei denen der Rumpf kleine Drehschwingungen ausführt. Im Fluge bei voller Drehzahl dämpft das Präzessionsmoment der Schraube solche Schwingungen wirksam. Daher geben sie selten zum Flattern Anlaß. Beim Muster KL 1 A waren derartige Zellenschwingungen bei der gefährlichen Frequenz im Stand vorhanden. Vielleicht ist das plötzliche Einsetzen des Flatterns beim Ansetzen zur Landung auf die bei niedriger Drehzahl verringerte Dämpfung der Luftschraube zurückzuführen. Bei einem zweimotorigen Muster, das einem Schüttelversuch unterzogen wurde, war ein bemerkenswerter Unterschied der Schwingungsformen vorhanden, je nachdem, ob die Motoren liefen oder nicht. Andererseits behindern die rein symmetrischen Zellenschwingungen, bei denen die Schraubenachse nur Translationen ausführt, das Flattern nicht, wie das Muster Ar 66 C zeigt.

In Zahlentafel II ist ferner noch für einige Flugzeuge die Eigenfrequenz der Querruder-Drehschwingung n_q und die für die Dämpfung maßgebende Resonanzbreite Δn der Flatterschwingung angegeben. Diese Resonanzbreite ist gemessen bei 71% der größten Amplitude.

IV. Ermittlung der Grenzbedingungen des Flatterns.

Wie aus Abschnitt II hervorgeht, ist die weitere analytische Behandlung von Einzelfällen des Flatterns unzweckmäßig, da viele zahlenmäßig kaum erfaßbare Nebenumstände dabei mitspielen. Es ist jedoch von Nutzen für die Verhütung des Flatterns, die Bedingungen, unter denen Flattern möglich ist, analytisch abzugrenzen.

Flattern ist offenbar nur dann möglich, wenn der schwingende Flügel aus dem Windstrom Leistung entnehmen kann, um die stets vorhandenen Dämpfungsverluste zu decken. Um einem Überblick zu erhalten, wird es genügen, die Grenzbedingungen, unter denen Leistung aufgenommen werden kann, für ebene Strömung zu berechnen. Die Auftriebsverminderung durch Randwirbel des schwingenden Flügelendes wird sich dahin auswirken, daß die Dämpfung vergrößert wird und der Bereich, in dem Flattern möglich ist, sich verengert. Dieser zusätzliche Dämpfungseinfluß kann abgeschätzt werden. Im folgenden wird jedoch von dieser Korrektur abgesehen.

1. Erklärung der benutzten Formelzeichen.

$A \cdot l$	m	Schlag- oder Biegeamplitude der Neutralachse,
B		Flügeldrehamplitude,
C		Ruderdrehamplitude,
b	m	wirksame Breite des schwingenden Flügelendes,
b_q	m	Querruderbreite,
d_F		Dämpfungskennzahl des Flügels,
d_R		Dämpfungskennzahl des Ruders,
$D(y)$	kg m²	Drillsteifigkeit des Flügels an der Stelle y,
e_F	m	Abstand der Flügelknotenlinie von Flügelmitte,
E	m kg	Energieinhalt des schwingenden Flugzeugs,
E_F	m kg	Energieinhalt des Flügels,
E_R	m kg	Energieinhalt des Ruders,
F	m²	Flügelfläche,
g		dämpfender Phasenwinkel der Flügelschwingung,
h		dämpfender Phasenwinkel der Ruderschwingung,
k	1.	Steifigkeitskonstante,
	2. m	Trägheitsradius des Flügelschnittes, bezogen auf die Knotenlinie,
k_R	m	Trägheitsradius des Ruders, bezogen auf die Ruderknotenlinie,
l	m	halbe Flügeltiefe,
$l_1 \ldots l_9$		Leistungsbeiwerte,
L_m	m kg/s	mittlere aerodynamische Leistung,
L_{dm}	m kg/s	mittlere Dämpfungsleistung,
M_d	m kg	Drillmoment,
m	kg s²/m	Masse,
m_F	kg s²/m	Masse des schwingenden Flügelendes,
m_R	kg s²/m	Masse des Ruders,
n	1/min	Schwingungszahl,
n_0	1/min	Schwingungszahl der Resonanz,
Δn	1/min	Resonanzbreite beim Schüttelversuch,
p	m	absolute Schwingungsamplitude,
s		Rücklage des Flügelschwerpunktes hinter dem Neutralpunkt,
s_R		Rücklage des Ruderschwerpunktes hinter der Ruderachse,
t	m	Flügeltiefe,
t_R	m	Rudertiefe,
v	m/s; km/h	Fluggeschwindigkeit,
y	m	Koordinate in Richtung der Spannweite,
ϑ		Kennwert des Amplitudenverhältnisses für den Flügel,
ϑ_R		Kennwert des Amplitudenverhältnisses für das Ruder,
$\mu = \frac{G_F}{F t_m}$	kg/m³	spezifisches Flügelgewicht,
ν	1/s	Kreisfrequenz der Flügelschwingung,
ϱ	kg s²/m⁴	Luftdichte,
ϱ_0		Luftdichte am Boden,
$\tau = \frac{t_R}{t}$		Rudertiefenverhältnis,
φ		1. Drillwinkel,
		2. Phasenwinkel zwischen Biegungs- und Drehschwingung,
ψ		Phasenwinkel zwischen Biegungs- und Ruderdrehschwingung,
χ		Phasenwinkel zwischen Flügeldrehschwingung und Ruderdrehschwingung
$\Phi_1 \ldots \Phi_{12}$		Funktionen des Rudertiefenverhältnisses,
ω		reduzierte Frequenz,
ω_h		Höchstwert der reduzierten Frequenz.

2. Aerodynamische Schlagleistung.

Es bezeichne $A \cdot l$ die Schlagamplitude und B, C die Flügel- und Ruder-Drehamplituden, der Index $'$ den reellen, der Index $''$ den imaginären Anteil dieser Amplituden, ein Querstrich $^-$ ihren Absolutwert. Dann ist nach (16) und (17) der zeitliche Mittelwert der aerodynamischen Schlagleistung[3]):

$$L_m = \frac{1}{2} \pi \varrho v \nu^2 l^3 b \left[\overline{A}^2 l_1 + \overline{B}^2 l_2 + \overline{C}^2 l_3 + (A' B' + A'' B'') l_4 + (A' B'' - A'' B') l_5 + (A' C' + A'' C'') l_6 + (A' C'' - A'' C') l_7 + (B' C' + B'' C'') l_8 + (B' C'' - B'' C') l_9\right] \quad (6)$$

Darin bedeuten die Leistungsbeiwerte:

$$\left.\begin{aligned}
l_1 &= 1 + T' \\
l_2 &= 1 \\
l_3 &= \frac{1}{2\pi^2}\left[\Phi_1 \Phi_8 \frac{T''}{\omega} + \frac{\Phi_2 \Phi_8}{2}(1 + T') + \Phi_{11}\right] \\
l_4 &= \frac{T''}{\omega} + 2 + T' \\
l_5 &= \frac{1 + T'}{\omega} - T'' \\
l_6 &= \frac{1}{\pi}\left[\Phi_1 \frac{T''}{\omega} + \frac{\Phi_2 + \Phi_8}{2}(1 + T') + \Phi_3\right] \\
l_7 &= \frac{1}{\pi}\left[\Phi_1 \frac{1 + T'}{\omega} - \frac{\Phi_2 + \Phi_8}{2} T''\right] \\
l_8 &= \frac{1}{2\pi}\left[\Phi_6 + \Phi_9 + \Phi_8\left(\frac{T''}{\omega} + 1 + T'\right)\right] \\
l_9 &= \frac{1}{\pi}\left[\Phi_5 + \frac{\Phi_8}{2}\left(T'' - \frac{1 + T'}{\omega}\right)\right]
\end{aligned}\right\} \quad (7)$$

[3]) Die theoretische Herleitung der folgenden Formeln soll Gegenstand eines späteren Berichtes sein.



Die Funktionen $T'(\omega)$, $T''(\omega)$ gehen auf Hankelsche Zylinderfunktionen zurück und sind in Zahlentafel III enthalten. Die Funktionen $\Phi_n(\tau)$ gehen auf trigonometrische Funktionen zurück und sind in Zahlentafel IV enthalten. Daraus sind für die Rudertiefen

$$\tau = 0{,}15, \quad 0{,}20, \quad 0{,}25$$

die Leistungsbeiwerte l_n mit einem 50 cm langen Rechenschieber berechnet, s. Zahlentafel V. Die Leistung ist negativ, wenn sie dem Luftstrom entnommen wird.

Zahlentafel III. Funktion $T'(\omega)$, $T''(\omega)$.

ω	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
T'	1	0,455	0,250	0,158	0,108	0,079
T''	0	—0,377	—0,330	—0,276	—0,233	—0,201

ω	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	∞
T'	0,060	0,047	0,038	0,031	0,026	0
T''	—0,175	—0,156	—0,140	—0,126	—0,115	0

Zahlentafel IV. Funktionen $\Phi_n(\tau)$.

τ	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30
Φ_1	1,244	1,510	1,727	1,913	2,076
Φ_2	0,334	0,610	0,935	1,299	1,698
Φ_3	0,164	0,296	0,447	0,614	0,793
Φ_4	0,0264	0,0719	0,1459	0,2518	0,3924
Φ_5	1,080	1,214	1,280	1,299	1,283
Φ_6	0,615	1,077	1,577	2,094	2,612
Φ_7	0,0506	0,1347	0,2672	0,4507	0,6860
Φ_8	0,0079	0,0192	0,0400	0,0707	0,1129
Φ_9	0,0459	0,1246	0,2519	0,4330	0,6718
Φ_{11}	0,0546	0,1803	0,4180	0,7978	1,345
Φ_{12}	0,0056	0,0281	0,0876	0,2128	0,4371

Zahlentafel V. Leistungsbeiwerte.

ω		0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,6	2,0
	l_1	1,250	1,158	1,108	1,079	1,060	1,038	1,026
	l_2	1	1	1	1	1	1	1
	l_4	1,425	1,698	1,817	1,878	1,914	1,951	1,968
	l_5	3,455	2,205	1,618	1,279	1,059	0,788	0,628
$\tau = 0{,}15$	l_3	0,00829	0,00880	0,00904	0,00916	0,00923	0,00931	0,00935
	l_6	—0,1773	—0,0106	0,0652	0,1059	0,1300	0,1561	0,1696
	l_7	1,534	0,954	0,688	0,538	0,442	0,326	0,258
	l_8	0,1926	0,1934	0,1938	0,1939	0,1941	0,1942	0,1943
	l_9	0,3757	0,3796	0,3815	0,3825	0,3832	0,3840	0,3846
$\tau = 0{,}20$	l_3	0,0195	0,0207	0,0212	0,0215	0,0217	0,0219	0,0219
	l_6	—0,1175	0,0695	0,1542	0,1993	0,2265	0,2553	0,2697
	l_7	1,769	1,104	0,798	0,624	0,513	0,379	0,300
	l_8	0,2940	0,2956	0,2964	0,2967	0,2970	0,2973	0,2976
	l_9	0,3854	0,3934	0,3970	0,3993	0,4006	0,4024	0,4034
$\tau = 0{,}25$	l_3	0,0377	0,0400	0,0410	0,0416	0,0419	0,0422	0,0424
	l_6	—0,0343	0,1682	0,2596	0,3078	0,3374	0,3686	0,3841
	l_7	1,975	1,235	0,895	0,701	0,576	0,426	0,335
	l_8	0,407	0,410	0,412	0,412	0,413	0,413	0,414
	l_9	0,3746	0,3886	0,3952	0,3991	0,4016	0,4045	0,4064

8. Dämpfung.

Da eine direkte Messung der Dämpfungsleistung bei den Schüttelversuchen nicht vorgenommen wurde, müssen wir die durch Baustoffdämpfung und äußere Reibung verbrauchte Dämpfungsleistung aus der Phasenverschiebung zwischen der elastischen Kraft und der Formänderung abschätzen.

Die bereits oben erwähnte Annahme einer konstanten Phasenverschiebung ergibt eine elliptische, frequenzunabhängige Hysteresisschleife, welche mit den Beobachtungstatsachen gut übereinstimmt. Das πfache dieser Phasenverschiebung ist gleich dem üblichen logarithmischen Dekrement. Eine ausführliche Darstellung dieser Zusammenhänge hat neuerdings B. v. Schlippe gegeben [25].

Die Dämpfungsarbeit gewinnt man aus der Beziehung

$$2\pi g = \frac{\text{Dämpfungsarbeit bei einer vollen Schwingung}}{\text{mittlerer Energieinhalt des schwingenden Systems}}.$$

Die Phasenwinkel g, h der Flügel- und Ruderschwingung kann man aus der Breite der Resonanzkurven des Schüttelversuchs bestimmen. Mißt man die Resonanzbreite Δn bei 71% der Resonanzamplitude gemäß Abb. 14, so ist der Phasenwinkel

$$g = \frac{\Delta n}{n_0} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

Bei größerer Schwingungsamplitude nimmt auch der Phasenwinkel zu, und zwar ist die Zunahme bei Holzflügeln in der Regel größer als bei Metallflügeln.

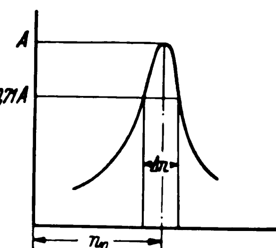


Abb. 14. Resonanzbreite.

Eine Ausnahme hiervon macht die Lagerreibungsdämpfung von Rudern. Bei konstantem Reibungsmoment ist die Dämpfung proportional der Ruderdrehamplitude C, während der Energieinhalt des schwingenden Ruders mit C^2 steigt.

Gemäß dem oben Erwähnten folgt daraus, daß der Phasenwinkel h des Ruders in diesem Falle umgekehrt proportional der Amplitude ist. Bei sehr kleinen Amplituden kann daher der Phasenwinkel der Dämpfung so groß sein, daß Flattern nicht möglich ist. Erst wenn durch irgendeinen äußeren Anlaß das Ruder einen Impuls von einer gewissen Mindestgröße erhält, kann das Flattern beginnen. Bei großer Amplitude bleibt dann nur die von der Baustoffdämpfung der Steuerungsteile herrührende Restdämpfung. Bei sorgfältiger Lagerung der Ruder und Steuerzüge ist dieser Effekt weniger ausgeprägt.

Die Phasenwinkel der Flügelbiegungs- und Flügeldrehungsdämpfung kann man als annähernd gleich betrachten. Die aus den Schüttelversuchen und Ausschwingversuchen ermittelten Zahlenwerte des Phasenwinkels g werden in Zahlentafel VI weiter unten mitgeteilt. Sie sind ein Vielfaches der an glatten Probestäben gemessenen Werte, weil bei einem zusammengesetzten Bauteil zusätzliche Verluste an den Verbindungsstellen entstehen. Im Mittel ist $g_m = 0{,}061$.

Der Phasenwinkel der Ruderdämpfung ist nach (6) $h = 0{,}20$, nach einer Resonanzkurve $h = 0{,}08$.

Den mittleren Energieinhalt des schwingenden Flugzeuges bei der gefährlichen Schwingungsform könnte man in der Weise bestimmen, daß man über das ganze Flugzeug das Integral

$$E = \frac{\nu^2}{2} \int p^2 \, dm \quad \ldots \ldots \ldots \quad (9)$$

bildet, wobei p die absolute Schwingungsamplitude des Massenelements dm ist, die im Schüttelversuch gemessen ist. Diese Berechnung ist jedoch so langwierig, daß man sich in den meisten Fällen mit einer Abschätzung des Energieinhalts begnügen wird.

Betrachtet man das äußere Flügelende als eine starre Platte, die eine Drehschwingung um ihre Knotenlinie mit der Amplitude B macht, während das Ruder eine Drehschwingung um die Ruderachse mit der Amplitude C macht, so ist der Energieinhalt des Flügels und Ruders:

$$\left.\begin{aligned} E_F &= \frac{\nu^2}{2}\left[m\,k^2 + \pi\,\varrho\,l^2\,b\left(\frac{l^2}{8} + e_F^2\right)\right] B^2 \\ E_R &= \frac{\nu^2}{2}\left[m_R\,k_R^2 + \varrho\,l^4\,b_Q\,\frac{\Phi_{12}}{4\,\pi}\right] C^2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (10)$$

Führt der Flügel reine Biegeschwingungen aus, so ist $k = e = \infty$, $B \cdot k = B \cdot e = A$.

Häufig ist die Schwingungsamplitude und die Flügeltiefe des äußeren Flügelendes stark veränderlich. Da es bei der Leistungsübertragung auf das Quadrat der Amplitude



ankommt, bildet man in diesem Falle zweckmäßig die Mittelwerte

$$\left.\begin{aligned} (\overline{A}\cdot t)_m^2 &= \frac{\int \overline{A}^2\, t^3\, dy}{\int t\, dy} \\ t_m &= \frac{\int \overline{A}^2\, t^3\, dy}{\int \overline{A}^2\, t^2\, dy} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

Genau entsprechende Mittelwerte sind für die anderen Amplituden $\overline{B}$ und $\overline{C}$ zu bilden.

Die mittlere Dämpfungsleistung ist:

$$L_{dm} = \nu\,(g\,E_F + h\,E_R) = \frac{1}{2}\,\pi\,\varrho\,\nu^2\,v\,l^3\,b\,\omega\,(d_F\,B^2 + d_R\,C^2) \quad (12)$$

Zur Abkürzung sind in Gl. (12) die dimensionslosen Dämpfungskennzahlen eingeführt:

$$\left.\begin{aligned} d_F &= g\left[\frac{m\,k^2}{\pi\,\varrho\,l^4\,b} + \frac{1}{8} + \frac{e_F^2}{l^2}\right] \\ d_R &= h\left[\frac{m_R\,k_R^2}{\pi\,\varrho\,l^4\,b} + \frac{\Phi_{12}}{4\,\pi^2}\,\frac{b_Q}{b}\right] \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (13)$$

In Zahlentafel VI sind die Dämpfungskennzahlen für einige Flugzeuge abgeschätzt worden. Die dort enthaltene Kennzahl d'_F gilt für reine Biegeschwingung. Für Drehschwingung um den Neutralpunkt kann man $0{,}4\,d'_F$ annehmen, da die Massenverteilung in Richtung der Flügeltiefe bei den einzelnen Mustern nicht sehr voneinander abweicht. Die aerodynamisch wirksame Flügelbreite b kann man aus der gefährlichen Schwingungsform abschätzen. Man wird nur einen Teil des äußeren schwingenden Flügelendes zwischen der Flügelspitze und der Knotenlinie oder Stielebene als aerodynamisch wirksam ansehen können, da die Hufeisenwirbel die Wirkung der Flügelenden im Vergleich zu ebener Strömung noch vermindern.

Zahlentafel VI. Flügel- und Ruderdämpfung.

Nr.	Muster	g	$\mu = \frac{G_F}{F\,t_m}$ kg/m³	$d'_F \sim (2\mu + 1)\,g$	$\tau = \frac{t_R}{t_m}$	d_R
1	DP 9	0,050	4,8	0,53	0,21	—
2	He 8	0,030	2,4	0,17	0,14	—
3	L 78	0,034	6,9	0,50	0,15	—
4	He 60	0,051	3,6	0,42	0,19	0,0029
5	He 46	0,047	7,2	0,72	0,19	0,0039
6	KL 1 A	0,067	5,8	0,84	0,19	0,0039
7	Do 10	0,041	7,2	0,63	0,19	0,0017
8	L 102	0,042	5,0	0,46	0,19	—
9	AC 12 E	0,147	5,4	1,67	0,21	0,0046
10	Do 12	0,086	5,1	0,96	0,31	—
11	M 28	0,078	5,4	0,92	0,33	0,0134
12	S 24	0,058	4,0	0,52	0,20	0,0062
13	Ar 66 C					

Es sei besonders darauf hingewiesen, daß diese Abschätzung der Dämpfung sehr roh ist und man aus ihr nicht mehr als die Größenordnung der Dämpfungsleistung gewinnen kann. Es ist daher zu wünschen, daß in Zukunft die Dämpfungsleistung direkt beim Schüttelversuch gemessen wird.

4. Amplitudenverhältnis.

Um die Amplitudenverhältnisse der angefachten Schwingung mit denen des Schüttelversuchs vergleichen zu können, untersuchen wir die elastische Schwingung einer ebenen, mit Masse belegten Platte. Die Platte sei um die Achse P drehbar und gegen Drehung gefedert, so daß sie mit der Eigendrehfrequenz n_0 schwingt, s. Abb. 15.

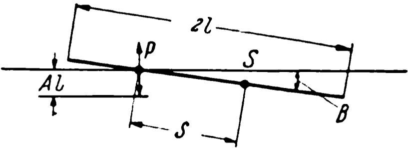


Abb. 15. Plattenschwingung.

Die Achse P führe erzwungene senkrechte Schwingungen mit der Amplitude $A \cdot l$ und der Frequenz n aus. Das Amplitudenverhältnis dieser erzwungenen Schwingung ist

$$\left.\begin{aligned} \frac{A}{B} &= \vartheta\left(\frac{n_0^2}{n^2}\,e^{i\varphi} - 1\right) \\ \vartheta &= \frac{m\,k^2 + \frac{3}{8}\,\pi\,\varrho\,l^4\,b}{m\,s\,l + \frac{1}{2}\,\pi\,\varrho\,l^4\,b} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (14)$$

Der Verhältniswert ϑ hängt nur von der Massenanordnung und von der Luftdichte ab. Die zweiten Glieder stellen die Wirkung der mitschwingenden Luftmassen dar.

Es sind folgende drei Grenzfälle zu betrachten:

1. $n_0 = 0$, freie Drehung um die Achse P
   $\frac{A}{B} = \vartheta$, Phasenwinkel $\varphi = \pi$
2. $n_0 = n$, erzwungene Frequenz = Eigendrehfrequenz
   $\frac{A}{B} = \vartheta\,g$, Phasenwinkel $\varphi = \frac{\pi}{2}$
3. n_0 sehr groß, große Drillsteifigkeit
   $\frac{A}{B} \sim \vartheta \cdot \frac{n_0^2}{n^2}\sqrt{1 + g^2}$, Phasenwinkel $\varphi \sim g$

Ähnliches gilt für eine Platte mit angeschlossenem Ruder, welches um die Ruderachse drehbar gefedert ist. Die erzwungene Amplitude der Ruderachse sei $A_R \cdot l$, s. Abb. 16. Das Amplitudenverhältnis der erzwungenen Schwingung ist

$$\left.\begin{aligned} \frac{A_R}{C} &= \vartheta_R \cdot \left(\frac{n_0^2}{n^2}\,e^{ih} - 1\right) \\ \vartheta_R &= \frac{m_R\,k_R^2 + \varrho\,l^4\,b_q \cdot \frac{\Phi_{12}}{4\,\pi}}{m_R\,s_R\,l + \varrho\,l^4\,b_q\left(\frac{A}{A_R} \cdot \frac{\Phi_4}{2} + \frac{B}{A_R} \cdot \frac{\Phi_7}{4}\right)} \end{aligned}\right\} \quad . \quad (15)$$

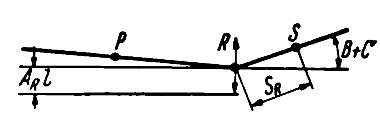


Abb. 16. Ruderschwingung.

Für das Amplitudenverhältnis erhält man in den drei Grenzfällen Werte, welche den oben angegebenen entsprechen. Für die Anfachung kommen besonders die zwischen den Grenzfällen 1 und 2 liegenden Fälle in Betracht, in denen der Phasenwinkel im 2. Quadranten liegt, also dem optimalen Phasenwinkel sich nähert, der fast stets im 3. Quadranten liegt. Dies kommt in der Erfahrung zum Ausdruck, daß das Flattern in der Regel entweder antisymmetrisch erfolgt, also sozusagen mit freischwingenden Rudern, oder symmetrisch mit einer Frequenz, die oberhalb der Eigendrehfrequenz der Ruder liegt.

Die aus dem Schüttelversuch erhaltenen Werte des Amplitudenverhältnisses sind durchweg kleiner als nach Grenzfall 1, da die Elastizität der Steuerzüge die Schwingungsform nach dem Grenzfall 2 hin verschiebt.

Besonders zu erwähnen ist, daß man auch dann noch endliche Werte von ϑ_R erhält, wenn der Ruderschwerpunkt in der Drehachse liegt, weil die mitschwingenden Luftmassen ein Massenkopplungsmoment ausüben. Dadurch wird es verständlich, daß auch Ruder mit sehr geringer statischer Schwerpunktrücklage noch anfachend wirken können (vgl. Abschn. III, 1, g, h, c).

Für die bisher übliche und auch für die im folgenden empfohlene neue Methode des Abschätzens der kritischen Geschwindigkeit aus den Ergebnissen eines Schüttelversuches ist es von großer Bedeutung zu wissen, ob das Flattern in annähernd derselben Schwingungsform erfolgt wie die Schwingung gleicher Frequenz im Stand.

Einen Überblick erhalten wir bereits, wenn wir das Flügelende als einfaches Masse-Federsystem betrachten.

Setzen wir die Drehung des Flügelendes um die Knotenlinie

$$\beta = B e^{i\nu t},$$

worin die Amplitude B reell sei, so ist
das Massenkraftmoment

$$\Theta \frac{d^2\beta}{dt^2} = -\Theta B \nu^2 e^{i\nu t},$$

das Federungsmoment

$$f_0 e^{ig} \cdot \beta = f_0 B e^{i\nu t + ig},$$

das Anregungsmoment

$$= M e^{i\nu t}.$$

Bei stationärer Schwingung muß die Summe dieser drei Momente dauernd verschwinden. Es muß also sein:

$$-m B \nu^2 + f_0 B e^{ig} + M = 0.$$

Zerlegen wir diese Gleichung in den reellen und den imaginären Bestandteil, so erhalten wir:

$$-\Theta B \nu^2 + f_0 B \cos g + M' = 0$$
$$i f_0 B \sin g + i M'' = 0.$$

Die aerodynamische Anregung könnte nun so erfolgen, daß die »Blindkomponente« $M' = 0$ ist. Dann würde sich die Schwingungsfrequenz mit aerodynamischer Anregung überhaupt nicht von der Eigenfrequenz und der mit $M' = 0$ erfolgenden Schüttelfrequenz unterscheiden. Bei der wirklichen aerodynamischen Anregung ist im allgemeinen $M' < 0$. Der für die Anregung günstigste Phasenwinkel liegt in der Regel im 3. Quadranten, wie unten gezeigt wird. Dadurch wird die Schwingungsfrequenz vermindert. Andererseits wächst die Frequenz mit der Flughöhe, weil die mit den Flügeln mitschwingende Luftmasse bei abnehmender Luftdichte sich vermindert.

Man begeht bei der Abschätzung keinen großen Fehler, wenn man den Phasenwinkel des anregenden Moments $\varphi \sim 225^\circ$ annimmt, also

$$M' = M'' = -f_0 A \sin g$$

setzt. Für 12 Flügel ist im Mittel $\sin g \sim 0{,}06$. Die Frequenzänderung ist in diesem Falle —3%, liegt also noch innerhalb der Resonanzbreite Δn. Daß diese Annahmen größenordnungsmäßig sich mit der Wirklichkeit decken, insbesondere bei gekoppelten Flügel- und Ruderschwingungen, konnte durch Modellversuche und durch Messungen im Fluge in mehreren Fällen nachgewiesen werden.

Größere Blindkomponenten und damit größere Abweichungen der Frequenz sind dann zu erwarten, wenn die Dämpfung groß ist und wenn der Phasenwinkel der Anregung in der Nähe von 180° bzw. 360° liegt. Dies ist z. B. der Fall bei Modellflügeln ohne Ruder, die nicht dynamisch ähnlich gebaut sind, große Reibungsdämpfung haben und mit niedriger reduzierter Frequenz schwingen. Der Grenzfall ist die »Schwingung« mit der Frequenz 0, das aperiodische Auskippen des Flügels infolge statischer Torsionsinstabilität. Dann ist

$$M' = -f_0 B \cos g.$$

Das an Flugzeugflügeln bisher beobachtete Flattern liegt jedoch so weit von diesem Grenzfall ab, daß man die Annahme gleicher Schwingungsformen beim Flattern und im Schüttelversuch als eine gute Annäherung betrachten kann. Vorausgesetzt ist dabei selbstverständlich, daß der Schüttelversuch nicht nur mit einer Erregungsart ausgeführt wird, da z. B. symmetrische Schwingungen bei antisymmetrischer Erregung unklar oder überhaupt nicht in Erscheinung treten. Ferner darf man nicht erwarten, daß Schwingungsformen, die auf aerodynamischer Kopplung beruhen, im Schüttelversuch nachahmbar sind.

5. Schwingungskriterium.

Flügelflattern mit konstanter Amplitude erfolgt dann, wenn die Dämpfungsleistung gleich der zugeführten aerodynamischen Leistung ist, also wenn

$$L_m + L_{dm} = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (16)$$

Setzt man zur Vereinfachung noch $A' = \overline{A}$, $A'' = 0$, so erhält man als Bedingungsgleichung für das Flattern mit konstanter Amplitude aus den Gl. (6), (12), (16):

$$\begin{aligned}&\overline{A}^2 (l_1 + \omega d'_F) + \overline{B}^2 (l_2 + \omega\, 0{,}4\, d'_F) + \overline{C}^2 (l_3 + \omega d_R)\\ &+ \overline{A} B' l_4 + \overline{A} B'' l_5 + \overline{A} C' l_6 + \overline{A} C'' l_7\\ &+ (B'C' + B''C'') l_8 + (B'C'' - B''C') l_9 = 0 \qquad (17)\end{aligned}$$

Da beim Schüttelversuch hauptsächlich die Schwingungsamplituden gemessen werden, ist es zweckmäßig, die Amplituden $\overline{B}$ und $\overline{C}$ als unabhängige Variable zu betrachten und zu setzen:

$$B' = \overline{B} \cos\varphi \qquad C' = \overline{C} \cos\psi$$
$$B'' = \overline{B} \sin\varphi \qquad C'' = \overline{C} \sin\psi$$

Die Phasenwinkel φ, ψ sind so zu bestimmen, daß die Leistung einen Extremwert hat. Durch partielle Differentiation der Gl. (10) nach φ und ψ erhält man die Bedingungen

$$\left.\begin{aligned}&\overline{A}(-l_4 \sin\varphi_0 + l_5 \cos\varphi_0) + \overline{C}\\ &\quad [l_8 \sin(\psi_0 - \varphi_0) - l_9 \cos(\psi_0 - \varphi_0)] = 0\\ &\overline{A}(-l_6 \sin\psi_0 + l_7 \cos\psi_0) - \overline{B}\\ &\quad [l_8 \sin(\psi_0 - \varphi_0) - l_9 \cos(\psi_0 - \varphi_0)] = 0\end{aligned}\right\} \; . \; . \; (18)$$

Aus Gl. (17) und (18) kann man die Grenzwerte der Amplituden $\overline{B}$ und $\overline{C}$ als Funktionen der reduzierten Frequenz berechnen. Die Berechnung ist für drei Freiheitsgrade allerdings etwas umständlich.

Einfachere und übersichtlichere Ergebnisse erhält man, wenn man sich auf zwei Freiheitsgrade beschränkt. Diese Beschränkung ist besonders dann zulässig, wenn das Ruder die Hauptursache des Flatterns bildet und der übrige Flügel nur mitschwingt. Die dabei sich einstellende Schwingungsform des Flügels hat sozusagen nur einen Freiheitsgrad. Der Flügel dreht sich dabei um irgendeine feste Knotenlinie ähnlich wie beim Schüttelversuch. Dies konnte auch bei Modellversuchen beobachtet werden. Im folgenden werden vier Arten von Schwingungen mit zwei Freiheitsgraden untersucht.

1. $\overline{C} = 0$, Flügelbiegung + Flügeldrehung,
2. $\overline{B} = 0$, Flügelbiegung + Ruderdrehung,
3. $\overline{A} = 0$, Flügeldrehung um vorderen Neutralpunkt + Ruderdrehung,
4. $\overline{A} = -B'$, $B'' = 0$ Flügeldrehung um hinteren Neutralpunkt + Ruderdrehung.

Man erhält nach Einsetzen der Extrembedingungen Gl. (18) in Gl. (17):

$$\left.\begin{aligned}
&1.\;\; \overline{A}^2 (l_1 + \omega d'_F) + \overline{B}^2 (l_2 + \omega\, 0{,}4\, d'_F) - \overline{A}\overline{B}\sqrt{l_4^2 + l_5^2} = 0\\
&\quad \sin\varphi_0 = -\frac{l_4}{\sqrt{l_4^2 + l_5^2}}, \quad \cos\varphi_0 = -\frac{l_5}{\sqrt{l_4^2 + l_5^2}}\\
&2.\;\; \overline{A}^2 (l_1 + \omega d'_F) + \overline{C}^2 (l_3 + \omega d_R) - \overline{A}\overline{C}\sqrt{l_6^2 + l_7^2} = 0\\
&\quad \sin\psi_0 = -\frac{l_6}{\sqrt{l_6^2 + l_7^2}}, \quad \cos\psi_0 = -\frac{l_7}{\sqrt{l_6^2 + l_7^2}}\\
&3.\;\; \overline{B}^2 (l_2 + \omega\, 0{,}4\, d'_F) + \overline{C}^2 (l_3 + \omega d_R) - \overline{B}\overline{C}\sqrt{l_8^2 + l_9^2} = 0\\
&\quad \sin\chi_0 = -\frac{l_8}{\sqrt{l_8^2 + l_9^2}}, \quad \cos\chi_0 = -\frac{l_9}{\sqrt{l_8^2 + l_9^2}}\\
&4.\;\; \overline{B}^2 (l_1 + l_2 - l_4 + \omega\, 1{,}4\, d'_F) + \overline{C}^2 (l_3 + \omega d_R)\\
&\quad - \overline{B}\overline{C}\sqrt{(l_8 - l_6)^2 + (l_9 - l_7)^2} = 0\\
&\quad \sin\chi_0 = -\frac{l_8 - l_6}{\sqrt{(l_8 - l_6)^2 + (l_9 - l_7)^2}}\\
&\quad \cos\chi_0 = -\frac{l_9 - l_7}{\sqrt{(l_8 - l_6)^2 + (l_9 - l_7)^2}}
\end{aligned}\right\} (19)$$

Außer l_6 sind sämtliche Leistungsbeiwerte stets positiv. Die optimalen Phasenwinkel liegen daher in der Regel im 3. Quadranten. Für die Schwingungsart 2 geht der optimale Phasenwinkel bei $\omega \sim 0{,}5$ vom 2. in den 3. Quadranten über; für die Schwingungsart 4 bei $\omega = 1{,}5$ vom 4. in den 3. Quadranten.

6. Leistungskennbilder.

Um den Einfluß der Dämpfung auf das Flattern abzugrenzen, wurden der Rechnung folgende äußersten Werte zugrunde gelegt:

$d_F = 0$	0,25	1,25
$d_R = 0$	0,0025	0,025

Die Werte $d = 0$ haben nur theoretisches Interesse. Die entsprechenden Kurven geben an, in welchem Gebiet überhaupt Leistungsaufnahme möglich ist.

Für die vier Schwingungsarten ergeben sich schließlich Leistungskennbilder, welche je vier Kurven für die verschiedenen Dämpfungswerte enthalten. Als Abszisse dient der Logarithmus des Amplitudenverhältnisses, als Ordinate der Kehrwert der reduzierten Frequenz.

$$\frac{1}{\omega} = \frac{v}{\nu l}.$$

Im folgenden werden die Leistungskennbilder Abb. 17 bis 23 den Erfahrungstatsachen gegenübergestellt.

a) Schwingungsart: Flügelbiegung und Flügeldrehung.

Aus Abb. 17 ersieht man, daß die beste Anfachungsbedingung beim Amplitudenverhältnis $A/B = 0{,}9$ vorhanden ist. Dem entspricht ungefähr eine rein elastische Schwingung um den hinteren Neutralpunkt, d. h. mit der Knotenlinie in $^3/_4$ Flügeltiefe.

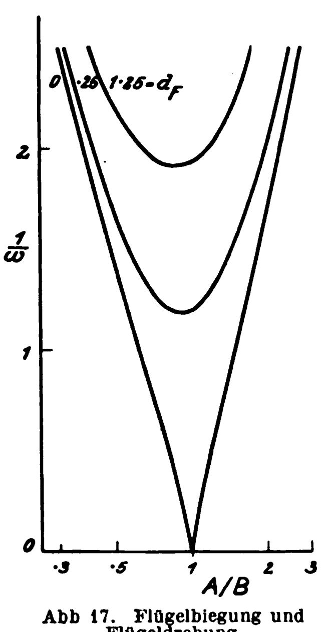


Abb 17. Flügelbiegung und Flügeldrehung.

Auch bei sehr geringer Dämpfung $d'_F = 0{,}25$ wird die reduzierte Frequenz

$$\omega_h = 0{,}85$$

nicht überschritten. Man kann diesen Wert daher als obere praktische Grenze betrachten. Bei größerer Dämpfung, wie sie besonders an Modellen vorkommt, liegt die obere Grenze bereits bei

$$\omega = 0{,}52.$$

Im Bereich $\omega = 0{,}52 \div 0{,}85$ hat man also in besonders ungünstigen Fällen mit Biegungs-Torsions-Flattern zu rechnen. Für das Muster Junkers A 20 ist dieses Flattern genauer analytisch untersucht worden (Schrifttum 17, S. 330). Der Trapezflügel hat innen 2,36 m Flügeltiefe, im äußeren stark schwingenden Flügelteil etwa 1,70 m. Bezogen auf die Flügeltiefe $t = 1{,}70$ m ergab die Rechnung in 2. Näherung die reduzierte Frequenz

$$\omega = 0{,}45.$$

Die Drillsteifigkeit des dicken, freitragenden Junkersflügels ist so groß, daß die kritische Geschwindigkeit auch dann noch oberhalb des Betriebsbereichs läge, wenn die reduzierte Frequenz doppelt so groß wäre.

b) Schwingungsart: Flügelbiegung und Ruderdrehung.

Diese Schwingungsart ist insbesondere bei den Baumustern He 46, KL 1 A, AC 12 E, Do 12, M 28 als vorherrschend beobachtet worden.

Abb. 18 und 19 sind für die Rudertiefen $\tau = 0{,}15$ und 0,25 berechnet und zeigen zunächst, daß der Anfachungsbereich kleiner wird, wenn die Rudertiefe wächst. Die Schwerpunktrücklage des Ruders beeinflußt nach Gl. (15) das Amplitudenverhältnis. Die reduzierte Frequenz ist um so höher, je kleiner das Amplitudenverhältnis und je größer die Schwerpunktrücklage ist, steigt jedoch nur bis zum Wert $\omega \sim 2$ bei sehr geringer Dämpfung und

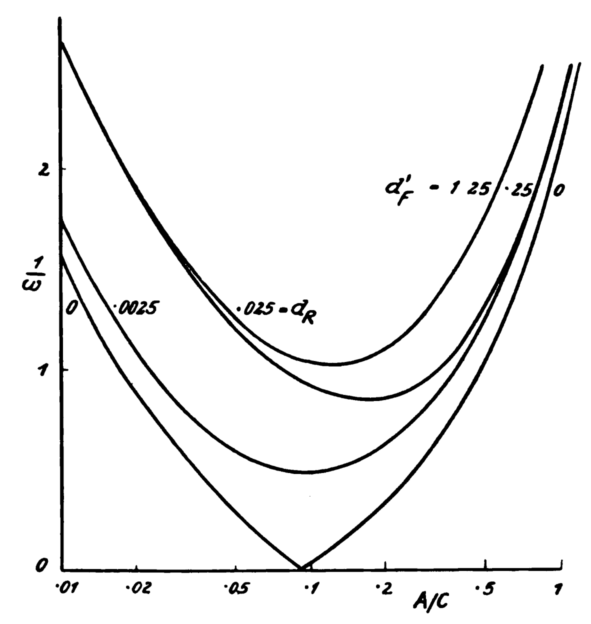


Abb. 18. Flügelbiegung und Ruderdrehung, $\tau = 0{,}15$.

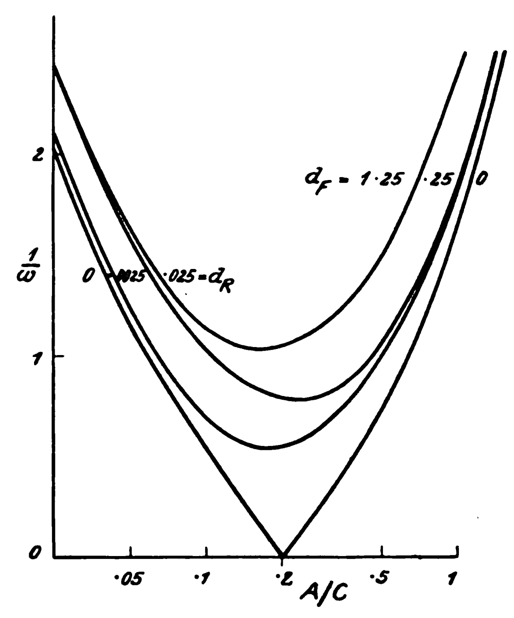


Abb. 19. Flügeldrehung und Ruderdrehung, $\tau = 0{,}25$.

$\omega \sim 1$ bei sehr großer Dämpfung. Praktisch kommen immer nur die rechtsseitigen Kurvenäste in Betracht, da das Amplitudenverhältnis der Flatterschwingung nicht unterhalb einen bestimmten Wert sinken kann, der durch die konstruktiv bedingte Massenverteilung eines nicht ausgewuchteten Querruders gegeben ist. Man kann $A/C = 0{,}2 \div 0{,}3$ als praktische Grenze ansehen.

Bei kleinem Amplitudenverhältnis hat die Ruderdämpfung bedeutenden Einfluß auf die reduzierte Frequenz. Bei $A/C = 0{,}25$ steigt z. B. ω von 1,13 auf 1,4, wenn die Ruderdämpfung von einem anfänglichen hohen Wert 0,025 auf den Restwert 0,0025 sinkt. Das Flattern hält also an, bis die Geschwindigkeit auf 80% des Anfangswertes gesunken ist.

Führt man die für einige Flugzeuge berechneten ϑ-Werte in die Leistungskennbilder ein, so erhält man ω-Werte, welche mit den beobachteten in gleicher Größenordnung liegen. Da die Interpolation für die verschiedenen Rudertiefen und Dämpfungen an Hand der Abb. 18, 19 nur unvollkommen möglich ist, kann man eine bessere Übereinstimmung erzielen, wenn man für jedes Flugzeug an Hand der im Schüttelversuch gewonnenen Dämpfungswerte und Amplitudenverhältnisse eine besondere Leistungskurve



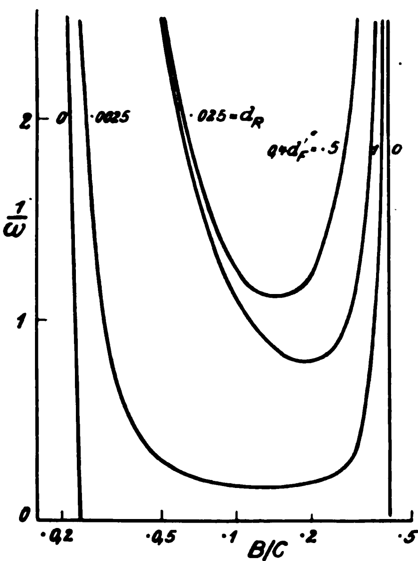


Abb. 20. Flügeldrehung um vorderen Neutralpunkt und Ruderdrehung, $\tau = 0{,}15$.

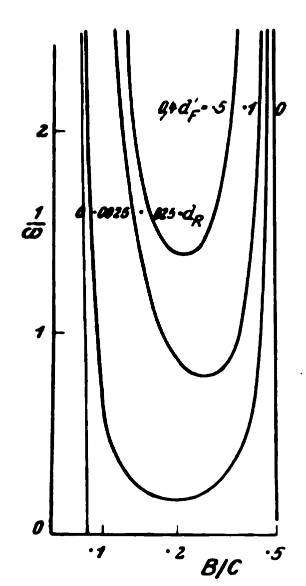


Abb. 21. Flügeldrehung um vorderen Neutralpunkt und Ruderdrehung, $\tau = 0{,}25$.

berechnet und daraus den ω-Wert entnimmt. Wesentlich ist hier besonders die richtige Wiedergabe des Dämpfungseinflusses und der Schwerpunktrücklage auf den Flattervorgang.

c) Schwingungsart: Flügeldrehung um den vorderen Neutralpunkt und Ruderdrehung.

Diese Schwingungsart liegt annähernd vor bei den Baumustern DP 9, He 8, He 60, L 102, S 24. Aus dem Umstande, daß 80% dieser Baumuster Totalbruch erlitten, geht schon hervor, daß die vorliegende Schwingungsart die weitaus gefährlichste ist. Aus den Leistungskennbildern Abb. 20, 21 ersieht man, daß bei geringer Dämpfung außerordentlich hohe Werte der reduzierten Frequenz erreichbar sind. Sinkt die Ruderdämpfung von einem hohen Anfangswert nach Einleitung des Flatterns auf einen kleinen Restwert, so steht ein großer Leistungsüberschuß zur Verfügung, der zum völligen Bruch führen muß.

Von besonderem Interesse ist, daß derartiges Flattern nur in einem begrenzten Bereich des Amplitudenverhältnisses möglich ist. Als praktische obere Grenze erhält man bei den Rudertiefen

$\tau = 0{,}15 \qquad B/C \leq 0{,}37$

$\tau = 0{,}25 \qquad B/C \leq 0{,}45.$

Dies würde eine gewisse Mindestgröße der Schwerpunktrücklage des Ruders voraussetzen.

Ein Ruder mit den nicht ungewöhnlichen Konstruktionsdaten $\tau = 0{,}15$; $k_R = 0{,}12\, l$; $s_R = 0{,}06\, l$; $m_R = 0{,}25\, \pi \varrho l^2 b_q$ hat z. B. nach Gl. 15 freischwingend das Amplitudenverhältnis

$$\frac{B}{C} = \frac{1}{1{,}2} \cdot \frac{A_R}{C} = 0{,}192.$$

Dieser Wert liegt nach Abb. 20 gerade bei dem Minimum der kritischen Geschwindigkeit für kleine Flügeldämpfung und ergibt $\omega = 1{,}25$. In der Nähe des Amplitudenverhältnisses $B/C = 0{,}2$ sind auch bei stärkster Dämpfung Werte der reduzierten Frequenz bis $\omega = 0{,}9$ möglich. Bei kleiner Dämpfung sind sehr hohe ω-Werte möglich, die am Baumuster L 102 zu Ende des Flatterns tatsächlich beobachtet worden sind.

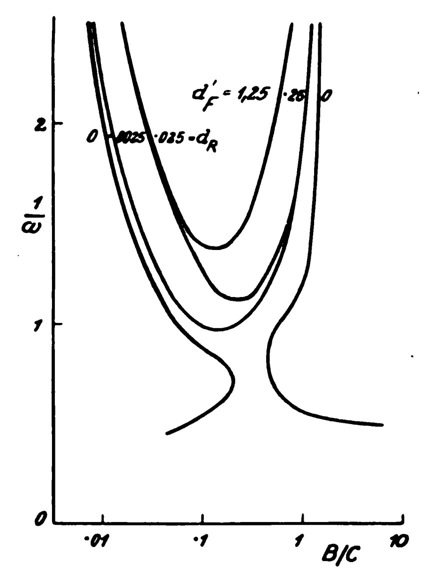


Abb. 22. Flügeldrehung um hinteren Neutralpunkt und Ruderdrehung, $\tau = 0{,}15$.

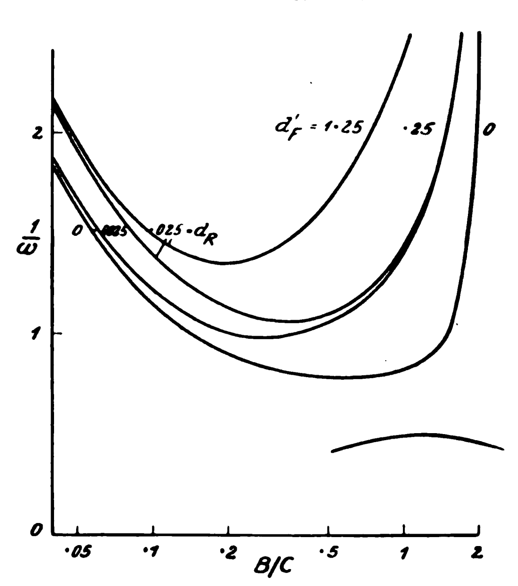


Abb. 23. Flügeldrehung um hinteren Neutralpunkt und Ruderdrehung, $\tau = 0{,}25$.

d) Schwingungsform: Flügeldrehung um den hinteren Neutralpunkt + Ruderdrehung.

Bei dieser Schwingungsform sind auch bei geringer Dämpfung größere Werte der reduzierten Frequenz als $\omega \sim 1{,}0$ nicht möglich (s. Abb. 22, 23). Diese Schwingungsform ist daher weniger gefährlich.

Das oben als Beispiel gewählte Ruder ergibt erst bei doppelter Schwerpunktrücklage $s_R = 0{,}12\, l$ ein Amplitudenverhältnis

$$\frac{B}{C} = \frac{1}{0{,}2} \cdot \frac{A_R}{C} = 0{,}89,$$

das in Abb. 22 den rechten Kurvenast für kleine Flügeldämpfung bei $\omega = 0{,}62$ schneidet. Bei kleinerer Schwerpunktrücklage könnte dieser Wert nur dann erreicht werden, wenn gleichzeitig eine Vergrößerung der Amplitude C durch Resonanz der Steuerzüge erfolgt.

7. Anwendung auf ein praktisches Beispiel.

Die vorstehenden Leistungskennbilder sollten einen Überblick über die neue Methode der Abschätzung der kritischen Geschwindigkeit liefern. In konkreten Fällen hat man es meistens mit Schwingungen zu tun, bei denen die Flügelknotenlinie weder der 3. noch der 4. Art der berechneten Beispiele genau entspricht. Auch die Rudertiefen variieren

in einem größeren Bereich. Man kann jedoch auf Grund der in Zahlentafel III und IV enthaltenen Zahlenwerte und der im Schüttelversuch gemessenen Dämpfungsleistung für jeden konkreten Fall ein besonderes Leistungskennbild ohne große Mühe berechnen.

Hat man z. B. im Schüttelversuch gefunden, daß die Flügelknotenlinie im äußeren Flügelteil in $^3/_4$ Flügeltiefe, d. h. im hinteren Neutralpunkt liegt, daß die Ruderdrehamplitude C (Winkelamplitude) gleich der zweifachen Flügeldrehamplitude B ist und daß die Flügeldämpfungskennzahl $d'_F = 0{,}25$ ist, so folgt aus Abb. 23 für $B/C = 05$

$$\frac{1}{\omega} = 1{,}06 \div 1{,}10,$$

$$\omega = 0{,}94 \div 0{,}91,$$

je nachdem, welchen Wert die Ruderdämpfung d_R hat. In diesem Falle hat die Ruderdämpfung, wie man sieht, überhaupt nur geringen Einfluß auf die reduzierte Frequenz. In Wirklichkeit wird die reduzierte Frequenz unterhalb der aus dem Kennbild ermittelten Werte liegen, da die Annahme günstigsten Phasenwinkels nicht genau zutreffen wird. Man kann jedoch auf diese Weise die niedrigste, bei der beobachteten Schwingungsform überhaupt mögliche kritische Geschwindigkeit abschätzen, was mitunter wertvoll sein kann.

Vorbeugungsmaßnahmen gegen Flügelflattern, insbesondere Auswuchtung der Querruder, kommen dadurch zum Ausdruck, daß im Schüttelversuch die Ruderdrehamplitude C klein bleibt. Das Amplitudenverhältnis B/C kann dabei leicht über 1 wachsen, so daß bei einer in $^1/_4$ Flügeltiefe liegenden Knotenlinie überhaupt kein Flattern möglich ist (s. Abb. 20, 21), oder daß jedenfalls ein wesentlich höherer Wert $1/\omega$ auf dem rechten Kurvenzweige der Abb. 18, 19, 22, 23 sich einstellt.

V. Verhütung des Flatterns.

Die im vorigen Abschnitt erörterten Bedingungen, betreffend die Schwingungsform, das Amplitudenverhältnis und die Dämpfung, sind notwendige, aber keine hinreichenden Bedingungen für das Flattern. Die hiernach abgeschätzten kritischen Geschwindigkeiten liegen also nach der sicheren Seite. Bei der Leistungsberechnung wurde die Voraussetzung gemacht, daß die optimalen Phasenwinkel sich einstellen. Diese Bedingung wird erfahrungsgemäß in vielen Fällen nahezu erfüllt, insbesondere bei Ruderschwingungen. Es sind jedoch auch Fälle denkbar, in denen der Phasenwinkel nicht einmal annähernd den optimalen Wert annehmen kann und in denen überhaupt kein Flattern möglich ist, selbst wenn die im Schüttelversuch gemessenen Schwingungsformen dies erwarten lassen.

Die Leistungsbetrachtung konnte nur deshalb die im Verhältnis zur exakten Behandlung einfache Form annehmen, weil die elastischen Kräfte und die Massenkräfte und die Art ihrer Verteilung aus der Betrachtung herausfielen. Für die Größe des Phasenwinkels sind diese Kräfte jedoch keineswegs gleichgültig. Man kann z. B. nachweisen, daß mit den Freiheitsgraden Biegung und Flügeldrehung Flattern nur dann möglich ist, wenn das Produkt

$$m \cdot s > \frac{\pi \varrho t^3}{16} \qquad (20)$$

ist, wobei m die Flügelmasse je Längeneinheit der Spannweite und s die Rücklage des Schwerpunktes des betrachteten Flügelelements hinter dem Neutralpunkt bedeutet. Hat man also einen freitragenden geraden Flügel ohne Ruder, so braucht man nur die Schwerpunkte der einzelnen Flügelschnitte in die Nähe der Neutralpunkte zu legen, um Flügelflattern bei jeder Luftdichte ϱ zu verhüten. Derartige Flügel, allerdings mit Rudern, hat z. B. das Muster M 20.

Der größere Teil der in Abschnitt III beschriebenen Fälle von Flattern hätte sich wahrscheinlich verhüten lassen bei sorgfältiger Auswuchtung der Querruder. Auf diese Maßnahme haben zuerst v. Baumhauer und Koning [3] 1923 hingewiesen, und sie ist seitdem im Schrifttum oft behandelt worden. Tatsache ist jedoch, daß fast alle älteren Flugzeugmuster unausgewuchtete Querruder haben und daß früher bei den verhältnismäßig geringen Fluggeschwindigkeiten Flattern seltener und weniger gefährlich war.

Andererseits erfordert ein nachträglicher Massenausgleich der Querruder einen Gewichtsaufwand bis zu 0,5 % des Fluggewichts und erhöht den Widerstand des Flugzeugs. Von einer nachträglichen Umänderung aller vorhandenen Flugzeuge mußte daher aus begreiflichen Gründen abgesehen werden, zumal die Notwendigkeit dieser Maßnahme für die älteren Muster nicht so sehr auf der Hand lag.

Für die neuen Muster wurde der Massenausgleich seitens des DLA anfangs empfohlen, später in die Bauvorschriften für Flugzeuge aufgenommen. Ein von vornherein auf Massenausgleich konstruiertes Querruder ist nur wenig schwerer als ein ohne Massenausgleich konstruiertes. Das Ziel des Massenausgleichs ist eine Verminderung der Ruderdrehamplitude auf einen unschädlichen Betrag bei allen für das Flattern in Frage kommenden Schwingungsformen. Bei Schwingungsformen entsprechend Abb. 22, 23 kann bereits ein »teilweiser Massenausgleich« nützlich sein.

In anderen Fällen muß man jedoch völlig und sorgfältig ausgleichen, da eine Änderung der Ruderdrehamplitude um eine Zehnerpotenz erforderlich ist, um aus dem Bereich des Minimums der kritischen Geschwindigkeit herauszukommen, wie die oben untersuchten Kennbilder lehren. Dieser Umstand ist bisweilen nicht genügend beachtet worden.

Es ist zu empfehlen, den Erfolg dieser Maßnahmen durch einen Schüttelversuch nachzuprüfen. Denn es kann vorkommen, daß auch nach völligem Massenausgleich noch Ruderschwingungen entstehen. Mögliche Ursachen hierfür sind:

1. Massenkopplung durch die mitschwingende Luftmasse, insbesondere bei engem Spalt zwischen Flügel und Querruder und fehlendem aerodynamischem Ausgleich der Querruder;
2. Kinematische Kopplung bei verwickeltem und unklarem statischem Aufbau der Zelle;
3. ungenügende Drillsteifigkeit der Querruder;
4. Eigenschwingung des elastischen Systems Backbordruder—Steuerzüge—Steuerbordruder.

Besonders gefährlich ist die letztgenannte Schwingung, wenn sie mit einer symmetrischen Eigenschwingung der Flügel zusammenfällt. In der Nähe der Resonanzstelle ändert sich der Phasenwinkel der Querruderschwingung gegen die Flügelschwingung stark mit der Frequenz, so daß der für das Flattern günstigste Phasenwinkel sich leicht einstellen kann. Abhilfe bringt hier die Änderung der Eigenfrequenz der Querrudersteuerung oder der Einbau einer künstlichen Dämpfung des Ruderausschlages.

Einige der oben behandelten Fälle lehren jedenfalls, daß auch Querruder, die weitgehenden oder praktisch völligen Massenausgleich haben, gelegentlich zum Flattern Anlaß geben können. Es scheint allerdings, daß in solchen Fällen die reduzierte Frequenz niedriger als durchschnittlich liegt, daß also $\omega < 0{,}9$ ist.

Um die Querruder hinsichtlich des Flatterns als nicht vorhanden betrachten zu können, müßten sie außer der Schwingungsfreiheit im Stand noch einen wenigstens im Bereich kleiner Anstell- und Ruderwinkel vollkommenen aerodynamischen Ausgleich haben. Es läßt sich theoretisch nachweisen, daß andernfalls die Zirkulation eine rein aerodynamische Kopplung herbeiführen kann, welche die kritische Geschwindigkeit gegenüber der des Biegungs-Torsions-Flatterns des Flügels herabsetzt.

Sind alle diese Bedingungen zur Verhütung von Querruderschwingungen erfüllt, so würde die Verschiebung der Schwereachse der Flügel in die Nähe der Neutralachse praktisch ausreichen, um Flügelflattern überhaupt zu verhindern. Dabei muß allerdings vorausgesetzt werden, daß die Neutralachse geradlinig verläuft und daß allgemein die zweidimensionale Theorie des Flügelflatterns im wesentlichen zutrifft, was man bei verwickelten Tragwerkformen nicht

ohne weiteres erwarten darf. Die Steifigkeit der Flügel könnte bei einem derartig durchgebildeten Flugzeug beliebig klein sein, wenn nicht noch andere untere Grenzen für die Steifigkeit vorhanden wären.

Eine derartige Verhütung des Flatterns erfordert jedoch eine ganze Reihe konstruktiver Maßnahmen so einschneidender Art, daß sie in vielen Fällen gleichbedeutend mit einer völligen Abkehr von bisher in anderer Hinsicht bewährten Bauarten sein würde. Angesichts dieses Umstandes erschien die Erhöhung der Steifigkeit der Flügel, so lange sie mit erträglichem Gewichtsaufwand möglich ist, als das kleinere Übel. Daher beschränkte man sich anfangs auf diese Maßnahme. Erhöhung der Steifigkeit führt zu höheren Schwingungsfrequenzen der Flügel und damit zu höherer kritischer Geschwindigkeit. Das Flattern wird hierdurch also nicht gänzlich verhütet, sondern in einen Geschwindigkeitsbereich verschoben, der oberhalb der praktisch erreichbaren Höchstgeschwindigkeit liegt. Bei dieser Maßnahme sprach der Umstand mit, daß eine gewisse Mindeststeifigkeit der Flügel ohnehin erforderlich ist, um statische Torsionsinstabilität und Umkehr der Querruderwirkung bei hoher Fluggeschwindigkeit zu vermeiden.

Bei weiterer Steigerung der Geschwindigkeit langt man jedoch an einem Punkte an, von dem aus die einfache Steigerung der Steifigkeit gewichtmäßig nicht mehr tragbar ist und man zu einer Kombination aller bekannten Mittel zur Verhütung des Flatterns gezwungen sein wird.

VI. Zusammenfassung.

Es wird ein Überblick über die bisherigen theoretischen und experimentellen Arbeiten gegeben, welche das Flügelflattern betreffen. 13 an Flugzeugen beobachtete Fälle von Flügelflattern werden mitgeteilt. Als unmittelbare Ursache des Flatterns kann in den meisten Fällen das nicht ausgewuchtete Querruder angesehen werden.

Unter der nach der sicheren Seite liegenden Annahme, daß das Flattern mit dem für die Anregung günstigsten Phasenwinkel wesentlich nur in zwei Freiheitsgraden erfolgt, kann die niedrigste kritische Geschwindigkeit unter Benutzung der Ergebnisse eines Schüttelversuches abgeschätzt werden. Es werden Maßnahmen zur Erhöhung der kritischen Geschwindigkeit und zur gänzlichen Verhütung des Flatterns erörtert.

VII. Schrifttum.

[1.] Luftwissen (1934), S. 25, ARC-Rep. & Mem. Nr. 1527 (1933).

[2.] Blasius, Über Schwingungserscheinungen an einholmigen Unterflügeln, Z. Flugtechn. Motorluftsch., Jg. 16 (1925), Nr. 3, S. 39.

[3.] v. Baumhauer und Koning, Onstabile Trillingen vaan een draagvlak-klap system, Verslagen en verhandelingen vaan den rijksstudiedienst voor de Luchtvaart, Rapport A 48, Amsterdam, Deel II-1923.

[4.] Blenk und Liebers, Gekoppelte Torsionsschwingungen von Tragflügeln, Z. Flugtechn. Motorluftsch. Jg. 16 (1925), Nr. 23, S. 479.

[5.] Blenk und Liebers, Flügelschwingungen freitragender Eindecker, Jb. dtsch. Versuchsanst. Luftf. (1928), S. 63.

[6.] Blenk und Liebers, Gekoppelte Biegungs-Torsions- und Querruderschwingungen von freitragenden und halbfreitragenden Flügeln, Jb. dtsch. Versuchsanst. Luftf. (1929), S. 257.

[7.] Bairstow, The theory of wing flutter, ARC-Rep. & Mem. Nr. 1041 (1925).

[8.] Frazer, An investigation on wing flutter, ARC-Rep. & Mem. Nr. 1042 (1926).

[9.] Frazer and Duncan, The flutter of aeroplane wings, ARC-Rep. & Mem. Nr. 1155 (1928).

[10.] Frazer and Duncan, A brief survey if wing flutter with an abstract of design recommendations ARC.-Rep. & Mem. Nr. 1177 (1928).

[11.] Frazer and Duncan, Wing flutter as influenced by the mobility of the fuselage, ARC-Rep. & Mem. Nr. 1207 (1929).

[12.] Frazer and Duncan, Conditions for the prevention of flexural-torsional flutter of an elastic wing, ARC-Rep. & Mem. Nr. 1217 (1928).

[13.] Duncan, The wing flutter of biplanes, ARC-Rep. & Mem. Nr. 1227 (1929).

[14.] Hesselbach, Über die gekoppelten Schwingungen von Tragflügel und Verwindungsklappe, Z. Flugtechn. Motorluftsch. Jg. 18 (1927), Nr. 20, S. 465.

[15.] Birnbaum, Das ebene Problem des schlagenden Flügels, Z. angew. Math. Mech., Bd. 4 (1924), Nr. 4, S. 277.

[16.] Birnbaum, Der Schlagflügelpropeller und die kleinen Schwingungen elastisch befestigter Tragflügel. Z. Flugtechn. Motorluftsch. Jg. 15 (1924), Nr. 11/12, S. 128.

[17.] Küssner, Schwingungen von Flugzeugflügeln, Jb. dtsch. Versuchsanst. Luftf. (1929), S. 313.

[18.] Glauert, The force and moment on an oscillating aerofoil, ARC-Rep. & Mem. Nr. 1242 (1929).

[19.] Duncan and Collar, Resistance derivatives of flutter theory, ARC-Rep. & Mem. Nr. 1500 (1932).

[19a] Theodorsen, General theorie of aerodynamic instability and the mechanism of flutter, NACA Rep. Nr. 496 (1935).

[20.] Roxbee Cox, Statistical method of investigation relations between elastic stiffnesse of aeroplanes wings and wing-aileron flutter, ARC-Rep. & Mem. Nr. 1505 (1932).

[21.] Roxbee Cox, Problems involving the stiffness of aeroplane wings, J. Roy. aeron. Soc. Bd. 38 (1934), Nr. 278.

[22.] J. Essers, geb. Kober, Untersuchung von Flügelschwingungen im Windkanal, Jb. dtsch. Versuchsanst. Luftf. (1929), S. 345.

[23.] Younger, Wing flutter investigation on Bradys wind tunnel model, I. C. Nr. 608.

[24.] Raab, Flügelschwingungen an freitragenden Eindeckern, Z. Flugtechn. Motorluftsch. Jg. 17 (1926), Nr. 7, S. 146.

[25.] B. v. Schlippe, Die innere Dämpfung, Berechnungsansätze, Ingenieurarchiv Bd. 6, S. 127 (1935).

Aerodynamischer Auftrieb bei Überschallgeschwindigkeit.

Von A. Busemann, Dresden.

Vorgetragen auf der 5. Volta-Tagung in Rom (30. 9. bis 6. 10. 1935).

Die guten Gleitzahlen der Tragflügel bei geringen Geschwindigkeiten verschlechtern sich mit der Annäherung der Fluggeschwindigkeit an die Schallgeschwindigkeit. Daher entsteht die Frage, ob man bei Überschallgeschwindigkeit wieder zu großen Auftrieben bei geringen Widerständen gelangt und wie ein solcher Auftrieb zu erzielen ist[1]).

Eine grundsätzliche Beschränkung wird den folgenden Überlegungen dadurch auferlegt, daß es sich stets um reine Überschallströmungen handeln soll, in denen keine Gebiete mit Unterschallgeschwindigkeit vorkommen. Bedingt ist dies dadurch, daß für die Strömungen mit gemischten Über- und Unterschallgebieten nur ganz vereinzelte Lösungen bekannt geworden sind. Andererseits treten in einer Überschallströmung nur dann Gebiete mit Unterschallgeschwindigkeit auf, wenn man Körper mit stumpfen Vorderenden oder stark angestellte Körper verwendet. In der Nähe des Staupunktes an der Vorderseite dieser Körper erhält man Unterschallgeschwindigkeit und zugleich hohe Drücke, denen man an der Rückseite keine gleich hohen entgegensetzen kann. Es ist daher kaum anzunehmen, daß gerade in diesen gemischten Strömungen besondere Vorteile herauszuholen sind. Immerhin bleibt dies eine unbewiesene Behauptung, weil sich ein Beweis mit den der reinen Überschallströmung angepaßten Überlegungen naturgemäß nicht bringen läßt.

Gliederungen.

I. Ebene Überschallströmungen.

1. Zeichnerische Lösungen.

Die Behandlung ebener Überschallströmungen ist am weitesten entwickelt. Dies erklärt sich nicht allein durch die Erleichterungen bei Erniedrigung der Dimensionszahl. Vielmehr beruht der Fortschritt hier wesentlich auf der Tatsache, daß sich die Differentialgleichung der Gasströmung bei Beschränkung auf die Ebene linear schreiben läßt, wenn man eine Berührungstransformation auf die Ebene der Geschwindigkeitskomponenten anwendet (vgl. auch III, 4). Dies ist auch die Grundlage des zeichnerischen Verfahrens zur Verfolgung ebener Überschallströmungen, über das L. Prandtl auf der Tagung im Rahmen seines Vortrages besonders berichtete [1, 2]. Gerade die Bewegung von Körpern durch ruhende Luft liefert für dies Verfahren besonders angenehme Verhältnisse, weil die relativ zum Körper gleichmäßig zuströmende Luft saubere Anfangsbedingungen schafft.

[1]) Für die 5. Volta-Tagung, die »Hohe Geschwindigkeiten in der Luftfahrt« zum Gegenstand hat, wurde der Verfasser durch deren Präsident General Crocco aufgefordert, diese Frage zu beleuchten. Um unerwünschte Überschneidungen mit anderen Vorträgen dieser Tagung zu vermeiden, die zum Teil Versuchsanlagen und Versuchsergebnisse betrafen, wurden allein die aus der Theorie hervorgehenden Möglichkeiten behandelt.

Die eigentlichen zeichnerischen Lösungen würden erst notwendig, wenn eine gegenseitige Beeinflussung von mehreren tragenden Teilen zu beachten wäre. Tatsächlich gibt es auch gewisse Besonderheiten, die das Vorhandensein von mehreren Körpern voraussetzen. Man kann z. B. keinen zweidimensionalen Einzelkörper angeben, der bei endlicher Tiefe einen endlichen Querschnitt hat, ohne in der reibungslosen Überschallströmung einen Widerstand zu erzeugen. Für zwei derartige Körper kann man eine Strömung ohne Widerstand herstellen. Die einander abgewendeten Seiten der Körper müssen eben und parallel zur Anblasung sein. Die einander zugekehrten Seiten können dagegen durch besondere Formgebung so eingerichtet werden, daß jeder Körper die vom anderen erzeugten Störungen aufhebt. Indem die beiden Körper gegenseitig ihr Wellenfeld glätten, kommt in diesem Falle kein Wellenwiderstand zustande. Für das hier allein zu behandelnde Auftriebsproblem sind mir ähnliche Besonderheiten allerdings nicht bekannt. Ich möchte mich daher auf Einzelflügel beschränken.

2. Strömung um die Ecke.

Der einzelne Tragflügel schneidet mit seiner Vorderkante die ebene Strömung in zwei getrennte Bereiche, die sich erst an der Hinterkante des Tragflügels wieder vereinigen. Hier können sie aber keine Rückwirkung auf den Tragflügel ausüben, weil jede Wirkung in der reinen Überschallströmung auf den sich stromabwärts erstreckenden Machschen Kegel beschränkt bleibt. Das Wellenfeld im oberen Strömungsbereiche ist daher allein von der Gestalt der Oberseite des Tragflügels abhängig, ebenso das Wellenfeld im unteren Bereich von der Gestalt der Tragflügelunterseite. Dieser Fall entspricht aber genau den Voraussetzungen für die Anwendung der Prandtlschen Strömung »um die Ecke«. Bei dieser Strömung ist der statische Druck allein abhängig von der Richtung der Geschwindigkeit und daher der Druck an der Tragflügelfläche nur abhängig von der Neigung der einzelnen Flächenelemente. Mit Hilfe der von Th. Meyer berechneten Beziehungen zwischen Richtung und Druck für die Strömung um die Ecke hat J. Ackeret zum erstenmal die Kräfte an Tragflügeln ermittelt [3, 4].

Für die nachfolgenden allgemeinen Untersuchungen ist es zweckmäßiger, statt der punktweise berechneten Beziehungen zwischen Druck und Neigungswinkel einen linearisierten Ausdruck zu verwenden, der bei Benutzung bestimmter Bezugsgrößen sogar von der Art des verwendeten Gases unabhängig wird. Die Drücke sollen mit dem Staudruck q der Strömung verglichen werden, der sich aus der Dichte ϱ des Gases, und der Strömungsgeschwindigkeit w in folgender Weise zusammensetzt:

$$q = \frac{1}{2}\varrho w^2 \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

Bei geringen Geschwindigkeiten gibt der Staudruck den Überdruck am Staupunkt an. Bei hohen Geschwindigkeiten hat er diese Bedeutung nicht mehr, er ist nur eine durch Definition festgelegte Bezugsgröße. Um die Höhe der Geschwindigkeit zu kennzeichnen, vergleicht man sie mit der Schallgeschwindigkeit c des Gases in der ungestörten Strömung. Dies Verhältnis wird als Machsche Zahl M bezeichnet und ist bei Überschallgeschwindigkeit maßgebend für den Machschen Winkel α:

$$M = \frac{w}{c} = \frac{1}{\sin\alpha} \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

Die Strömung um die Ecke liefert folgende Differentialbeziehung zwischen Druck p und Stromlinienwinkel β:

$$d\,p = \frac{\varrho w^2}{\sqrt{\left(\frac{w}{c}\right)^2 - 1}} \cdot d\,\beta \quad \ldots \ldots \quad (3)$$



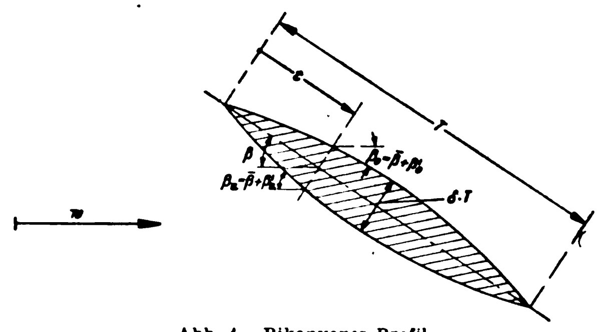


Abb. 1. Bikonvexes Profil.

In erster Näherung kann man diese Abhängigkeit auch für den ganzen Druckunterschied Δp bei nicht zu großen Winkeln β verwenden:

$$\Delta p = \pm q \cdot C_1 \cdot \beta = q \cdot \frac{2\beta}{\sqrt{M^2 - 1}} \quad . \; . \; . \; . \; (4)$$

Zählt man alle Neigungswinkel β in derselben Weise wie den Anstellwinkel des Tragflügels, so gelten die folgenden Vorzeichen für die Überdrücke an den Tragflügelunter- und -oberseiten:

$$\left.\begin{aligned} \Delta p_u &= + q \cdot C_1 \cdot \beta_u \\ \Delta p_o &= - q \cdot C_1 \cdot \beta_o \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (4a)$$

Aus diesen Überdrücken ergeben sich die Druckanteile der gesamten aerodynamischen Kräfte am Tragflügel.

3. Auftrieb und Widerstand.

Alle Körper, um die herum eine reine Überschallströmung möglich ist, haben vorn und hinten Schneiden (Abb. 1). Zur Festlegung eines Anstellwinkels für den ganzen Tragflügel kann man daher die Verbindungsebene der beiden Schneidenkanten verwenden. Liegt diese Ebene in Richtung der Strömung, so haben die einzelnen Oberflächenelemente nur den durch die Gestalt des Tragflügels festgelegten Anstellwinkel β_u' bzw. β_o' an der Unterseite und der Oberseite. Bekommt dann der gesamte Tragflügel den Anstellwinkel $\overline{\beta}$, so erhöhen sich die Neigungen der einzelnen Oberflächenelemente auf die Werte:

$$\beta_u = \overline{\beta} + \beta_u', \quad \beta_o = \overline{\beta} + \beta_o' \quad . \; . \; . \; . \; . \; (5)$$

Diese wirklichen Neigungen müssen nun in die Druckgleichung (4a) eingesetzt werden. Die daraus sich ergebenden Drücke sind in die Auftriebs- und Widerstandsanteile zu zerlegen und über die Entfernung t von der Vorderkante bis zur Tragflügeltiefe T zu integrieren. Die Druckanteile an Auftrieb und Widerstand lauten dann A' und W':

$$\left.\begin{aligned} A' &= \int_0^T (\Delta p_u \cdot \cos \beta_u - \Delta p_o \cdot \cos \beta_o)\, dt \\ W' &= \int_0^T (\Delta p_u \cdot \sin \beta_u - \Delta p_o \cdot \sin \beta_o)\, dt \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; (6)$$

Da die Neigungswinkel sämtlich klein sein müssen, wenn man die Druckgleichung (4a) verwenden will, kann man auch die Kosinusfunktion durch 1 und die Sinusfunktion durch den Winkel in Bogenmaß ersetzen. Zerlegt man die Winkel für die Integration nach (5), so kann man berücksichtigen, daß das Integral der Neigungen β_u' und β_o' über die Spannweite verschwindet, d. h. wenn man von der vorderen Schneide bis zur hinteren Schneide geht. Die auf die Profiltiefe T und den Staudruck q bezogenen Auftriebe und Widerstände lauten dann:

$$\frac{A'}{T \cdot q} = c_a' = 2\, C_1 \overline{\beta} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (6a)$$

$$\frac{W'}{T \cdot q} = c_w' = \frac{C_1}{T} \int_0^T (\beta_u'^2 + \beta_o'^2) \cdot dt + 2\, C_1 \overline{\beta}^2 \quad . \; (6b)$$

Für die durch die Profiltiefe T dividierten Integrale der 2. Potenzen der Neigungen β_u' und β_o' sollen die Abkürzungen B_{2u} und B_{2o} benutzt werden, so daß sich die Gleichung noch einfacher schreiben läßt:

$$c_w' = C_1 (B_{2u} + B_{2o} + 2\, \overline{\beta}^2) \quad . \; . \; . \; . \; . \; (6c)$$

Bildet man für diese Druckkräfte allein das Verhältnis von Widerstand zu Auftrieb, so ist dies unabhängig von der Machschen Zahl der Strömung und allein durch geometrische Größen bestimmt.

4. Oberflächenreibung.

Der Widerstand der Druckkräfte muß noch durch den Widerstand der Schubspannungen an der Profiloberfläche ergänzt werden. Die Reibungsvorgänge in der Grenzschicht liefern eine Schubspannung an der Oberfläche, die im Mittel den Wert $\tau = q \cdot c_f$ haben möge. Der Beiwert c_f wird im allgemeinen als fest gegeben angesehen werden können, denn er hängt wesentlich nur von der Reynoldsschen Zahl der Strömung und der Glätte der Profiloberfläche ab. An Unter- und Oberseite zusammen erhält man daraus den Reibungswiderstand $W'' = 2\, T \cdot q\, c_f$ oder den Widerstandsbeiwert c_w'':

$$c_w'' = 2\, c_f \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (6d)$$

Die gesamten aerodynamischen Kräfte liefern bei dieser Näherungsrechnung die Beiwerte:

$$c_a = 2\, C_1 \cdot \overline{\beta} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (7a)$$

$$c_w = 2\, c_f + C_1 (B_{2u} + B_{2o} + 2\, \overline{\beta}^2) \quad . \; . \; . \; . \; (7b)$$

Der Faktor C_1 bedeutet darin:

$$C_1 = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{w}{c}\right)^2 - 1}} = \frac{2}{\sqrt{M^2 - 1}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; (8)$$

Die Abkürzungen B_{2u} und B_{2o} sind durch den Vergleich von (6b) und (6c) erklärt. Zur Veranschaulichung sollen diese Integrale für das symmetrische bikonvexe Profil (vgl. Abb. 1) angegeben werden, das eine Dicke bezogen auf die Profiltiefe gleich δ besitzt:

$$B_{2u} = B_{2o} = \frac{16}{3}\, \delta^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (9)$$

Das bikonvexe Profil ist zugleich das Profil geringster Summe $B_{2u} + B_{2o}$, von allen durch Kreisbögen begrenzten Profilen mit dem gleichen Dickenverhältnis δ.

5. Günstigste Gleitzahlen.

Um zu erkennen, mit welchem Widerstand die Erzielung eines Auftriebes verbunden ist, bildet man das Verhältnis von Widerstand zu Auftrieb, die »Gleitzahl« ε. Es ist ja gerade die Aufgabe dieses Vortrages, zu untersuchen, ob man auch bei Überschallgeschwindigkeit genügend kleine Gleitzahlen erreichen kann. Aus den Gleichungen (7a) und (7b) ergibt sich:

$$\varepsilon = \frac{c_w}{c_a} = \left(\frac{c_f}{C_1} + \frac{1}{2} B_{2u} + \frac{1}{2} B_{2o}\right) \frac{1}{\overline{\beta}} + \overline{\beta} \quad . \; . \; (10)$$

Diese Gleitzahl hat ein Minimum, weil sie sich aus einem direkt und einem umgekehrt dem Anstellwinkel proportionalen Summanden zusammensetzt. Der günstigste Anstellwinkel $\overline{\beta}_{\text{opt}}$ ist derjenige, bei dem beide Summanden denselben Wert erhalten:

$$\overline{\beta}_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{c_f}{C_1} + \frac{1}{2} B_{2u} + \frac{1}{2} B_{2o}} \quad . \; . \; . \; . \; (11)$$

Daraus ergibt sich folgendes Minimum der Gleitzahl:

$$\varepsilon_{\min} = 2\, \overline{\beta}_{\text{opt}} = \sqrt{2\, (B_{2u} + B_{2o}) + 2\, c_f \sqrt{M^2 - 1}} \quad (12)$$

Bestimmend für die beste Gleitzahl sind demnach die Schlankheit des Profiles sowie die Reibung in der Grenzschicht in einer gewissen Abhängigkeit von der Machschen Zahl. Je mehr sich nämlich die Machsche Zahl der Eins nähert, um so geringer wird der Einfluß der Reibung. Dies liegt daran, daß man mit immer geringeren Tragflügelflächen auskommen kann, weil die zu dem besten Anstellwinkel gehörenden Werte c_a zunehmen:

$$(c_a)_{\text{opt}} = 2\, C_1 \overline{\beta}_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{8\, (B_{2u} + B_{2o})}{M^2 - 1} + \frac{8\, c_f}{\sqrt{M^2 - 1}}} \quad (12a)$$

Würde diese Gleichung allgemein gelten, so erhielte man bei Annäherung der Strömungsgeschwindigkeit an die Schallgeschwindigkeit unendlich große Auftriebsbeiwerte. Dies ist jedoch bei Überschallströmungen sicher unmöglich, denn dort sind nicht nur die möglichen Überdrücke, sondern zugleich die möglichen Unterdrücke auf Werte beschränkt, die mit dem Staudruck vergleichbar sind. Es bedarf daher noch einer Untersuchung, ob die nach Gleichung (11) bestimmten günstigsten Anstellwinkel auch die vorausgesetzte reine Überschallströmung zulassen. Zwar nehmen die Anstellwinkel ab, wenn die Gleitzahl besser wird. Doch genügt diese Abnahme nicht bei Annäherung an die Schallgeschwindigkeit. Hier werden den zulässigen Höchstneigungen nämlich noch engere Grenzen vorgeschrieben. In Abhängigkeit von dem Verhältnis der spezifischen Wärmen $\varkappa = c_p/c_v$ des Gases (1,4 für Luft) erhält man die größte, Überdruck erzeugende Neigung β_{max}, die noch eine reine Überschallströmung zuläßt, nach folgender Näherungsgleichung nahe der Schallgeschwindigkeit:

$$\left|\beta_{max}\right| = \frac{0{,}756}{\varkappa + 1} \cdot \frac{(M^2 - 1)^{\frac{3}{2}}}{M^2} \geq \left|\bar{\beta} + \beta'_{max}\right| \quad . \; . \quad (13)$$

Der für die Machschen Zahlen nahe 1 überflüssige Nenner M^2 ist hinzugefügt, um diese Gleichung in dem ganzen praktisch in Frage kommenden Gebiet bis etwa $M = 1{,}5$ anwenden zu können. Die Gleichung (13) verbietet bei Annäherung an die Schallgeschwindigkeit, bis zum günstigsten Anstellwinkel nach Gleichung (11) zu gehen. In diesem Gebiet erhält man die besten Gleitzahlen, wenn man die größte Neigung gleich β_{max} setzt. Der sich hierdurch nach Gleichung (13) ergebende Anstellwinkel ist in die Gleichung (10) einzusetzen. Diejenige Machsche Zahl M_{opt}, bei der man die beste Gleitzahl mit einem gegebenen Profil erzielen kann, findet man dann wirklich, wenn man nun den Wert ε mit dem maximalen Anstellwinkel nach der Machschen Zahl M differenziert. Praktisch liegt dieses Minimum der Gleitzahl nur wenig unter der Grenze, an der die Gleichung (13) das Einhalten des günstigsten Anstellwinkels nach Gleichung (11) unmöglich macht.

6. Einfluß der Profildicke.

Vernachlässigt man zunächst den Einfluß der Reibung, um übersichtlichere Gleichungen zu erhalten, so verschwindet für höhere Machsche Zahlen der Einfluß der Machschen Zahl auf die günstigste Gleitzahl. Hier ist die untere Machsche Zahl, von der an man mit dieser günstigsten Gleitzahl rechnen darf, durch das Eingreifen der Ungleichung (13) exakt festgelegt. Über dieser unteren Grenze erreicht man stets das absolute Minimum der Gleitzahl nach Gleichung (12), das z. B. für das bikonvexe Profil (9) folgenden Wert hat:

$$\varepsilon_{min} = 2\,\bar{\beta}_{opt} = \frac{8}{3}\,\delta\sqrt{3} = 4{,}61 \cdot \delta \quad . \; . \; . \; . \quad (14)$$

Verlangt man nun Gleitzahlen von der Größe $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{20}$ oder $\frac{1}{30}$, so ergeben sich sofort die Dickenverhältnisse 2,1%, 1,1% und 0,7% der Profiltiefe. Zugleich erhält man die dazu nötigen Anstellwinkel gleich der halben Gleitzahl, wenn man in Bogenmaß rechnet. In Winkelgraden sind das etwa 3°, 1,5° und 1°. Es bedarf gewaltiger technischer Anstrengungen, um diese Dickenverhältnisse zu erreichen und diese Anstellwinkel sicher zu beherrschen. So kennt man heute nur sehr dünne Rasierklingen, die mit einem Dickenverhältnis von 0,3% die angegebenen Werte unterbieten, ohne jedoch nach Kreisbögen geschärft zu sein. Auf jeden Fall sollte man den Ehrennamen »Überschallprofil« nicht eher verleihen, als auf dem Wege zu den geforderten äußerst geringen Dickenverhältnissen wirkliche Fortschritte erzielt sind.

7. Einfluß der Reibung.

Stellt man sich einmal auf den entgegengesetzten Standpunkt, daß die Profildicke praktisch gleich Null gesetzt werden kann, so bleibt der Einfluß der Reibung übrig. Dadurch vereinfacht sich die Gleichung (12):

$$\varepsilon_{min} = 2\,\bar{\beta}_{opt} = \sqrt{2\,c_f\sqrt{M^2 - 1}} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (15)$$

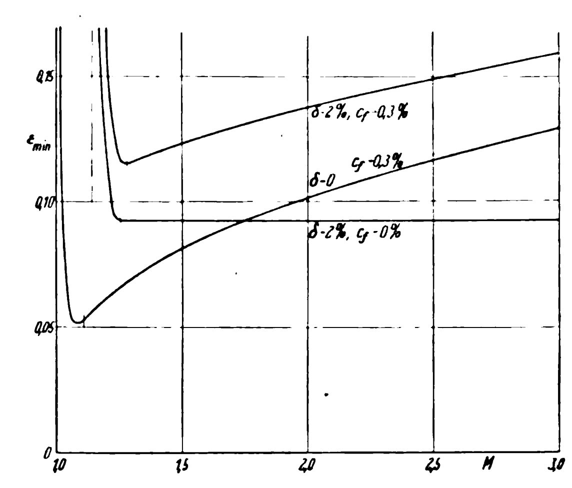


Abb. 2. Günstigste Gleitzahl eines bikonvexen Profils mit 2% Dicke und 0,3% Reibungsbeiwert in Abhängigkeit von der Machschen Zahl.

Auch in der Gleichung (13) kann man dann die zusätzliche Eigenneigung des Profils β'_{max} vernachlässigen und erhält dann für Luft:

$$\bar{\beta}_{max} = 0{,}315 \cdot \frac{(M^2 - 1)^{\frac{3}{2}}}{M^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (16)$$

Die Machsche Zahl, bei der $\bar{\beta}_{opt}$ und $\bar{\beta}_{max}$ zusammenfallen, ist durch die folgende Gleichung gegeben:

$$M^2 - 1 = \left\{5\,c_f\,M^4\right\}^{0,4} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (17a)$$

Die geringste Gleitzahl erreicht man jedoch noch bei etwas geringeren Machschen Zahlen, wenn man mit $\bar{\beta}_{max}$ nach (16) fliegt. Das absolute Minimum liegt bei $M' = M_{opt}$:

$$(M')^2 - 1 = \left\{5\,c_f\,\frac{(M')^4}{\frac{1}{2}\,(M')^2 + 1}\right\}^{0,4} \quad . \; . \; . \quad (17b)$$

Da die rechte Seite von (17b) etwa 85% von dem Wert in (17a) beträgt, ist hierdurch bestätigt, daß die geringste Gleitzahl nicht mit $\bar{\beta}_{opt}$, sondern mit $\bar{\beta}_{max}$ erreicht wird.

Wählt man nun $c_f = 0{,}3\%$, ein Wert, der den auftretenden Reynoldsschen Zahlen entspricht, so erhält man folgende Ergebnisse. Nach (17b) erreicht man bei $M' = 1{,}084$ die Gleitzahl $\varepsilon_{min\,abs} = 0{,}0515$ mit einem Anstellwinkel von 1° 8′. Nach (17a) erhält man eine Machsche Zahl $M = 1{,}104$ mit $\bar{\beta}_{opt} = \bar{\beta}_{max} = 1{,}5°$ und die Gleitzahl $\varepsilon_{min} = 0{,}0528$. Der Unterschied in den Gleitzahlen beträgt nur 3%, so daß man praktisch auch bei der niedrigsten Machschen Zahl, die das Einstellen des günstigsten Anstellwinkels $\bar{\beta}_{opt}$ gestattet, die geringste Gleitzahl erhält. Gäbe es nun keine Möglichkeit, bei den auftretenden Reynoldsschen Zahlen unter einen Reibungsbeiwert von 0,3% zu kommen, so ist die Gleitzahl 0,0515 wirklich die Grenze des Erreichbaren, denn sie ist schon unter Vernachlässigung der Profildicke ermittelt. Nicht nur mit abnehmenden, sondern auch mit wachsenden Machschen Zahlen steigt die Gleitzahl merklich. Aus Gleichung (15) erhält man z. B. für $M = 2$ den Wert $\varepsilon_{min} = 0{,}102$ und für $M = 3$ den Wert $\varepsilon_{min} = 0{,}13$ (vgl. Abb. 2).

Die sorgfältigen analytischen Untersuchungen sollten zeigen, welche Grenzen bei Überschallgeschwindigkeit in der Natur der Sache liegen. Ein bestimmtes Beispiel etwa das bikonvexe Profil mit einem Dickenverhältnis $\delta = 2\%$ und einer Reibung entsprechend $c_f = 0{,}3\%$, ist leichter in einer Darstellung der günstigsten Gleitzahlen über dem Überschallbereich der Machschen Zahlen wiederzugeben. Dieses Beispiel ist daher in Abb. 2 behandelt. Die Grenze, an der sich zum erstenmal der beste Anstellwinkel $\bar{\beta}_{opt}$ erreichen läßt, ist durch die Gleichung (13) bestimmt, in der β'_{max} an der Vorderkante für die Unterseite mit $2\,\delta = 4\%$ zu berücksichtigen ist. Da das nicht angestellte Profil schon oben und unten die größte Neigung 4% hat, ist eine reine Überschallströmung um dieses Profil erst von der Machschen Zahl $M = 1{,}140$ an überhaupt möglich. Um zu entscheiden,



wann die Profildicke und wann die Reibung an den großen Gleitzahlen schuld sind, sind in diese Abbildung auch die Grenzfälle verschwindender Reibung bzw. verschwindender Profildicke eingetragen.

8. Potenzreihe für die Druckdifferenz.

Die Rechnungen mit der linearen Abhängigkeit zwischen Überdruck und Neigung lehren, daß man bei Überschallgeschwindigkeit sehr dünne Profile und sehr kleine Anstellwinkel verwenden müßte. Wegen der Reibung und der notwendigen Steifigkeit der Profile erhält man jedoch stets endliche Neigungen. Daher müßte man zunächst prüfen, ob die gefundenen praktischen Ergebnisse auch noch innerhalb der Gültigkeit der Ausgangsgleichung (4) liegen. Da man heute jedoch noch keineswegs bei der geforderten Schlankheit der Profile angekommen ist, verlangt auch die heutige Versuchstechnik noch für größere Neigungen gültige Formeln, um die Übereinstimmung von Theorie und Versuch auf Schritt und Tritt verfolgen zu können. Trotzdem sollen diese Formeln hier mehr der Vollständigkeit halber aufgeführt werden. Verbesserungen der Überlegungen an dem linearisierten Ansatz werden damit nicht vorgenommen.

Bei größeren Neigungen muß man beachten, daß die Differentialgleichung (3) nur unter Berücksichtigung der Veränderung der Dichte ϱ, der Schallgeschwindigkeit c und der Strömungsgeschwindigkeit w in Abhängigkeit vom Drucke p integriert werden darf. Diese Abhängigkeit ist für vollkommene Gase leicht berechenbar. Das Integral soll hier in Form einer Potenzreihe angegeben werden:

$$\Delta p = (\pm C_1 \cdot \beta + C_2 \cdot \beta^2 \pm C_3 \cdot \beta^3 + \ldots) \cdot q \quad . \quad . \quad (18)$$

Für die ersten drei Faktoren sind folgende Werte berechnet:

$$C_1 = \frac{2}{(M^2 - 1)^{0,5}} \quad \ldots \quad (18\text{a})$$

$$C_2 = \frac{\frac{1}{2}(M^2 - 2)^2 + \frac{\varkappa}{2} M^4}{(M^2 - 1)^2} \quad \ldots \quad (18\text{b})$$

$$C_3 = \frac{M^4 \frac{\varkappa + 1}{4}\left(M^2 - \frac{5 + 7\varkappa - 2\varkappa^2}{2(\varkappa + 1)}\right)^2}{(M^2 - 1)^{3,5}} + \frac{M^4 \frac{-4\varkappa^4 + 28\varkappa^3 + 11\varkappa^2 - 8\varkappa - 3}{24(\varkappa + 1)} + \frac{3}{4}\left(M^2 - \frac{4}{3}\right)^2}{(M^2 - 1)^{3,5}} \quad (18\text{c})$$

Die Potenzreihe (18) berücksichtigt den adiabatischen Verlauf der Strömung und schließt daher Verdichtungsstöße aus. Für eine unstetige Umlenkung um den Winkel β, die Überdruck erzeugt, gilt eine etwas veränderte Potenzreihe:

$$\Delta p_{\text{stoss}} = (\pm C_1 \cdot \beta + C_2 \beta^2 \pm (C_3 - D) \beta^3 + \ldots) q > 0 \quad (19)$$

Die Abweichung beginnt erst im dritten Glied und liefert dort:

$$D = \frac{\frac{\varkappa + 1}{12} M^4 \left[\frac{5 - 3\varkappa}{4}\left(M^2 - \frac{6 - 2\varkappa}{5 - 3\varkappa}\right)^2 - \frac{\varkappa^2 + 1}{5 - 3\varkappa}\right]}{(M^2 - 1)^{3,5}} \quad (19\text{a})$$

Die Faktoren C_1 bis C_3 sind für alle vollkommenen Gase mit Werten $\varkappa$ zwischen 1 und 1,667 sämtlich positiv, ohne daß hierfür ein besonderer Grund vorliegt. Nur der Faktor D überrascht dadurch, daß er auch negativ werden kann. Da der Unterschied zwischen der adiabatischen und der stoßweisen Verdichtung in einer Entropievermehrung besteht, die kleinere Drücke bei gleichen Geschwindigkeiten liefert, ist D in Gleichung (19) schon negativ eingesetzt. Nun gibt es aber Machsche Zahlen, bei denen man durch Stoß größere Drücke erhält, denn in dieser Gleichung sind ja die Drücke nicht auf gleiche Geschwindigkeiten, sondern nur auf gleiche Umlenkungen bezogen. Dieses Gebiet liegt für Luft zwischen $M = 1{,}24$ und $M = 2{,}54$, d. h. gerade in dem Gebiet, das vor allen anderen für die Erzeugung guter

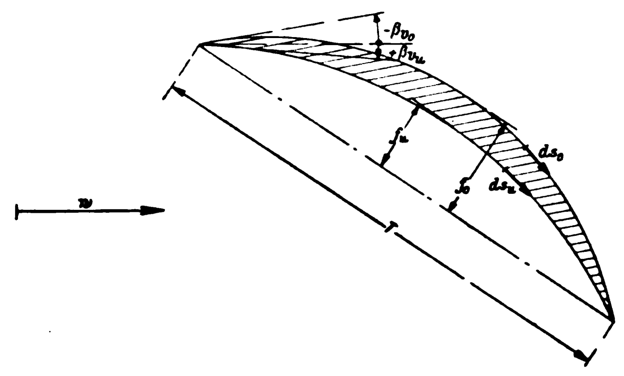


Abb. 3. Sichelförmiges Profil.

Gleitzahlen in Frage kommt. Daraus darf man den Schluß ziehen, daß die Verdichtungsstöße nicht unbedingt gefährlicher sind, als die sonst schon in Kauf genommenen Verluste durch Wellenwiderstand.

Die Gleichung (18) liefert reversible Drücke, die bei Veränderung der Neigung wieder vollkommen verschwinden. Die Gleichung (19) hat dagegen ein irreversibles Glied mit dem Faktor D. Geht man mit der Neigung nach der unstetigen Umlenkung wieder auf Null zurück, so bleibt dieser Druck übrig. Allerdings ist dabei vorausgesetzt, daß nur geringe Krümmungen verwendet werden. Neben den Überdrücken durch den örtlichen Anstellwinkel muß man daher noch die Unterdrücke $D \cdot q\ (\beta_{\text{stoß}})^3$ aller voraufgegangenen Verdichtungsstöße berücksichtigen. Bei vernünftigen Tragflügelprofilen wird die einzige unstetige Umlenkung an der Vorderkante eintreten (Abb. 3). Einerseits kann man keine unendlich dünne Schneide herstellen, so daß die Werte β'_{vu} und β'_{vo} an der Vorderkante verschieden sind. Andererseits ist die Umlenkung vom Anstellwinkel $\overline{\beta}$ abhängig. An der Unterseite des Tragflügels ist daher mit einem zusätzlichen Unterdruck von der Größe $q \cdot D \cdot (\overline{\beta} + \beta'_{vu})^3$ zu rechnen, wenn dieser Ablenkungswinkel positiv ist. Einen Wert, der nur bei positivem Vorzeichen zu berücksichtigen ist, erfaßt man durch die halbe Summe dieses Wertes und seines absoluten Betrages. Entsprechend sind auch zuweilen an der Oberseite Verdichtungsstöße zu beachten, wenn dort an der Vorderkante negative Neigungen auftreten.

9. Aerodynamische Kräfte bei größeren Ablenkungen.

Die höheren Glieder in der Potenzreihe für die Überdrücke verlangen, daß man auch bei ihrer Integration eine entsprechende Genauigkeit anstrebt. Man muß z. B. festlegen, ob man über das Bogenelement ds_o bzw. ds_u an Oberseite und Unterseite integrieren will oder über die Projektion auf die Mittelebene des Tragflügels. Zieht man die Bogenelemente vor, so ist der obere Bogen S_o nicht gleich dem unteren Bogen S_u und nicht gleich der Profiltiefe T, die als Bezugsgröße für die Auftriebsbeiwerte dient. Statt der früheren Gleichungen in Abschnitt 3 ist daher jetzt zu setzen:

$$A' = \int_0^{S_u} \Delta p_u \cdot ds_u \cdot \cos \beta_u - \int_0^{S_o} \Delta p_o \cdot ds_o \cdot \cos \beta_o,$$

$$W' = \int_0^{S_u} \Delta p_u \cdot ds_u \cdot \sin \beta_u - \int_0^{S_o} \Delta p_o \cdot ds_o \cdot \sin \beta_o.$$

Die Profiltiefe T ist dann durch die folgenden Integrale bestimmt:

$$T = \int_0^{S_u} ds_u \cdot \cos \beta_u' = \int_0^{S_o} ds_o \cdot \cos \beta_o' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

Unter Verwendung der Zerlegung der Neigungen in die profilfeste und die vom Anstellwinkel bedingte, erhält man ganz entsprechende Gleichungen für die Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte wie in (6a), (6b) oder (6c):

$$c_a' = \left[(B_{1u}+B_{1o})C_1+(B_{2u}-B_{2o})C_2+(B_{3u}+B_{3o})\left(C_3-\frac{1}{2}C_1\right)\right]+\overline{\beta}\left[(B_{0u}+B_{0o})C_1+2(B_{1u}-B_{1o})C_2+3(B_{2u}+B_{2o})\left(C_3-\frac{1}{2}C_1\right)\right]$$
$$+\overline{\beta}^2\left[3(B_{1u}+B_{1o})\left(C_3-\frac{1}{2}C_1\right)\right]+\overline{\beta}^3\cdot 2\left(C_3-\frac{1}{2}C_1\right)-\frac{1}{2}D\left[(\overline{\beta}+\beta_{vu}')^3+|\overline{\beta}+\beta_{vu}'|^3+(\overline{\beta}+\beta_{vo}')^3-|\overline{\beta}+\beta_{vo}'|^3\right] \quad . \quad (21\,a)$$

$$c_w' = \left[(B_{2u}+B_{2o})C_1+(B_{3u}-B_{3o})C_2+(B_{4u}+B_{4o})\left(C_3-\frac{1}{6}C_1\right)\right]+\overline{\beta}\left[2(B_{1u}+B_{1o})C_1+3(B_{2u}-B_{2o})C_2+4(B_{3u}+B_{3o})\left(C_3-\frac{1}{6}C_1\right)\right]$$
$$+\overline{\beta}^2\left[(B_{0u}+B_{0o})C_1+3(B_{1u}-B_{1o})C_2+6(B_{2u}+B_{2o})\left(C_3-\frac{1}{6}C_1\right)\right]+\overline{\beta}^3\left[4(B_{1u}+B_{1o})\left(C_3-\frac{1}{6}C_1\right)\right]+\overline{\beta}^4\cdot 2\left(C_3-\frac{1}{6}C_1\right)$$
$$-\frac{1}{2}D\cdot\overline{\beta}\left[(\overline{\beta}+\beta_{vu}')^3+|\overline{\beta}+\beta_{vu}'|^3+(\overline{\beta}+\beta_{vo}')^3-|\overline{\beta}+\beta_{vo}'|^3\right] \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (21\,b)$$

Hierin bedeuten die Abkürzungen B_{0u} bis B_{0o} die auf die Profiltiefe bezogenen Integrale der durch den ersten Index angegebenen Potenz der Neigungen β_u' bzw. β_o' nach folgender Anweisung:

$$B_{nx} = \frac{1}{T}\int_0^{S_x} (\beta_x')^n \cdot ds_x \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (22)$$

mit $n = 0, 1, 2, 3, 4$ und $x = u, o$.

Um auch an dieser Stelle wieder anschaulichere Werte anzugeben, sei das sichelförmige Kreisbogenprofil mit den Pfeilhöhen f_o und f_u herangezogen (vgl. Abb. 3). Die relativen Pfeilhöhen $\delta_o = \frac{f_o}{T}$ und $\delta_u = \frac{f_u}{T}$ ergeben in der Differenz das Dickenverhältnis $\delta = \delta_o - \delta_u$. (Für das früher angegebene symmetrische bikonvexe Profil gilt dann $\delta_u = -\delta_o$ und $\delta = 2\,\delta_o$). Für dieses Profil und alle in bezug auf die Hochachse symmetrischen Profile verschwinden die Integrale der ungeraden Potenzen. Für die geraden Potenzen findet man:

$$\left.\begin{aligned} B_{0u} &= 1+\frac{8}{3}(\delta_u)^2, & B_{0o} &= 1+\frac{8}{3}(\delta_o)^2 \\ B_{2u} &= \frac{16}{3}(\delta_u)^2 & B_{2o} &= \frac{16}{3}(\delta_o)^2 \\ B_{4u} &= \frac{64}{5}(\delta_u)^4 & B_{4o} &= \frac{64}{5}(\delta_o)^4 \\ \beta_{vu}' &= -4\,\delta_u & \beta_{vo}' &= -4\,\delta_o \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; (23)$$

Bei den geringen Auftriebsbeiwerten der Überschallprofile könnte es auch in Frage kommen, die Schubspannungen genauer in Auftrieb und Widerstand zu unterteilen. Man erhält dann

$$c_a'' = -2\,c_f\cdot\overline{\beta} \text{ und } c_w'' = 2\,c_f,$$

wenn man nicht noch mehr Glieder berücksichtigen muß.

10. Die Bedeutung der höheren Glieder.

Die Genauigkeit, die man mit den höheren Gliedern erreicht, rechtfertigt häufig ihre Anwendung nicht, weil in den Voraussetzungen schon größere Vernachlässigungen vorhanden sind (Beeinflussung der Grenzschicht durch die Druckdifferenzen usw.). Wenn hier doch noch die beiden nächsten Potenzen angegeben sind, so liegt der Wert darin, daß man an ihnen sieht, wann sich die besonderen Eigenschaften der verschiedenen Gase bemerkbar machen können und wann die Verdichtungsstöße in die Betrachtungen hineinzuziehen sind. Trotzdem gehört zu einer anständigen Verwendung jeder Näherungsrechnung, daß man die Grenzen ihrer Gültigkeit abschätzen kann. Für die im Anfang gebrauchte Näherung ist dies mit dem quadratischen Glied schon möglich. Geht man an die Berechnungen von Extremwerten, so sucht man die Stelle, an der sich die Einflüsse aller berücksichtigten Glieder für kleine Änderungen aufheben. An solchen Stellen möchte man gern wissen, ob man nun besser nach oben oder unten abweichen darf. Dies zeigen die höheren Glieder. Auch sonst kann der Einfluß der Glieder niedrigerer Ordnung verschwinden, während die höheren einen Beitrag liefern. Das quadratische Glied diente seinerzeit [5] zur Aufklärung des gemessenen Abtriebes am Kreisabschnittprofil für den Anstellwinkel Null. Der Verdichtungsstoß bleibt z. B. allein übrig beim nicht angestellten unendlich dünnen Kreisbogenprofil.

II. Zylindrische Strömungsfelder.

1. Schräg angeblasener Tragflügel.

In der eigentlichen ebenen Strömung sollen die Stromlinien in Ebenen verlaufen und alle diese Strömungsebenen durch Verschiebung normal zu diesen Ebenen ineinander übergehen. Verzichtet man auf die Bedingung, daß die Stromlinien in Ebenen verlaufen, so gibt es auch dann noch Strömungen, deren Zustände und Geschwindigkeitsvektoren bei der Verschiebung solcher Ebenen in der Richtung ihrer Normalen erhalten bleiben. Diese Strömungen verlangen zylindrische Wände als Grenzbedingungen wie die ebene Strömung. Man unterscheidet gewöhnlich nicht zwischen den ebenen und den zylindrischen Strömungsfeldern, weil die Potentialströmungen sich im zylindrischen Fall nur um eine konstante Geschwindigkeitskomponente senkrecht zur Ebene von den ebenen Strömungen unterscheiden. Man erhält demnach aus einer zylindrischen Strömung eine ebene Strömung, wenn man den Beobachter mit einer bestimmten Geschwindigkeit achsial bewegt. Alle Erscheinungen, die von der achsialen Geschwindigkeit der zylindrischen Grenzen unabhängig sind, bleiben dieselben wie bei der ebenen Strömung. Die Reibung in der Grenzschicht dagegen erfährt eine Veränderung.

Das zylindrische Strömungsfeld um den schräg angeblasenen Tragflügel (Abb. 4) kann man nach diesen Überlegungen soweit in eine ebene Strömung verwandeln, als es sich um die Berechnung der Druckkräfte auf den Tragflügel handelt. Die achsiale Geschwindigkeitskomponente fällt für die Erzeugung von Drücken völlig fort. Sie ändert jedoch die Bezugsgrößen der Strömung. Man muß bei einer Schräganblasung um den Winkel φ unterscheiden den wirklichen Staudruck q_0 der Strömung und den wirksamen Staudruck q, der die achsiale Komponente der Anblasegeschwindigkeit nicht einhält. Zwischen beiden besteht die Beziehung:

$$q = q_0\cdot\cos^2\varphi \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (24)$$

Genau in gleicher Weise gibt es eine wirkliche Machsche Zahl $M_0 = \frac{w_0}{c}$ und daneben eine wirksame Machsche Zahl $M = \frac{w}{c}$ mit der Beziehung:

$$M = M_0\cos\varphi \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (25)$$

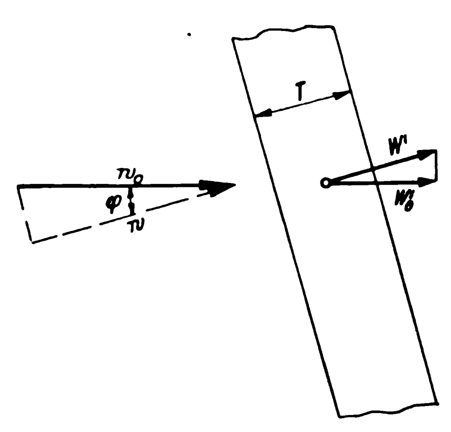


Abb. 4. Schräg angeblasener Tragflügel.

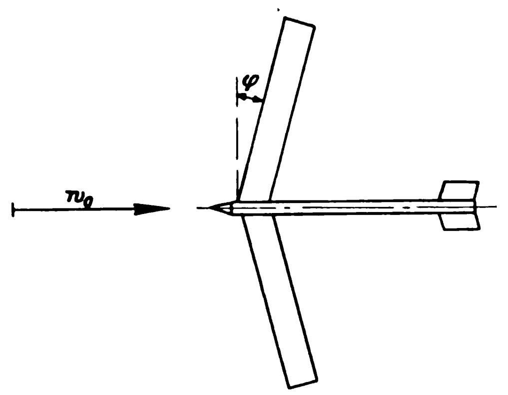


Abb. 5. Pfeilförmiges Tragwerk.

Denn die Dichte ϱ und die Schallgeschwindigkeit c werden von der Schrägstellung des Tragflügels gegenüber der Windrichtung nicht betroffen.

2. Pfeilförmige Tragwerke.

Bei den ebenen Strömungen ergab sich, daß die besten Gleitzahlen bei bestimmten Machschen Zahlen erreicht werden, die wenig über der Schallgeschwindigkeit liegen. Es wäre bedauerlich, wenn damit das letzte Wort über die günstigsten Gleitzahlen überhaupt gesprochen wäre. Nun zeigt die Gleichung (25), daß sich die wirksamen Machschen Zahlen durch Schrägstellung der Tragflügel erniedrigen lassen. Es müßte daher lohnen, allgemein die pfeilförmigen Tragwerke (Abb. 5), auf ihre Gleitzahl bei Überschallgeschwindigkeit hin zu untersuchen.

Die Pfeilform der Tragwerke ist schon dadurch günstig, daß die Druckwirkungen in der Richtung des Auftriebes voll zur Geltung kommen, während sie in Richtung des Widerstandes nur mit einer Komponente in die Flugrichtung fallen (vgl. Abb. 4). Wenn man nun durch die Verringerung der wirksamen Machschen Zahl größere Flächenbelastungen bei gleichen Anstellwinkeln oder gleiche Flächenbelastungen mit geringeren Anstellwinkeln erreicht, wird der Einfluß der Schubspannungen der Reibungsschicht relativ geringer. Absolut kann man natürlich die Reibung durch die Pfeilform nicht beeinflussen.

3. Berechnung des günstigsten Pfeilwinkels.

Um alle Überlegungen der ebenen Strömung um den Tragflügel, soweit es geht, verwenden zu können, soll das Profil und der Anstellwinkel unverändert senkrecht zur Tragflügelachse gemessen werden. Der ganze Tragflügel ist nur um den Winkel φ in die Pfeilstellung hineingeschwenkt (vgl. Abb. 5). Der Winkel φ ist damit der Winkel der Schräganblasung für den einzelnen Tragflügel. Änderungen gegen früher treten dadurch ein, daß die Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte c_{w0} und c_{a0} auf den wirklichen Staudruck q_0 zu beziehen sind. Außerdem ist die Widerstandsrichtung neu zu orientieren. Da der Auftrieb allein von den Druckkräften herrührt, gilt für ihn:

$$c_{a_0} = c_a \cdot \cos^2\varphi = 2\,C_1 \cdot \overline{\beta} \cdot \cos^2\varphi \quad \ldots \quad (26)$$

Denn c_a bezog sich auf den wirksamen Staudruck q. Ebenso ist C_1 auf die wirksame Machsche Zahl bezogen.

Die Änderung des Widerstandsbeiwertes ist leichter bei seiner Unterteilung auf Druck- und Reibungsanteil aufzustellen. Zunächst kann man den Reibungsanteil ganz unverändert hinschreiben:

$$c''_{w_0} = 2\,c_f \quad \ldots\ldots\ldots \quad (27\,\mathrm{a})$$

Denn hier ist Betrag und Richtung von der Pfeilform unabhängig. Beim Druckwiderstand W_0' ergibt die veränderte Orientierung $W_0' = W' \cdot \cos\varphi$, weil nur ein Teil des Druckwiderstandes in die Flugrichtung fällt (vgl. Abb. 4). Für c_{w0}' kommt dann ebenso wie bei c_0' die Unterscheidung von wirklichem und wirksamem Staudruck hinzu. Daher erhält man nach Gleichung (6c):

$$c'_{w_0} = c'_w \cdot \cos^3\varphi = C_1 \cdot \cos^3\varphi\,(B_{2u} + B_{2o} + 2\,\overline{\beta}^2) \quad (27\,\mathrm{b})$$

Die Vereinigung der Anteile nach Gleichung (27a) und (27b) liefert:

$$c_{w_0} = 2\,c_f + C_1 \cdot \cos^3\varphi\,(B_{2u} + B_{2o} + 2\,\overline{\beta}^2) \quad \ldots \quad (28)$$

Der Faktor C_1 in den Gleichungen (26) bis (28) bedeutet:

$$C_1 = \frac{2}{\sqrt{M^2 - 1}} = \frac{2}{\sqrt{M_0^2 \cdot \cos^2\varphi - 1}} \quad \ldots \quad (29)$$

Nach diesen Abänderungen der Werte c_{a0} und c_{w0} zur Erfassung der Pfeilform kann man auch die Gleitzahl des pfeilförmigen Tragwerkes berechnen:

$$\varepsilon = \frac{c_{w_0}}{c_{a_0}} = \left[\frac{1}{2}\,c_f\,\frac{\sqrt{M_0^2 \cdot \cos^2\varphi - 1}}{\cos^2\varphi} + \frac{1}{2}\,(B_{2u} + B_{2o})\cos\varphi\right]\frac{1}{\overline{\beta}} + \overline{\beta} \cdot \cos\varphi \quad \ldots \quad (30)$$

Bei Vernachlässigung der Reibung ergibt sich sofort eine Verbesserung, wie zu vermuten war. Die Verbesserung auch bei Berücksichtigung der Reibung kommt indirekt heraus, so daß man zunächst besser den günstigsten Anstellwinkel für die Pfeilform sucht. Sicher geht man nur dann in die Pfeilform, wenn man die günstigste Machsche Zahl des gerade angeblasenen Tragflügels schon überschritten hat, dann kann man aber den Anstellwinkel $\overline{\beta}_{\mathrm{opt}}$ erreichen, ohne die Grenze $\overline{\beta}_{\mathrm{max}}$ nach Gleichung (13) zu überschreiten. Für die Pfeilform ergibt sich dabei:

$$\overline{\beta}_{\mathrm{opt}} = \sqrt{\frac{1}{2}\,c_f\,\frac{\sqrt{M_0^2 \cdot \cos^2\varphi - 1}}{\cos^3\varphi} + \frac{1}{2}\,(B_{2u} + B_{2o})} \quad (31)$$

Bei diesem Anstellwinkel erhält man die niedrigste Gleitzahl für gegebene Pfeilform:

$$\varepsilon_{\mathrm{min}} = \sqrt{2\,c_f\sqrt{M_0^2 - \frac{1}{\cos^2\varphi}} + 2\cos^2\varphi\,(B_{2u} + B_{2o})} \quad (32)$$

Solange der günstigste Anstellwinkel nicht durch die Bedingung Gleichung (13) unerreichbar ist, bekommt man auf jeden Fall bedeutende Verbesserungen der Gleitzahl. Nicht nur das von der Form abhängende Glied, sondern auch das Reibungsglied verringert sich beträchtlich. Schreibt man nun statt $\cos\varphi$ das Verhältnis $\frac{M}{M_0}$, so ergibt sich:

$$\varepsilon_{\mathrm{min}} = \sqrt{2\,c_f\,\frac{M_0}{M}\sqrt{M^2 - 1} + 2\,\frac{M^2}{M_0^2}\,(B_{2u} + B_{2o})} \quad (32\,\mathrm{a})$$

Bei den höheren Machschen Zahlen M_0 kommt man nicht unbedingt unter den günstigsten Wert der Gleitzahl für die Strömung mit der Machschen Zahl M. Denn der Formeinfluß wird zwar geringer, aber der Reibungseinfluß wird etwas erhöht. Solange die Form jedoch entscheidend ist, kommt man sicher unter die Gleitzahl, die man bei der Strömung mit der Machschen Zahl M selbst erreichen würde.

Diese Betrachtung der Gleitzahlen könnte dazu verleiten, eine künstliche Erhöhung der Machschen Zahl als erwünscht anzusehen, um sie dann durch Pfeilform wieder erniedrigen zu können. So ein pfeilförmiger Autogiro bedeutet aber trotzdem keine Verbesserung. Denn es kommt ja nicht auf den Widerstand an, den der gewünschte Auftrieb verursacht, sondern es kommt auf die Leistung an, die erforderlich ist, um den Auftrieb erzeugen zu können. Multipliziert man die Gleitzahlen daher mit den Geschwindigkeiten, so fällt der scheinbare Vorteil sofort wieder weg. Diese Bemerkung gilt aber noch allgemeiner: Wenn man bei Überschallgeschwindigkeit wieder Gleitzahlen erhält, die mit denen bei geringen Geschwindigkeiten vergleichbar sind, so ist damit noch nicht gesagt, daß man sie technisch verwerten kann. Sie kosten entsprechend der höheren Geschwindigkeit gesteigerte Leistungen, diese wieder größere Gewichte usw. Die technischen Aufgaben beginnen daher erst, nachdem jetzt die Größe der Gleitzahlen bekannt ist.



III. Kegelige Strömungsfelder.

1. Besonderheiten der Überschallströmung.

Die in den beiden voraufgehenden Kapiteln angestellten Rechnungen legen den unendlich langen Tragflügel zugrunde. Man muß nun die Frage aufwerfen, ob die dortigen Ergebnisse eine genügende Bedeutung für den Tragflügel endlicher Länge haben. Um hierauf antworten zu können, muß erst eine Besonderheit der Überschallströmungen hervorgehoben werden, die sie wesentlich von den Unterschallströmungen und den Flüssigkeitsströmungen unterscheidet. In der Flüssigkeitsströmung und der Unterschallströmung hat jede Veränderung der Grenzbedingungen grundsätzlich an jedem Ort des ganzen Strömungsfeldes einen Einfluß. Bei den Flüssigkeitsströmungen kennt man zwar das Maß, mit dem die Änderungen mit der Entfernung vom Orte der Abänderung abklingen. Aber gerade in diesem Punkte sollte eine neuartige Strömung mit Vorsicht angefaßt werden.

Wer mit solchen Zweifeln an die Frage herangeht, der wird von der Überschallströmung angenehm überrascht. Betrachtet man einen Punkt P in der Überschallströmung, so beschränken sich die Orte, an denen eine im Punkte P erzeugte Änderung der Strömung spürbar wird, allein auf einen Teil der Strömung, der innerhalb des stromabwärts sich öffnenden Machschen Kegels mit der Spitze in P liegt. Dieser »Nachkegel« von P wird allein von P aus beherrscht. Ebenso muß es nun auch Orte in der Strömung geben, die keinen Einfluß auf die Strömung in P haben, und solche, deren Einfluß bis P reicht. Die Orte, deren Einfluß in P spürbar wird, umfaßt die stromaufwärts gerichtete Verlängerung des Machschen Kegels, der »Vorkegel« von P. Um beide Kegel herum bleibt ein Ringraum übrig, der völlig beziehungslos zur Strömung in P steht. Eine gegenseitige Abhängigkeit von zwei Orten, wie sie in der Unterschallströmung und in der Flüssigkeitsströmung für alle Orte vorliegt, fehlt in der reinen Überschallströmung völlig.

Kennt man diese Eigenart der Überschallströmung, so fällt der Einwand fort, daß die ebene Strömung den unendlich langen Tragflügel, den es nicht gibt, behandle. Für die Punkte des mittleren Teiles eines Tragflügels liegen die Enden des Tragflügels bei geeigneter Auswahl nicht mehr im Vorkegel. Für diese Punkte ist die Überschallströmung unabhängig davon, wie lang der Tragflügel ist. Für einen großen Teil eines Tragflügels mit großem Seitenverhältnis gelten daher exakt die Drücke der ebenen oder der zylindrischen Strömung.

2. Tragflügelenden.

Von der Flüssigkeits- oder Unterschallströmung her ist die Bedeutung der Tragflügelenden so bekannt, daß man auch für die Überschallströmung wissen möchte, was in der Nähe der Enden geschieht. Bei der Überschallströmung kann man sich dieser Frage dadurch entledigen, daß man, so merkwürdig es klingt, die Enden abschneidet. Man kann das

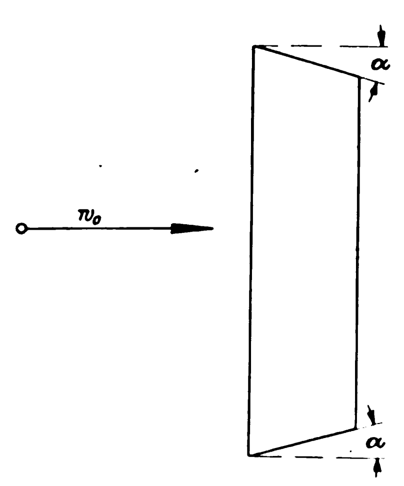


Abb. 6. Tragflügel ohne seitlichen Rand.

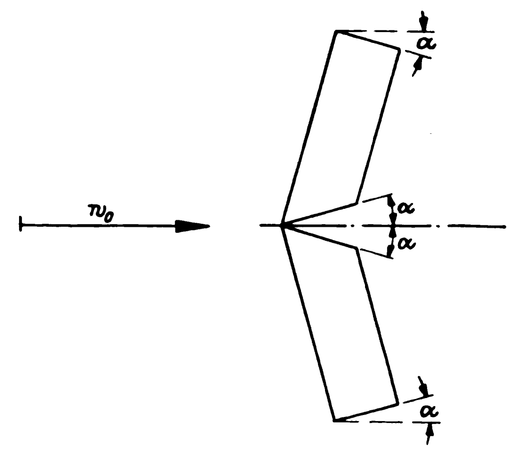


Abb. 7. Pfeilförmiges Tragwerk ohne seitliche Ränder.

aber auch etwas weniger paradox aussprechen: In der Überschallströmung braucht man nicht zu fragen, was hinter der Hinterkante los ist. Bleibt dort eine reine Überschallströmung, so hat diese keine Rückwirkung auf den Tragflügel selbst. Wie man vom schräg angeblasenen Tragflügel her erkennt, kann man nun aber die Hinterkante auch in anderen Richtungen als genau senkrecht zur Strömung verlaufen lassen, ohne die Strömung hinter ihr beachten zu müssen. Zieht man die Hinterkante unter erlaubten Winkeln nach vorn, bis sie die Vorderkante schneidet, so hat man einen Tragflügel ohne seitlichen Rand. Da die Hinterkante solange als hintere Begrenzung wirkt, bis sie geringere Winkeldifferenz gegenüber der Strömungsgeschwindigkeit als den Machschen Winkel α hat, kann man schließlich ein Trapez als Tragflügel ohne seitlichen Rand benutzen, dessen lange Seite voraus fliegt (Abb. 6 und 7). Auf diesem ganzen Trapez sind die Drücke genau wie bei der ebenen Strömung.

3. Randwiderstand (induzierter Widerstand).

Wenn man erkennt, daß man Tragflügel ohne seitlichen Rand herstellen kann, auf die dieselben Drücke wie auf den unendlich langen Tragflügel wirken, so bleibt scheinbar kein Raum mehr für den sog. Randwiderstand. Man könnte zwar durch den schrägen Abschnitt verpflichtet sein, gute Teile in höherem Maße abzuschneiden als schlechte. Für die unendlich dünne ebene Platte ist aber auch dies nicht der Fall. Dennoch sind die Beweise Prandtls, daß es einen Randwiderstand für den endlichen Tragflügel geben muß, so zwingend, daß sie auch für die Überschallströmung nichts an Kraft verlieren. Der große Unterschied ist aber folgender: Bei der idealen Flüssigkeitsströmung gab es keinen Widerstand für den unendlich langen Tragflügel. Der einzige Widerstand, den auch die ideale Flüssigkeit beim endlichen belasteten Tragflügel kennt, ist der Randwiderstand. Er ist den durch Reibung verursachten ganz anders gearteten Widerständen additiv hinzuzufügen.

Die Überschallströmung hat auch im reibungslosen Fall schon Widerstände, die Wellenwiderstände. Daher braucht hier nicht unbedingt ein Additionsgesetz für Randwiderstand und Wellenwiderstand zu gelten. Beide Widerstände müssen die Unruhe im Nachstrom des Tragflügels vielmehr gemeinsam decken. Wie sie sich darin teilen, ist physikalisch nicht vorgeschrieben. Beim Tragflügel ohne seitlichen Rand kann man sich durchaus zu der Auffassung bekennen, daß der Wellenwiderstand die Energie alleine deckt. Es hört demnach bei Überschallgeschwindigkeit nicht etwa der Randwiderstand selbst, wohl aber sein Additionsgesetz auf. Sobald man nun versucht, den Wellenwiderstand klein zu halten, merkt man, daß sich nicht auch zugleich die Spannweite klein halten läßt. Bei gleichem Gesamtauftrieb muß man bei Verringerung des Anstellwinkels größere Spannweite oder größere Flügeltiefe wählen. Der Schrägabschnitt an den Seiten gestattet jedoch nicht, über jede Grenze hinaus nur mit Vergrößerung der Flügeltiefe auszukommen. So-



bald aus dem trapezförmigen Flügel (Abb. 6) durch Vergrößerung der Flügeltiefe ein dreieckiger Flügel geworden ist, kann man eine weitere Verringerung des Wellenwiderstandes nur noch durch Vergrößerung der Spannweite erzielen. Beim dreieckigen Tragflügel ohne seitlichen Rand findet man für die reibungslose ebene Platte mit der Spannweite b und der größten Tiefe:

$$T = \frac{1}{2} b \cdot \operatorname{cotg} \alpha = \frac{1}{2} b \sqrt{M^2 - 1}$$

einen Wellenwiderstand nach (6b):

$$W' = 2\, C_1 \cdot \bar{\beta}^2 \cdot q \cdot b \cdot \frac{1}{2} T = \frac{(A')^2}{C_1 \cdot q \cdot b \cdot T} = \frac{(A')^2}{C_1 \cdot q \cdot \frac{1}{2} b^2 \sqrt{M^2 - 1}} \cdot$$

Setzt man nun den Wert für C_1 nach Gleichung (8) ein, so ergibt sich:

$$W' = \frac{(A')^2}{q \cdot b^2},$$

d. h. ein Wert, der proportional dem erforderlichen Randwiderstand, aber sicher größer als das Minimum des Randwiderstandes bei elliptischer Auftriebsverteilung ist.

Da der Wellenwiderstand bereits als Vertreter des Randwiderstandes angesprochen werden kann, treffen die Überlegungen am unendlich langen Tragflügel schon die geeigneten Maßnahmen für die Erzeugung des Auftriebes unter Verringerung des Widerstandes.

4. Differentialgleichung für kegelige Strömungsfelder.

Will man der Frage nach der Druckverteilung in der vom Rande beeinflußten Gegend nicht durch Tricks aus dem Wege gehen, so kommt man mit den ebenen und zylindrischen Strömungen nicht aus. Die nächste Verallgemeinerung, die man hier heranziehen könnte, ist die kegelige Strömung in bezug auf den Endpunkt P der Tragflügelvorderkante. Das kegelige Strömungsfeld läßt gleichwertige Orte zueinander gelangen, wenn man die ganze Strömung geometrisch ähnlich vergrößert, wobei die Richtungen und ein Fixpunkt erhalten bleiben. Wählt man P als Fixpunkt, so gestatten die parallele Zuströmung, die geradlinige Tragflügelvorderkante und die geradlinige seitliche Begrenzung sowie die dazwischen eingespannte Ebene eine geometrisch ähnliche identische Vergrößerung. Nur die Hinterkante des Tragflügels und das andere Tragflügelende würden sich dabei verschieben. Die Nachkegel dieser Orte brauchen aber nicht mehr durch die Gebiete gehen, deren Drücke mit der kegeligen Strömung berechnet werden sollen. Das kegelige Strömungsfeld ist demnach geeignet, die Verhältnisse am Tragflügelrand zu klären. Man könnte außer dem ebenen Tragflügel auch den kegelförmig in bezug auf den vorderen Endpunkt auf oder ab gewölbten Rand betrachten.

Wir betrachten eine allgemeine räumliche Gasströmung, die ein Geschwindigkeitspotential $\Phi\ (x, y, z)$ besitzt. Diese Strömung kann man durch eine Berührungstransformation auf einen Raum abbilden, dessen Koordinaten die Geschwindigkeitskomponenten u, v, w sind. Die Abbildung wird vermittelt durch eine Funktion $\chi\ (u, v, w)$, deren Ableitungen nach den drei Geschwindigkeitskomponenten u, v oder w die Koordinaten x, y oder z des Strömungsraumes für die Stelle ergeben, wo gerade die Geschwindigkeit u, v, w herrscht. Zwischen der Funktion $\chi\ (u, v, w)$ und dem Strömungspotential $\Phi\ (x, y, z)$ besteht die folgende Beziehung:

$$\chi\,(u, v, w) = u \cdot x + v \cdot y + w \cdot z - \Phi\,(x, y, z) \quad . \; . \quad (33)$$

Es zeigt sich eine völlige Umkehrbarkeit in den Beziehungen zwischen dem Geschwindigkeitsraum und dem Strömungsraum. Daher kann man die Differentialgleichung der Strömung:

$$\Phi''_{xx}\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right) + \Phi''_{yy}\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) + \Phi''_{zz}\left(1 - \frac{w^2}{c^2}\right)$$
$$- 2\,\Phi''_{yz}\frac{v\,w}{c^2} - 2\,\Phi''_{zx}\frac{w\,u}{c^2} - 2\,\Phi''_{xy}\frac{u\,v}{c^2} = 0 \quad . \; . \quad (34)$$

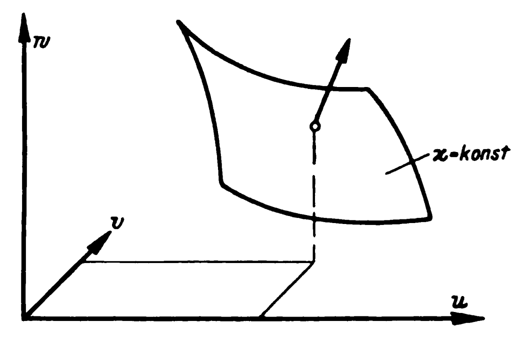


Abb. 8. Geschwindigkeitsfläche des kegeligen Strömungsfeldes.

in eine Differentialgleichung für die Funktion $\chi\ (u, v, w)$ umschreiben. Für die allgemeine räumliche Strömung bedeutet dies keine Vereinfachung. Beschränkt man sich dagegen auf zwei Koordinaten x, y und entsprechend u, v, so ergibt sich eine lineare Differentialgleichung für $\chi\ (u, v)$ aus (34). Hierauf beruht die Entwicklung der ebenen Überschallströmung.

Bei der kegeligen Strömung kann man P in den Koordinatenanfangspunkt des x, y, z-Raumes legen. Alle Punkte eines Strahles durch P haben im kegeligen Strömungsfeld dieselben Geschwindigkeitskomponenten u, v, w. Benutzt man daher die Strahlen durch P zur Integration des Strömungspotentiales $d\Phi = u \cdot dx + v \cdot dy + w \cdot dz$, so erhält man $\Phi = u \cdot x + v \cdot y + w \cdot z +$ konst. Dieser Wert führt aber in der Gleichung (33) zu dem Ergebnis, daß die kegelige Strömung nur eine einzige Fläche

$$\chi\,(u, v, w) = \text{konst} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (35)$$

besitzt. Diese Fläche stellt die überhaupt vorkommenden Geschwindigkeiten dar und vermittelt zugleich die Abbildung. Denn die Normale dieser Fläche im Punkte u, v, w gibt sofort die Richtung des Strahles durch P an, auf dem die Geschwindigkeit u, v, w vorkommt (Abb. 8). Die Fläche gibt also die vorkommenden Geschwindigkeiten, ihre Normale den Ort an, wo diese Geschwindigkeiten vorkommen. Unter Bevorzugung einer Komponente kann man statt Gleichung (35) auch schreiben:

$$w = f\,(u, v) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (35\text{a})$$

Für die Funktion χ oder die davon abgeleitete Funktion f liefert die Differentialgleichung der Gasströmung (34) folgende Bedingung:

$$f''_{vv}\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right) + f''_{uu}\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) + 2\,f''_{uv}\,\frac{u\,v}{c^2}$$
$$+ \left(f''_{vv}\,f'^2_u + 2\,f''_{uv}\,f'_u\,f'_v + f''_{uu}\,f'^2_v\right) \cdot \left(1 - \frac{w^2}{c^2}\right)$$
$$+ 2\,(f''_{vv}\,f'_u - f''_{uv}\,f'_v)\,\frac{w\,v}{c^2} + 2\,(f''_{uu}\,f'_v - f''_{uv}\,f'_u)\,\frac{w\,u}{c^2} = 0 \quad (36)$$

Diese Differentialgleichung bestimmt die Gestalt der Fläche χ. Um die Bedeutung dieser Gleichung für ein einzelnes Flächenelement zu erkennen, sollen statt der willkürlichen Richtungen u, v, w gegenüber dem gleichen Koordinatenanfangspunkt besonders gerichtete Koordinaten U, V, W eingeführt werden, so daß W senkrecht zum betrachteten Flächenelement geht und der betrachtete Punkt auf der UW-Ebene liegt (Abb. 9). Es ist dann $V = 0$, $f_U' = 0$ und $f_V' = 0$. Denkt man sich die Gleichung (36) identisch in U, V, W umgeschrieben, so vereinfacht sie sich für das betrachtete Element zu

$$f''_{VV}\left(1 - \frac{U^2}{c^2}\right) + f''_{UU} = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (36\text{a})$$

Führt man noch mit R_U und R_V die Krümmungsradien der Fläche in den Richtungen U und V ein, so kann man dafür auch schreiben:

$$R_U\left(1 - \frac{U^2}{c^2}\right) + R_V = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (36\text{b})$$



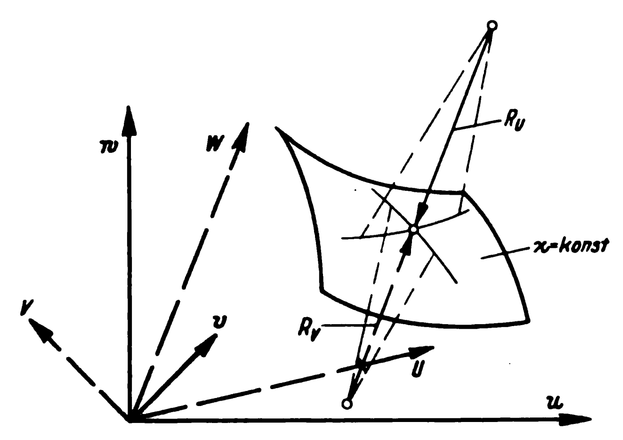


Abb. 9. Krümmungen der Geschwindigkeitsfläche.

Für verschwindende Komponente U oder unendliche Schallgeschwindigkeit geht die Gleichung in die Differentialgleichung für die Seifenhaut über: $R_U + R_V = 0$. Die sattelförmige Krümmung der Fläche bleibt mindestens solange erhalten, wie die Komponente U kleiner als die Schallgeschwindigkeit c ist.

5. Achsial angeblasene Kegelspitze.

Schränkt man das kegelige Strömungsfeld noch weiter ein, indem man zugleich Achsensymmetrie verlangt, so wird aus der Fläche χ eine Rotationsfläche. Auf diese Weise kann man die parallel zur Achse angeblasene Spitze eines Kreiskegels darstellen. Die Gestalt der Rotationsfläche ist dann durch die Gestalt ihrer Erzeugenden in einem Achsenschnitt bestimmt. Auf diese Weise konnte ich die Drücke auf kegelförmige Spitzen berechnen, die sich nach meinem Vortrag auf der Prager Physikertagung in guter Übereinstimmung mit den gleichzeitig im Windkanal gemessenen Werten befanden [6]. Um die früheren Bezeichnungen nach Möglichkeit beizubehalten, soll die u-Achse die Achse der Rotationsfläche darstellen (Abb. 10). Die v-Achse liegt in dem gezeichneten Achsenschnitt und die w-Achse liegt senkrecht dazu. Mit dem auf diese Weise frei gewordenen Buchstaben w werden dann die Geschwindigkeitsbeträge bezeichnet. Die Koordinaten U, V, W liegen beim Zeichnen eines bestimmten Linienelementes der Erzeugenden so, daß V normal zur Zeichenebene verläuft, die Richtung U verläuft tangential, die Richtung W normal zum Linienelement. Dann gibt der Krümmungsradius R_U die Krümmung der Erzeugenden an. R_V ist die Krümmung in der Richtung senkrecht dazu, wenn man die Erzeugende rotieren läßt. Der Krümmungsmittelpunkt in dieser Richtung muß zugleich auf der Rotationsachse und auf der Normalen durch das Linienelement liegen. Der Krümmungsradius R_V ist demnach gleich dem Stück der Normalen zwischen Linienelement und u-Achse. Durch die Richtung

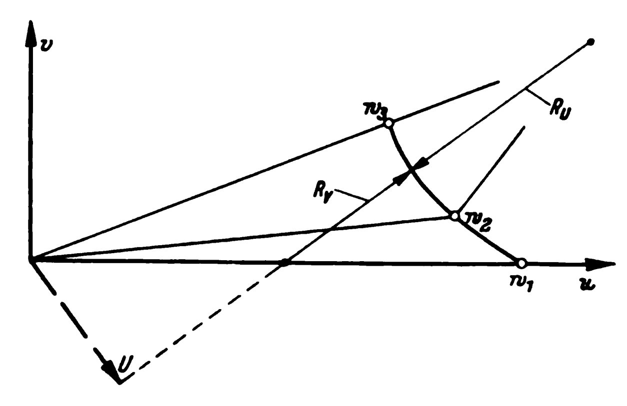


Abb. 10. Konstruktion der Erzeugenden für die Geschwindigkeitsfläche bei achsensymmetrischer Strömung (gerade angeblasener Kreiskegel).

und den Ort eines Linienelementes sind die Geschwindigkeitskomponente U sowie der Krümmungsradius R_V gegeben. Nach Gleichung (36b) ergibt sich daraus die Krümmung des Linienelementes:

$$R_U = -\frac{R_V}{1 - \frac{U^2}{c^2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (36\text{c})$$

Man kann demnach den Verlauf der Erzeugenden zeichnerisch ermitteln. Die Schallgeschwindigkeit c ist durch den Betrag der Geschwindigkeit w bestimmt, z. B. für vollkommene Gase in folgender Weise:

$$c^2 = \frac{\varkappa - 1}{2}\,(w_{\max}^2 - w^2) \quad \ldots\ldots \quad (37)$$

Die Grenzbedingungen lauten beim Kegel, daß der Beginn der Ablenkung von der Geschwindigkeit w_1 bis zur Geschwindigkeit w_2 durch einen Verdichtungsstoß erfolgen muß. Hier beginnt erst die nach Gleichung (37c) gezeichnete Linie. Am Schluß muß die Geschwindigkeit w_3 tangential zum Kegel verlaufen, also normal zur Rotationsfläche bzw. ihrer Erzeugenden (vgl. Abb. 10).

6. Störung der Potentialströmung durch Verdichtungsstöße.

Die Berührungstransformation Gleichung (33) war an das Vorhandensein eines Strömungspotentiales gebunden. Nun ist der achsial angeblasene Kegel wohl eine von den wenigen kegeligen Strömungen, die trotz der auftretenden Verdichtungsstöße eine Potentialströmung bleiben. Die gleichzeitige Achsensymmetrie und Kegeligkeit lassen keine Verschiedenheit der Entropie auf benachbarten Stromfäden zu. Unter diesen Umständen bilden sich keine Wirbel. Schon beim schräg angeblasenen Kegel haben aber die Verdichtungsstöße verschiedene Stärke und die Potentialströmung geht dadurch verloren. Durch die Berechnungen im ersten Kapitel wird zwar deutlich, daß die Verdichtungsstöße erst bei verhältnismäßig großen Umlenkungen Bedeutung erhalten und andere Forscher setzen auch vielfach für die Überschallströmung die Erhaltung der Potentialströmung voraus. Doch kann man nie wissen, wieweit eine Differentialgleichung noch zu brauchbaren Lösungen führt, wenn eine von ihren Voraussetzungen nicht erfüllbar ist.

Es gibt nun aber ein hypothetisches Gas, das von Entropievermehrungen frei ist, wenn man keine größeren Ablenkungen verlangt als bis zum Machschen Winkel. Dieses Gas läßt sich sogar unter die vollkommenen Gase einreihen, wenn man keinen Anstoß daran nimmt, daß das Verhältnis seiner spezifischen Wärmen den Wert $\varkappa = c_v/c_p = -1$ bekommt. Es ist dasselbe Gas mit geradliniger Adiabate im Druckvolumen-Diagramm, das Tchapliguine und Demtschenko entdeckt haben, weil bei ihm die ebene Strömung mit freien Strahlgrenzen zur konformen Abbildung genau wie bei Flüssigkeiten führt [7]. Dieses Gas behält also auch bei Überschallgeschwindigkeit seine angenehmen Eigenschaften; es sieht nur den wirklichen Gasen nicht ganz ähnlich. Für die Schallgeschwindigkeit erhält man z. B. nach Gleichung (37) den Verlauf:

$$c^2 = w^2 - w_{\min}^2, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (37\text{a})$$

d. h. die Schallgeschwindigkeit wächst mit der Strömungsgeschwindigkeit, statt daß sie abnimmt. Die Charakteristiken dieses Gases in der Geschwindigkeitsebene sind gerade Linien, die den Kreis mit dem Radius $w_{\min}$ berühren. Daher besteht bei dem Gas die Strömung um die Ecke aus einer einzigen unstetigen Verdünnung. Plötzliche Verdichtungen und Verdünnungen erfolgen stets unstetig, doch sind diese Unstetigkeiten umkehrbar, so daß ihnen der eigentliche Stoßcharakter, d. h. die nicht umkehrbare Entropievermehrung fehlt. Selbstverständlich erhält man bei diesem Gase in der Reihenentwicklung des Druckes den Koeffizienten $D = 0$ nach Gleichung (19), weil gerade durch D der Unterschied zwischen stoßweiser und adiabatischer Verdichtung erfaßt wird.



Da bei der Aufstellung der Differentialgleichung (36) vorausgesetzt wird, daß es sich um eine Potentialströmung handelt, wird man brauchbare Lösungen nur dann erwarten können, wenn die gesuchte Strömung annähernd eine Potentialströmung ist. In solchen Fällen würde man neben der Differentialgleichung (36) noch die Schallgeschwindigkeit für wirkliche Gase nach Gleichung (37) ansetzen. Stößt man bei diesem Vorgehen jedoch auf Schwierigkeiten, so hat man die Möglichkeit, die Unstimmigkeiten auf der physikalischen Seite des Ansatzes durch Verwendung des hypothetischen Gases mit der Schallgeschwindigkeit nach (37a) zu beseitigen. Da bei der Reihenentwicklung des Druckes die Gasart schon das zweite Glied, die Verdichtungsstöße erst das dritte Glied betrafen, sollte man erwarten, praktisch brauchbare Ergebnisse in vielen Fällen noch mit der Schallgeschwindigkeit für wirkliche Gase nach Gleichung (37) zu bekommen.

Die ebene und zylindrische Strömung ist ein Grenzfall der kegeligen Strömung. Im Grenzfall selbst wird die χ-Fläche eine Ebene. Man muß daher zur Grenze übergehen, indem man die Dimension senkrecht zur Fläche im Maßstab entsprechend vergrößert. Auf diese Weise erhält man einen stetigen Übergang von der kegeligen Strömung zur ebenen Strömung. Dieser Anschluß an die ebene Strömung legt es nahe, die χ-Fläche für den Fall U größer als c in (36b) als Polyeder anzunehmen, wie man das bei der zeichnerischen Behandlung von ebenen Überschallströmungen tut. Es bedarf jedoch noch der Untersuchung, wie weit dies möglich ist.

7. Kegelige Strömungsfelder an Tragflügelrändern.

In diesem Schlußabschnitt können leider noch keine wirklichen Lösungen kegeliger Strömungen angegeben werden. Es soll vielmehr an Hand der mutmaßlichen Gestalt der χ-Flächen für den Außenrand eines Tragflügels und für den Knick in der Mitte eines pfeilförmigen Tragwerkes gezeigt werden, welche Druck- und Geschwindigkeitsverhältnisse erwartet werden können. In Abb. 11 ist der Rand eines rechteckigen, gerade angeblasenen Tragflügels dargestellt. Die ungestörte Anblasegeschwindigkeit w verändert sich außerhalb der Randzonen in w_o für die Oberseite und w_u für die Unterseite. Starke Abweichungen von diesen Geschwindigkeiten sind nur in der Nähe des Tragflügelrandes zu erwarten. In größerer Entfernung von den Punkten w, w_o und w_u muß die χ-Fläche daher mit ihren Normalenrichtungen nahezu in die Richtung der Tragflügelkante, also beim rechteckigen Tragflügel in die gemeinsame Richtung von w_o und w_u fallen. Die χ-Fläche ist demnach beinahe eben und normal zu w_o und w_u. Nur ist sie zwischen w_o, w und w_u aufgeschnitten und ein Zipfel nach w_o vorgewölbt und der andere Zipfel nach w_u zurückgewölbt, wodurch die Fläche im ganzen ihre sattelförmige Krümmung erhält (Abb. 11). Die Gestalt der Fläche zeigt, daß gleichgerichtete Flächenelemente, die die Zustände an der Tragflügelober- und -unterseite wiedergeben, immer geringere Druckdifferenzen zur Tragflügelkante hin ergeben, wobei der Druck selbst an beiden Seiten immer geringer wird. Welche höchste Geschwindigkeit und welcher niedrigster Druck dabei erreicht wird, hängt von der Art des Gases ab. Wirkliche Gase erreichen nur eine endliche höchste Geschwindigkeit beim vollen Vakuum, wobei dann auch die Quergeschwindigkeitskomponente bei der Umströmung über die Schallgeschwindigkeit steigt. Das hypothetische Gas, das sicher eine Potentialströmung liefert, ist in der Höhe der Geschwindigkeit unbegrenzt und behält in der Quergeschwindigkeitskomponente stets Unterschallgeschwindigkeit. In Wirklichkeit hat man es natürlich in der Hand, der Kante einen endlichen Krümmungsradius zu geben und damit zusätzliche Stoßverluste an wirklichen Gasen bei der Umströmung der Tragflügelkante zu vermeiden.

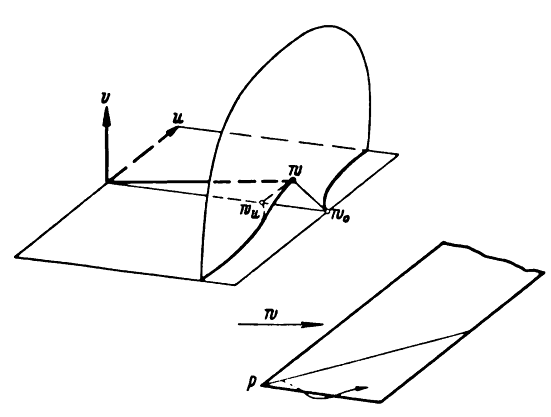


Abb. 11. Umströmung des linken Tragflügelrandes.

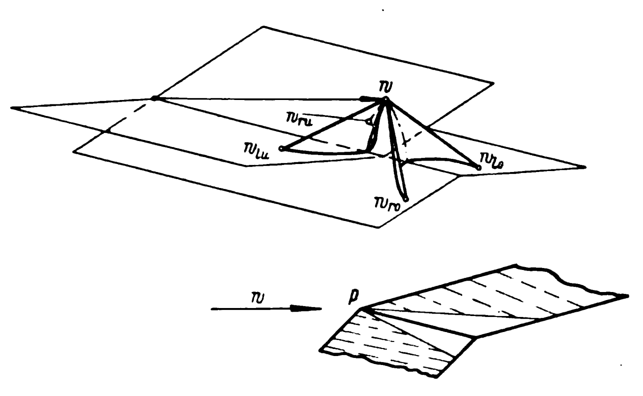


Abb. 12. Geschwindigkeitsverteilung beim Knick in der Mitte des pfeilförmigen Tragwerkes.

In Abb. 12 sind die Verhältnisse in der Mitte eines pfeilförmigen Tragwerkes untersucht, das aus zwei ebenen Platten zusammengesetzt ist. Außerhalb des Einflußbereiches des Knickes sind für den linken und rechten Tragflügel nur die Geschwindigkeiten w_{lo}, w_{lu}, w_{ro} und w_{ru} an Ober- und Unterseite zu unterscheiden, die aus der ungestörten Geschwindigkeit w entstehen. Die Zustände im Einflußbereich des Knickes sind durch sattelförmig gekrümmte Flächen gegeben, die in die Dreiecke w_{lo}, w, w_{ro} und w_{lu}, w, w_{ru} eingespannt sind. Man erkennt, daß das nach rückwärts in die Pfeilform geknickte Tragwerk im Einflußbereich des Knickes geringere Druckdifferenzen aufweist als auf dem übrigen Tragflügel. (Knickt man das Tragwerk nach vorn, so erhält man größere Druckdifferenzen.)

Die angegebenen Beispiele lassen erkennen, daß man mit den kegeligen Strömungsfeldern interessante Ergänzungen zu den ebenen und zylindrischen Strömungsfeldern erfaßt. Der Übergang ist an sich kontinuierlich, doch sind noch verschiedene Schwierigkeiten zu überwinden, um auch die kegeligen Strömungsfelder quantitativ zu beherrschen. Ich habe diese Fragen hier aufgerollt, weil die Untersuchung des Randeinflusses dorthin führt. Zeichnerisch dürfte man außer den achsensymmetrischen Fällen, die bereits bekannt sind, kaum noch weitere χ-Flächen ermitteln können. Es wäre aber doch vielleicht möglich, daß man eine verallgemeinerte Seifenhaut findet, die es erlaubt, die gesuchten χ-Flächen experimentell darzustellen[2]).

IV. Zusammenfassung.

Bei Überschallgeschwindigkeit besitzt auch der unendlich lange Tragflügel neben dem Reibungswiderstand einen Druckwiderstand, den sog. Wellenwiderstand. Unter geschickter Ausnutzung aller Eigenarten der Überschallströmung gelingt es, wieder Gleitzahlen zu erreichen, die mit denen bei geringen Geschwindigkeiten vergleichbar sind. Um diesen Gleitzahlen auch praktisch näher zu kommen,

[2]) Über Näherungsrechnungen für die Strömung am Tragflügelende auf anderer Grundlage wurde von L. Prandtl in seinem Vortrage auf der Volta-Tagung berichtet. Diese werden demnächst ausführlich veröffentlicht.

müssen noch wesentlich schlankere Profile als bisher verwandt werden. Auch bei Überschallgeschwindigkeit besitzt der Tragflügel endlicher Länge einen Randwiderstand, doch ist dieser ganz oder teilweise in dem Wellenwiderstand enthalten. Will man den Reibungs- und Wellenwiderstand klein halten, so muß man mit kleinen Flügelflächen und geringen Anstellwinkeln auskommen. Diese beiden Forderungen lassen sich nur dann vereinigen, wenn man die gegen Ablenkungen empfindlichsten Richtungen der Strömung ausnutzt, wie dies durch Anwendung pfeilförmiger Tragwerke möglich ist.

V. Schrifttum.

[1] L. Prandtl und A. Busemann, Näherungsverfahren zur zeichnerischen Ermittlung von ebenen Strömungen mit Überschallgeschwindigkeiten. Stodola-Festschrift, Zürich 1929.

[2] A. Busemann, Beitrag Gasdynamik im Handbuch der Experimentalphysik (Wien-Harms), Leipzig 1931, Bd. 4, Teilbd. 1, S. 421.

[3] Th. Meyer, Über zweidimensionale Bewegungsvorgänge in einem Gas, das mit Überschallgeschwindigkeit strömt. Forsch.-Arb. Ing.-Wes. Nr. 62 (1908).

[4] J. Ackeret, Luftkräfte auf Flügel, die mit größerer als Schallgeschwindigkeit bewegt werden. Z. Flugtechn. Motorluftsch. Bd. 16 (1925), S. 72.

[5] A. Busemann u. O. Walchner, Profileigenschaften bei Überschallgeschwindigkeit. Forsch.-Arb. Ing.-Wes., Jg. 4 (1933), S. 87.

[6] A. Busemann, Drücke auf kegelförmige Spitzen bei Bewegung mit Überschallgeschwindigkeit. Z. angew. Math. Mech. Bd. 9 (1929), S. 496.

[7] B. Demtschenko, C. R. Acad. Sci., Paris, Bd. 194 (1932), S. 1218 u. 1720.

LUFTFAHRTFORSCHUNG

Band 12 28. November 1935 Nr. 7

Gemeinsame Hauptversammlung 1935 der Deutschen Versuchsanstalt für Luftfahrt und der Vereinigung für Luftfahrtforschung.

Am 11. und 12. Oktober hielten die Deutsche Versuchsanstalt für Luftfahrt (DVL) und die Vereinigung für Luftfahrtforschung (VLF) ihre zweite gemeinsame Jahresversammlung ab.

Die diesjährige Tagung unterschied sich von der vorjährigen sehr wesentlich. Während sich im Vorjahre der Teilnehmerkreis ausschließlich aus den Mitarbeitern beider Stellen zusammensetzte, waren in diesem Jahre nicht nur alle der deutschen Luftfahrt nahestehenden Kreise hinzugezogen worden, sondern auch eine große Anzahl ausländischer Forscher eingeladen. Überdies war die gesamte deutsche Öffentlichkeit durch Bildberichte in den Zeitschriften für die neuen Anlagen der DVL interessiert worden. Die Inbetriebnahme der neuen Anlagen und die Hinzuziehung der ausländischen Forscher war bestimmend für die Gestaltung der Tagung und deutete auf die Ziele hin, die sich mit ihr verbanden.

Durch die Fertigstellung der neuen Versuchseinrichtungen der DVL, wie großer Windkanal, Luftschraubenprüfstand, Motoren- Ein-und -Mehrzylinder-Prüfhalle, schalldämpfender Prüfstand, rückt die DVL, die sich bisher mangels genügender Prüfeinrichtungen nur mit behelfsmäßigen Mitteln der Experimentalforschung widmen konnte, in die Reihe der großen, mit ausreichenden Versuchseinrichtungen ausgestatteten Forschungsanstalten ein.

Durch die Hinzuziehung der fremden Forscher sollte betont werden, daß die deutschen Arbeiten am Fortschritt der Luftfahrt nicht in strenger Abgeschlossenheit erfolgen, sondern in lebendigem Gedankenaustausch mit den entsprechenden Stellen des Auslandes weitergeführt werden sollen.

Am 10. Oktober fand zunächst die feierliche Übergabe der neuen Gebäude und Einrichtungen vom Architekten an die Deutsche Versuchsanstalt für Luftfahrt statt. Diese Feier, zu der in großem Umfange Vertreter der Luftwaffe geladen waren, gipfelte in einer Ehrung des Obersten Thomsen und des Oberstleutnants Siegert durch Aufstellung ihrer Büsten und Taufe von zwei Gemeinschaftsräumen und zweier Verkehrsflugzeuge auf ihren Namen. Siegert und Thomsen waren im Kriege die Organisatoren der deutschen Luftwaffe und gaben in dieser Eigenschaft auch der Luftfahrtforschung stärksten Antrieb.

Am 10. und 11. Oktober folgte dann in der Krolloper der eigentlich wissenschaftliche Teil der Tagung, nämlich eine Reihe von Vorträgen in- und ausländischer führender Persönlichkeiten der Luftfahrt.

Mit Rücksicht auf den sehr umfangreichen Zuhörerkreis, der sich aus Fachleuten aller Teil- und Randgebiete der Luftfahrt zusammensetzte, war die Themenstellung so gewählt worden, daß nicht nur der einzelne Fachgelehrte Interesse für die behandelte Aufgabe haben mußte, sondern darüber hinaus ganz besonders demjenigen ein Einblick in die großen Probleme der modernen Luftfahrt gegeben wurde, der auf anderen Teilgebieten tätig ist.

Folgende Vorträge wurden gehalten:

»Das Schnellflugzeug, seine Entwicklung und Zielsetzung.« Hall. F. Hibbard, Chefkonstrukteur der Lockheed Aircraft Corp., USA.

»Überblick über die Festigkeitsprobleme des Schalenbaus.« H. Wagner, Prof. a. d. Techn. Hochschule Berlin.

»Konstruktion und versuchsmäßige Erfahrungen mit Schalenrümpfen.« H. Hertel, Heinkel Flugzeugwerke.

»Probleme aus der Motorenforschung.« R. S. Capon, Royal Aircraft Establishment, England.

»Aus der Luftfahrtmedizinischen Forschung.« H. Rein, Prof. a. d. Universität Göttingen.

»Die technisch-wissenschaftliche Überwachung des Luftverkehrs.« E. T. Allen, Beratender Ing. f. Luftfahrtfragen, USA.

»Die Möglichkeiten der Funktechnik und ihre Bedeutung für die Luftfahrt.« W. Runge, Telefunkengesellschaft f. drahtlose Telegraphie.

Die von den Ausländern in englischer Sprache gehaltenen Vorträge lagen den Tagungsteilnehmern im Original und in Übersetzung gedruckt vor, so daß jederzeit zwischen Vortragenden und Zuhörern das Gefühl gegenseitigen Verstandenseins vorhanden war.

Die englischen Vorträge unterschieden sich in der Art, wie sie vorgetragen wurden, ganz eindeutig von den deutschen Vorträgen, obwohl hier wie dort die berufensten Fachleute für diese Themen zu Worte kamen. Während die englischen und amerikanischen Vortragenden an Hand eines ausgezeichneten Manuskripts ihre Themen rein sachlich behandelten, gaben die deutschen Vortragenden, insbesondere Prof. Wagner, Prof. Rein und Dr. Runge in freier Rede über eine sachliche Erörterung des Themas hinaus eine fesselnde Darstellung des Wollens, Arbeitens und Forschens auf den behandelten Gebieten und damit ein Bild von dem freudigen Eifer, mit dem heute in der deutschen Luftfahrt gearbeitet wird. Die Eigenart der Themenstellung, die Art ihrer Behandlung durch die Vortragenden sowie die für die Abrundung des Bildes der Tagung notwendige Schilderung aller Nebenveranstaltungen sind der Grund, daß die Vorträge nicht in der »Luftfahrtforschung«, sondern in einer Sondernummer des »Luftwissen« zusammen mit einem eingehenden Bericht über die anderen Veranstaltungen der Tagung veröffentlicht werden.

Der Wille der Veranstalter, engste Fühlungnahme mit den gleichen Stellen im Auslande herbeizuführen, geht aus der Tatsache hervor, daß auch den Ausländern die neuesten Forschungseinrichtungen und die modernsten Werke der deutschen Luftfahrt-Industrie gezeigt wurden, und ihnen damit die Möglichkeit einer Beurteilung des augenblicklichen Standes der deutschen Luftfahrt gegeben wurde.

Es ist zu hoffen, daß durch diese Tagung auch das Interesse des in diesem Jahre noch nicht beteiligten befreundeten Auslandes geweckt und daß diese Tagung für die Zukunft der Ausgangspunkt eines vermehrten freundschaftlichen Gedanken- und Forschungsaustausches wird.

He.

Geschwindigkeit und Richtung der Strömung um ein Tragflügelprofil.

Von F. Weinig, Berlin-Adlershof.

Die Geschwindigkeit und Richtung der Strömung in der Umgebung eines Tragflügels verdient aus verschiedenen Gründen Beachtung. So muß man sie z. B. bei Flugmessungen kennen, um die Meßgeräte der Fluggeschwindigkeit bzw. des Anstellwinkels an geeigneter Stelle anbringen zu können bzw. um zu wissen, wie man ihre Angaben korrigieren muß. Auch der Einfluß des Tragflügels auf das Leitwerk oder die gegenseitige Einwirkung der Tragflächen beim Doppeldecker sind z. T. durch die Geschwindigkeitsverteilung am Tragflügel bedingt. Wichtig ist auch die Kenntnis der Einwirkung der Tragflügelströmung auf die Strömungsverhältnisse in der Schraubenkreisebene, sei es zur Entscheidung schwingungstechnischer Fragen an den Schraubenflügelblättern und dem Triebwerk oder bei der Beurteilung des Einflusses des Flugwerkes auf den Vortriebsgütegrad der Luftschraube, eine Frage, deren Entscheidung besonders im Hinblick auf das Nur-Flügel-Flugzeug wichtig erscheint.

Aus diesem Grunde werden im folgenden Methoden angegeben, wie sich das Feld der Geschwindigkeitsverteilung um ein Tragflügelprofil wenigstens bei ebener idealer, nicht abgerissener Strömung in verhältnismäßig einfacher Weise gewinnen läßt. An dem Beispiel der Strömung um ein Joukowski-Profil wird die Methode näher erläutert.

Da sich bei gleichen Auftriebsbeiwerten erfahrungsgemäß an einem Profil in wirklicher Strömung praktisch die gleiche Druckverteilung ergibt wie in idealer, so ist auch bei gleichem Auftriebsbeiwert im Strömungsfelde die gleiche Geschwindigkeitsverteilung zu erwarten. Bei endlicher Spannweite kommt natürlich zu den Geschwindigkeiten der ebenen Profilströmung noch der Einfluß der abgehenden Wirbelflächen.

Gliederung.

1. Das Prinzip der konformen Abbildung.

Bekanntlich kann jede Funktion χ einer komplexen Veränderlichen in ihren Real- und Imaginärteil zerlegt als eine ebene Strömung einer idealen Flüssigkeit gedeutet werden. Der Realteil $\varphi = \Re(\chi)$ stellt dann das Geschwindigkeitspotential, der Imaginärteil $\psi = J(\chi)$ die Stromfunktion dar. Z. B. stellt, mit $\zeta = \xi + i\eta$

$$\chi = \varphi + i\,\psi = \chi(\zeta) = \zeta + \frac{1}{\zeta}$$

die zirkulationsfreie Strömung um einen Kreiszylinder in der $\zeta = \xi + i\,\eta$-Ebene dar, dessen Mittelpunkt in $\zeta = 0$ liegt und dessen Radius $r = 1$ ist. Im Unendlichen hat dabei die Strömungsgeschwindigkeit, die Anströmgeschwindigkeit, die Richtung der negativen ξ-Achse und ihre Größe ist $w_\infty = 1$.

Für den Bildkreis $\zeta = e^{i\alpha}$ wird

$$\chi = \varphi + i\,\psi = e^{i\alpha} + e^{-i\alpha} = 2\cos\alpha$$

somit

$$\psi = 0,\ \varphi = 2\cos\alpha.$$

Eine Parallelströmung in der $\mathfrak{z} = x + i\,y$-Ebene ($\mathfrak{w}_\infty = -1$) ist gegeben durch

$$\chi = \varphi + i\,\psi = \chi(\mathfrak{z}) = \mathfrak{z}.$$

Durch Potential und Stromfunktion dieser Strömungen können nun die Punkte der ζ-Ebene und der $\mathfrak{z}$-Ebene einander zugeordnet werden. Diese Abbildung ist konform. Eine konforme Abbildung erhält man allgemein, indem man die Ausdrücke für eine Strömung χ in beiden Ebenen $\chi(\zeta) = \chi(\mathfrak{z})$ einander gleichsetzt, also ist für die soeben beschriebenen Strömungen durch

$$\mathfrak{z} = \zeta + \frac{1}{\zeta}$$

die konforme Abbildung der ζ-Ebene auf die $\mathfrak{z}$-Ebene und umgekehrt gegeben.

Dem umströmten Kreise $\zeta = e^{i\alpha}$ entspricht in der $\mathfrak{z}$-Ebene

$$\mathfrak{z} = e^{i\alpha} + e^{-i\alpha} = 2\cos\alpha$$

eine umströmte Strecke, die aus der x-Achse den Bereich $x = -2$ bis $x = +2$ herausschneidet. Die beiden Seiten des Kreises entsprechen den beiden Seiten der Strecke. Den Verzweigungspunkten E_0 in $\zeta = +1$ und A in $\zeta = -1$ der Bildkreisebene ζ entsprechen die Verzweigungspunkte E_0 in $\mathfrak{z} = +2$ und A in $\mathfrak{z} = -2$ der Profilebene $\mathfrak{z}$.

Es möge nunmehr an Stelle des Streckenprofils in der $\mathfrak{z}$-Ebene ein anderes Profil zirkulationsfrei umströmt werden. Diese Strömung sei wieder

$$\chi = \chi(\mathfrak{z}).$$

Durch Elimination von χ aus $\chi(\mathfrak{z}) = \chi(\zeta)$ erhält man dann die konforme Abbildung des Äußeren des Profils auf das Äußere des Kreises durch die Abbildungsfunktion $\mathfrak{z} = \mathfrak{z}(\zeta)$.

2. Die Geschwindigkeitsverteilung im Felde der Profile im allgemeinen.

Die Geschwindigkeit der Strömung um das Profil ist bekanntlich gegeben durch

$$\frac{d\chi}{d\mathfrak{z}} = -\overline{\mathfrak{w}} = -\mathfrak{u} + i\,\mathfrak{v}.$$

Die Geschwindigkeit kann aber auch unter Benutzung der Abbildungsfunktion und durch entsprechende Differenziation in der ζ-Ebene erhalten werden:

$$\frac{d\chi}{d\mathfrak{z}} = -\mathfrak{u} + i\,\mathfrak{v} = \frac{d\chi}{d\zeta}\cdot\frac{d\zeta}{d\mathfrak{z}} = \frac{d\chi/d\zeta}{d\mathfrak{z}/d\zeta}.$$

Die Linien konstanter Geschwindigkeitskomponenten der Strömung in der $\mathfrak{z}$-Ebene und ihre Bilder in der ζ-Ebene zeigen also ein ähnliches Verhalten wie Potentiallinien und Stromlinien, da sie ebenfalls Real- und Imaginärteil der Funktion einer komplexen Veränderlichen sind.

Statt durch ihre Komponenten u und v kann eine Geschwindigkeit auch durch ihre Größe w und Richtung $\bar{\nu}$ dargestellt werden. Diese Größen erhält man aus $-\mathfrak{w} = -\mathfrak{u} + i\mathfrak{v}$ unter Benutzung des Supplements zu $\bar{\nu}$: $\nu = \pi - \bar{\nu}$ durch Logarithmieren

$$\ln\frac{d\chi}{d\mathfrak{z}} = \ln -\overline{\mathfrak{w}} = \ln w + i(\pi - \bar{\nu}) = \ln w + i\,\nu.$$

Das Bild der Linien gleicher Geschwindigkeit und der Linien gleicher Richtung in der ζ-Ebene erhält man somit durch

$$\ln -\overline{\mathfrak{w}} = \ln w + i\,\nu = \ln\frac{d\chi}{d\zeta} - \ln\frac{d\mathfrak{z}}{d\zeta},$$



also durch subtraktive Überlagerung der Linien gleicher Geschwindigkeit und der Linien gleicher Richtung der Bildströmung $\left(\ln \frac{d\chi}{d\zeta}\right)$ mit den Linien gleicher Streckung und den Linien gleicher Drehung beim Übergang aus der Bildebene in die Profilebene $\left(\ln \frac{d\mathfrak{z}}{d\zeta}\right)$.

Zunächst sei die Strömung um den Kreis selbst untersucht. Es ist

$$\chi = \zeta + \frac{1}{\zeta}.$$

Diese Strömung wird also erhalten durch Überlagerung der Parallelströmung ζ mit einer Doppelquelle 1. Ordnung $\frac{1}{\zeta}$. Hieraus ergibt sich

$$-\overline{\mathfrak{w}}' = -\mathfrak{u}' + i\,\mathfrak{v}' = \frac{d\chi}{d\zeta} = 1 - \frac{1}{\zeta^2}.$$

Die Linien gleicher Geschwindigkeitskomponenten sind also mit den Potential- und Stromlinien einer Doppelquelle 2. Ordnung gleich. In den Staupunkten $\zeta = A = -1$ und $\zeta = E_0 = +1$ ist, wie ja zu erwarten, $-\overline{\mathfrak{w}} = 0$, also $u = 0$, $v = 0$. Weiter wird

$$\ln - \overline{\mathfrak{w}}' = \ln w' + i\,\nu' = \ln \frac{d\chi}{d\zeta} = \ln 1 - \frac{1}{\zeta^2} = \ln \frac{(1-\zeta)(1+\zeta)}{\zeta^2}$$

$$\ln - \overline{\mathfrak{w}}' = \ln w' + i\,\nu' = \ln \frac{d\chi}{d\zeta} = \ln(1-\zeta) + \ln(1+\zeta) - 2\ln\zeta.$$

Die Linien gleicher Geschwindigkeit und gleicher Richtung sind also mit den Potential- und Stromlinien eines Quell-Senkensystems gleich. Den Staupunkten entspricht dabei je eine Senke von der Schluckfähigkeit $-Q = -2\pi$; beim Umlaufen des Bildkreises ändert sich ja die Strömungsrichtung in den Staupunkten absolut je um π. Die Senken werden gespeist durch eine Quelle von der Ergiebigkeit $+2Q = +4\pi$ im Mittelpunkte des Kreises $\zeta = 0$.

3. Allgemeine Strömung um einen Kreis.

Überlagert man der zirkulationsfreien Umströmung um den Kreiszylinder noch eine Zirkulationsströmung

$$\chi_\Gamma = \frac{i\Gamma}{2\pi} \ln \zeta,$$

welche die Zirkulation $\Gamma = 4\pi \sin\delta$ hat, so erhält man

$$\chi_\delta = \zeta + \frac{1}{\zeta} + \frac{i\Gamma}{2\pi}\ln\zeta = \zeta + \frac{1}{\zeta} + i\,2\sin\delta\ln\zeta.$$

Die Differentiation ergibt

$$\frac{d\chi_\delta}{d\zeta} = 1 - \frac{1}{\zeta^2} + \frac{2i\sin\delta}{\zeta} = \frac{\zeta^2 - 1 + 2i\sin\delta\cdot\zeta}{\zeta^2} = \frac{(\zeta - e^{-i\delta})(\zeta + e^{i\delta})}{\zeta^2}.$$

Die Staupunkte liegen dort, wo $-\overline{\mathfrak{w}}' = \frac{d\chi}{d\zeta} = 0$ ist, also in

$$\zeta_{E\delta} = +e^{-i\delta} \text{ und } \zeta_A = -e^{+i\delta}.$$

Soll der hintere Verzweigungspunkt in $\zeta_A = -1$ liegen, so muß die Anströmung um den Anstellwinkel δ gedreht werden. Dann wird

$$\chi_\delta = e^{i\delta}\zeta + \frac{e^{-i\delta}}{\zeta} + 2i\sin\delta\ln\zeta.$$

Die Differentiation ergibt

$$\frac{d\chi_\delta}{d\zeta} = e^{i\delta} - \frac{e^{-i\delta}}{\zeta^2} + \frac{2i\sin\delta}{\zeta} = \frac{e^{i\delta}\zeta^2 - e^{-i\delta} + 2i\sin\delta\cdot\zeta}{\zeta^2} = e^{i\delta}\frac{(\zeta - e^{-2i\delta})(\zeta+1)}{\zeta^2} = e^{i\delta} + \frac{e^{i\delta} - e^{-i\delta}}{\zeta} - \frac{e^{-i\delta}}{\zeta^2}.$$

Also ist tatsächlich

$$-\overline{\mathfrak{w}}' = \frac{d\chi_\delta}{d\zeta} = 0 \text{ in } \zeta_A = -1;$$

der vordere Verzweigungspunkt liegt dabei gegenüber der zirkulationsfreien Umströmung um den zweifachen Anstellwinkel verdreht auf dem Bildkreis.

Die Linien gleicher Geschwindigkeitskomponenten der Strömung um einen Kreis mit Zirkulation sind somit gegeben durch die Potential- und Stromlinien einer Doppelquelle 2. Ordnung vom Trägheitsmoment -1 und der Achsenrichtung $-\delta$ und einer Doppelquelle 1. Ordnung vom Momente $2\sin\delta$ und der Achsenrichtung 0.

Die Linien gleicher Geschwindigkeit und die Linien gleicher Richtung sind gegeben durch

$$\ln - \overline{\mathfrak{w}}_\delta' = \ln w' + i\,\nu' = \ln(\zeta - e^{-2i\delta}) + \ln(\zeta+1) - 2\ln\zeta,$$

also durch die Potential- und Stromlinien eines Quell-Senkensystems je einer Senke von der Schluckfähigkeit $-Q = -2\pi$ in den Verzweigungspunkten und einer Quelle der Ergiebigkeit $+2Q = +4\pi$ im Mittelpunkt. Der Verlagerung des Verzweigungspunktes entspricht demnach das Verlagern der Senke $-Q = -2\pi$ von $\zeta = +1$ nach $\zeta = +e^{-2i\delta}$.

4. Die Änderung der Geschwindigkeitsverteilung mit dem Anstellwinkel.

Mit Hilfe der Abbildungsfunktion

$$\mathfrak{z} = \mathfrak{z}(\zeta)$$

kann die Strömung χ_δ bei Anstellung δ mit der durch den verlangten Abfluß im Punkte A bedingten Zirkulation auf die das Flügelprofil enthaltende $\mathfrak{z}$-Ebene übertragen werden.

Die Linien gleicher Geschwindigkeit und gleicher Richtung werden dann gegeben durch

$$\ln - \overline{\mathfrak{w}}_\delta = \ln w + i\,\nu = \ln \frac{d\chi_\delta}{d\mathfrak{z}} = \ln \frac{d\chi_\delta}{d\zeta} - \ln \frac{d\mathfrak{z}}{d\zeta}.$$

Dies kann man aber auch schreiben

$$\ln - \overline{\mathfrak{w}}_\delta = \left(\ln \frac{d\chi}{d\zeta} - \ln \frac{d\mathfrak{z}}{d\zeta}\right) + \left(\ln \frac{d\chi_\delta}{d\zeta} - \ln \frac{d\chi}{d\zeta}\right) = \left(\ln \frac{d\chi}{d\zeta} - \ln \frac{d\mathfrak{z}}{d\zeta}\right) + \left(\ln(\zeta - e^{-2i\delta}) - \ln(\zeta - 1)\right).$$

Der erste Teil dieses Ausdrucks stellt die Linien gleicher Geschwindigkeit und die Linien gleicher Richtung der zirkulationsfreien Anströmung dar, der zweite Teil entspricht der Verlagerung des vorderen Verzweigungspunktes infolge der Anstellung und der durch sie bedingten Zirkulation. Durch diesen Teil ist also die Änderung der Geschwindigkeit $\frac{w_\delta}{w_0}$ infolge der Anstellung gegeben. Sie ist die gleiche wie in der Bildkreisebene:

$$w_\delta / w_0 = w_\delta' / w_0'.$$

Es ist somit

$$\ln - \overline{\mathfrak{w}}_\delta = \ln - \overline{\mathfrak{w}}_0 + \ln \frac{-\overline{\mathfrak{w}}_\delta'}{-\overline{\mathfrak{w}}_0'}.$$

Die Änderung w_δ/w_0 der Geschwindigkeitsverteilung am Profil interessiert ganz besonders. Ihm entspricht in der Bildebene ζ der Bildkreis $\zeta = e^{i\alpha}$

$$\ln \frac{-\overline{\mathfrak{w}}_\delta}{-\overline{\mathfrak{w}}_0} = \ln(\zeta - e^{-2i\delta}) - \ln(\zeta - 1).$$

Für $\zeta = e^{i\alpha}$ wird

$$\ln \frac{-\overline{\mathfrak{w}}_\delta}{-\overline{\mathfrak{w}}_0} = \ln \frac{e^{i\alpha} - e^{-2i\delta}}{e^{i\alpha} - 1}.$$

Somit, da auf dem Profil nur das Verhältnis der Absolutwerte interessiert:

$$\frac{w_\delta}{w_0} = \frac{\sin\left(\frac{\alpha}{2} + \delta\right)}{\sin\frac{\alpha}{2}} = \frac{\sin\frac{\alpha}{2}\cos\delta + \cos\frac{\alpha}{2}\sin\delta}{\sin\frac{\alpha}{2}}$$

$$\frac{w_\delta}{w_0} = \cos\delta\left[1 + \cot\frac{\alpha}{2}\operatorname{tg}\delta\right]$$

$$\frac{w_\delta}{w_0} = \cos\delta\left[1 \pm \sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}}\operatorname{tg}\delta\right].$$

Bei der zirkulationsfreien Umströmung ist aber $\varphi_0 = 2\cos\alpha$, insbesondere im vorderen Verzweigungspunkt E_0: $\varphi_{0E_0} = 2$, im hinteren $\varphi_{0A} = -2$.

Damit wird

$$\frac{w_\delta}{w_0} = \cos\delta\left[1 \pm \sqrt{\frac{\varphi_{0_{E_0}} + \varphi_0}{\varphi_{0_{E_0}} - \varphi_0}}\operatorname{tg}\delta\right].$$

Dieser Ausdruck ist von der Größe der Anströmgeschwindigkeit und der wirklichen Länge des Profils vollkommen unabhängig. Kennt man also z. B. an einem Profil die Geschwindigkeitsverteilung bei zirkulationsfreier Umströmung, so kann man daraus nach Integration

$$\varphi_{0_{E_0}} = \frac{1}{2}\int_{E_0}^{A} w_0\, d s$$

$$\varphi_0 = \varphi_{0_{E_0}} - \frac{1}{2}\int_{E_0}^{s} w_0\, d s$$

durch Umrechnung die Geschwindigkeitsverteilung bei einem beliebigen Anstellwinkel erhalten.

5. Die Erzeugung tragflügelähnlicher Profile durch die Kutta-Joukowskische Abbildung.

Durch die Abbildung

$$\mathfrak{z} = \zeta + \frac{1}{\zeta}$$

wird, wie gezeigt wurde, der Einheitskreis der ζ-Ebene in die Strecke $(-2 < x < +2)$ der $\mathfrak{z}$-Ebene abgebildet; es gilt für diese Abbildung also

$$\frac{d\mathfrak{z}}{d\zeta} = 1 - \frac{1}{\zeta^2}$$

$$-\ln\frac{d\mathfrak{z}}{d\zeta} = -\ln(\zeta - 1) - \ln(\zeta + 1) + 2\ln\zeta.$$

Wählt man statt des Einheitskreises einen anderen Bildkreis, welcher die Punkte E_0 und A in seinem Inneren enthält, so entspricht ihm bei dieser Abbildung in der $\mathfrak{z}$-Ebene ein tragflügelähnliches Profil (ein allgemeines Joukowski-Profil).

Liegen E_0 und A auf dem neuen Bildkreis, so erhält man in der $\mathfrak{z}$-Ebene ein Kreisbogenprofil (Kutta), liegt nur A auf dem Bildkreis und E_0 im Inneren, so erhält man ein in A in eine Spitze auslaufendes, aber in Nähe von E_0 abgerundetes Tragflügelprofil (Joukowski), liegen E_0 und A im Inneren, A jedoch in kleinem Abstand vom neuen Bildkreis, so ergeben sich vorn entsprechend stark, hinten schwach abgerundete tragflügelähnliche Profile (Betz). Als Zusammenflußpunkt A' hat im letzteren Falle etwa der Punkt A' zu gelten, der im Bildkreis auf dem durch A gehenden Durchmesser des neuen Bildkreises liegt. In den beiden anderen Fällen fallen A' und A zusammen. Der vordere Verzweigungspunkt E_0' bei zirkulationsfreier Umströmung liegt dann auf dem durch A gehenden Durchmesser des neuen Bildkreises. Der Mittelpunkt des neuen Bildkreises liegt also in $\zeta = M' = \frac{E_0' + A'}{2}$.

6. Die Geschwindigkeitsverteilung der Strömung um Joukowski-Profile.

Die Linien gleicher Geschwindigkeit und die Linien gleicher Richtung der Bildströmung in der ζ-Ebene sind dann offenbar gegeben durch

$$\ln\frac{d\chi}{d\zeta} = \ln(\zeta - E_0') + \ln(\zeta - A') - 2\ln(\zeta - M').$$

Als Ausdruck für Geschwindigkeit und Richtung der zirkulationsfreien Strömung in der $\mathfrak{z}$-Ebene um das Tragflügelprofil ergibt sich somit

$$\ln\frac{d\chi}{d\mathfrak{z}} = \ln\frac{d\chi}{d\zeta} - \ln\frac{d\mathfrak{z}}{d\zeta}$$

$$\ln -\overline{\mathfrak{w}} = \ln w + i\nu = \ln(\zeta - E_0') + \ln(\zeta - A') - 2\ln(\zeta - M') - \ln(\zeta - 1) - \ln(\zeta + 1) + 2\ln\zeta.$$

In den besonderen Fällen der Flügelprofile mit spitzen Enden, wo $A' \equiv A = -1$ wird, vereinfacht sich dieser Ausdruck zu

$$\ln -\overline{\mathfrak{w}} = \ln w + i\nu = \ln(\zeta - E_0') - \ln(\zeta - 1) - 2\ln(\zeta - M') + 2\ln\zeta.$$

Die Linien gleicher Geschwindigkeit und die Linien gleicher Richtung der zirkulationsfreien Umströmung eines speziellen Joukowski-Profils sind also in der Bildebene gegeben durch die Potential- und Stromlinien eines Quellsenkensystems. Eine Senke $-Q = -2\pi$ liegt in $\zeta = E_0'$, eine Quelle $+Q = +2\pi$ in $\zeta = 1$, eine Quelle $+2Q = +4\pi$ in $\zeta = M'$ und eine Senke $-2Q = -4\pi$ in $\zeta = 0$.

Bei Anstellung δ wandert der vordere Verzweigungspunkt wieder von E_0' nach E_δ'. Am Bildkreis entspricht dieser Wanderung eine Änderung des Zentriwinkels um 2δ. Entsprechend rückt die dem Verzweigungspunkt entsprechende Senke von E_0' nach E_δ', so daß damit die Geschwindigkeit im Felde eines Joukowski-Profils bei beliebiger Anstellung gegeben ist durch

$$\ln -\overline{\mathfrak{w}}_\delta = \ln w_\delta + i\nu_\delta = \ln(\zeta - E_\delta') - \ln(\zeta - 1) - 2\ln(\zeta - M') + 2\ln\zeta.$$

In dem speziellen Fall der Strömung um ein Kreisbogenprofil bei Anstellung in Sehnenrichtung, wird die Vorderkante des Profils zum Verzweigungspunkt. Dann fällt E_δ' mit $E_0 = 1$ zusammen. In diesem Falle vereinfacht sich der Ausdruck für die Geschwindigkeitsverteilung zu

$$\ln -\overline{\mathfrak{w}}_\delta = 2\ln\zeta - 2\ln(\zeta - M').$$

Es bleiben also zur Darstellung der Linien gleicher Geschwindigkeit und der Linien gleicher Richtung im Felde eines glatt umströmten Kreisbogenprofils nur eine Senke $-2Q = -4\pi$ in $\zeta = 0$ und eine Quelle $+2Q = +4\pi$ in $\zeta = M'$ in der Bildebene übrig.

Als Beispiel möge hier das Ergebnis der Anwendung auf ein Joukowski-Profil bei drei verschiedenen Anstellungen dienen. Zum Vergleich sind die Strömungsbilder selbst ebenfalls beigegeben[1]).

[1]) Diese Bilder sind einer Studienarbeit von Herrn Backhaus entnommen, welcher sie mir zur Verfügung stellte, wofür ich bestens danke. Sie sind sehr sorgfältig entworfen und dürften daher besonders jenen Lesern willkommen sein, die Wert legen auf quantitativ richtige Abbildungen.



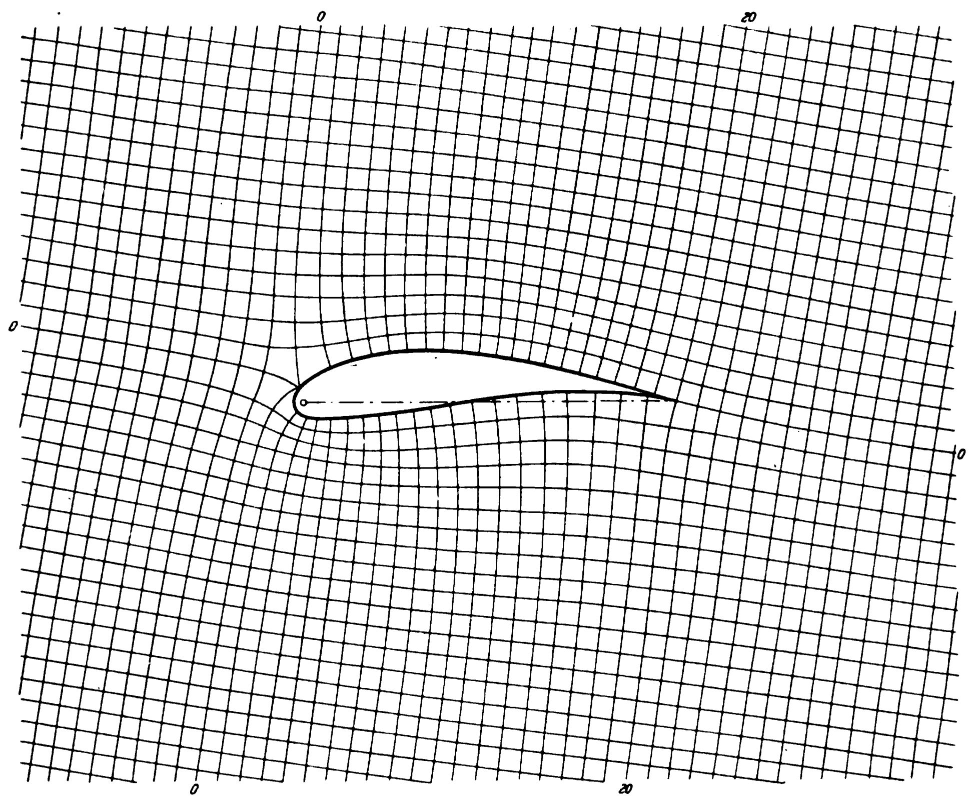


Abb. 1. Strömung ohne Zirkulation. Anstellwinkel $\alpha = -10°$; $\delta = 0°$. $c_a = 0$.

7. Zusammenfassung.

Die Strömung um ein Flügelprofil kann außer durch das Feld der Potential- und Stromlinien auch durch die Linien gleicher Geschwindigkeitskomponenten oder durch die Linien gleicher Absolutgröße der Geschwindigkeit (Isotachen) und die Linien gleicher Richtung (Isoklinen) dargestellt werden. Diese Strömungsfelder und ebenso die Geschwindigkeitsfelder ändern sich bei Änderung der Anstellung nach einfachen Gesetzen. Für ein Joukowski-Profil als Beispiel werden für verschiedene Anstellungen die Felder der Potential- und Stromlinien bzw. der Isotachen und Isoklinen ermittelt.

Da in hinreichender Entfernung vom Profil die Störung der Parallelströmung nur noch wenig durch die Profilform selbst, sondern mehr durch den

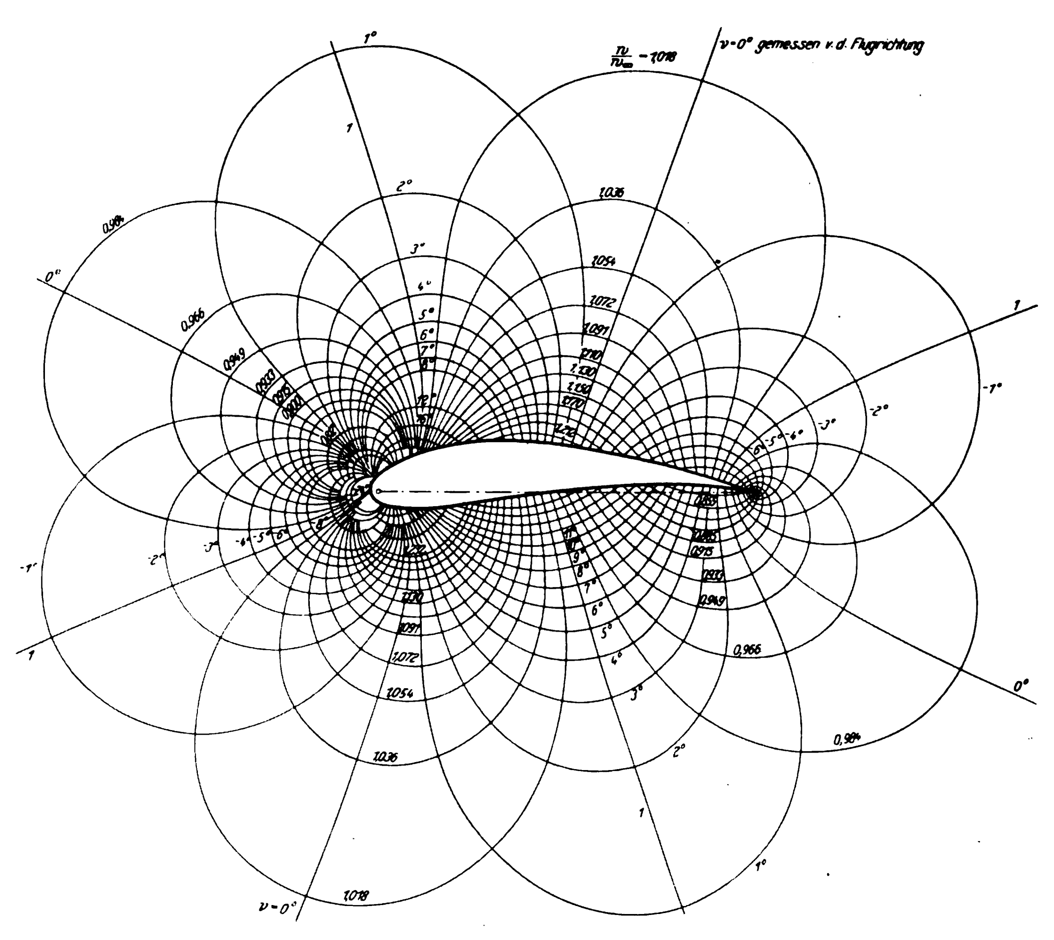


Abb. 2. Isoklinen und Isotachen der Strömung ohne Zirkulation. Anstellwinkel $\alpha = -10°$; $\delta = 0°$. $c_a = 0$.

Auftrieb bedingt ist, so können die hier dargestellten Isotachen-Isoklinen-Felder bei gleichen Auftriebsbeiwerten auch bei anderen Profilen in hinreichender Entfernung als zutreffend angesehen werden. Damit wird also die allgemeinere Benutzung der mitgeteilten Bilder (Abb. 1, 3, 5) praktisch ermöglicht.

Daß auch in der wirklichen Strömung bei verhältnismäßig großen Anstellwinkeln außerhalb des Totwassers die Linien gleicher Geschwindigkeitskomponenten in der x- und y-Richtung (Abb. 7) und die Linien gleicher Geschwindigkeit und gleicher Richtung (Abb. 8) das gleiche Verhalten zeigen wie bei idealer Strömung, geht aus der Betrachtung der beigefügten Abb. 7 und 8 hervor, welche durch Zusammenzeichnen aus den Ergebnissen von ARC-Rep. & Mem. 989 gewonnen wurden.

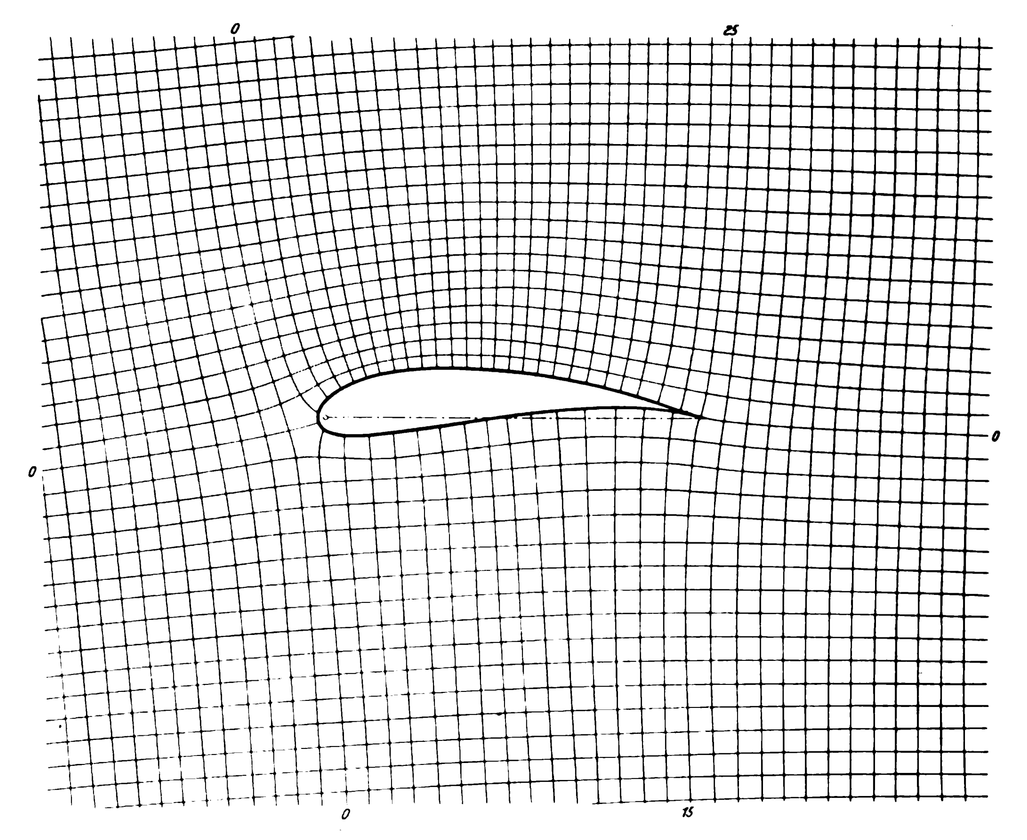


Abb. 3. Strömung mit Zirkulation. Anstellwinkel $\alpha = -0° 50'$; $\delta = 9° 10'$. c_a rd. 1,1.

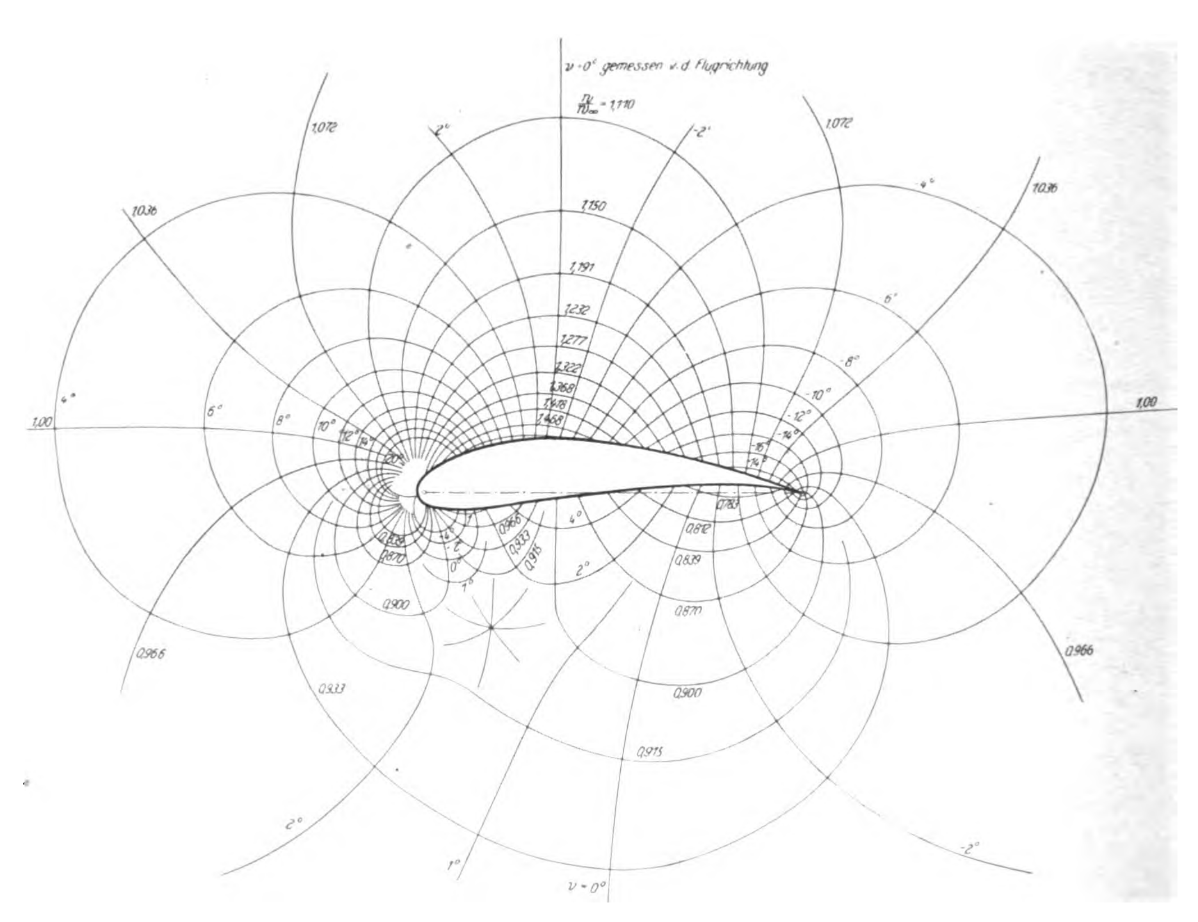


Abb. 4. Isoklinen und Isotachen der Strömung mit Zirkulation. Anstellwinkel $\alpha = -0° 50'$; $\delta = 9° 10'$. c_a rd. 1,1.

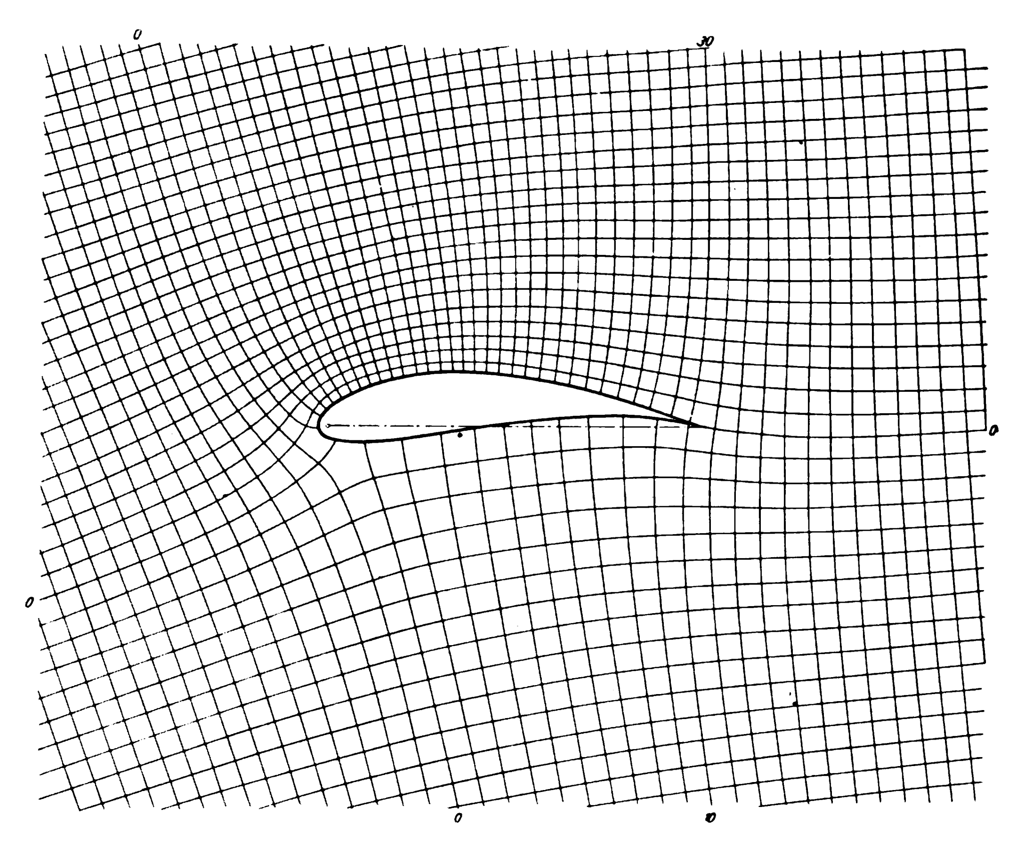


Abb. 5. Strömung mit Zirkulation. Anstellwinkel $\alpha = 8^\circ 30'$; $\delta = 18^\circ 30'$. c_a rd. 2,2.

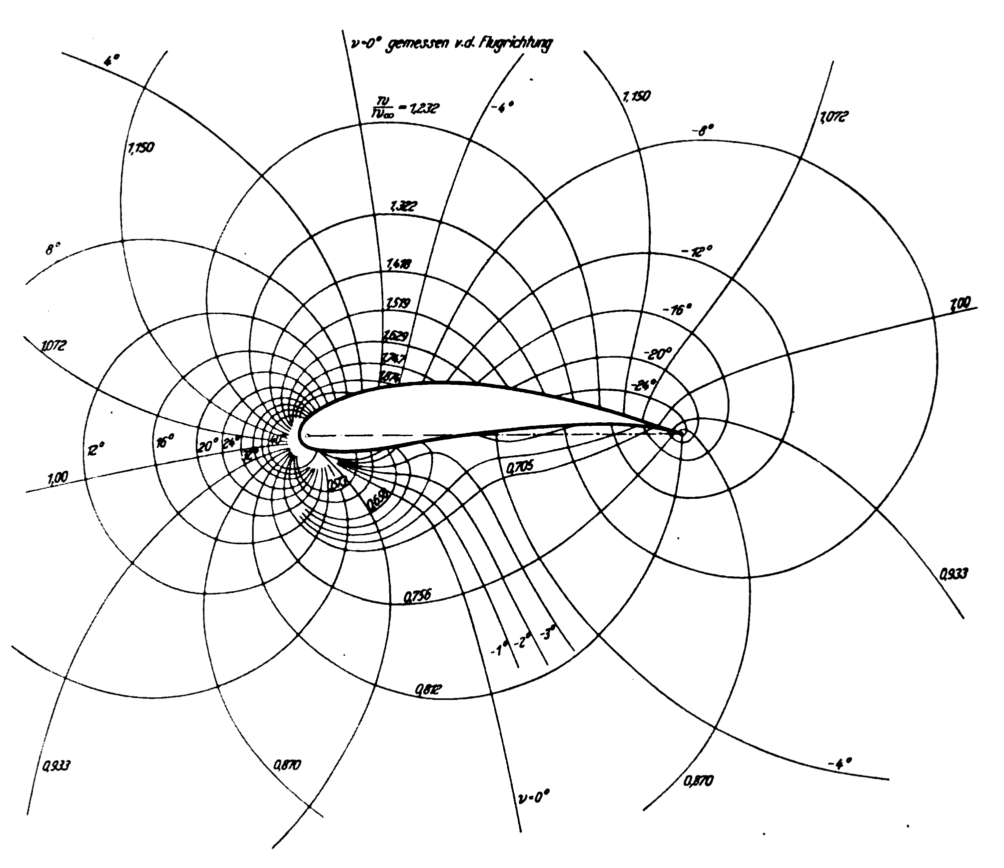


Abb. 6. Isoklinen und Isotachen der Strömung mit Zirkulation. Anstellwinkel $\alpha = +8^\circ 30'$; $\delta = 18^\circ 30'$. c_a rd. 2,2.

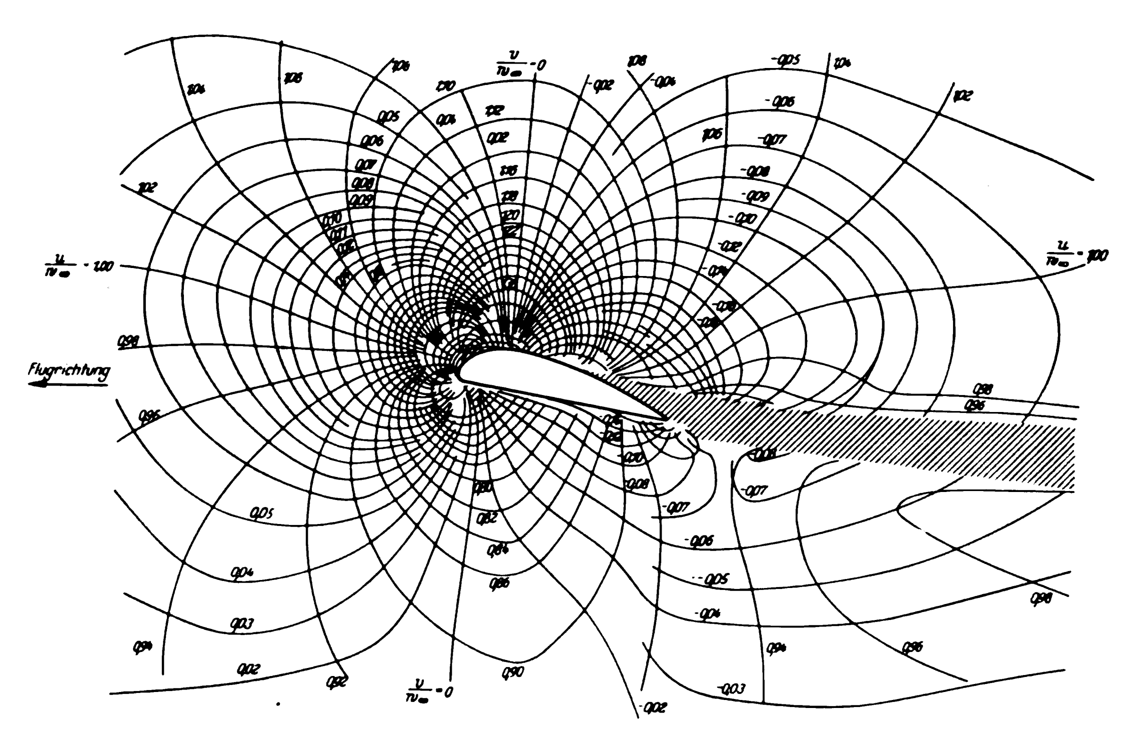


Abb. 7. Linien gleicher Geschwindigkeitskomponenten u/w_∞ und v/w_∞ nach Meßergebnissen.

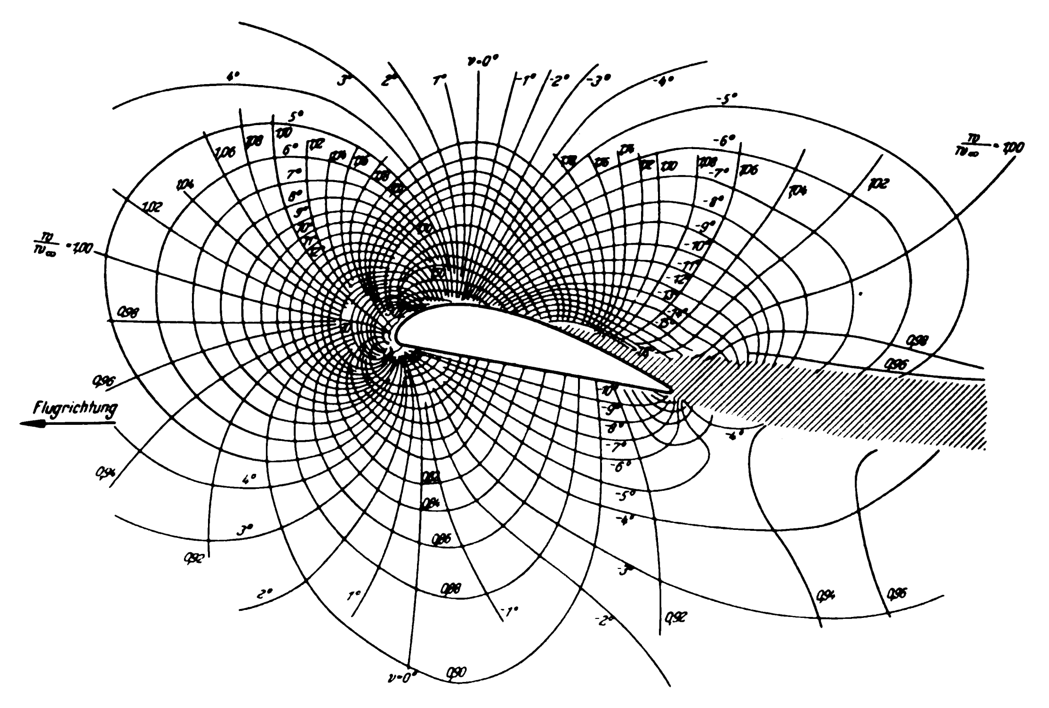


Abb. 8. Linien gleicher Strömungsgeschwindigkeit und gleicher Strömungsrichtung nach Meßergebnissen.

8. Schrifttum.

[1.] C. Wieselsberger, Linien konstanter Strömungsgeschwindigkeit. Rep. Aeron. Res. Inst. Tokyo Bd. 2 (1926) Nr. 17, S. 115.

[2.] W. Müller, Über Kurven gleicher Strömungsgeschwindigkeit. Z. angew. Math. Mech. Bd. 7 (1927), S. 236.

[3.] F. Weinig, Zur Frage der Abrundung und Zuschärfung umströmter Kanten. Z. angew. Math. Mech. Bd. 13 (1933), S. 224.

[4.] F. Ahlborn, Orte für Meßgeräte an Flugzeugen. Z. Flugtechn. Motorluftsch. Jg. 16 (1925), Nr. 1, S. 2.

[5.] G. Tate, Recent developments in Pioneer aircraft instruments. Aviat. Engng. Bd. 7 (1932), Nr. 4, S. 16/17.

[6.] L. W. Bryant u. D. H. Williams, An investigation of the flow of air around an aerofoil of infinit span. Phil. Trans. Roy. Soc., London A 225 (1925), 199.

[7.] L. W. Bryant u. D. H. Williams, Note on the connection between the lift on aerofoil in a wind and the circulation round it. ARC-Rep. & Mem. Nr. 989 (1924).

[8.] W. Repenthin, Untersuchung über die Veränderung der Windgeschwindigkeit bei Umströmung eines Flügelprofils. Z. Flugtechn. Motorluftsch. Jg. 20 (1929), Nr. 13, S. 341—347.



Messung der Strömung an luftgekühlten Flugmotoren-Zylindern.

Von F. v. Stotzingen und W. Seyerle.

Bericht aus dem Forschungsinstitut für Kraftfahrwesen und Fahrzeugmotoren an der Technischen Hochschule Stuttgart (FKFS).

Die Untersuchung der Strömungsverhältnisse an luftgekühlten Flugmotorenzylindern bedingt die Anwendung besonderer Meßgeräte, mit denen Geschwindigkeit, Strömungsrichtung, statischer Druck und Temperatur der Luft gemessen werden können. Hierbei sind möglichst kleine Abmessungen des Gerätes anzustreben, damit die Messung in den engen Kanälen ohne größere Störung des Strömungsverlaufes und unter gleichzeitiger Erfassung möglichst aller Meßwerte an einem Meßpunkt durchgeführt werden kann.

Unter Berücksichtigung dieser Gesichtspunkte wurden im FKFS vornehmlich zwei Meßgeräte, die Staukugel und die Hitzdrahtsonde, weiter entwickelt, die bei Strömungsuntersuchungen vielfach in Anwendung sind, in den früheren Formen aber für die Sonderaufgabe der Strömungsmessung zwischen Zylinderrippen nicht ohne weiteres brauchbar waren.

Gliederung.

I. Messung mit der Staukugel[1]).

Die Staukugel gestattet bei verhältnismäßig einfachem Aufbau die gleichzeitige Messung: der Luftgeschwindigkeit, des statischen Druckes und der Strömungsrichtung im Raum.

1. Beschreibung und Aufbau der Staukugel.

Die Staukugel besteht aus dem kugelförmigen Kopf, dem Schaft mit den Anschlußstutzen und einer Teilkreisscheibe mit Gradeinteilung und Senkel (Abb. 1, 2 und 3).

Der Kopf hat einen Durchmesser von 5 mm. Auf seiner Oberfläche sind 5 Bohrungen von 0,3 mm lichter Weite angeordnet. Bei einer Ausführung sind von diesen 5 Bohrungen 4 auf dem Äquator der Kugel gleichmäßig verteilt, die fünfte befindet sich gegenüber dem Schaft. Eine andere Art, die bei den später beschriebenen Messungen verwendet wurde, vereinigt die Bohrungen auf einer Seite der Kugel, und zwar so, daß je 3 auf 2 senkrecht zueinander stehenden Meridianen liegen. Die einzelnen Bohrungen stehen mit den Anschlußstutzen des Schaftes durch dünne, im Innern des Schaftes verlaufende Röhrchen in Verbindung (Abb. 2 u. 3).

Bei der Messung wird die Staukugel in eine verstellbare Haltevorrichtung eingebaut, in der sie bei parallel bleibender Längsachse gedreht und verschoben werden kann. Die Eintauchtiefe kann dabei an einer am Staukugelschaft angebrachten cm-Teilung, der Verdrehungswinkel an der Teilkreisscheibe abgelesen werden.

2. Gang der Messung.

Die 5 Stutzen, die mit den als M, O, U, S, S bezeichneten Bohrungen (Abb. 4) in Verbindung stehen, werden durch Gummischläuche an 6 U-Röhrenmanometern so angeschlossen, daß die Druckdifferenzen $M—S$ zwischen M und S, $S—U$ zwischen S und U, $O—U$ zwischen O und U und $S—S$ zwischen S und S, sowie der Überdruck bzw. Unterdruck M und O von M und O gegen den Atmosphärendruck gemessen werden können (Abb. 5).

Der Winkel, um den die Staukugel in ihrer Führung um die Längsachse aus einer beliebigen Bezugsebene heraus gedreht wird, werde mit α, der Strömungswinkel mit β bezeichnet (s. Abb. 4).

Die Staukugel wird in die zu untersuchende Strömung eingeführt, nachdem die Bezugsebene für den Winkel α festgestellt ist. Zur Bestimmung des Winkels α wird die Staukugel so lange in ihrer Führung gedreht, bis die Druckdifferenz $S—S$ zwischen S und S Null geworden ist. Der Verdrehungswinkel aus der Bezugsebene heraus, der an der Teilkreisscheibe abgelesen wird, ist der gesuchte Winkel α.

[1]) Kugelsonde nach v. d. Hegge-Zijnen, s. ATM V 116—1, Nov. 1933. F. Krisam, Z. Flugtechn. Motorluftsch. Jg. 23 (1932) S. 369/73.

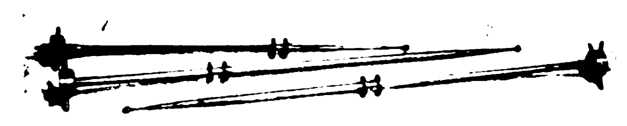


Abb. 1. Staukugeln mit verschiedener Anordnung der Anschlußstutzen.

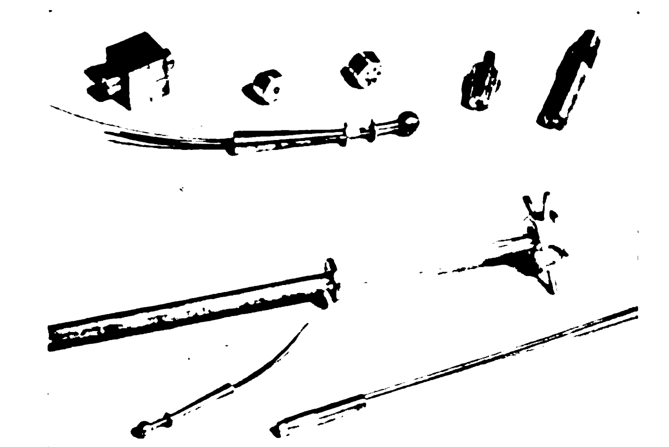


Abb. 2. Staukugeleinzelteile in der Herstellung.

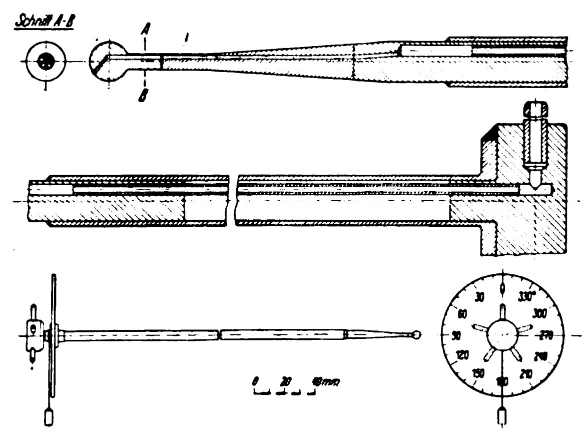


Abb. 3. Staukugelschema.

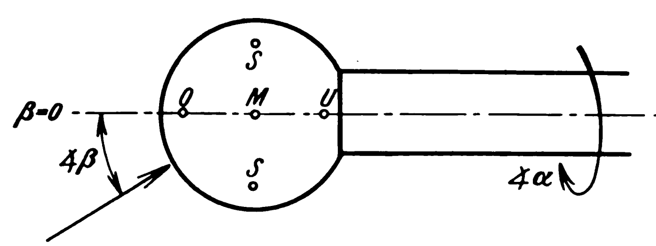


Abb. 4. Staukugelkopf mit Bezeichnung der Bohrungen und Winkel.

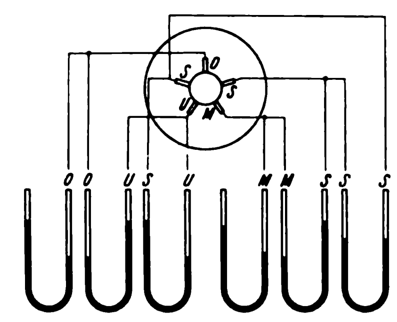


Abb. 5. Anschlüsse der Staukugelstutzen zur Druckmessung an die U-Röhren.

Nun werden die übrigen Drücke an den entsprechenden Manometern abgelesen. Aus diesen Größen lassen sich der Strömungswinkel β, die Strömungsgeschwindigkeit w und der statische Druck p_{st} mit Hilfe der für die Staukugel aufgenommenen Eichkurven (Abb. 6) ermitteln.

Zur Bestimmung des Strömungswinkels β wird zunächst die dimensionslose Kennziffer x bzw. φ aus der Gleichung

$$x = \frac{O-U}{M-S} \text{ bzw. } \varphi = \frac{M-S}{S-U}$$

berechnet.

Aus der Eichkurve x bzw. $\varphi = f(\beta)$ kann dann der dem Kennwert x bzw. φ entsprechende Winkel β entnommen werden.

Für die Strömungsgeschwindigkeit w gilt die Formel

$$w = \sqrt{\frac{M-S}{1/2\,\varrho\,\delta}} \text{ [m/s]},$$

wobei δ für den betreffenden Winkel β der Eichkurve $\delta = f(\beta)$ entnommen wird.

$$\varrho = \frac{\gamma}{g} = \text{Dichte des Strömungsmittels.}$$

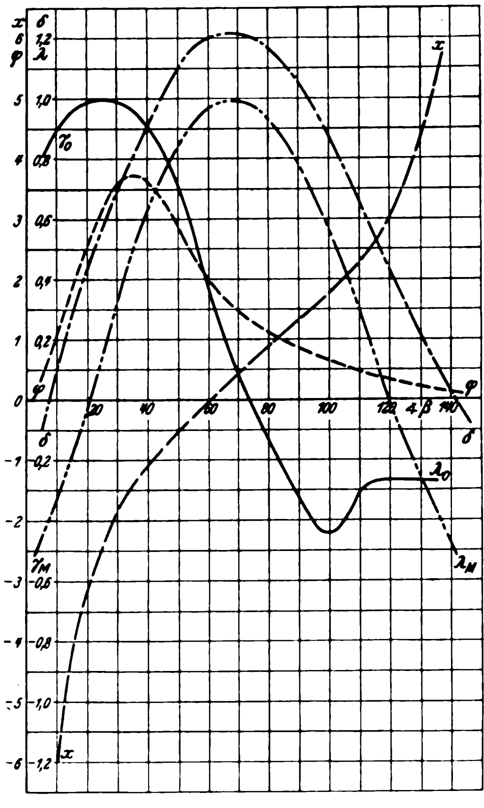


Abb. 6. Eichkurven für die Staukugel.

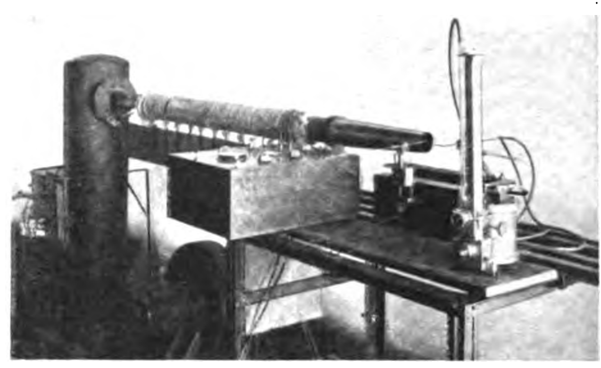


Abb. 7. Eicheinrichtung mit Heizvorrichtung vor und nach dem Beruhigungskessel.

Zur Bestimmung des statischen Druckes p_{st} dient die Beziehung

$$p_{st} = p_{ges} - p_{dyn} \text{ [mm WS]},$$

wobei

$$p_{ges} = \frac{M}{\lambda_M} \text{ und } p_{dyn} = \frac{M-S}{\delta} \text{ ist.}$$

λ_M und δ sind dimensionslose Kennziffern, die für den ermittelten Strömungswinkel β den Eichkurven λ_M bzw. $\delta = f(\beta)$ entnommen werden.

3. Eichung der Staukugel.

Zur Ermittlung der Eichkurven wird die Staukugel in einer besonderen Eicheinrichtung (Abb. 7) geeicht.

Die Luft wird von einem Schleudergebläse, das von einem Drehstrommotor angetrieben wird, angesaugt und durch einen Beruhigungskessel sowie ein Anlaufrohr gedrückt. Man erreicht dadurch im Austrittsquerschnitt des Anlaufrohres gleichmäßige Strömung.

Die Staukugel wird waagrecht in einen Halter eingespannt, der um eine senkrechte Achse drehbar ist. Man kann dadurch verschiedene Strömungswinkel β einstellen, die an einer waagrechten Teilkreisscheibe abgelesen werden.

Zur Bestimmung des Gesamtdruckes p_{ges} und des statischen Druckes p_{st} an der Stelle, an der sich der Staukugelkopf befindet, dient ein Prandtlsches Staurohr. Die Druckhöhen werden an einem Prandtlschen Präzisionsmanometer abgelesen. Die übrigen Drücke werden mit normalen U-Röhrenmanometern gemessen, die zur Erzielung größerer Meßlängen auf einem neigbaren Winkeltisch bei 30° Neigung gegen die waagrechte Ebene befestigt sind (s. Abb. 8). Als Manometerflüssigkeit wird Alkohol verwendet.

Gemessen werden die Druckdifferenzen $M-S$, $S-U$, $U-O$, die Drücke M und O in Abhängigkeit vom Strömungswinkel β bei einem bestimmten Winkel α, der dem Betrag Null der Druckdifferenz $S-S$ entspricht. Außerdem wird, wie erwähnt, p_{ges} und p_{st} festgestellt.

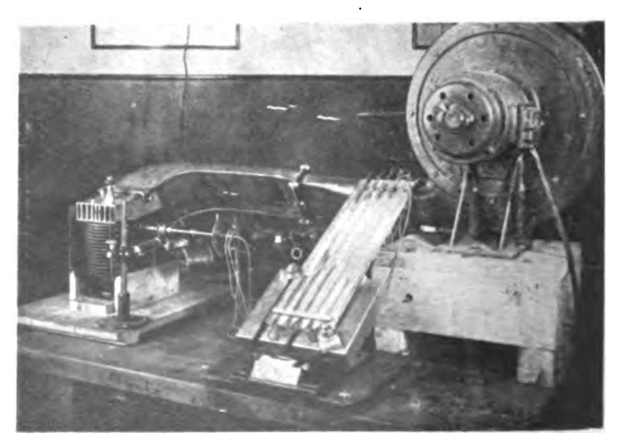


Abb. 8. Aufbau der Meßeinrichtung an einem Versuchs-Zylinder.

Zwecks Aufzeichnung der Eichkurven müssen zunächst die dimensionslosen Kennziffern bestimmt werden. Es gelten folgende Beziehungen:

$$x = \frac{O-U}{M-S}, \quad \varphi = \frac{M-S}{S-U}, \quad \lambda_0 = \frac{O}{p_{ges}},$$

$$\lambda_M = \frac{M}{p_{ges}}, \quad \delta = \frac{M-S}{p_{dyn}}.$$

Nunmehr können die Eichkurven

$$x, \varphi, \lambda_0, \lambda_M, \delta = f(\beta)$$

aufgezeichnet werden.

4. Anwendung.

Mit der Staukugel sind Strömungsversuche an verschiedrnen Modellen und Motoren durchgeführt worden. Dabei wurde der Strömungsvektor, der Gesamtdruck sowie der statische und dynamische Druck ermittelt. Als Bezugsebene für den Winkel α = Null bzw. 360° wurde die zur Hauptströmungsrichtung der Kühlluft parallele Ebene gewählt. In dieser Ebene wurde als Bezugsrichtung für den Strömungswinkel β = Null die senkrecht stehende Staukugelachse angenommen. Einem Winkel α von Null bzw. 360° und einem Strömungswinkel β von 90° entspricht demnach eine parallel zu den Kanalwänden verlaufende Strömung. Bei den meisten Messungen ergaben sich zwei Werte für den Strömungswinkel β, je nachdem man die Kennziffer x oder φ zugrunde legt. Dies bedeutet, daß die Strömung an dem betreffenden Ort nicht genau gleich gerichtet ist, sondern zwischen den angegebenen Winkeln schwankt. Die Schwankungen sind jedoch nicht groß. Die Kennziffern λ_M und δ wurden mit einem mittleren Strömungswinkel bestimmt. Die Werte für die Winkel α und β schwanken zwischen

$$\alpha = 3,\ 0,\ 357^0$$

$$\beta_{\text{mittel}} = 92{,}5,\ 90,\ 86^0$$

und lassen erkennen, daß die Strömung an den untersuchten Stellen praktisch parallel zu den Kanalwänden verläuft, denn diese Richtung ist gekennzeichnet durch $\alpha = 0^0$ und 360^0 sowie $\beta = 90^0$.

Abb. 8 zeigt den Aufbau der waagrecht liegenden Staukugel mit auf dem Winkeltisch aufgebauten Druckröhren an einem Zylinder eines luftgekühlten Reihenmotors. Gemessen wurde die Strömung an und zwischen den Kühlrippen. Eine Haltevorrichtung, die neben dem Versuchszylinder auf einer Platte befestigt ist, ermöglicht das Einstellen der Staukugel nach Koordinaten.

II. Messung mit der Hitzdrahtsonde bzw. Thermo-Hitzdrahtsonde[2]).

Auf die Anwendung der Staukugel in sehr engen Kanälen muß aber verzichtet werden, da sie infolge ihrer durch die Herstellung bedingten Abmessungen die Strömung beeinflußt. In diesen Fällen ist man zur Ermittlung der Strömungsgeschwindigkeit auf die Hitzdrahtsonde bzw. Thermo-Hitzdrahtsonde angewiesen.

1. Grundlagen der Messung.

Die Messung mit der Hitzdrahtsonde beruht auf folgender Grundlage: ein stromdurchflossener Leiter wird dem zu untersuchenden Luftstrom ausgesetzt. Durch die vorbeiströmende Luft wird er abgekühlt, was eine Veränderung seines Ohmschen Widerstandes zur Folge hat. Diese Widerstandsänderung ist somit ein Maß für die Luftgeschwindigkeit und wird mittels einer Wheatstoneschen Brücke gemessen.

2. Baubeschreibung.

Die Sonde besteht aus dem Sondenkopf und dem Sondenhalter (Abb. 9. 10, 11).

Der Sondenkopf trägt die als Hitzdraht dienende Platinspirale von 6 bis 7 Windungen und einer Drahtstärke von

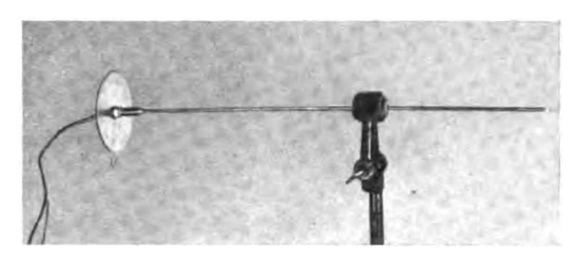


Abb. 9. Thermohitzdrahtsonde, Gesamtansicht.

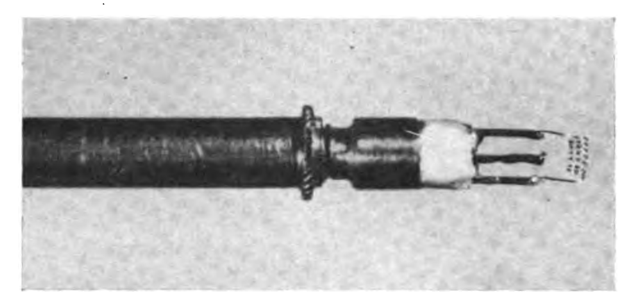


Abb. 10. Sondenkopf in Sondenhalter eingebaut. Zwischen dem Halter und dem Hitzdraht befindet sich das Thermoelement.

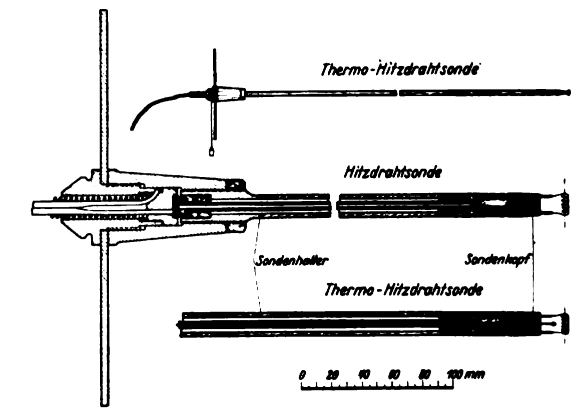


Abb. 11. Thermohitzdrahtsonde. Schema.

0,04 mm bis 0,05 mm, die mit ihren 2 bis 3 mm langen Schenkeln an zwei mittels eines widerstandsfähigen Zahnkittes voneinander isolierten Stutzen aus Kupferdraht so angelötet ist, daß bei geheizter Spirale möglichst wenig Wärme an die sie umgebenden Teile abgeführt wird. Der Sondenkopf wird in den Sondenhalter eingeschraubt. Die Platinspirale kann dadurch in einfacher Weise gegen eine andere umgewechselt werden.

Der Sondenhalter ist aus einem dünnen Rohr aus Neusilber gefertigt, in dessen Innern die Zuleitung zu einem Ende der Platinspirale in Form eines engen Kupferrohres isoliert verlegt ist. Die andere Zuleitung bildet das Neusilberrohr. An dem einen Ende des Halters befindet sich ein Gewinde zum Einschrauben des Kopfes, an dem anderen eine Teilkreisscheibe mit Gradeinteilung und Senkel zum Einstellen der Platinspirale in die Strömungsrichtung.

Die Leitung zum Anschluß der Sonde an die Brückenschaltung besteht aus zwei dünnen, gut isolierten Kupferlitzen, die einerseits mit dem Sondenhalter verlötet, anderseits mit zwei Steckern versehen sind.

Um die Platinspirale, solange nicht gemessen wird, vor Beschädigung zu schützen, wird ein Reagenzglas über den den Sondenkopf tragenden Teil der Sonde gestülpt. Die Führung des Reagenzglases erfolgt durch zwei geschlitzte Korke, die über das Neusilberrohr des Halters geschoben werden.

Die Hitzdrahtsonde gestattet lediglich die Messung der Strömungsgeschwindigkeit bei Raumtemperatur. Bei der Messung der Kühlluftgeschwindigkeit an laufenden Motoren muß die Temperatur der Luft berücksichtigt werden, da

[2]) Abhandlungen aus dem Aerodynamischen Institut a. d. T. H. Aachen Heft 12, S. 13. Mitt. Hydraul. Institut T. H. München Nr. 7 (1933) S. 74/85.



die abkühlende Wirkung warmer Luft auf die geheizte Sonde eine geringere ist als bei Luft von Raumtemperatur.

Mit der dazu gebauten Thermo-Hitzdrahtsonde kann außer der Geschwindigkeit auch die Temperatur der Luft gemessen und damit die Strömungsgeschwindigkeit auch in heißer Luft einwandfrei bestimmt werden.

Zur Ausbildung der Thermo-Hitzdrahtsonde wurde in die Hitzdrahtsonde ein Kupfer-Konstantan-Thermoelement von 0,15 mm Durchmesser eingebaut, dessen Thermopunkt in der Mitte und etwa auf der Höhe der Stutzen ist, an denen der Hitzdraht angelötet ist (Abb. 10 u. 11 unten). Die beiden Thermodrähte werden im Innern des isolierten Kupferrohres nach außen geführt und an die Klemmen eines Millivoltmeters gelegt. Die der Spannung entsprechende Temperatur wird der Eichkurve des Thermoelements entnommen. Um den Sondenkopf rasch auswechseln zu können, hat der Zahnkitt eine genügend große Bohrung, so daß beim Abschrauben des Kopfes der aus dem Sondenhalter herausragende Teil des Thermoelementes mit dem Thermopunkt stehenbleiben kann.

3. Meßbrücke.

Die Hitzdrahtsonde wird in die bekannte Schaltung einer Wheatstoneschen Brücke eingefügt (Abb. 12). R_1 und R_2 stellen unveränderliche Widerstände dar, R_v ist der veränderliche Vergleichswiderstand, R_x der unbekannte Widerstand, der in diesem Falle von der Hitzdrahtsonde gebildet wird. B bedeutet eine Akkumulatorenbatterie mit einer Spannung von 6 Volt. Mit dem Schiebewiderstand R_s wird der die Brücke durchfließende Strom geregelt. Um die Widerstände R_v und R_s feinstufig verändern zu können, wurde zu einem Teil ihrer Windungen ein kleiner Drehwiderstand parallel geschaltet.

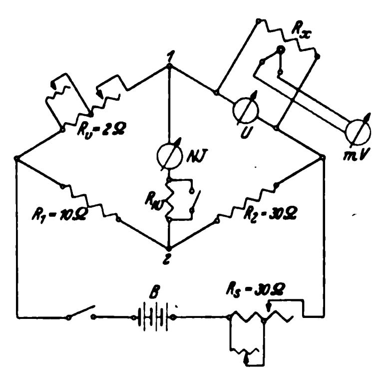


Abb. 12. Schaltung der Thermo-Hitzdrahtsonde in der Wheatstoneschen Brücke.

Ist die Brücke durch Verändern der Widerstände R_v und R_s abgeglichen, so haben die Punkte 1 und 2 der Brücke gleiches Potential, d. h. das Null-Instrument NJ darf keinen Ausschlag mehr zeigen. Es gilt dann die bekannte Beziehung

$$\frac{R_x}{R_v} = \frac{R_2}{R_1}.$$

Der Widerstand R_{NJ} stellt einen Schutzwiderstand für das Null-Instrument dar, der kurz geschlossen wird, wenn die Brücke nahezu abgeglichen ist. Nei N wird die Spannung des die Sonde durchfließenden Stromes und mit dem Millivoltmeter mV die Temperatur des Thermoelementes abgelesen.

Für die Hitzdrahtsonden wurden mehrere Meßbrücken gebaut. Bei den beiden ersten Ausführungen wurden die einzelnen Widerstände und Meßinstrumente auf einem Sperrholzbrett befestigt. Die veränderlichen Widerstände sind als Schiebewiderstände ausgeführt worden. Bei den neueren Meßbrücken fanden Drehwiderstände mit zwölf Stufen Verwendung, die mit den übrigen Widerständen und Meßinstrumenten auf der Rückseite einer Pertinaxplatte befestigt und in einen Holzkasten eingebaut wurden (Abb. 13). Auf der Vorderseite der Platte sind dann lediglich die

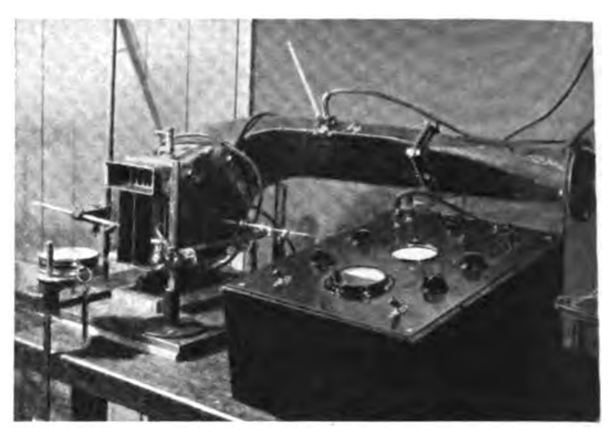


Abb. 13. Hitzdrahtsonde an Versuchszylinder mit Führung und neuer Ausführung der Meßbrücke.

Skalenscheibe des Voltmeters U und Nullinstrumentes NJ sowie die Schalter, Drehknöpfe und Steckbuchsen sichtbar.

4. Gang der Messung.

Die Messung selbst geht in folgender Weise vor sich. Nachdem die Sonde in einen Zweig der Brücke eingebaut ist, wird der Nullpunkt eingestellt, d. h. man gibt ihr bei der Luftgeschwindigkeit Null mit übergestecktem Reagenzglas eine bestimmte Vorheizung und damit einen bestimmten elektrischen Widerstand, der der Messung zugrunde gelegt wird. Gemessen wird der Spannungsabfall U an der Sonde, der vom Heizstrom hervorgerufen wird. Nach erfolgter Abgleichung der Brücke wird der Hitzdraht unter Berücksichtigung der bei der Eichung erfolgten Anströmungsrichtung senkrecht zur Achse der Glühspirale und des Sondenhalters in den Luftstrom gebracht, dessen Geschwindigkeit w gemessen werden soll, nachdem zuvor die Strömungsrichtung mit einem dünnen Seidenfaden festgestellt worden ist. Im Strömungsfeld wird die vorgeheizte Sonde abgekühlt, d. h. ihr Widerstand nimmt ab. Dadurch wird die Brücke verstimmt. Um das Brückengleichgewicht wieder herzustellen, muß der die Sonde durchfließende Strom so lange vergrößert werden, bis das Nullinstrument der Brücke keinen Ausschlag mehr zeigt. Der Widerstand der Platinspirale ist dann wieder genau so groß wie vorher. Hierauf wird die Spannung an der Sonde abgelesen und der entsprechende Wert für die Geschwindigkeit der Eichkurve $U = f(w)$ entnommen.

Bei der Messung mit der Thermo-Hitzdrahtsonde wird außer der Spannung noch die Temperatur der Kühlluft abgelesen. Alsdann wird die der Spannung und Temperatur entsprechende Geschwindigkeit aus den für verschiedene Temperaturen aufgetragenen Eichkurven der Thermo-Hitzdrahtsonde ermittelt.

5. Eichung.

Vor und nach der Aufnahme einer Meßreihe muß die Sonde geeicht werden. Eine oftmalige Nacheichung hat sich als zweckmäßig erwiesen, da auch leichte Beschädigungen der empfindlichen Platinspirale eine Empfindlichkeitsänderung der Meßeinrichtung zur Folge haben können.

Zur Eichung wird dieselbe Einrichtung verwendet, die bereits bei der Eichung der Staukugel beschrieben und in Abb. 7 gezeigt wurde.

Zur Ermittlung der Luftgeschwindigkeit wird die dynamische Druckhöhe h mit Hilfe eines in den Luftstrom gebrachten Prandtlschen Staurohres an einem Präzisionsmanometer abgelesen. Die Luftgeschwindigkeit berechnet man aus der bekannten Beziehung

$$\underline{w = c\sqrt{h}\ [\mathrm{m/s}]}$$

wobei

$$c = \sqrt{\frac{2g \cdot R \cdot T}{P_0}\gamma}$$

ist.

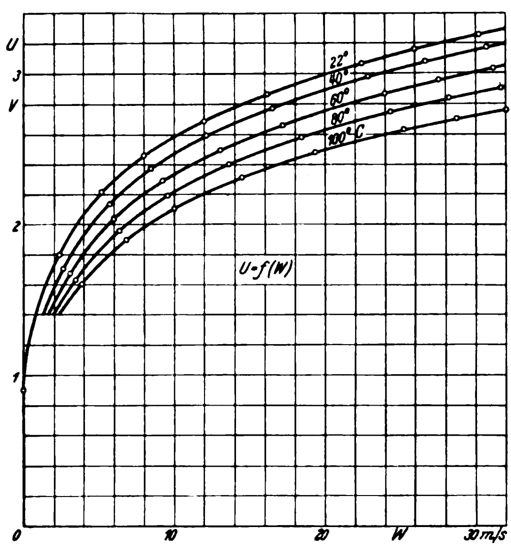


Abb. 14. Eichkurven für die Thermo-Hitzdrahtsonde bei verschiedenen Temperaturen.

In dieser Gleichung bedeutet:

R = Gaskonstante = 29,27 für Luft,

T = 273 + t,

P_0 = der auf den Barometerstand reduzierte Druck [kg/m²],

$$P_0 = 10000 \cdot \frac{b_0}{b'_0},$$

t = Temperatur der angesaugten Luft [°C],

b_0' = der auf die Temperatur t_0 bezogene Barometerstand von 735,5 mm QS = 1 kg/m² [mm Hg],

b_0 = Barometerstand bei der Temperatur t_0 [mmHg],

γ = spezifisches Gewicht der Manometerflüssigkeit.

Durch Verstellen des am Gebläse angebrachten Schiebers können verschiedene Druckhöhen bzw. Geschwindigkeiten erhalten werden.

Hat man die Luftgeschwindigkeit bestimmt, so bringt man an die Stelle, an der sich vorher die Staurohrspitze befand, die Platinspirale, und zwar so, daß ihre Achse so wie die Achse des Sondenhalters senkrecht zum Luftstrom zu stehen kommt, da in dieser Lage die Abkühlung und damit die Empfindlichkeit der Messung am größten ist. Die Abgleichung der Brücke erfolgt dann nach der bereits beschriebenen Weise.

Aus einer Anzahl zusammengehöriger Werte von Spannung U an der Sonde und Luftgeschwindigkeit w erhält man dann die Eichkurve $U = f(w)$ (Abb. 14). Um die Thermo-Hitzdrahtsonde bei verschiedenen Lufttemperaturen eichen zu können, wurde in das kurze Rohrstück zwischen Gebläse und Beruhigungskessel der Eicheinrichtung eine regulierbare Heizwicklung von etwa 10 kW Leistungsaufnahme eingebaut.

Abb. 14 zeigt fünf Eichkurven für Lufttemperaturen von 22, 40, 60, 80 und 100° C. Wie ersichtlich, verlaufen sie mit zunehmender Temperatur immer flacher, da die abkühlende Wirkung warmer Luft auf die Platinspirale mit zunehmender Temperatur immer geringer wird. Die Widerstandsänderung des Hitzdrahtes wird also ebenfalls kleiner und damit auch der Spannungsabfall bzw. der Strom, den man durch die Sonde schicken muß, um denselben Widerstand wie vorher zu erhalten.

6. Anwendung.

Mit der Hitzdraht- bzw. Thermo-Hitzdrahtsonde sind Strömungsversuche an verschiedenen Modellen und Motoren durchgeführt worden. So wurde mit der Hitzdrahtsonde das Geschwindigkeitsfeld am Eintritt in ein Gebläse, mit der Thermo-Hitzdrahtsonde das Geschwindigkeits- und Temperaturfeld am Austritt aus einem Zylinder eines 4-Zylinder-Reihenmotors ermittelt. Die in Abb. 15 eingetragenen Werte geben ein Zahlenbeispiel für die Messung mit der Thermo-Hitzdrahtsonde. Gemessen wurde Geschwindigkeit (oberer Wert) und Temperatur (unterer Wert) der aus einem Zylinder austretenden Kühlluft im Austrittsquerschnitt des am Zylinder angebrachten Luftführungskanals an den angedeuteten Stellen, nach dem zuvor die Strömungsrichtung mit einem dünnen Seidenfaden festgestellt worden war. Bei der Ermittlung der Strömungsrichtung zeigte sich, daß die Strömung praktisch parallel zu den Wänden der Leitbleche verläuft.

III. Zusammenfassung.

Im FKFS wurden die Kugel- und die Hitzdrahtsonde für die Erfordernisse von Strömungsmessungen an den Zylindern luftgekühlter Motoren weiterentwickelt, wobei vor allem auf kleinste Abmessungen der Meßgeräte Wert gelegt wurde.

So stellt die in gedrängter Bauweise hergestellte Staukugel ein brauchbares Meßgerät dar zur gleichzeitigen Messung von Geschwindigkeit, Richtung und Staudruck der Kühlluftströmungen. Wenn die Kanäle so eng sind, daß die Kugelsonde eine Störung der Luftströmung hervorrufen würde, findet die Thermo-Hitzdrahtsonde Verwendung, mittels der Temperatur und Geschwindigkeit der Luft gemessen werden können. Die Strömungsrichtung muß dann vor der Messung mit einem dünnen Seidenfaden festgestellt werden.

Zur Eichung beider Meßgeräte wird eine Einrichtung verwendet, die im wesentlichen aus Gebläse, Beruhigungskessel und Strömungsrohr zur Erreichung gleichmäßiger Strömung besteht.

Die Kugelsonde und die Hitzdraht- bzw. Thermo-Hitzdrahtsonde wurden im FKFS mit Erfolg für Strömungsmessungen an luftgekühlten Motoren verwendet.

4,4 / 34,5	3,0 / 32	1,8 / 31,5	1,8 / 30,0	1,4 / 32,5	3,0 / 35,5	3,3 / 32
6,8 / 48,5	5,5 / 44	4,1 / 39	4,5 / 36	3,0 / 39,5	5,2 / 43,5	6,7 / 43
8,6 / 55,5	7,8 / 53	8,0 / 48	8,7 / 45	5,6 / 44	8,6 / 52,5	9,6 / 56
10,2 / 59,5	8,8 / 56	7,3 / 51,5	11,0 / 48	11,5 / 48	8,7 / 53	11,0 / 59
10,3 / 64	8,0 / 59,5	6,5 / 54	12,4 / 55	10,0 / 53	7,0 / 57	11,3 / 65

2,[illegible] / 71	5,0 / 71	5,[illegible] / 67	3,[illegible] / 68
3,3 / 77	5,9 / 71	5,4 / 88,5	8,6 / 87
10,4 / 80,5	11,9 / 84	13,0 / 85,5	11,5 / 87,5
12,5 / 81,5	11,8 / 84	11,2 / 89	11,2 / 90
9,4 / 79	11,1 / 84	11,2 / 87,5	10,6 / 86,5
9,7 / 79	10,9 / 81	11,8 / 82,5	9,8 / 84

Abb. 15. Geschwindigkeits- und Temperaturenfeld im Austrittsquerschnitt des Luftführungskanals am heißesten Zylinder eines luftgekühlten 4-Zylinder-Fahrzeugmotors bei 1800 U/min. Luftgeschwindigkeit in m/s (obere Zahl), Kühllufttemperatur in °C (untere Zahl).

Flugleistungsmessungen mit Segelflugzeugen.

Von R. Maletzke, Deutsches Forschungsinstitut für Segelflug (DFS), Griesheim bei Darmstadt.

Vorgetragen am 12. 7. 1935 auf der Tagung der Vereinigung für Luftfahrtforschung (VLF), Ausschuß für Segelflugwesen, in Schwäbisch-Gmünd/Hornberg.

Die Leistungsfähigkeit eines Segelflugzeuges wird maßgeblich durch seine Sinkgeschwindigkeit bestimmt. Die zur Feststellung dieser Größe notwendigen Messungen erfordern ein genau arbeitendes Gerät und saubere Auswertung der Ergebnisse. Die Anforderungen, die an Druckmesser gestellt werden müssen, die erforderliche Genauigkeit der Synchronisierung von Druck- und Geschwindigkeitsaufzeichnung werden im folgenden besprochen und praktische Ergebnisse mitgeteilt.

Gliederung.

1. Einleitung.

Die Leistung eines Segelflugzeuges wird bestimmt durch seine Sinkgeschwindigkeit. Diese ist abhängig von der Horizontalgeschwindigkeit. Je geringer die Sinkgeschwindigkeit bei hohen Staudrücken, um so leistungsfähiger ist das Flugzeug für den Streckenflug.

Der Flugzeugbauer berechnet sich zunächst die Sinkgeschwindigkeit der Maschine nach der Formel

$$v_z = \frac{c_w}{c_a^{1,5}} \sqrt{\frac{G}{F \cdot \varrho/2}}$$

und hofft und wünscht, daß diese mit der Praxis übereinstimmt. Trotzdem eine Nachprüfung dieser Formel für den Flugzeugbauer dringend notwendig ist, liegen wirklich brauchbare Messungen nur in sehr geringem Umfange vor. Allerdings bereitet eine gute Messung praktisch außerordentliche Schwierigkeiten, wenn als Maß der Meßgenauigkeit die Forderung des Flugzeugbauers zugrunde gelegt wird, die Sinkgeschwindigkeit auf 1 cm/s zu bestimmen. Die Beantwortung der Frage, inwieweit diese Forderung überhaupt erfüllt werden kann, soll zunächst zurückgestellt werden.

2. Frühere Untersuchungen.

Das Deutsche Forschungsinstitut für Segelflug führte bereits im Vorjahre Flugleistungsmessungen durch. Für diese Versuche standen zur Verfügung:

1. 1 Staudruckschreiber mit 1stündigem Umlauf, Meßbereich 0—150 km/h,
2. 1 Barograph mit 1stündigem Umlauf und einem Meßbereich von 2000 m.

Dieser verhältnismäßig kleine Meßbereich ist notwendig, um möglichst große Ausschläge für die Höhenstufen zu erhalten. Bei der Auswertung wurden zunächst aus dem Staudruckschrieb solche Stücke herausgegriffen, die gleichen Staudruck zeigten. Durch zeitliche Synchronisierung der beiden Instrumente konnte das zugehörige Element der Barographenkurve gewonnen werden. Unter Zugrundelegung konstanten Vorschubes wurde die Höhendifferenz durch Bestimmung des Neigungswinkels der Kurve ermittelt. Auf die Auswertmethode soll an dieser Stelle nicht näher eingegangen werden, da sie im Zusammenhang mit dem optischen Instrument etwas ausführlicher besprochen werden muß. Sie hat an sich eine ganze Reihe brauchbarer Ergebnisse gebracht. Es zeigt sich jedoch, daß die Genauigkeit der Meßergebnisse aber nicht ausreichte, um den Anforderungen des Flugzeugbauers gerecht werden zu können. Die Fehlermöglichkeiten lagen im wesentlichen in der Höhen- und Zeitbestimmung. Da die untersuchten Meßstrecken wegen der Bedingung konstanten Staudruckes sehr klein waren, so war es praktisch nicht möglich, die Zeit auf 1 s genau abgreifen zu können. Der Meßbereich (Ausschlagsbereich) für die Höhe reichte ebenfalls nicht aus, um genauere Ergebnisse erzielen zu können.

3. Grundsätzliches über die barometrische Höhenmessung.

In diesem Zusammenhang erscheint es mir angebracht, kurz einiges über die barometrische Höhenmessung zu sagen. Der Druck nimmt mit der Höhe nicht linear ab, sondern nach einer e-Funktion, die ihren mathematischen Ausdruck in der barometrischen Höhenformel findet. Auf Grund dieser Gesetzmäßigkeit ändert sich auch die Höhe für die Druckeinheit von 1 mm Hg-Säule. (Barometrische Höhenstufe.) In Bodennähe bedeutet eine Änderung nach der Höhe von 1 mm Hg-Säule eine Höhenänderung von rd. 10 m. In 2000 m beträgt die gleiche Höhenänderung rd. 13 m. Nimmt man also zunächst einmal Bodenverhältnisse an, so muß man, um die Höhe auf 1 m genau bestimmen zu können, den Druck bereits auf $^1/_{10}$ mm ablesen. Will man die Höhe aber auf 1 cm genau bestimmen, so muß man den Druck auf $^1/_{1000}$ mm Hg-Säule ablesen. Praktisch ist dieses natürlich nicht möglich, da mit einem normalen Stationsbarometer, das die Grundlage der Eichung abgibt, gerade $^1/_{10}$ mm Druckdifferenz abgelesen werden kann. Bei einem normalen Barographenschrieb ist es ebenfalls nicht möglich, diese Genauigkeit durch Druckablesung zu erreichen. Da nun aber der Schrieb durch das gleichmäßige Fliegen einen nahezu stetigen Verlauf hat, so ist es aber möglich, Neigungsänderungen, bedingt durch Sinkgeschwindigkeitsänderungen, viel eher zu erkennen, als dies durch Druckablesungen möglich wäre. Auf diese Weise läßt sich eine große relative Genauigkeit erzielen. Um diese Erkenntnis voll ausnutzen zu können, muß ein Barograph einmal die Bedingung erfüllen, die Zeit sehr genau (d. h. auf 1 s) ablesen zu können, und zum anderen einen recht großen Ausschlagsbereich besitzen. Die Anzeige selbst soll möglichst trägheitsfrei sein. Die praktische Auswertung ließ den Wunsch wach werden, vor allem Staudruck und Barographenschrieb möglichst auf einem Registrierstreifen zusammen zu haben, da nur auf diese Weise die einwandfreie Synchronisierung der Registrierung erreicht werden kann.

4. Messungen mit dem Askania-Vierfachschreiber.

Diese Gründe führten dazu, den optisch registrierenden Vierfachschreiber von Askania für die Messungen zu benutzen. Im Prinzip ist er so gebaut, daß an die Meßelemente Spiegelsysteme angebracht sind, die einen Lichtstrahl entsprechend der Bewegung des Meßelementes leiten. Der Lichtstrahl, der in Ruhe nur einen Punkt aufzeichnet, wird bei Bewegung zur Linie, die sich auf einem Filmstreifen abbildet. Diese Registrierart hat den Vorzug, daß die hemmenden Reibungskräfte praktisch ausgeschaltet sind. An das Instrument sind insgesamt 4 Meßelemente anzuschließen. Das benutzte Gerät hat ein Element zur Staudruckregistrierung, eins zur Temperaturregistrierung und zwei zur Höhenregistrierung. Die beiden unterscheiden sich lediglich durch ihren Meßbereich, indem das eine von 0 bis 1000 m, das andere von 0 bis 2000 m anzeigt. Die Wahl dieser beiden Elemente wurde vorgenommen, um einmal einen großen Ausschlagsbereich für einen kleinen Höhenbereich zu erhalten, um aber auch auf der anderen Seite nicht an die 1000 m-Grenze gebunden zu sein. Letzteres ist wichtig, wenn man mehrere Staudrücke und damit verschiedene Sinkgeschwindigkeiten auf einem Streifen erhalten will, vor allem auch wegen der atmosphärischen Verhältnisse. Diese erlauben es besonders in den wärmeren Monaten sehr selten, einen vollkommen ungestörten Flug durchführen zu

können, wobei unter vollkommener Ruhe das Fehlen jeglicher Vertikalbewegung der Luft verstanden sei. Daß diese Verhältnisse besonders in der Umgebung des Flugplatzes Griesheim, der durch seine thermischen Vertikalbewegungen ein dankbares Gebiet für Höhensegelflüge bietet, sehr selten sind, haben uns die Messungen mit großer Deutlichkeit wieder gezeigt. Aber darüber hinaus spielt die Tatsache, daß Darmstadt mitten auf dem Festland liegt und damit den atmosphärischen Störungen ausgesetzt ist, die durch die thermischen Gegensätze hervorgerufen werden, eine außerordentlich große Rolle. Einwandfreie Messungen können eigentlich in der wärmeren Jahreszeit nur an Küstenorten durchgeführt werden, die ihre Luft aus dem Raum über weiten Meeresflächen her beziehen. Der Winter, der durch stabile Atmosphäre grundsätzlich für diese Messungen geeignet ist, bringt oft die Schwierigkeit mit sich, daß an den geeigneten Tagen Bodennebel herrscht, der natürlich ein Fliegen, besonders im Schlepp, unmöglich macht.

Alle 4 Meßelemente registrieren gleichzeitig auf einer Vertikalen, so daß zusammengehörige Punkte sofort zu erkennen sind. Ein weiterer Vorzug des Instrumentes besteht in der Regelbarkeit des Vorschubes, der sich in 6 Stufen von 0,01 bis 10 mm/s einstellen läßt. Um Unregelmäßigkeiten des Vorschubes auszuschalten, ist der Anschluß einer elektrischen Kontaktuhr möglich, die in regelmäßigen Zeitabständen Marken über die ganze Streifenbreite gibt.

5. Auswertung der Messungen.

Die Auswertung des Höhenschriebes läßt sich auf zwei Arten durchführen. Die eine sei als Differentialmethode, die andere als Integralmethode bezeichnet. Die erste ist dadurch gekennzeichnet, daß kleine Elemente der Kurve herausgegriffen werden, um die Sinkgeschwindigkeit zu bestimmen, während bei der zweiten ein größerer Bereich der Auswertung zugrunde gelegt wird.

Bevor die Einzelheiten des Auswertungsganges beschrieben werden, sollen noch einmal die Eigenheiten des Schriebes zusammengefaßt werden. Der Staudruckschrieb schwankt in den meisten Fällen um verhältnismäßig kleine Beträge. Der Vorschub, der die Zeitermittlung möglich macht, ist nicht konstant. Die Ursache dafür liegt einmal in der Konstruktion des Vierfachschreibers, indem die transportierende Rolle durch Filmverbrauch einen wachsenden Durchmesser erhält, zum anderen liegen Fehlerquellen im Kontaktuhrwerk, und drittens können schließlich unregelmäßige Stromzuführungen Ursache von Differenzen in den zeitlichen Abständen sein.

Der Höhenschrieb hat durch den großen Vorschub eine sehr kleine Neigung.

Die Differentialauswertung geschieht nun folgendermaßen: Aus der Druckkurve greifen wir ein Stück heraus, und zwar nehmen wir beispielsweise einen Zeitabschnitt von 5″, dem auf dem Streifen eine Strecke von rd. 5 mm entspricht. Der Abstand der beiden Strecken läßt sich auf $^1/_{100}$ mm relativ genau messen. Ebenso läßt sich der Winkel α, unter dem die Barographenkurve geneigt ist, genau bestimmen. Legen wir nun den Anfangsdruck p_1 mit der üblichen Genauigkeit fest, dann kommt es darauf an, mit großer Genauigkeit den Druckunterschied bis zur nächsten Zeitmarke, der der Druck p_2 entspricht, zu ermitteln. Aus der Druckdifferenz läßt sich dann durch einfache Rechnung die Höhendifferenz ermitteln. Die Bestimmung der Druckdifferenz läßt sich auf zwei Wegen durchführen: Der erste wäre folgender: Aus dem rechtwinkligen Dreieck (siehe Skizze) läßt sich Δa in mm errechnen. Die Strecke

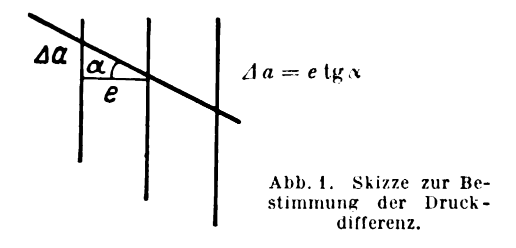


Abb. 1. Skizze zur Bestimmung der Druckdifferenz.

stellt eine Druckdifferenz dar, deren Wert dann erhalten werden kann, wenn die Gleichung der Druckausschlagkurve bekannt ist. Diese läßt sich gewinnen mit der Newtonschen Interpolationsformel

$$a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots . + a_n x^n = 0.$$

Es stellte sich heraus, daß es genügt, die Gleichung bis zum Glied x^5 aufzustellen, um den erforderlichen Genauigkeitsgrad zu erreichen. Dieses Verfahren ist jedoch wegen der damit verbundenen Rechenarbeit, die besonders in der Koeffizientenbestimmung liegt, sehr umständlich.

Wesentlich praktischer ist der Weg über die differentiierte Druckausschlagkurve. Gehen wir wieder auf das oben erwähnte Dreieck zurück, so läßt sich der Betrag des Druckausschlages in mm Länge in bekannter Weise bestimmen

Es handelt sich jetzt nur darum, für das Längenmaß den gewünschten Druckmaßstab zu erhalten. Zu einer Ausschlagsänderung gehört eine Druckänderung. In der Druckausschlagkurve (s. Abb. 2) stellt nun das Verhältnis der beiden Größen die Neigung der Kurve dar.

$$\frac{\Delta a}{\Delta p} = \operatorname{tg} \beta$$

daraus ergibt sich

$$\Delta a = \Delta p \cdot \operatorname{tg} \beta$$

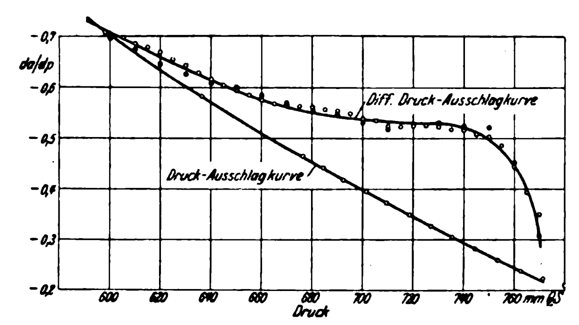


Abb. 2. Druck-Ausschlagskurve des optischen 4-fach-Schreibers (Meßdosenbereich 0 — 2000 m).

und damit ein Druckmaßstab für die Länge Δa. Die Druckdifferenz, die dem Ausschlag Δa entspricht, errechnet sich somit zu

$$\Delta p = \frac{\Delta a}{\operatorname{tg} \beta} = e \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta}$$

und hieraus die Höhendifferenz

$$\Delta h = -\frac{\Delta p}{\varrho} = -\frac{e}{\varrho} \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta}.$$

In dieser Formel wird e durch Streckenausmessung, α durch Winkelablesung, ϱ aus Druck, Temperatur und Feuchte an der betreffenden Stelle und $\operatorname{tg} \beta$ aus der differentiierten Druckausschlagkurve bestimmt.

Für das Ergebnis ist es nun von großer Wichtigkeit, einmal die Genauigkeitsgrenzen festzustellen, die mit dieser Methode zu erreichen sind. Die Strecke e läßt sich relativ genau auf $\pm$ $^1/_{100}$ mm ablesen. Wenn die Winkelablesung nun auf $\pm$ 10′ garantiert werden kann, dann erhält man in der Strecke Δa einen maximalen Fehler von $^2/_{100}$ mm. (Die Winkelablesung auf $\pm$ 10′ bereitet an sich keine Schwierigkeiten, wenn die Strecke lang genug ist, an die der Winkelmesser angelegt werden muß. Bei den kurzen Strecken, die in unserem Falle einen Winkelschenkel bilden, ist dies jedoch nur mit mikroskopischer Beobachtung zu erreichen.) Der Fehler in der Neigungsablesung der Druckausschlagkurve beträgt $\pm$ 0,02, wenn wir den ungünstigsten Druckbereich wählen; dann ergibt sich schließlich insgesamt ein Fehler in der Druckbestimmung von $^1/_{100}$ mm Hg-Säule. Das bedeutet für die Höhenbestimmung einen maximalen Fehler von 10 cm. Da diese Verhältnisse für einen Zeitbereich von 5 s gerechnet wurden, so bedeutet das in der Zeiteinheit einen Höhenfehler von 2 cm; mit anderen Worten die Sinkgeschwindigkeitsmessung ist mit einem Fehler von 2 cm/s behaftet. Dieses Ergebnis wurde unter

der Voraussetzung erhalten, daß die Zeitbestimmung einwandfrei durchgeführt werden kann. (Bei der Meßgenauigkeit von $^1/_{100}$ mm bedeutet dies eine Genauigkeit von $^1/_{100}$ s.) Leider stellte sich erst vor ganz kurzer Zeit heraus, daß das Uhrwerk nicht ganz einwandfrei arbeitet, so daß der Zeitfehler zunächst eine unbekannte Größe ist und damit natürlich auch das Ergebnis in jeder Weise fälschen kann. Diese Tatsache läßt sich sehr deutlich in der graphischen Darstellung erkennen, die die Sinkgeschwindigkeit als Funktion der Horizontalgeschwindigkeit wiedergibt. Bevor jedoch diese Darstellung gebracht wird, sei noch die zweite Auswertmethode besprochen, die als Integralmethode bezeichnet wurde. Bei ihr faßt man größere Bereiche zusammen und erhält damit eine Art Mittelwerte. Die Bestimmung der Druckdifferenz geschieht durch Ablesen des Druckes an den beiden Endpunkten eines Bereiches. Zur Kontrolle wurde die Auswertung so eingerichtet, daß einmal kleinere Bereiche (von 30 bis 80 s) und dann der Gesamtbereich eines Staudruckes erfaßt wurden (3 bis 4 min). Eine einfache Rechnung vermittelt sofort ein Bild über die Genauigkeitsgrenzen dieser Methode. Bei einer Sinkgeschwindigkeit von 1 m/s, um eine runde Zahl zu nennen, fällt das Flugzeug in der Zeit von 3 min 180 m. Das bedeutet in Bodennähe etwa eine Druckänderung von rd. 18 mm. Der Fehler, der durch Ablesen des Druckes aus der Druckausschlagkurve entstehen kann, betrage $\pm\, ^2/_{10}$ mm Hg-Säule. Das entspricht einer Höhendifferenz von rd 4 m. Die Sinkgeschwindigkeit beträgt dann 1,02 m/s. Der Fehler ist somit 2 cm/s. Etwas ungünstiger fällt das Ergebnis aus, wenn man die Auswertbereiche kleiner wählt, denn hier spielen die Einzelfehler, die sich durch Zeit- und Höhenbestimmung einschleichen, eine wesentlich größere Rolle. In einer graphischen Darstellung, die das Ergebnis der Rechnung zeigen soll, wird ersehen, daß die Abweichung der Sinkgeschwindigkeit, ermittelt auf Grund der Auswertung kleinerer Bereiche, vom mittleren Wert, dem der Bereich des gesamten konstanten Staudruckes zugrunde gelegt wurde, gar nicht sehr bedeutend ist. Es ist natürlich einleuchtend, daß der Fehler durch die Abweichung vom Mittelwert ganz besonders abhängig vom sauberen Fliegen ist. Schwankt der Staudruck nur in ganz geringen Werten um seinen Mittelwert, so werden die Einzelergebnisse recht gut mit dem Durchschnittswert übereinstimmen. Im umgekehrten Fall werden natürlich die Abweichungen wesentlich größer sein. In der graphischen Darstellung der Sinkgeschwindigkeit als Funktion der Horizontalgeschwindigkeit bestätigt sich diese Überlegung. Bei hohen Geschwindigkeiten ist es dem Piloten einfach nicht mehr möglich, konstanten Staudruck fliegen zu können. Hier schwanken denn auch die Sinkgeschwindigkeiten am stärksten um den Mittelwert. Bei geringen Staudrücken findet sich das umgekehrte ebenfalls bestätigt.

Noch eines muß zum allgemeinen Verfahren gesagt werden. Wir sahen bereits oben, daß der Druck nach einer e-Funktion mit der Höhe abnimmt. Mit dieser Druckänderung ändert sich auch die Luftdichte, d. h. sie nimmt nach oben hin ab. Die Dichte hat aber einen bedeutenden Einfluß sowohl auf die Sinkgeschwindigkeit als auch auf den Staudruck. Um vergleichbare Ergebnisse zwischen den Messungen in der Höhe und am Boden zu bekommen, ist es notwendig, sämtliche Werte auf eine Einheitsdichte zu beziehen. Da als allgemein üblich die Bodendichte zu

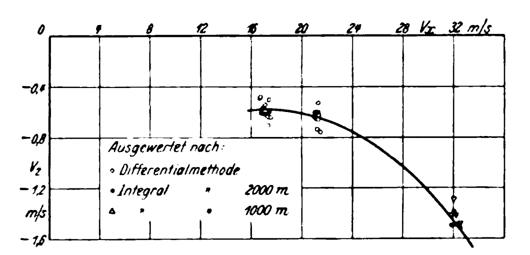


Abb. 3. Geschwindigkeitspolare des Segelflugzeuges D→SAO PAULO« (Flugleistungsmessung vom 27. 5. 1935, 6 Uhr 30).

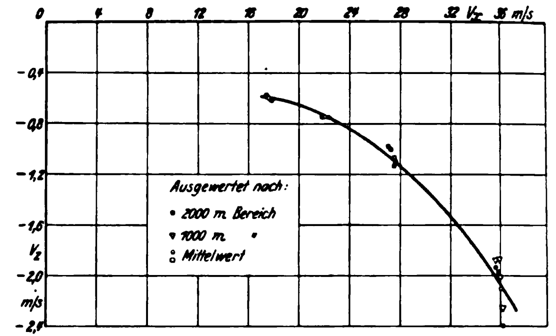


Abb. 4. Geschwindigkeitspolare des Segelflugzeuges D→SAO PAULO (Flugleistungsmessung vom 21. 6. 1935, 7 Uhr).

0,125 angesetzt wird, wurde dieser Wert auch in unseren Rechnungen eingeführt. Die Reduktion wurde so vorgenommen, daß mit $\sqrt{\varrho/\varrho_0}$ erweitert wurde.

Abb. 3 und 4 zeigen die Leistungsmessung des Segelflugzeuges D-Sao Paulo Typ »Fafnir II«. Bei einer Horizontalgeschwindigkeit von 17 m/s fällt das Flugzeug mit rund 0,60 m/s, bei 32 m/s mit rd. 1,5 m/s. Die Kurven der beiden Abbildungen weichen in geringen Beträgen (bis zu 10 cm/s) voneinander ab. Dieser Unterschied wird auf Vertikalbewegungen zurückzuführen sein. Man ersieht jedoch, daß die Sinkgeschwindigkeit verhältnismäßig langsam bei zunehmender Horizontalgeschwindigkeit abnimmt; praktisch bedeutet dieser allmähliche Abfall die Möglichkeit, schnell vorwärts zu kommen, ohne allzuviel Höhe zu verlieren.

Abb. 5 gibt die Sinkgeschwindigkeit beim Kreisflug wieder. Geflogen wurden verschiedene Durchmesser. Man ersieht, daß die Sinkgeschwindigkeit mit engerem Kurvenradius schnell zunimmt. Diese Messungen gewinnen besondere Bedeutung für den Thermikflug, da sie eine Leistungsübersicht im Kreisflug ermöglichen. Schließlich wird in Abb. 6 noch eine Leistungskurve für den Doppelsitzer »D-Obs« gezeigt. Im Vergleich zur »Sao Paulo« nimmt die Sinkgeschwindigkeit rasch zu. Das Fallen von $1\frac{1}{2}$ m/s wird bereits bei einer Horizontalgeschwindigkeit von rund 26 m/s erreicht.

5. Zusammenfassung.

Nach einer Besprechung der Durchführung von Flugleistungsmessungen werden zwei Auswertmethoden von Messungen der Sinkgeschwindigkeiten mit ihren Fehlergrenzen erörtert. Zum Schluß werden Ergebnisse von praktischen Versuchen gezeigt.

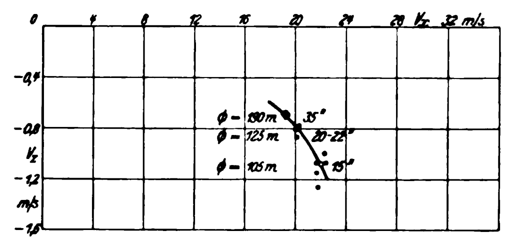


Abb. 5. Geschwindigkeitspolare des Segelflugzeuges D→SAO PAULO« beim Kreisflug (Flugleistungsmessung vom 1. 7. 1935, 20 Uhr).

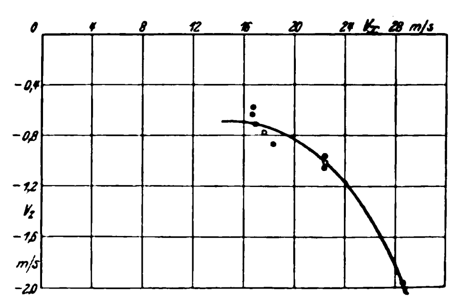


Abb. 6. Geschwindigkeitspolare des zweisitzigen Segelflugzeuges D→OBS«.

Meß-Einrichtungen im Segelflug.

Von L. Scriba, Deutsches Forschungsinstitut für Segelflug (DFS), Griesheim bei Darmstadt.

Vorgetragen am 12. 7. 1935 auf der Tagung der Vereinigung für Luftfahrtforschung (VLF), Ausschuß für Segelflugwesen, in Schwäbisch-Gmünd/Hornberg.

Die Ausrüstung von Segelflugzeugen mit Geräten zur Überwachung des Flugzustandes wird ständig vervollkommnet. Die besonderen Anforderungen, die der Segelflieger an diese Geräte stellt, veranlaßten die Entwicklung von Instrumenten, die sich durch engeren Meßbereich, erhöhte Empfindlichkeit und geringeres Gewicht von denen für Motorflugzeuge unterscheiden.

Gliederung.

Im folgenden wird auszugsweise über einige kleinere Arbeiten der Flugabteilung bzw. Instrumentenabteilung des Deutschen Forschungsinstituts für Segelflug (D.F.S.) berichtet.

1. Einleitung.

Als nach dem Kriege die Segelfliegerei in Deutschland aufkam, war es naheliegend, daß zur Überwachung des Flugzustandes Geräte aus dem Motorflugzeug übernommen wurden. Zur Zeit ist festzustellen, daß das Segelflugwesen eine ganz selbständige Entwicklung nimmt, und daß weiterhin aus den Bedürfnissen der Segelfliegerei besondere Wünsche bezüglich der Ausrüstung mit Geräten geltend gemacht werden. Kurz zusammengefaßt sind diese Wünsche folgende: 1. geringes Gewicht, 2. geringer Platzbedarf, 3. Förderung der Meß-Einrichtungen, die den Eigenarten des motorlosen Fluges besonders gerecht werden.

1. Allgemeines über Bordgeräte.

Zur Ausrüstung gehören Höhenmesser, Fahrtmesser, Variometer, Querneigungsmesser und Längsneigungsmesser. Daß Kompaß und Borduhr in einem Hochleistungs-Segelflugzeug nicht fehlen dürfen, ist selbstverständlich. Als Kompaß kommt vorläufig nur die Bauart »Emil«, d. h. also der Kompaß mit Frontansicht, in Frage. Die Segelfliegerei erwartet bezüglich Borduhr, Kompaß und Höhenmesser eine weitgehende Verringerung des Durchmessers und des Gewichtes. Schwierigkeiten dürften vornehmlich bei Borduhr und Höhenmesser nicht vorliegen. Die Borduhr soll mit einer verstellbaren roten Marke zur Einstellung der Startzeit ausgerüstet sein.

Fahrtmesser, Variometer und z. T. auch die Wendezeiger sind mit Membranen ausgerüstet, deren Stärke etwa 0,02 bis 0,03 mm im äußersten Falle betragen darf. Schwächere Abmessungen sind darum zu verwerfen, da die Geräte sonst zu empfindlich gegen Stoß und Erschütterung werden. Als günstigster Baustoff ist eine Messingqualität mit guten Tiefzieheigenschaften zu empfehlen. Im äußersten Falle ist ohne toten Gang die Darstellung von 30 mm WS auf der ganzen Skala (also für 330° entsprechend den Normen) zu erreichen. Für Variometer ist durch diese Angabe eine Grenze der Entwicklung festgelegt, die nach den bisherigen technischen Erfahrungen nicht mehr unterboten werden kann. Zur Zeit gibt sich erstaunlicherweise die Industrie noch mit ungefähr 150 mm WS zufrieden, also dem 5. Teil des Erreichbaren. Für Fahrtmesser dürften die angegebenen Abmessungen ausreichen, wohingegen bei aerodynamischen Wendezeigern schon Schwierigkeiten entstehen. Bei Benutzung von Saugdüsen mit dem ungefähren Beiwert 1 stehen nämlich Druckunterschiede für den Winkelbereich von 180° auf der Skala von etwa 15 mm WS zur Verfügung.

Hier wird durch die von einer Strömung bewegte Platte eine neue aussichtsreiche Entwicklung eingeschlagen (Abb. 1). Der Druckunterschied wirkt dabei nicht auf einen durch eine Membran verschlossenen Raum, sondern er erzeugt in einem Gehäuse eine Strömung, in der sich eine Platte, die gegen eine schwache Feder arbeitet, befindet. In dem gezeigten Schema sieht man eine Platte, die zentrisch gelagert ist und nur einen schmalen Schlitz freigibt, der zum Ausgleich des Druckes von der Druck- nach der Saugseite dient. Dem durch den Spalt entstehenden Stau hält eine kleine Feder des Meßsystemes das Gleichgewicht.

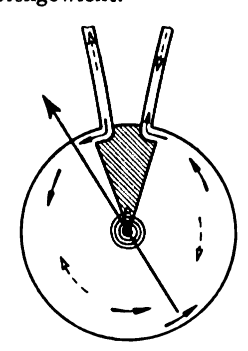


Abb. 1. Variometer (Strömungsprinzip).

Folgende Schwierigkeiten tauchen neu auf: Bei Geräten mit geringem Meßdruck (Variometer, Wendezeiger) muß der Spalt sehr klein sein. In diesem Falle kann eine geringe Verschmutzung das Gerät schon außer Betrieb setzen. Es ist darum erforderlich, den Spalt etwas zu vergrößern und ihn als Schacht auszubilden, um die entsprechenden Dämpfungswege zu erreichen. Bei dieser Ausführung werden Temperaturunterschiede, die sich durch Längenänderungen äußern, ebenfalls keine Nachteile erzeugen.

Bei Strömungsgeräten muß die Leitung mit eingeeicht werden. Dieser Schwierigkeit kann man für alle Geräte (also Fahrtmesser, Wendezeiger und Variometer) dadurch aus dem Wege gehen, daß ein fester Widerstand, der wesentlich größer ist als die Leitungswiderstände, an den Zu- und Ableitungen eingeeicht wird. In diesem Falle sind diese Geräte unabhängig von der Leitungslänge.

8. Variometertheorie von Bestelmeier und Blechschmidt-Knott.

Nach theoretischen Überlegungen, die hier im D.F.S. durch die Herren Blechschmidt und Knott im Jahre 1934 vorgenommen worden sind, entspricht die von Bestelmeier aufgestellte Variometertheorie nicht der Wirklichkeit. Nach Bestelmeier ergibt sich, daß das Variometer vom Druck abhängig ist. Die sich ausbildende Druckdifferenz hat nach Bestelmeier folgendes Ergebnis:

$$p_1 - p_a = \frac{\alpha}{\beta \cdot c} \cdot p_a$$

α = konstante Vertikalgeschwindigkeit,
β = positive Konstante,
c = 6770-m-Konstante,
$p_1 - p_a$ = Druckdifferenz,
p_a = Außenluftdruck.

Die im D.F.S. vorgenommenen Versuche im Labor und im Flugzeug zeigen, daß die durch die Theorie ermittelte Höhenabhängigkeit nicht zu bestätigen ist. Es liegt aber eine Temperaturabhängigkeit vor, deren tatsächliche Größe durch das Fehlen einer Kälte-Einrichtung noch nicht quantitativ ermittelt werden konnte. Da dem D.F.S. in kurzer Zeit eine Kälte-Einrichtung zur Verfügung stehen wird, werden die vor etwa zwei Jahren abgebrochenen Variometerversuche in dieser Richtung neu aufgenommen.

Die Theorie von Blechschmidt-Knott gibt folgende Endgleichung:



Steigen:

$$v_z = \frac{8000 \cdot Ko}{J} \cdot (b_1 - b_a) \cdot \frac{1 + 0{,}002\, t_b + 0{,}002\, t_a}{1 + 0{,}00282\, t_b}$$

Fallen:

$$v_z = \frac{8000 \cdot Ko}{J} \cdot (b_1 - b_a) \cdot \frac{1 + 0{,}002\, t_b + 0{,}002\, t_a}{1 + 0{,}00282\, t_a}$$

v_z = Steiggeschwindigkeit,
J = Inhalt der Ausgleichflasche
b_1—b_a = ausgebildete Druckdifferenz,
Ko = Konstante,
t_b = Bodentemperatur,
t_a = Außentemperatur.

Man erkennt, daß die Steiggeschwindigkeit unabhängig ist von der Höhe, aber abhängig von der Druckdifferenz, der Boden- und der Außentemperatur.

Hier ist die Feststellung von Interesse, daß vereinzelt doch eine bestimmte Höhenabhängigkeit auftritt. Zur Erklärung folgendes: Nach dem Gesetz von Poiseuille gilt für laminare Strömung in Kapillaren

$$\Delta p = \eta \cdot C \cdot v \cdot \frac{1}{t}$$

v = Flüssigkeitsvolumen,
C = Konstante,
Δp = Druckdifferenz,
t = Zeit.

Die absolute Zähigkeit η ist temperaturabhängig, aber nicht druckabhängig (Kohlrausch). Stellt sich nun doch eine Druckabhängigkeit heraus, so herrscht nicht mehr laminare, sondern turbulente Strömung in der Kapillare bzw. dem Schlitz. Fehler entstehen ebenso, wenn die Anlaufströmung der ausgetauschten Luftmengen groß wird gegen den Druckabfall in der Kapillare. Nach Prandtl-Tietjens wird für diesen Fall die oben angegebene Beziehung durch $\varrho \cdot v^2$ erweitert. Durch ϱ (Luftdichte) wird der Vorgang druckabhängig.

4. Fluglagegeräte für Segelflugzeuge.

Für Leistungs-Segelflugzeuge, die in sehr vielen Fällen Blindflug vornehmen müssen, ist ein Fluglagegerät unbedingt notwendig. Bekanntlich werden hierzu elektrische und luftangetriebene Kreisel (Wendezeiger) schon weitgehend benutzt. Die Nachteile dieser Geräte (Gewicht und Preis) sind hinreichend bekannt. Man kann nun auch Geräte bauen, deren Bezugssystem nicht die Erdbeschleunigung bzw. die resultierende Beschleunigung ist, sondern deren Bezugssystem die umgebende Luft ist. In Nachahmung des Vogelfluges werden an den Enden der Flugzeugflächen Tastorgane, in diesem Falle Düsen, vorgesehen, die auf Änderungen des Strömungszustandes ansprechen. (Siehe Bennewitz, Flugzeuginstrumente.) Es ist nun im Geradeausflug durchaus möglich, daß diese Änderungen des Strömungszustandes nur an einer Düse auftreten, so daß der Pilot, der sich nach diesem Gerät richtet, seinen geradlinigen Kurs kurzzeitig aufgibt. Andererseits paßt er sich aber den Störungen der Atmosphäre besser an. Diese Tatsache ist ja doch schließlich das Geheimnis des ökonomischen Fluges, der im großen Rahmen alle durch die Atmosphäre gebotenen Möglichkeiten ausnutzt. Es arbeitet derart, daß 2 Düsen auf eine Kammer wirken, die durch eine feine Membran geteilt ist. Druckunterschiede, von den beiden Düsen kommend, werden sich nun an der Membran durch Ausschläge sichtbar machen. Man hat mit diesem Gerät also keine Orientierung gegenüber dem Schwerefeld, sondern gegenüber dem aerodynamischen Feld. Man sucht also damit Flächen in der Strömung auf, in denen gleicher Druck herrscht.

Als Neigungsmesser im Kurvenflug zeigt es die Neigung gegenüber der Luftströmung.

Für derartige Wendezeiger ist die Unterbringung der Düsen an aerodynamisch korrespondierenden Punkten an den Flächen vorzunehmen. Der entstehende Druckunterschied in einer richtig geflogenen Kurve ist abhängig vom spezifischen Gewicht der Luft, von der Spannweite bzw.

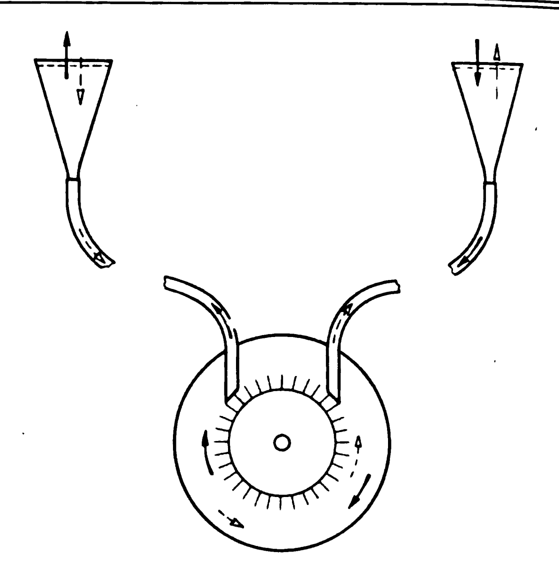


Abb. 2. Wendezeiger.

von der Entfernung der beiden Düsen, vom Neigungswinkel α und vom Beiwert der benutzten Venturi-Düsen. Es wird eine Einfachdüse benutzt, da bei der Doppeldüse besondere Vereisungsgefahr vorliegt. Mit einem Beiwert von 5 kann nach überschläglicher Rechnung für einen Winkelbereich von 180° auf der Skala 120 mm WS zur Verfügung gestellt werden. Man ersieht hieraus, daß dieses Gerät eine recht robuste Form bekommen kann. Erstrebenswert wäre es nun, wenn das Strömungsprinzip auch bei diesem aussichtsreichen aerodynamischen Wendezeiger angewendet werden würde.

In dem Schema (Abb. 2) wird ein Gerät gezeigt, das auf diesem Grundgedanken beruht; ein leichtes Rädchen wird von 2 Düsen angeblasen; treten Geschwindigkeitsunterschiede an den Düsen auf, so kommt das Windrädchen in Umdrehung. Diese Ausführung hat den Vorteil besonderer Billigkeit und Einfachheit und sicherlich auch der Betriebssicherheit. Es hat den Nachteil, daß keine feste Nullage vorhanden ist (Bauart Askania).

Es ist viel gestritten über die Frage, ob im Schulbetrieb Bordgeräte Verwendung finden sollen. Ich neige dazu, diese Frage vorerst nicht ganz ablehnend zu beantworten. Beispielsweise wird sich meiner Überzeugung nach ein vereinfachter Fahrtmesser folgender Bauart gut bewähren. Es wird eine Anbohrung an der Flächenoberseite vorgenommen, an der das Abreißen der Strömung sich durch eine starke Druckänderung im Gerät sichtbar macht. Der einfache Anzeiger hat nur eine rote Marke oder eine aufleuchtende Lampe, die den überzogenen Flugzustand zeigt. Dieses Gerät ist natürlich kein Fahrtmesser mehr.

Auch besondere Schreibgeräte sind im Laufe der Entwicklung des Segelflugwesens notwendig geworden. Entsprechend den Rekordbestimmungen der F.A.I. wurde ein Thermobarograph entwickelt, nicht um ein neues Gerät zu den bisher schon vorhandenen Konstruktionen zu bekommen, sondern um tatsächlich ein auf die Bedürfnisse der Segelfliegerei zugeschnittenes Gerät zu haben (Abb. 3). Die Bestimmungen der F.A.I. verlangen für Höhenflüge die gleichzeitige Ermittlung der Temperatur. Als Uhrwerk wurde das normale D.V.L.-Uhrwerk mit umschaltbarem Meßbereich benutzt. Beide Meßelemente sind in der im Schema gezeigten Form nebeneinander aufgebaut, wobei das Druckmeßelement im Gehäuse und das Temperaturmeßelement außerhalb des Gehäuses sich befindet. Die Aufzeichnungen der beiden Meßelemente sind um 10 mm versetzt, so daß die Auswertung unter Benutzung einer einfachen Schablone bequem erfolgen kann. Durch die geradlinige Aufschreibung wird leichte Auswertung erreicht (Abb. 4).

Das Gewicht dieses Thermobarographen beträgt ungefähr 900 g, ungefähr ⅓ der bisherigen Bauarten. Die Formgebung des Gehäuses stellt ein Mittelding zwischen geringstem Widerstand und billigster Herstellung dar. Es wird



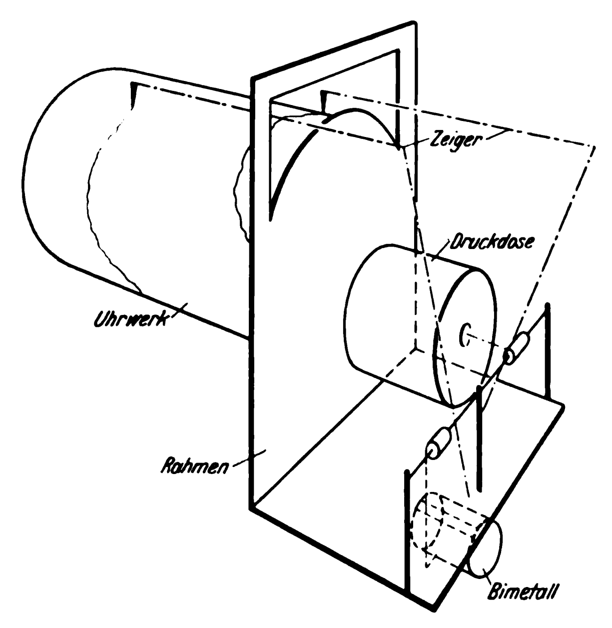


Abb. 3. Thermobarograph.



Abb. 4. Schrieb der Thermobarographen.

darum der Preis in der Größenordnung eines normalen Barographen liegen.

Die Aufzeichnung der vertikalen Geschwindigkeiten durch Variographen ist gerade für das Segelflugzeug bzw. für die meteorologischen und anderen Aufgaben, die durch das Segelflugzeug gelöst werden, sehr wichtig. Entsprechend einem alten Vorschlag von Bennewitz wird die bei Variographen übliche Kapillare durch einen Hahn ersetzt, der durch ein Uhrwerk gesteuert ist (Abb. 5). Das D.F.S. hofft, in aller Kürze dieses Gerät und auch den oben erwähnten Thermobarographen der Segelfliegerei zur Verfügung stellen zu können. Der Variograph ist unter der Voraussetzung, daß die durch das Uhrwerk vorgenommene Ventilsteuerung mit großer Genauigkeit vor sich geht, ein Fein-Höhenschreiber

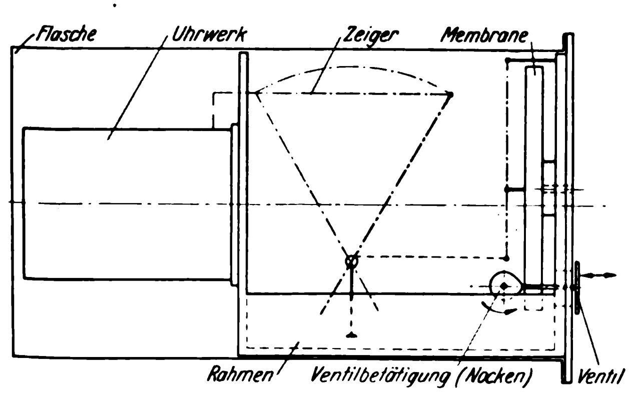


Abb. 5. Variograph.

besonderer Bauart. Gleichzeitig wird der Luftdruck, wie üblich, aufgeschrieben.

5. Funkgeräte und Funksprecher für Segelflugzeuge.

Auf folgende Einrichtung möchte ich noch kurz eingehen: Vornehmlich aus dem Schulungsbetrieb der Segelfliegerei wurde öfter die Forderung nach einer Verständigungsmöglichkeit zwischen Lehrer und Schüler gestellt. An verschiedenen Stellen wurden auch Versuche durchgeführt, die aber wegen der zu hohen Preise und vor allem des zu hohen Gewichtes nicht aussichtsreich waren. Im Auftrage des D.F.S. hat Radio Loewe in Anlehnung an die Kleinstsendegeräte (die bekannten Radiosonden) ein handliches Sprech- und Sendegerät entwickelt.

Die derzeitige Anlage besteht aus einem Sendegerät von 40 W Leistung, das nur als Bodenstation in Frage kommt. Die Sende- und Empfängergeräte im Segelflugzeug haben eine Leistung von 0,5 W und haben zusammen mit den notwendigen Batterien folgende äußere Abmessungen: 80 × 120 × 280 mm und ein Gesamtgewicht von etwa 5 kg. Die Sendegeräte arbeiten mit Kurzwellen, die durch Quarzoszillatoren konstant gehalten werden. Die Sender und Empfänger benutzen Spezialkleinröhren; die Sender sind quarzgesteuert, die Empfänger sind Dreiröhren-Apparate in Audion-Zweifach-Niederfrequenz-Schaltung bei Widerstandskoppelung. Bei Sprechverkehr auf einer 12 m-Welle ist Umschalten von Senden auf Empfangen notwendig. Bei Benutzung einer 12 m- und einer 14 m-Welle ist auch unmittelbares Gegensprechen erprobt worden.

Folgende bisher erreichte Leistungen interessieren: Verbindung der Bodenstation mit einer kleinen Flugzeugstation war bis auf 25 km Entfernung durchgeführt. Die Verbindung zwischen 2 Segelflugzeugen war bis auf 5 km Entfernung in einwandfreier Form zu erreichen.

Es ist beabsichtigt, eine Verständigung für Geschwadersegelflug zu erreichen, und weiterhin eine Verfolgung der Maschinen bis zur Landung vom Boden aus zu ermöglichen. Die bisher gelieferte Erstausführung hat bestätigt, daß grundsätzliche Schwierigkeiten nicht mehr zu überwinden sind. Es ist inzwischen eine verbesserte Ausführung geliefert worden, über die noch keine endgültigen Ergebnisse vorliegen.

Zur Erleichterung der Schleppschulung wird im D.F.S. die unmittelbare telephonische Verständigung über das Schleppseil betrieben. Dieses Problem ist leider noch nicht zum Abschluß gekommen. Folgende Angaben sind vorerst als feststehend zu betrachten: Der Motorführer erhält ein Kehlkopfmikrophon, das die Motorgeräusche nicht aufnimmt, der Schüler einen normalen Kopfhörer und eine Sprechdose vor dem Munde. Besondere Schwierigkeiten bietet die Entwicklung des Seiles. In dieses sind 2 isolierte Adern eingearbeitet, das Tragseil ist der dritte Leiter. Es hat bisher noch kein Seil mehr als 25 Starts überstanden. Beim Abwurf werden die Anschlußmuffen gestaucht und die Adern brechen. Zur Zeit bemühen sich 2 Werke, brauchbare Seile herzustellen.

6. Zusammenfassung.

Nach einer Besprechung der für Leistungs-Segelflugzeuge erforderlichen Bordgeräte wird auf die Theorie der Variometer eingegangen. Fluglagegeräte können ihr Bezugssystem auf die Erdbeschleunigung bzw. die resultierende Beschleunigung oder auf die umgebende Luft aufbauen. Für Höhenmessungen, die bei Rekordflügen vorgenommen werden, ist ein Thermobarograph entwickelt worden.

Im Schulbetrieb ist eine Verständigung zwischen Schüler im Fluge und Lehrer auf dem Boden erwünscht. Funkgeräte mit geringem Gewicht (5 kg) und einer Reichweite von 25 km haben sich bereits bewährt.

Vermessung beschleunigter Flugzustände.

Von Harth, Deutsches Forschungsinstitut für Segelflug (DFS), Griesheim bei Darmstadt.

Vorgetragen am 12. 7. 1935 auf der Tagung der Vereinigung für Luftfahrtforschung (VLF), Ausschuß für Segelflugwesen, in Schwäbisch-Gmünd/Hornberg.

Die bisherigen Messungen beschleunigter Flugzustände beruhen zumeist auf Registrierungen von Beschleunigungsschreibern oder den Aufzeichnungen anderer Geräte, die auf die aufgetretene Beschleunigung Rückschlüsse ziehen ließen. Bei diesen Verfahren wird jedoch meist nur ein Punkt der Maschine erfaßt und außerdem mangelt es an der genauen Kenntnis der Flugbahn, die für die Messungen ohne Zweifel von großer Bedeutung ist. Es ist sicherlich nicht ohne Belang, mit welcher Fahrt eine Maschine in die Kurve geht, wieweit sie gezogen wird und wann die eigentliche Wendung eingeleitet wird.

Diesem Mangel begegnet die photographische Vermessung der Flugbahn, die genauen Aufschluß über die Bewegung jedes einzelnen Punktes der Maschine gibt und den gesamten Geschwindigkeits- und Beschleunigungsplan aufzustellen gestattet.

Gliederung.

I. Vermessungsverfahren.

Theoretisch kommen zwei grundsätzlich verschiedene Vermessungsverfahren in Frage:

1. Die Vermessung des Erdbodens vom Flugzeug aus und Rückrechnung der Flugbahn. Sie scheidet in den meisten Fällen aus, da sich rein technisch große Schwierigkeiten ergeben. Gänzlich unbrauchbar wird dieses Verfahren, wenn solche Flugfiguren vermessen werden sollen, bei denen das Bildfeld der Kameras den Erdboden verläßt und somit keine die Auswertung der Bilder ermöglichende Festpunkte vorhanden sind.

Es bleibt praktisch somit nur die Umkehrung:

2. Die Vermessung der Flugzeugbahn von der Erde aus. Da es sich bei der Vermessung beschleunigter Flugzustände meist um kurzzeitige Vorgänge handelt, scheidet das Doppelanschnittverfahren unter Verwendung normaler Theodolite aus, da sich hiermit keine genügend schnelle Ablesefolge erzielen läßt. Auch Registriertheodolite, die die Augenablesung durch das photographische Bild der Skalen ersetzen und die bis zu 3 Bilder in 2 Sekunden ergeben, lassen das gewünschte Ziel nicht erreichen. Zudem kann der zu vermessende Punkt an der Maschine mit dem menschlichen Auge nicht so genau verfolgt werden, daß eine einwandfreie Bahnkurve entsteht. Da die Bewegung nur eines Punktes erfaßt wird, ist somit das Ergebnis schlechter als bei der Verwendung von Beschleunigungsschreibern.

Es bleiben also nur Verfahren, die die Bahn der Maschine auf photographischem Wege durch Abbildung der Maschine selbst festhalten. Man wird hierbei zunächst an die Vermessung auf stereophotogrammetrischem Wege denken. Es ergeben sich jedoch aus der Sonderaufgabe eine ganze Reihe Abweichungen gegenüber der sonst geübten Aufnahme des Erdbodens. Im Gegensatz zu der terrestrischen Stereophotogrammetrie handelt es sich hier um die Festlegung eines zeitlichen Vorganges. Man kommt daher nicht mit einer einzigen Aufnahme aus, sondern muß entsprechend dem Ablauf dieses Vorganges eine Serie von Aufnahmen machen. Daraus ergibt sich eine neue Schwierigkeit: um zu einer befriedigenden Auswertung zu kommen, müssen diese Aufnahmen in sehr schneller Folge, in zeitlich genauem Abstand und mit einem außerordentlich hohen Grade Genauigkeit in der Gleichzeitigkeit der Auslösung der beiden Verschlüsse an den Meßständen erfolgen. Es läßt sich leicht nachrechnen, daß bei normalen Fluggeschwindigkeiten und einem zulässigen Fehler von 10 cm in der Ortsbestimmung der zeitliche Unterschied zwischen den Belichtungen in den beiden Ständen nicht mehr als $^1/_{600}$ s betragen darf. Diese Genauigkeiten sind aber nur durch besondere Synchronisierungs-Einrichtungen und nicht mehr mit Verschlüssen normaler Bauart zu erreichen. Dann bieten sich aber auch Schwierigkeiten, die auf der Unbeweglichkeit der Kameras beruhen. Für die Genauigkeit der Auswertung ist eine möglichst große Abbildung der Maschine erwünscht, also eine große Brennweite der Aufnahmeoptik; um aber einen einigermaßen genügenden Meßraum zur Verfügung zu haben, muß man eine kleine Brennweite anwenden, da der nutzbare Meßraum von der Überdeckung der beiden Bilder abhängig ist. Hierzu kommen noch die Schwierigkeiten aufnahmetechnischer Art. Benutzt man ein Plattenpaar, so muß dieses mehrfach belichtet werden, und die Bilder werden recht lichtschwach, wenn man nicht Spezialmaterial benutzen will (Infrarotplatten); dann kann man nur bei ausgewählten und verhältnismäßig seltenen atmosphärischen Bedingungen messen. Will man für jede Aufnahme ein Bildpaar haben und so die eben angedeutete Schwierigkeit vermeiden, so sind Bildstreifen zu verwenden und die Auswertearbeit wächst ins Ungeheure, da jedes einzelne Bildpaar im Komparator ausgerichtet werden muß, um die wenigen zu vermessenden Punkte an der Maschine zu bestimmen.

Viel besseren Erfolg versprechen Geräte, die nach dem Prinzip des Theodolit-Doppelanschnittes arbeiten. Hierbei kann man einerseits eine für die Messung günstige, große Basis anwenden und sich andererseits einer eine genügend große Abbildung der Maschine liefernden Optik bedienen. Da die Theodolite beweglich sind, ist der Meßraum nicht so eng begrenzt wie bei dem vorher angedeuteten Verfahren. Bedingung für die Auswertung ist, daß die Aufnahmen zumindest mit der erwähnten Gleichzeitigkeit erfolgen, und daß es möglich ist, dem Bild die zu jedem einzelnen Maschinenpunkte zugehörigen Koordinaten zu entnehmen. Das letztere kann etwa dadurch geschehen, daß auf besonderen Aufnahmestreifen die Winkelkoordinaten der optischen Achse des Gerätes bei den einzelnen Aufnahmen festgehalten werden. Ist in dem Meßbild die optische Achse gekennzeichnet, so kann man aus den Abweichungen der zu vermessenden Punkte von der optischen Achse die zu diesem Punkte gehörigen Koordinaten berechnen und daraus die Raumkoordinaten ermitteln. Dieses doppelte Ausmessen von Koordinaten birgt aber nicht zu unterschätzende Fehlerquellen in sich und ist außerdem sehr zeitraubend.

Einen für die Auswertung einfacheren Weg beschritt Dr. Raethjen bei der in den Jahren 1925 bis 1929 bei dem damaligen Forschungs-Institut der Rhön-Rossiten-Gesellschaft auf der Wasserkuppe/Rhön unter Mitwirkung von Ing. W. Schmuck erfolgten Konstruktion seiner Kino-Theodolite. Er vermied diese Umrechnungen und den Koordinatenstreifen, indem er dem Meßfilm von der Rückseite die zugehörigen Winkelkoordinaten aufphotographierte. So erscheint in dem Meßfilm das Koordinatennetz am Himmel, das die einzelnen Maschinenpunkte in einfacher Weise auszuwerten gestattet (Abb. 1). Die theoretischen Grundlagen zu diesem Gerät wurden von Dr. Raethjen an anderen



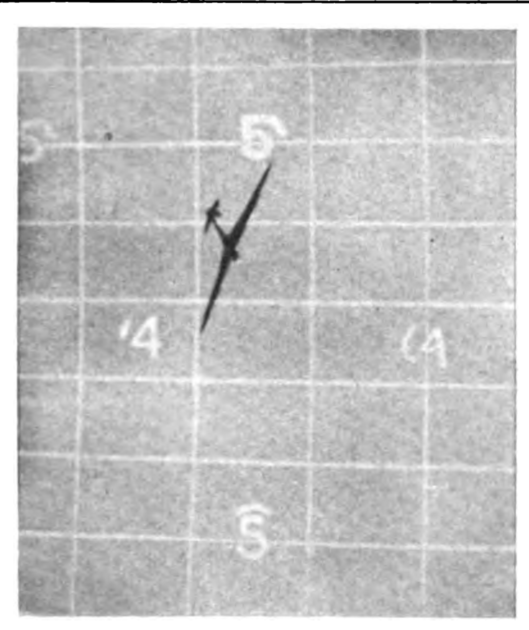


Abb. 1. Meßbild.

Stellen bereits eingehend behandelt[1]), so daß in dieser Hinsicht kurze Erläuterungen genügen und im wesentlichen nur die nunmehr vorliegenden Ausführungen des Gerätes sowie das Arbeiten damit zu beschreiben ist.

II. Vermessung mit dem Kino-Theodoliten nach Raethjen.

1. Beschreibung der Meßeinrichtung.

Bei der ersten Versuchsausführung gaben große Meßtafeln Hilfspunkte für die Koordinatenbestimmungen, während man bei der jetzt vorliegenden Ausführung eine Koordinaten-Halbschale in das Gerät eingebaut hat. Hierdurch erübrigen sich zeitraubende Umrechnungen bzw. Berechnungen der Koordinaten. Die Halbschale ist von Grad zu Grad nach Seite und Höhe eingeteilt. Die Seitenteilung bleibt über den ganzen Meßbereich konstant, während die Höhenteilung in dem Drehpunkt des kardanischen Ringes, dem Träger des Aufnahmegerätes, zusammenläuft (Abb. 2). Die Koordinatenschale ist im Drehpunkt gelagert (Abb. 3) und ist vor der Aufnahme genau in horizontaler Richtung und in Richtung auf den anderen Stand zu justieren. Dadurch, daß die Achse, die den Kardanring trägt, hohl ist und als Fernrohr ausgebildet, läßt sich diese Justierung durch Zielen nach dem anderen Stande leicht vornehmen.

In dem kardanischen Ring ist das eigentliche Aufnahmegerät (Abb. 3, 4) aufgehängt. Gemäß der besonderen Ver-

[1]) Theoretische Arbeiten über das Gerät und Arbeiten mit der ersten Versuchsausführung: Veröffentlichungen des Forschungs-Institutes der Rhön-Rossitten-Gesellschaft, Nr. 2 (1928). Kinematographische Bestimmung von Flugzeugbahnen: Bildmessung und Luftbildwesen, Heft Nr. 4 (1929), Kinematographische Bestimmungen von Flugzeugbahnen II: Bildmessung und Luftbildwesen, Heft Nr. 2 (1930).

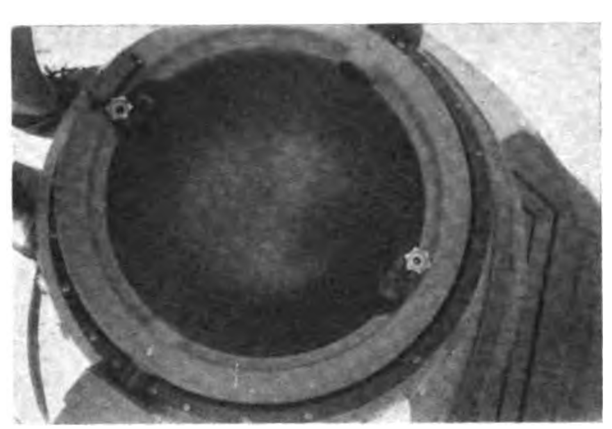


Abb. 2. Koordinatenschale.

wendung weist es zwei Objektive auf, das eine, das nach der zu vermessenden Maschine gerichtet wird — es hat die beachtliche Brennweite von 30 cm und besitzt die große relative Öffnung von 3,5 —, das andere, das zur Aufnahme der Koordinaten bestimmt ist und sich dem ersteren gegenüber befindet. Im Innern des Aufnahmegerätes befinden sich außer den normalen Teilen, den Kassetten für den Film, dem Motor für seine Förderung und dem Filmfenster, die Synchronmotoren, die die Verschlüsse antreiben. Es sind Doppeldrehblenden, und sie gewährleisten die außerordentlich große Gleichzeitigkeit der Aufnahmen der beiden Stände (Fehler kleiner als $^1/_{1000}$ s).

Der Filmvorschub erfolgt durch besondere Motoren. Im Gegensatz zu einem normalen Kinoaufnahmegerät, das den Film ruckweise befördert, ist hier der Lauf des Filmstreifens kontinuierlich. Während der Belichtung wird nur ein kleines Stück davon durch einen Magneten festgeklemmt. Der Antrieb des Filmes geschieht durch besondere Ortsbatterien, während die Synchronmotoren der Blenden von der Zentrale aus gespeist werden.

An den Seiten des Aufnahmegerätes befinden sich zwei Sucher, die zwangsläufig mit dem Aufnahmegerät gekuppelt sind (Abb. 3, 4). Mit ihrer Hilfe kann man leicht die zu vermessende Maschine verfolgen, da sie ein weitaus größeres Bildfeld aufweisen, als dem im Film erfaßten Ausschnitt entspricht. Ein eingezeichnetes Viereck gibt die Größe des Filmbildes an, und in ihm muß während der Messung die Maschine gehalten werden.

Da nach dem Doppelanchnittverfahren gearbeitet wird, gehören zu der Meßanlage zwei Stände. Sie sind in genau 1000 m Entfernung aufgebaut. Bei nicht genügend festem Untergrund, z. B. Sand, müssen die Geräte auf schwere Betonsockel gestellt werden. Zur Vereinfachung der Rechnung ist es angebracht, beide Stände auf die gleiche Höhe zu bringen. Die Stände sind mit der Zentrale durch ein vieladriges Spezialkabel verbunden, das den Synchronmotoren den Strom zuführt, zur Betätigung einiger Relais



Abb. 3. Meßstand.



Abb. 4. Meßstand.



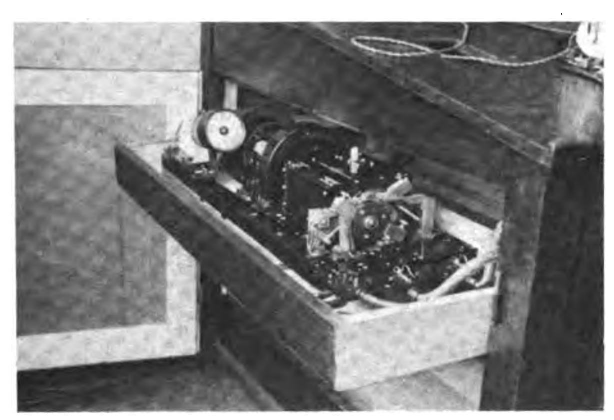


Abb. 5. Aufnahmesynchronisierung.

dient und weiterhin einige Telephonadern zur gegenseitigen Verständigung der Meßstände und der Zentrale aufweist.

Die Zentrale ist das Herz der ganzen Meßanlage: dort werden die Bedingungen für die geforderte Gleichzeitigkeit der Aufnahmen geschaffen. Durch eine Akkumulatorenbatterie wird ein Motor angetrieben, der über ein Getriebe an der gleichen Batterie liegende Stromwender betätigt (Abb. 5). Durch diese wird der ankommende Gleichstrom zerhackt, und es entsteht eine Art Wechselstrom, der im Gegensatz zum normalen keine kontinuierlichen Übergänge aufweist, sondern sprunghaft vom negativen zum positiven Wert übergeht. Mit diesem Wechselstrom werden in den Ständen die Drehblendenmotoren angetrieben. Sie laufen genau mit der gleichen Drehzahl wie die Stromwender in der Zentrale. Somit hängt die Genauigkeit des Belichtungsabstandes von der Drehzahl des Gebermotors ab, und während der Messung ist darauf zu achten, daß er die vorgeschriebene Umdrehungszahl hat und beibehält.

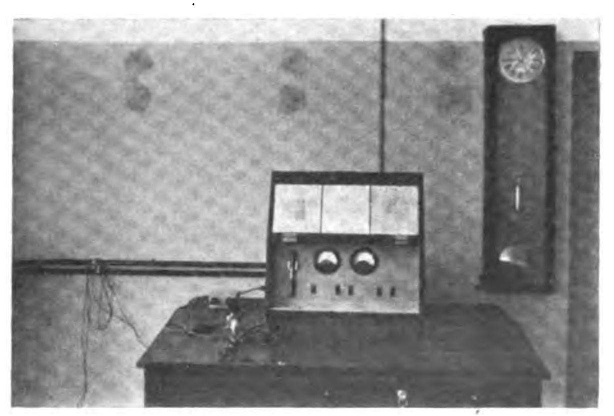


Abb. 6. Kommandopult.

In dem Kommandopult (Abb. 6) sind auch die Schaltelemente für die Meßstände eingebaut. Von hier aus werden die Felder der Synchronmotoren unter Spannung gesetzt, die Filmklemmung und der Filmtransport eingeschaltet. Zur nachträglichen Kontrolle der Anlage wird im D.F.S. zur Zeit ein Chronograph gebaut, der das genaue Arbeiten der Anlage zu überwachen gestattet; mit seiner Hilfe können später Unregelmäßigkeiten im Lauf festgestellt und entsprechend berücksichtigt werden.

2. Die Aufnahme.

Das Flugzeug ist für eine Vermessung nicht besonders vorzubereiten. Es können jedoch Fälle eintreten, bei denen einzelne Punkte, z. B. die Flügelspitzen, im Negativ nicht genügend genau erkannt werden können. Aus diesem Grunde wurde versucht, die Flügelenden oder andere Punkte durch Farbanstriche in schwarz und weiß, also im Negativ besonders kontrastreichen Farben, zu kennzeichnen. Leider hat dieses Verfahren noch nicht zu dem gewünschten Ziel geführt. Die Versuche in dieser Hinsicht werden mit anderen Mitteln fortgesetzt werden. Die Messung selbst geht sehr einfach vonstatten. Nachdem die Stände aufgebaut, die anzuwendende Blende mit einem Belichtungsmesser festgestellt und etwa nötige Filter eingesetzt sind, ist die Anlage meßbereit. Vom Ansagen der Messung bis zu deren Beginn wird etwa eine Stunde für die notwendigen Vorbereitungen und den Aufbau benötigt. Das zu fliegende Programm wird mit dem Piloten festgelegt und der Start durch Winkzeichen freigegeben. Im geeigneten Augenblick setzt man dann die Blenden in Gang; es muß dies rechtzeitig geschehen, da zum Erreichen der vollen Drehzahl und dem genauen Einregeln des Motors am Geber etwa drei Minuten benötigt werden. Werden Motormaschinen vermessen, so wird das Programm etwa zweimal zur Probe geflogen, um die Maschine bei der Messung leichter verfolgen zu können, ohne sie aus dem Meßfeld zu verlieren. Auf Kommando des Meßführers wird dann der Filmtransport eingeschaltet und die Messung geht automatisch vor sich.

3. Filmauswertung.

Die anfallenden Filme werden im Eigenbetrieb entwickelt. Hierzu steht eine Correx-Entwicklungs-Einrichtung für Längen von 20 m zur Verfügung. Das Enwicklungsverfahren ist das normale, heute gebräuchliche mit Feinkorn-Ausgleichentwickler. Auf einer besonderen Trommel werden die umlaufenden Filme im Luftstrom getrocknet, so daß innerhalb weniger Stunden bereits mit der Auswertung begonnen werden kann.

Bislang wurde das Negativ ausgewertet, doch zeigt die Praxis, daß dies unvorteilhaft ist. Besonders bei Segelflugzeugen macht es oftmals Schwierigkeiten, die feinen Flügelenden zu erkennen. — Bei Messungen mit Segelflugzeugen können auch aus Sicherheitsgründen keine so geringen Abstände von den Meßständen wie bei Motormaschinen eingehalten werden, und man muß mit Entfernungen von ungefähr 800 m rechnen. — Verwendet man dagegen Positive des Meßfilmes, so lassen sich die Kontraste steigern, und die Genauigkeit der Auswertung nimmt erheblich zu. Notwendig ist allerdings, hierfür ein besonderes Kopiergerät zu bauen, da die ganze Filmbreite belichtet werden muß, um die Kennzeichnungsnummern der Bilder zu erhalten, die sich auf dem perforierten Filmrande befinden. Ein solches Gerät ist beim D.F.S. bereits in Entwicklung.

Die Auswertung erfolgt in Aufprojektion auf ein besonderes Auswertebrett. Benutzt werden Focomate von Leitz, die in jeder Stellung scharfe Bilder ergeben (Abb. 7). Die Geräte wurden für Feineinstellung umgearbeitet, um auf das Auswerteraster einstellen zu können. Beide Filme werden zu gleicher Zeit ausgewertet. Dies hat den Vorteil, daß durch sofortige Rechnung Fehler erkannt werden und sich beseitigen lassen.

Für jeden einzelnen zu vermessenden Flugzeugpunkt ist in dem einen Film der Seiten- und Höhenwinkel und in dem anderen Film nur der Seitenwinkel zu ermitteln, da in beiden Filmen infolge der besonderen Anordnung die Höhenwinkel

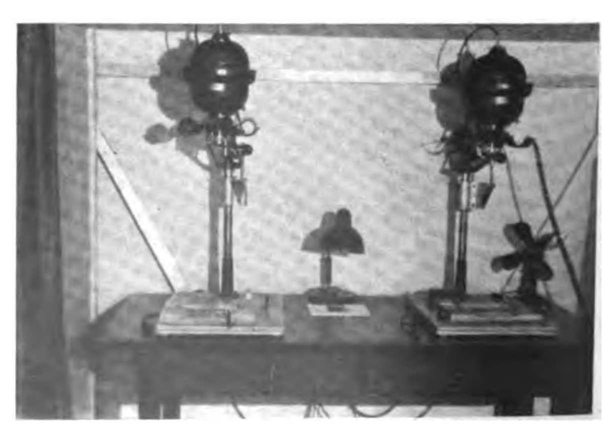


Abb. 7. Filmauswertestand.

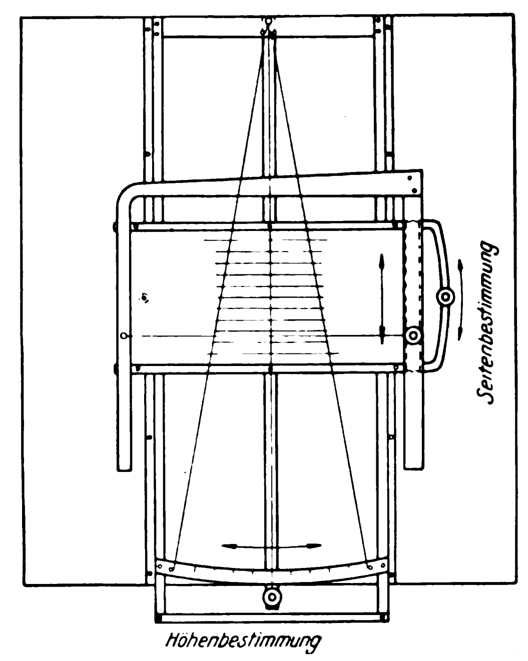


Abb. 8. Auswertebrett.

die gleichen sind. Da die Seitenteilung über den ganzen Meßbereich konstant ist (Meridiane), wird sie durch ein festes Raster ausgewertet; die Höhenteilung dagegen ist veränderlich und wird mit einem konvergenten Maßstab ausgemessen (Abb. 8).

Der Ausmeßvorgang ist wie folgt: Es wird zunächst die Seitenteilung in das Gradfeld eingepaßt. Dann wird der Markierungsdraht auf den zu messenden Punkt geschoben. Er zeigt an den Gradstrichen der Höhenteilung die Punkte an, durch die die Schatten der konvergierenden Drähte des Höhenmessers hindurchgehen müssen. Durch den Markierungsdraht wird ein schiefes Anlegen des Höhenmessers vermieden. Alsdann wird der konvergente Höhenmesser so eingeschoben, daß seine seitlichen Drähte durch die durch den Markierungsdraht bezeichneten Punkte der Höhengrade gehen. Zum Schluß wird der Fahrdraht des Höhenmessers ebenfalls durch den zu messenden Punkt gelegt und an der Skala die $^1/_{100}$ Grade und deren Bruchteile abgelesen.

4. Geforderte Ablesegenauigkeit.

Um zu einem Überblick über die zu fordernde Ablesegenauigkeit zu kommen, wurde ausgerechnet, welche Winkeldifferenz für das Ausmessen von 10 cm benötigt wird (Zahlentafel I). Berechnet wurde dies in der Nullebene für eine horizontale Differenz in der x-Richtung und in den Höhen von 100, 200, 400 und 800 m für eine vertikale Differenz. Es zeigt sich, daß in dem zumeist benutzten Raum zwischen den beiden Ständen eine Ablesegenauigkeit von etwa $^3/_{1000}{}^0$ notwendig ist. Diese Genauigkeit läßt sich in der Aufprojektion mit dem neuen Auswerteschieber und bei kontrastreichen Filmen schon mit dem unbewaffneten Auge einhalten. Doch ist dies sehr anstrengend, da etwa $^1/_{30}$ mm zu schätzen sind; leichter ist es, wenn etwa dreifach vergrößernde Lupen zum Ablesen angewandt werden; dann sind selbst bei kleiner Höhenteilung etwa nur $^1/_{10}$ mm zu messen.

5. Berechnung der Flugbahn.

Die ausgewerteten Winkelwerte werden dem Protokollanten zugerufen, der sie aufschreibt, sofort die benötigten Winkelfunktionen aufschlägt und an die Rechenmaschine weitergibt; bis der Auswerter den nächsten Punkt eingestellt und abgelesen hat, liegen bereits die Ergebnisse für den vorhergehenden Punkt vor.

Während bei der ersten Auswertung für die Berechnung eines einzigen Punktes noch etwa 20 min benötigt wurden, konnte die Schnelligkeit nach der Umstellung der Auswertemethode bis fast auf das Zehnfache gesteigert werden und wird sich beim vollen Ausbau der Gruppe noch weiter vergrößern.

Die Hauptarbeit macht zur Zeit noch das Aufzeichnen der Flugbahn, und es ist für die Augen eine außerordentlich

Zahlentafel I.

$Y =$	0	100	900	200	800	300	700	400	600	500	
$X =$											
1000	30	35	32	31	32	35	33	35	34	34	34
900	32	36	33	35	33	35	34	35	34	45	45
800	32	36	33	36	34	35	34	35	35	35	35
700	33	35	34	36	34	35	35	35	36	33	33
600	33	34	34	35	35	36	36	36	36	36	36
500	32	33	45	34	32	36	36	36	36	35	35
400	34	29	35	30	35	32	36	33	35	35	35
300	38	26	35	26	35	30	35	32	35	34	34
200	35	15	35	23	36	26	36	30	36	32	32
100	35	13	36	15	36	26	35	30	52	33	33
$z = 800$ m											
1000	38	49	39	48	41	47	42	46	44	45	45
900	39	52	41	52	42	51	40	50	46	48	48
800	41	57	42	62	45	54	47	54	50	51	51
700	42	61	40	60	47	59	50	58	52	55	55
600	44	65	46	65	50	63	52	61	54	58	58
500	45	69	48	69	51	67	54	64	58	61	61
400	46	72	50	51	53	70	57	68	61	64	64
300	48	70	51	72	54	71	59	66	64	67	67
200	49	52	52	67	56	71	60	71	65	68	68
100	49	45	52	52	57	67	61	69	69	70	70
$z = 400$ m											
1000	40	54	41	54	44	53	45	52	48	50	50
900	41	58	44	60	46	58	49	56	51	54	54
800	44	67	46	66	49	63	53	61	55	57	57
700	46	75	49	73	53	70	56	67	60	62	62
600	48	85	51	82	55	78	60	74	64	69	69
500	50	88	54	93	58	88	63	81	67	75	75
400	52	113	56	107	62	99	67	90	74	81	81
300	53	127	58	122	63	111	70	99	78	88	88
200	54	142	60	136	66	125	73	107	83	94	94
100	54	135	58	142	67	127	75	112	85	97	97
$z = 200$ m											
1000	40	56	43	56	45	55	47	53	48	51	51
900	43	59	45	62	47	59	50	57	53	55	55
800	45	70	47	68	50	66	54	63	57	60	60
700	46	79	50	78	54	74	57	70	62	66	66
600	49	92	53	89	57	84	62	78	67	72	72
500	50	108	55	103	65	95	65	88	72	79	79
400	53	130	57	121	63	111	70	89	78	88	88
300	55	159	59	147	66	128	74	111	84	95	95
200	56	248	62	220	68	148	78	122	98	103	103
100	56	270	59	248	70	159	80	130	92	107	107
$z = 100$ m											
Winkeldifferenzen in $^1/_{10000}{}^{\circ}$, die bei der Messung einer vertikalen Strecke von 10 cm auftreten											
1000	30	9	29	11	26	13	24	20	26	23	23
900	32	10	32	13	32	19	31	24	28	27	27
800	35	10	36	17	36	24	35	28	34	32	32
700	38	20	40	21	40	27	40	35	37	39	39
600	43	22	44	29	46	38	47	44	47	47	47
500	46	23	48	39	51	45	54	55	57	57	57
400	49	30	53	57	56	69	61	72	67	70	70
300	53	56	58	87	63	96	69	100	76	85	85
200	54	115	61	143	68	132	74	115	86	99	99
100	57	283	64	230	70	172	80	134	93	111	111

Winkeldifferenzen in $^1/_{10000}{}^{\circ}$, die bei Messung einer in der X-Richtung liegenden horizontalen Strecke in der Höhe $z = 0$ auftreten

anstrengende Arbeit, die Punkte nach $^1/_{10}$ mm auf das Papier zu übertragen. Hierbei zeigen sich dann noch übersehene Fehler; diese Punkte werden noch einmal nachgerechnet bzw. die Winkel überprüft, bis die Bahn einwandfrei ist. Bisher konnte das Aufzeichnen der Bahn erst nach Vorliegen eines Bahnstückes erfolgen. Für die Zukunft ist vorgesehen, dies gleichzeitig mit der Rechnung durchzuführen.

Hierzu ist jedoch notwendig, die Zeichenarbeit soweit zu vereinfachen, daß sie möglichst schnell vonstatten geht. Da die Flugbahn in den drei Ebenen $X—Y$, $X—Z$, $Y—Z$ gezeichnet wird, mußten bisher sämtliche Punkte auf den drei Reißbrettern doppelt aufgesucht werden, was viel Zeit kostet. Für die Zukunft ist eine automatische Aufzeichnung vorgesehen. Das Reißbrett wird mit Übertragungsspindeln versehen, auf denen Muttern laufen, die zur Markierung der Koordinaten mit Fäden verbunden sind. Die gesuchten Punkte werden durch die Kreuzungen dargestellt. Das Arbeiten gestaltet sich in der Weise, daß die Rechenergebnisse an einem Zählwerk eingekurbelt und die Kreuzungspunkte der Fäden markiert werden. Durch Auswechseln von Zahnrädern im Einstellkasten lassen sich die Maßstäbe verändern. Bei diesem Aufzeichnungsverfahren muß jeder Fehler sofort auffallen und kann sogleich beseitigt werden.

Als sehr vorteilhaft hat es sich erwiesen, nach Vorliegen der Bahnkurve die Spannweite bzw. die Rumpflänge für jedes einzelne Bild nachzurechnen. Es ist dies zwar eine sehr unangenehme, aber notwendige Nachprüfung für die Genauigkeit der Auswertung. Bei dem jetzigen Verfahren, im Negativ auszuwerten und die Flugbahn nachträglich aufzuzeichnen, ist das Ergebnis noch nicht ganz befriedigend; man muß in Flugbahnstücken mittlerer Güte noch mit Schwankungen von ± 1 m rechnen, d. s. etwa 10% der Spannweite. Liegen die oben genannten Verbesserungen der Auswertung vor, und ist es möglich, für diese Nachrechnungen einen weiteren Rechenautomaten einzusetzen, so läßt sich das Ergebnis wesentlich verbessern, und die Schwankungen werden auf den Bereich von etwa 15 bis 20 cm zurückgehen, d. h. etwa 1 bis 2% einer mittleren Spannweite von 16 m. Damit dürfte man zufrieden sein, wenn man bedenkt, daß es sich um schnelle Vorgänge in einer Entfernung von ca. 700 bis 800 m handelt.

Liegt die Flugbahn in den drei Projektionen vor, so lassen sich hieraus leicht durch Differenzenbildung die in $^1/_5$ s zurückgelegten Wege berechnen, die räumliche Geschwindigkeit nach Größe und Richtung ermitteln und als Kurve auftragen. Dies ist für jeden einzelnen der vermessenen Flugzeugpunkte durchzuführen. Differenziert man diese Kurven, was sich z. B. mit einem Prismenderivator auf einfache Weise durchführen läßt, so erhält man die zugehörigen Beschleunigungskurven.

Aus der Bahnkurve lassen sich auch leicht alle möglichen anderen Größen ableiten, wie Anstellwinkel, Drehbewegungen um jede Achse, Kurvenradien usw. Baut man Steuerausschlagsschreiber ein, so kann man die Ruderwirkung untersuchen und damit die Einflüsse auf die Wendigkeit der Maschine.

6. Einflüsse der Atmosphäre.

Bei Messungen im freien Luftraum sind die Einflüsse, die durch die Strömungen in horizontaler und vertikaler Richtung ausgeübt werden, gewöhnlich nur schwer erfaßbar. Liegt dagegen die genaue Flugbahnkurve vor, so sind die Verhältnisse bereits bedeutend einfacher geworden, und man kann aus der Lage der Kurve und aus der Abdrift der Maschine auf den horizontalen Wind direkt schließen. Schwieriger ist die Berücksichtigung der vertikalen Luftströmung. Zu diesem Zwecke kann man an der Maschine einen kleinen Raucherzeuger anbringen, der etwa alle halbe Sekunde einen dichten Rauchballen in die Luft setzt, und der somit auf dem Meßbild abgebildet wird. Da er für etwa 3 bis 4 Bilder in dem Meßbild bleiben wird, kann seine Bewegung verfolgt und ausgemessen werden. Somit wird die Windmessung zur Auswertung eines weiteren Punktes. Bei diesem Verfahren bekommt man laufend und in unmittelbarer Nähe der Maschine die Windgeschwindigkeit in vertikaler und in horizontaler Richtung. Da es sich bei dem Raucherzeuger nur um ein raketengroßes Gebilde handelt, werden durch seine Anbringung die aerodynamischen Eigenschaften der Maschine kaum geändert werden.

III. Vermessungsbeispiele.

Bisher liegen nur drei Messungen vor: eine Steilkehre mit Motorflugzeug, ein Überschlag mit Motorflugzeug und ein Überschlag mit Segelflugzeug. Ausgewertet sind die erste und die letzte Messung.

Bei der Auswertung der Steilkehre mit dem Motorflugzeug wurden als markante Punkte die Rumpfspitze A, das Rumpfende B, die Backbordflügelspitze C und die Steuerbordflügelspitze D gewählt und hierfür die Bahnkurven gezeichnet. Bei der ersten Auswerte-Art: Auswertung der Filme nacheinander in der Durchprojektion ist die Genauigkeit des logarithmischen Rechenergebnisses in keiner Weise zufriedenstellend. Zudem wurden die $^1/_{100}{}^0$ der Koordinaten nur geschätzt; welche Fehler hieraus entstehen können, läßt sich leicht aus Zahlentafel I ableiten. Um eine Kontrolle über den Verlauf der Koordinaten zu erhalten, waren sie aufgetragen, und die so entstandenen Kurven gestrakt worden. Trotz dieser zeitraubenden Kontrolle ist das Ergebnis weniger als befriedigend. Einige Nachrechnungen haben Differenzen von mehr als 30% in der Spannweite oder Rumpflänge ergeben. Die Behebung dieser Fehler war außerordentlich zeitraubend und nur mit vieler Mühe durchzuführen. In dieser Richtung ließ sich also nicht weiterarbeiten, und es wurde die Auswertung beschleunigt in dem vorher angegebenen Sinne abgeändert: Aufprojektion statt Durchprojektion, Steigerung der Genauigkeit im Ablesen der Winkel, gleichzeitige Verarbeitung der Filme beider Stände und sofortige Rechnung, wodurch die Fehler um etwa $^2/_3$ zurückgingen.

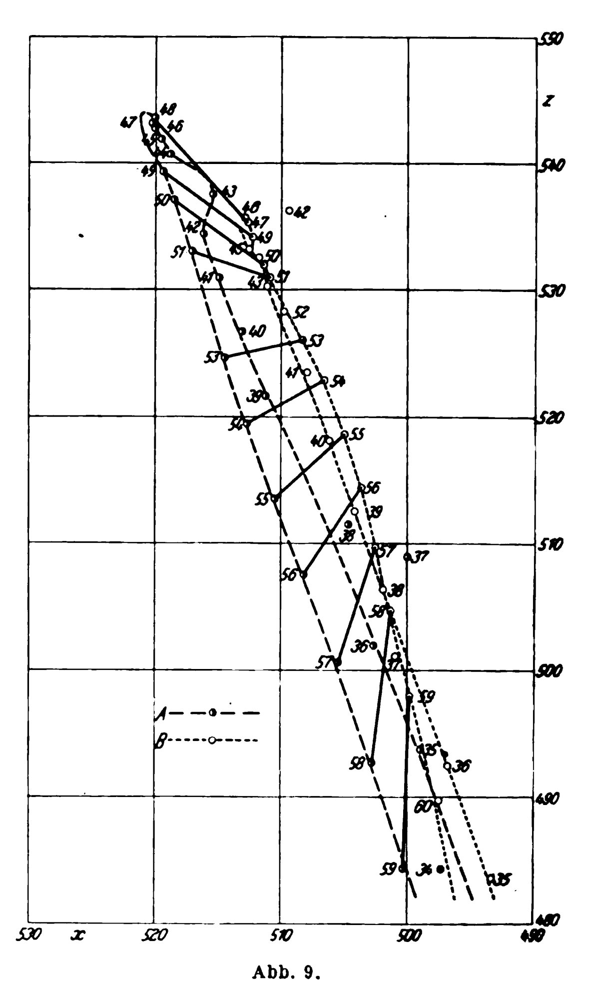


Abb. 9.



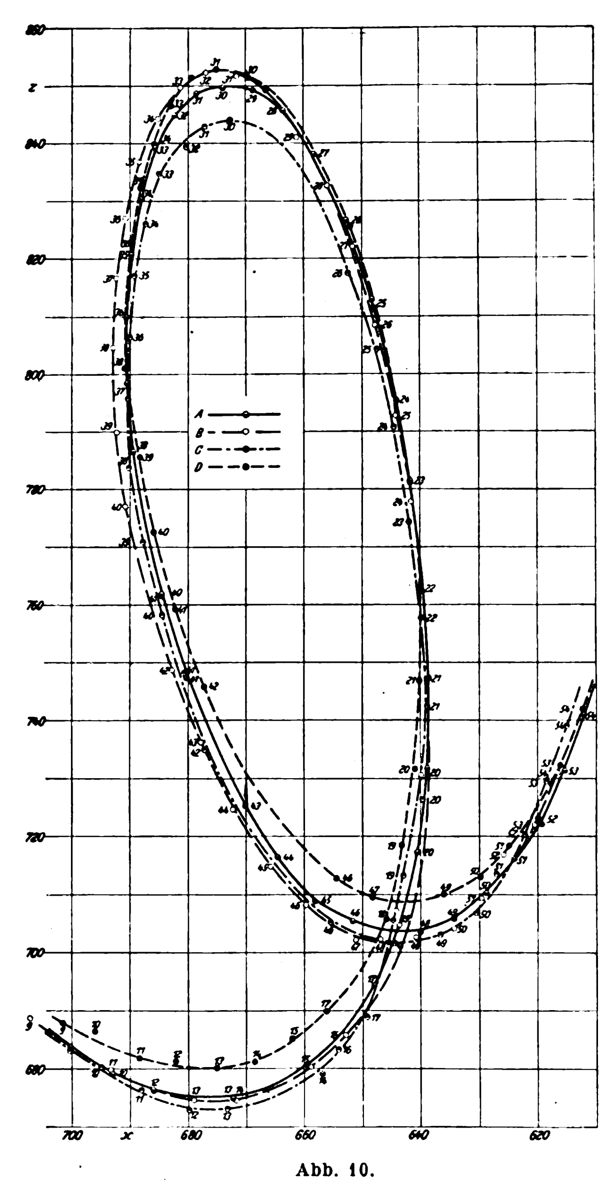


Abb. 10.

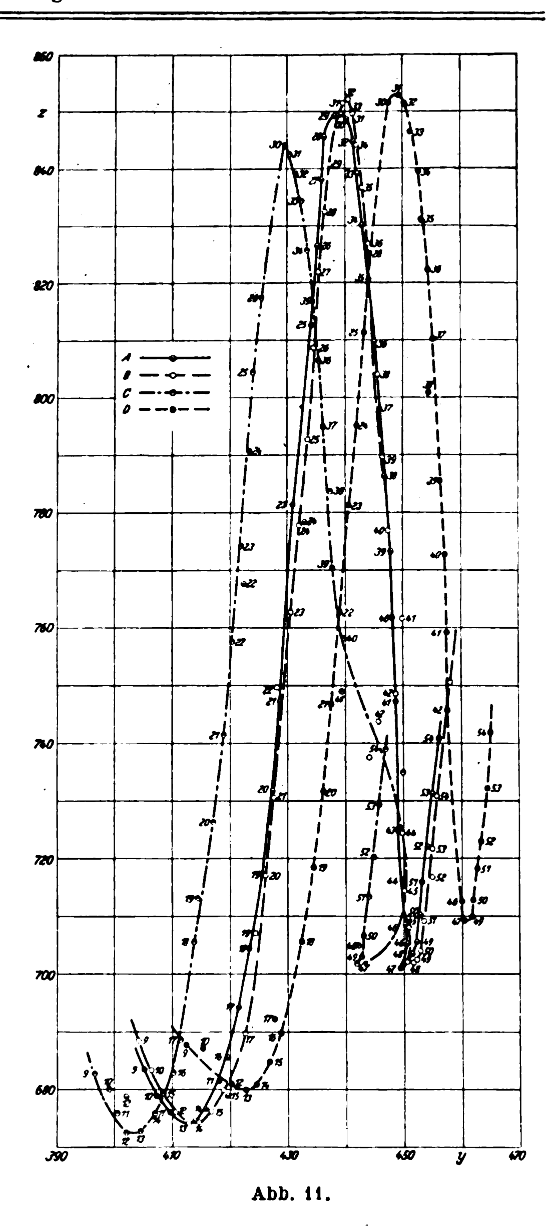


Abb. 11.

Abb. 10, 11, 12. Überschlag nach oben mit Segelflugzeug »São Paulo«.
Abb. 10. X—Z Ebene.
Abb. 11. Y—Z Ebene.
Abb. 12. X—Y Ebene.
A: Rumpfspitze. C: Backbordflügelspitze.
B: Rumpfende. D: Steuerbordflügelspitze.

Trotz dieser Mängel der ersten Auswertung sei die Vermessung der Steilkehre (geflogen mit Klemm) zum Teil gezeigt. Die Maschine wurde bei dieser Flugfigur sehr stark gezogen und fast bis zum Stillstand gebracht. Beim Einleiten der Kehre muß sie natürlich über den Flügel abrutschen. Dieser Vorgang ist in Abb. 9 dargestellt. Er zeigt die Flugbahn in der X—Z-Ebene. Um die Zeichnung nicht zu überlasten, wurden nur die Bahnen der Rumpfspitze A und des Rumpfendes B gezeichnet und, um die Anschauung zu erleichtern, die zusammengehörigen Punkte miteinander verbunden. Aus dem Abstand der Punkte einer Kurve ist die außerordentlich große Geschwindigkeitsabnahme zu ersehen. Sehr deutlich ist auch das Abrutschen über den Flügel und das sehr langsame Wenden des Rumpfes zu erkennen, das unter steter Geschwindigkeitszunahme vor sich geht.

Das zweite Auswertebeispiel hat einen Überschlag nach oben des Segelflugzeuges »São Paulo«, Typ Fafnir II, zum Gegenstand. Inzwischen war die Auswertemethode geändert worden und damit eine sehr wesentliche Verbesserung

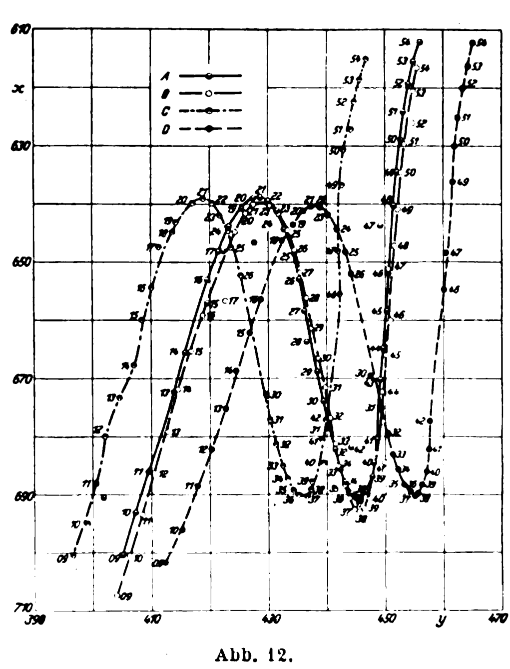


Abb. 12.



erreicht, die sich auch in den Flugbahnkurven deutlich ausdrückt. Als markante Punkte wurden die gleichen wie in dem ersten Vermessungsbeispiel gewählt. Die errechneten Punkte liegen auf oder nur sehr wenig neben den in Abb. 10, 11, 12 gezeigten Kurven. Die Kontrolle auf Rumpflänge und besonders die auf Spannweite zeigt im Mittel Fehler von nur etwa 10%, zwar ein wesentlicher Fortschritt gegenüber der ersten Auswertung, doch ist eine weitere Verbesserung unbedingt noch anzustreben, die durch das automatische Reißbrett auch zu erreichen ist. Beim Zeichnen der Bahnkurven auf drei getrennten Brettern ist eine Ausgleichsmöglichkeit nur in sehr beschränktem Maße vorhanden, da es sehr zeitraubend und mühsam ist, die Veränderungen in den drei Projektionen aufeinander abzustimmen. Nach Fertigstellung des automatischen Brettes verschwindet diese Schwierigkeit durch die zwangsläufige Koppelung der Raumkoordinaten, und erst dann lassen sich in jeder Hinsicht einwandfreie Bahnkurven zeichnen.

Die Flugbahnkurven zeigen deutlich die durch den Wind bedingte Abdrift der Maschine. Man beachte sie im Grundriß (X—Y-Ebene) und in dem einen Aufriß (Y—Z-Ebene). Auch der Aufriß in der X—Z-Ebene zeigt die Windwirkung durch die Schräglage der Achse der Flugfigur an. Im Grundriß läßt sich auch die Windwirkung aus zwei benachbarten Punkten der Kurven für A und B (Rumpfspitze bzw. Rumpfende) feststellen. Sie wird durch den Winkel zwischen der Längsachse des Flugzeuges, der Verbindungslinie gleicher Punkte auf den Kurven für A und B und der Flugrichtung dargestellt. Für eine vollständige Auswertung wäre diese Windwirkung zu berücksichtigen. Es läßt sich dann die reine Bahnkurve zeichnen. Dreht man ferner die Projektionsebenen parallel zur Flugfigur, so kann man auch die Krümmungshalbmesser der Bahn erhalten.

Versuchsweise wurde bei dieser Vermessung die Geschwindigkeitskurve (Abb. 13) ermittelt, doch ist das Ergebnis noch nicht befriedigend. Die Auswertung der Bahnkurve muß noch in einigen Punkten verbessert werden, um die Genauigkeit zu steigern. Vorteilhaft wird es auch sein, außer der Nachprüfung auf Rumpflänge und Spannweite die gegenseitige Lage dieser Linien und die davon eingeschlossenen Winkel heranzuziehen. Ist auf diese Weise die Flugbahnkurve einwandfrei geworden, so wird auch die erste Ableitung, die Geschwindigkeitskurve, eine bessere Übereinstimmung aufweisen. In dem vorliegenden Beispiele, das theoretisch sehr dicht beieinander liegende Geschwindigkeitskurven für die einzelnen Maschinenpunkte hätte ergeben müssen, sind noch ziemliche Streuungen vorhanden, aber dennoch läßt sich

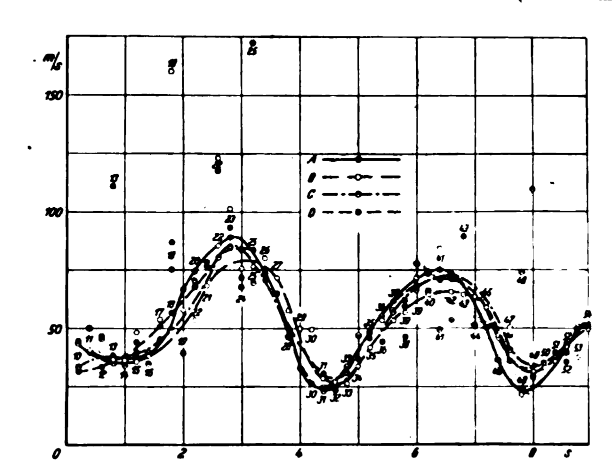


Abb. 13. Geschwindigkeitskurven zu Abb. 10, 11, 12.

der große Gang sehr wohl erkennen. Die Zunahme der Geschwindigkeit erfolgt bis etwa zur Mitte des steigenden Astes der Flugfigur, wird, wie zu erwarten, im Gipfel am kleinsten, um dann bis zur Mitte des absteigenden Astes wieder zuzunehmen. Von dort ab wird offenbar eine neue, direkt anschließende Flugfigur durch Steuerausschläge eingeleitet und damit die Geschwindigkeit wieder verringert. Da es sich noch um reine Vermessungsversuche handelt, wurde auf jede besondere Instrumentierung der Maschine, wie Einbau von Staudruckschreiber oder Steuerausschlagschreiber, verzichtet, so daß sich über die durch Steuerausschläge verursachte Geschwindigkeitsänderung nichts aussagen läßt.

IV. Zusammenfassung.

Mit den vorliegenden Ausführungen wurde versucht, ein Bild von den bisherigen Arbeiten mit den Kino-Theodoliten Raethjen des Deutschen Forschungs-Institutes für Segelflug zu geben. Es hat sich gezeigt, daß bereits gute Flugbahnkurven errechnet werden können. In einigen Punkten sind noch Verbesserungen vorgesehen, die den Zweck haben, die Genauigkeit der Rechenergebnisse noch weiter zu steigern. Die Anlage ist erst seit kurzem betriebsfertig. Wenn bereits jetzt darüber Mitteilungen gemacht werden, so geschieht es deswegen, weil die interessierten Stellen in Forschung und Industrie auf das Vorhandensein der Einrichtung hingewiesen und zu einer Inanspruchnahme angeregt werden sollen. Ein eingehender Bericht über die Bewährung der Einrichtung bleibt einer späteren Veröffentlichung vorbehalten.

Verfahren zur Bestimmung der Auftriebsverteilung längs der Spannweite.

Nachtrag zur Arbeit von A. Lippisch in »Luftfahrtforschung« Bd. 12 (1935) Nr. 3.

Auf Grund einer Zuschrift von Fräulein Dr. I. Lotz, Göttingen, sieht sich die Schriftleitung mit Zustimmung des Verfassers zu folgendem Nachtrag veranlaßt:

In Abschnitt VII werden die Ergebnisse der Rechnung von I. Hueber für den Flavag-III-Flügel mit den nach dem Lippischen Verfahren gewonnenen verglichen. Der hieraus gezogene Schluß, daß das Lotzsche Verfahren ungenauere Resultate liefere, beruht auf einem in der Hueberschen Rechnung unterlaufenen Fehler, der alle Koeffizienten der Tiefenentwicklung um ein geringeres ändert. Nach Beseitigung dieses Fehlers stimmen die Ergebnisse beider Verfahren wesentlich besser miteinander überein.

LUFTFAHRTFORSCHUNG
Band 12 25. Dezember 1935 Nr. 8

Albert Betz.



Professor Albert Betz vollendet am 1. Weihnachtstag dieses Jahres sein 50. Lebensjahr. Es mag mir, dessen treuer Mitarbeiter und Mitstreiter für die weitere Entwicklung der Aerodynamik er nun schon durch 24 Jahre ist, vergönnt sein, ihm an dieser Stelle im Namen der deutschen Aerodynamiker und Flugtechniker die herzlichsten Glückwünsche darzubringen, zugleich mit unserem Dank für alles, was er mit hingebendem Schaffen in allen diesen Jahren für unsere Wissenschaft und ihre Anwendungen geleistet hat.

Ich darf auch noch einen persönlichen Dank hier anschließen: Professor Betz hat seit vielen Jahren neben der Leitung des Versuchsbetriebes der Aerodynamischen Versuchsanstalt aus freien Stücken auch die Last der wirtschaftlichen Leitung auf sich genommen, die oft genug in den vergangenen Zeiten große Schwierigkeiten bot. Er hat mir dadurch ermöglicht, mich ungestört meinen wissenschaftlichen Arbeiten zu widmen. Ich muß ihm dafür zeitlebens dankbar sein und betrachte es als ein besonderes Glück, einen solchen Mitarbeiter gefunden zu haben.

Ich vereinige meine Wünsche mit denen der deutschen Fachgenossen, die alle hoffen, daß Professor Betz an den in Göttingen neu entstehenden Versuchsanlagen, die in der Hauptsache nach seinen eigensten Plänen errichtet werden, recht viel Freude erleben möchte und in diesen Versuchsanlagen weiter schaffend uns mit einer zweiten Reihe von Forschungsarbeiten beschenken möge, die sich der bisherigen schon sehr stolzen Reihe ebenbürtig anschließt. Wir wünschen ihm vor allem, daß ihm Gesundheit und Schaffenskraft hierzu noch viele viele Jahre hin treu bleiben möchten!

L. Prandtl.

Allen, die Professor Betz näher kennen, wird es eine Freude sein, daß ihnen durch die Feier seines 50. Geburtstages einmal Gelegenheit gegeben ist, seine Persönlichkeit und seine Arbeit zu würdigen. Das erscheint um so mehr angezeigt, als Betz in seiner Bescheidenheit und Schlichtheit sich stets im Hintergrunde gehalten hat. Wer dem engeren Kreis seiner Mitarbeiter angehört, oder wer öfters Rat bei ihm einholen mußte, weiß die stete Hilfsbereitschaft dieses Mannes zu schätzen, der für jeden Zeit übrig hat und gern von seinem großen Wissen mitteilt, ohne auch nur im geringsten seine Überlegenheit fühlen zu lassen. Das Bild seiner Persönlichkeit wäre aber unvollständig, wenn man nicht noch andere Züge hinzunehmen würde, z. B. seine Liebe zu seiner bayerischen Heimat, wo er jedes Jahr zusammen mit seiner Familie seine Ferien verbringt, und seine Freude an der Natur. Wer einmal seinen Samstags-Nachmittags-Spaziergang auf die Höhe des Göttinger Hainbergs gelenkt hat, wird sicher dort oben auch Betz begegnet sein. Und schließlich muß erwähnt werden, daß er sich mit geradezu jugendlichem Eifer der Schulung für den Segelflug widmet.

Betz hat als nächster Mitarbeiter von Prandtl die Entwicklung der Aerodynamik, besonders auf dem Gebiet der Tragflügeltheorie, und den Ausbau der Aerodynamischen Versuchsanstalt in Göttingen ganz entscheidend mit gefördert. Er kam 1911 als Assistent an das Institut für angewandte Mechanik in Göttingen, arbeitete in der alten »Modellversuchsanstalt für Aerodynamik« und wurde 1917 Abteilungsleiter in der damals gerade errichteten Aerodynamischen Versuchsanstalt. Bald darauf wurde er stellvertretender Direktor und hatte damit den Hauptteil der Verwaltungsarbeit zu tragen, einer Arbeit, die während der Nachkriegsjahre, in der Inflationszeit und besonders während der schlimmsten Krisenjahre 1930 bis 1932 oft alles andere als erfreulich war. Wenn die Versuchsanstalt über diese Zeit ohne allzu große Schäden hinweggekommen ist, so ist das ganz überwiegend sein Verdienst.

In den ersten Jahren seiner Göttinger Tätigkeit beschäftigte sich Betz hauptsächlich mit Modellversuchen und ihren flugtechnischen Anwendungen. Später übernahm er neben Prandtl die wissenschaftliche Leitung und außerdem die Abteilung für Neukonstruktionen. An den Entwurfs-

arbeiten für mehrere Windkanalbauten war er führend beteiligt. Zusammen mit Ackeret entwickelte er 1922 kleine schnellaufende Elektromotoren von hoher Leistung für den Einbau ins Flugzeugmodell und zum Antrieb der Modellpropeller. Diese Motoren sind heute aus dem Versuchsbetrieb der Göttinger Anstalt nicht mehr wegzudenken. Von weiteren Konstruktionen, die unter seiner Leitung entstanden, seien genannt: ein Manometer mit bequemer Ablesung — eine schwimmende Skala wird auf eine Mattscheibe projiziert —, verschiedene Wägeeinrichtungen für Windkanäle, eine Wirbelstrombremse und manche andere Versuchseinrichtung. Der Siemens-Betz-Lüfter war ein Nebenergebnis seiner Entwicklungsarbeiten an Windkanalgebläsen.

Die eigentliche Bedeutung von Betz wird aber erst klar, wenn man einen Blick auf die lange Reihe seiner Veröffentlichungen wirft und die Anregungen, die von ihm ausgegangen sind, berücksichtigt. Einige seiner Arbeiten mögen hier angeführt werden. 1912 behandelte er in einem »Beitrag zur Klärung des Segelflugs« eine Erscheinung, die nachher als Knoller-Betz-Effekt bezeichnet wurde und etwa zehn Jahre später bei der Frage nach der Möglichkeit des »dynamischen« Segelfluges eine große Rolle spielte. — Betz hat als erster die Aufgabe, zu einer gegebenen Flügelform die Auftriebsverteilung zu bestimmen, in Angriff genommen, indem er 1919 in seiner Dissertation den einfachen rechteckigen Flügel behandelte. Die Berechnung der flugtechnisch wichtigen Auftriebsverteilung beliebig geformter Flügel konnte dann im Jahre 1931 auf seine Anregung von J. Lotz durchgeführt werden. — 1919 veröffentlichte Betz seine Arbeit über »Schraubenpropeller mit geringstem Energieverlust, mit einem Zusatz von Prandtl«, die grundlegend für die Theorie der schwachbelasteten Propeller geworden ist; später dehnte er seine Arbeiten, z. T. in Gemeinschaft mit Helmbold, auf stärker belastete Propeller aus. — Der Gedanke der flugtechnischen Anwendung der Grenzschichtabsaugung zur Vergrößerung des Höchstauftriebes von Tragflügeln geht auf ihn und auf Ackeret zurück; 1925 wurden die ersten Versuchsergebnisse veröffentlicht. — Eine besondere praktische Bedeutung hat sein 1925 angegebenes Verfahren zur direkten Ermittlung des Profilwiderstandes aus dem Impulsverlust der Strömung, weil es sowohl beim Modellversuch wie beim Flugversuch anwendbar ist. — 1935 berichtete er über die Berechnung von Tragflügelprofilen mit vorgegebener Druckverteilung. Sie gibt die Möglichkeit, Mängel eines Profils, die sich aus seiner Druckverteilung ergeben, durch Änderung der Profilform zu beheben.

Weiterhin schrieb Betz eine große Anzahl zusammenfassender Arbeiten, die sich durch ihre Klarheit auszeichnen. Es ist überhaupt sein besonderer Vorzug, daß er auch schwierige Dinge auf einfache und anschauliche Weise darzustellen weiß.

Wenn man die Fülle seiner Arbeiten vor sich sieht, ist es fast unbegreiflich, wie Betz dies alles neben seiner Haupttätigkeit als Leiter der Aerodynamischen Versuchsanstalt schaffen konnte. Hält er doch außerdem Vorlesungen an der Universität Göttingen — und zwar jedes Semester über ein anderes aerodynamisches, flugtechnisches oder mathematisches Thema.

So schließen wir uns den Glückwünschen von Professor Prandtl auf das herzlichste an. Wir hoffen, daß Professor Betz im Kreise seiner Mitarbeiter noch zahlreiche arbeitsfrohe Jahre verbringen wird und daß ihm in der Luftfahrtforschung noch viele Erfolge beschieden sein werden. R. Seiferth.

Veröffentlichungen von A. Betz.

1911. Kreiselwirkungen im Flugzeug. Z. Flugtechn. Motorluftsch. Jg. 2, S. 229.

1912. Systematische Versuche an Luftschraubenmodellen. Jb. Luftfahrzeug-Ges., Bd. 6, S. 83; desgl. Z. Flugtechn. Motorluftsch. Jg. 5, S. 73[1]).

1912. Auftrieb und Widerstand einer Tragfläche in der Nähe einer horizontalen Ebene (Erdboden). Z. Flugtechn. Motorluftsch. Jg. 3, S. 217[1]).

1912. Ein Beitrag zur Erklärung des Segelfluges. Z. Flugtechn. Motorluftsch. Jg. 3, S. 269.

1912. Duchênes Grundlagen für die Beurteilung und Verbesserung eines Flugzeugs. Z. Flugtechn. Motorluftsch. Jg. 3, S. 86.

1913. Auftrieb und Widerstand eines Doppeldeckers. Z. Flugtechn. Motorluftsch. Jg. 4, S. 1[1]).

1914. Angriffspunkte der Windkräfte bei Doppeldeckern. Z. Flugtechn. Motorluftsch. Jg. 5, S. 162[1]).

1914. Untersuchungen an Tragflächen mit verwundenen und nach rückwärts gerichteten Enden. Z. Flugtechn. Motorluftsch. Jg. 5, S. 237[1]).

1914. Die gegenseitige Beeinflussung zweier Tragflächen. Z. Flugtechn. Motorluftsch. Jg. 5, S. 253.

1915. Untersuchung einer Joukowskyschen Tragfläche. Z. Flugtechn. Motorluftsch. Jg. 6, S. 173[1]).

1915. Die wichtigsten Grundlagen für den Entwurf von Luftschrauben. Z. Flugtechn. Motorluftsch. Jg. 6, S. 97.

1916. Ein experimenteller Beitrag zum vollständigen Problem der Flugzeugstabilität. Z. Flugtechn. Motorluftsch. Jg. 7, S. 145.

1917. Einfluß der Spannweite und Flächenbelastung auf die Luftkräfte von Tragflächen. Techn. Ber. Flugzeugmeisterei, Bd. 1, S. 98.

1917. Berechnung der Luftkräfte auf eine Doppeldeckerzelle aus den entsprechenden Werten für Eindeckertragflächen. Techn. Ber. Flugzeugmeisterei, Bd. 1, S. 103.

1918. Einführung in die Theorie der Flugzeug-Tragflügel. Naturwiss. Jg. 6, S. 557 und 573.

1919. Schraubenpropeller mit geringstem Energieverlust, mit einem Zusatz von L. Prandtl. Nachr. Kgl. Ges. Wiss. Math.-phys. Klasse, S. 193 (Neudruck in »Vier Abhandlungen zur Hydrodynamik und Aerodynamik«, J. Springer, Berlin 1927).

1919. Beiträge zur Tragflügeltheorie mit besonderer Berücksichtigung des einfachen rechteckigen Flügels. Diss. Göttingen; Auszug in Ber. u. Abhandl. Wiss. Ges. Luftf. (Beihefte zur Z. Flugtechn. Motorluftsch.), Heft 2.

1920. Eine Erweiterung der Schraubenstrahl-Theorie. Z. Flugtechn. Motorluftsch. Jg. 11, S. 105.

1920. Ergebn. Aerodyn. Versuchsanst. Göttingen, Lfg. I (gemeinsam mit L. Prandtl und C. Wieselsberger). Verlag R. Oldenbourg, München und Berlin.

1920. Das Maximum der theoretisch möglichen Ausnützung des Windes durch Windmotoren. Z. ges. Turbinenwes. Jg. 17, S. 307.

1921. Die Vorgänge beim Schraubenpropeller. Naturwiss. Jg. 9, S. 309.

1921. Wirbel und im Zusammenhang damit stehende Begriffe der Hydrodynamik. Z. Flugtechn. Motorluftsch. Jg. 12, S. 193.

1922. Die Wirkungsweise von unterteilten Flügelprofilen. Ber. u. Abhandl. Wiss. Ges. Luftf. (Beihefte zur Z. Flugtechn. Motorluftsch.), Heft 6.

[1]) Neudruck in »Mitteilungen der Aerodynamischen Versuchsanstalt 1. Folge«. L. Franz, Leipzig 1930.



1923. Ergebn. Aerodyn. Versuchsanst. Göttingen, Lfg. II (gemeinsam mit L. Prandtl und C. Wieselsberger). Verlag R. Oldenbourg, München und Berlin.

1924. Eine Verallgemeinerung der Joukowskyschen Flügelbildung. Z. Flugtechn. Motorluftsch. Jg. 15, S. 100.

1925. Versuche an einem Flügel mit Grenzschichtabsaugung (gemeinsam mit J. Ackeret und O. Schrenk). Vorläufige Mitt. Aerodyn. Versuchsanst. Aachen, Nr. 4.

1925. Der Magnuseffekt als Grundlage der Flettnerwalze. Z. VDI, Bd. 69, S. 9.

1925. Ein Verfahren zur direkten Ermittlung des Profilwiderstands. Z. Flugtechn. Motorluftsch. Jg. 16, S. 42.

1925. Mechanik flüssiger und luftförmiger Körper. »Hütte« des Ing.-Taschenb., 25. Auflage, Bd. I, S. 332.

1926. Über die Vorgänge an den Schaufelenden von Kaplan-Turbinen. »Hydraulische Probleme« VDI-Verlag, Berlin, S. 161.

1926. Windenergie und ihre Ausnutzung durch Windmühlen. Verlag Vandenhoeck und Rupprecht, Göttingen.

1926. Wirbelschichten und ihre Bedeutung für die Strömungsvorgänge. Naturwiss. Jg. 14, S. 1228.

1926. Ergebn. Aerodyn. Versuchsanst. Göttingen, Lfg. III (gemeinsam mit L. Prandtl). Verlag R. Oldenbourg, München und Berlin.

1927. Tragflügel und hydraulische Maschinen. Handbuch der Physik, Bd. 7, S. 215.

1927. Propellerfragen (vorgetragen auf der Hauptversammlung der Gesellschaft für angewandte Mathematik und Mechanik, Bad Kissingen). Z. angew. Math. Mech., Bd. 7, S. 431.

1927. Die Windmühlen im Lichte neuerer Forschung. Naturwiss. Jg. 15, S. 905.

1928. Der Wirkungsgradbegriff beim Propeller. Z. Flugtechn. Motorluftsch. Jg. 19, S. 171.

1928. Eine anschauliche Ableitung des Biot-Savartschen Gesetzes. Z. angew. Math. Mech., Bd. 8, S. 149.

1928. Der Wirbelbegriff und seine Bedeutung für die Flugtechnik. Unterrichtsbl. Math. Naturwiss., Bd. 34, Heft 12.

1928. Zur Theorie der Querruder (gemeinsam mit E. Petersohn). Z. angew. Math. Mech., Bd. 8, S. 253.

1929. Über turbulente Reibungsschichten an gekrümmten Wänden. In »Gilles, Hopf u. v. Kármán, Vorträge aus dem Gebiet der Aerodynamik und verwandter Gebiete.« Verlag J. Springer, Berlin.

1929. Energieumsetzung in Venturidüsen. Naturwiss. Jg. 17, S. 160.

1929. Flow in obstructed passages. Engineering, Bd. 127, S. 434.

1930. Einfluß der Kavitation auf die Leistung von Schiffsschrauben. Verh. 3. inter. Kongr. techn. Mech., Stockholm, Teil 1, S. 411 Verlag P. A. Norstedt und Söner, Stockholm (1931).

1930. Wirbelbildung in idealen Flüssigkeiten und Helmholtzscher Wirbelsatz. Z. angew. Math. Mech., Bd. 10, S. 413.

1931. Mikromanometer. Handbuch der Experimentalphysik, Bd. 4, 1. Teilband, S. 511.

1931. Mechanik unelastischer Flüssigkeiten. »Hütte« des Ing. Taschenb., 26. Auflage, Bd. I, S. 352.

1931. Mechanik elastischer Flüssigkeiten. Dasselbe, S. 410.

1931. Ein Mikromanometer mit bequemer Ablesung. Meßtechn. Jg. 7, S. 37.

1931. Diagramme zur Berechnung von Flügelreihen. Ing.-Arch., Bd. 2, S. 359.

1931. Die v. Kármánsche Ähnlichkeitsüberlegung für turbulente Vorgänge in physikalischer Auffassung. Z. angew. Math. Mech., Bd. 11, S. 397.

1931. Anwendung der Theorie der freien Strahlen (gemeinsam mit E. Petersohn). Ing.-Arch., Bd. 2, S. 190.

1932. Beitrag zu »Untersuchung von Flugzeugmodellen im Windkanal« von R. Seiferth. Handbuch der Experimentalphysik, Bd. 4, 2. Teilband, S. 191.

1932. Ermittlung der bei Drehbewegungen von Körpern (Flugzeugen) auftretenden Kräfte und Momente. Dasselbe, S. 207.

1932. Zur Theorie stark belasteter Schraubenpropeller (gemeinsam mit H. B. Helmbold). Ing.-Arch., Bd. 3, S. 1.

1932. Ergebnisse Aerodyn. Versuchsanst. Göttingen, Lfg. IV (gemeinsam mit L. Prandtl). Verlag R. Oldenbourg, München und Berlin.

1932. Verminderung des Auftriebes von Tragflügeln durch den Widerstand (gemeinsam mit J. Lotz). Z. Flugtechn. Motorluftsch. Jg. 23, S. 277.

1932. Verhalten von Wirbelsystemen. Z. angew. Math. Mech., Bd. 12, S. 164.

1932. Grundsätzliches zum Voith-Schneider-Propeller. Hydromech. Probl. d. Schiffsantriebs, Hamburg, S. 161.

1932. Singularitätenverfahren zur Ermittlung der Kräfte und Momente auf Körper in Potentialströmungen. Ing.-Arch., Bd. 3, S. 454.

1933. Theoretische Berechnung von Tragflügelprofilen. Z. Flugtechn. Motorluftsch. Jg. 24, S. 437.

1934. Änderung der Profilform zur Erzielung einer vorgegebenen Änderung der Druckverteilung. Luftf.-Forschg., Bd. 11, S. 158.

1935. Luftwiderstand der Kraftfahrzeuge. Kraftfahrtechnische Tagung 1934, »Vorträge und Aussprachen« (Sonderdruck VDI-Verlag, Berlin), S. 40.

1935. Einfluß des Strömungszustandes auf die Angabe von Meßdüsen. Z. angew. Math. Mech., Bd. 15, S. 4.

1935. Flügelprofile mit vorgegebener Druckverteilung. Proc. 4th int. Congr. appl. Mech., Cambridge, S. 160.

1935. Applied Airfoil Theory. »Durand, Aerodynamic Theory«, Bd. 4, Sect. J. Verlag J. Springer, Berlin.



Korrektur des Abwindes in Windkanälen mit kreisrunden oder elliptischen Querschnitten.

Von Irmgard Lotz.

(Aus der Aerodynamischen Versuchsanstalt Göttingen.)

Die am Ort eines Flügels durch die endliche Strahlbegrenzung erzeugten Abwärtsgeschwindigkeiten sind für Windströme mit den verschiedensten Querschnitten berechnet. Die Änderung der zusätzlichen Geschwindigkeit in der Umgebung des Flügels ist dagegen sehr wenig behandelt. Die Kenntnis dieser Zusatzgeschwindigkeiten in der Umgebung des Flügels, insbesondere an der Stelle des Höhenleitwerkes ist aber notwendig, um aus den Messungen des Längsmomentes an Flugzeugmodellen im Windkanal die im freien Flug auftretenden Momente errechnen zu können, Gleichzeitig kann man dann auch feststellen, ob die Krümmung der Stromlinien groß genug ist, um das experimentelle Ergebnis zu klären, daß die bei Tragflügelmessungen notwendige Anstellwinkelkorrektur einen größeren Korrekturfaktor hat als die notwendige Widerstandskorrektur.

Gliederung.

A. Einleitung.

Bisher hat man bei der Bestimmung des störenden Einflusses der Windkanalgrenzen immer nur die am Ort des Flügels, genauer die im Druckpunkt des Flügelmittelschnittes herrschende zusätzliche Abwärtsgeschwindigkeit errechnet. Sie läßt sich einfach ermitteln, weil sie genau die Hälfte der im Unendlichen vorhandenen Abwärtsgeschwindigkeit ist und diese sich aus einem ebenen Potentialproblem ergibt: Man spiegelt die abgehenden Wirbel an der Begrenzung [1]...[4]. Abb. 1 und 2 zeigen diese Spiegelungen für den offenen und den geschlossenen Kreisstrahl. Bei der Spiegelung an den freien Strahlgrenzen des offenen Kanals haben die gespiegelten Wirbel den gleichen Drehsinn wie die Originalwirbel, bei der an den festen Wänden des geschlossenen Kanals den umgekehrten Drehsinn.

Der Verlauf der Abwärtsgeschwindigkeit vom Flügel bis zum unendlich Fernen war nicht bekannt. Für den rechteckigen Kanal hat Glauert, weil er sich für die bei Leitwerksmessungen anzubringende Winkelkorrektur interessierte, eine 1. Näherung gerechnet, für Kanäle mit anderen Querschnitten fehlte bisher jede über das einfache Problem hinausgehende Rechnung[1]). Seiferth hatte zwar in dem in [1] genannten Artikel für den Freistrahl mit Kreisquerschnitt eine Verbesserung versucht, die aber gerade für kleine Entfernungen vom Flügel schon ihrem Aufbau nach nicht die richtigen Korrekturen ergeben kann. Die vorliegende Arbeit bringt im Hauptteil B die exakte Berechnung der durch die Strahlgrenzen erzeugten Zusatzgeschwindigkeit für Windströme mit Kreisquerschnitten und im Teil C für Ströme mit elliptischen Querschnitten.

[1]) Kurz nachdem der Teil B dieser Arbeit fertiggestellt war, erschien die »Aerodynamic Theory von W. F. Durand« Bd. II, in dem Burgers dasselbe Problem aber nur für den Kreisstrahl behandelt. Die Methoden weichen vollständig voneinander ab. Für den Freistrahl ergab sich eine vorzügliche Übereinstimmung der Ergebnisse. Für den geschlossenen Kanal dagegen bestehen gewisse Abweichungen, auf die später noch eingegangen wird.

B. Windströme mit Kreisquerschnitten.

I. Problemstellung und Bezeichnungen.

In erster Näherung kann man einen Tragflügel durch einen Hufeisenwirbel ersetzen, dies entspricht einer rechteckigen Auftriebsverteilung (Abb. 3). Flügel mit abweichender Verteilung kann man durch Überlagerung mehrerer Hufeisenwirbel verschiedener Breite ($2b$) ersetzen (Abb. 4). Wir werden daher zunächst die Rechnungen für einen Hufeisenwirbel durchführen. Die Bezeichnungen legen wir folgendermaßen fest: Die x-Achse fällt mit der Strahlachse zusammen, die y-Achse liegt in Richtung der Flügelspannweite, und die z-Achse ist zu beiden senkrecht nach unten gerichtet. Abb. 5 zeigt das Koordinatensystem. Der Querteil des Hufeisenwirbels erstreckt sich von $y = -b$ bis $y = +b$[2]), die abgehenden Wirbel laufen parallel der x-Achse von $x = 0$ bis $x = -\infty$. Die Zirkulation des Wirbels sei Γ. Der Kanal habe den Radius r_0. Wir setzen

[2]) Die Flügelspannweite hat demnach die Größe 2b, im Gegensatz zu der sonst üblichen Bezeichnung, die hier aus Symmetriegründen unbequem ist.

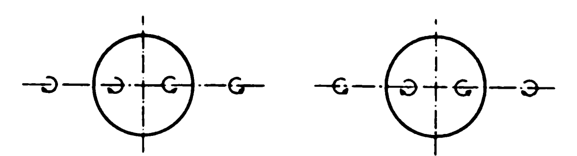


Abb. 1. Spiegelung der Wirbel für den offenen Kreisstrahl. Abb. 2. Spiegelung der Wirbel für den geschlossenen Kanal mit Kreisquerschnitt.

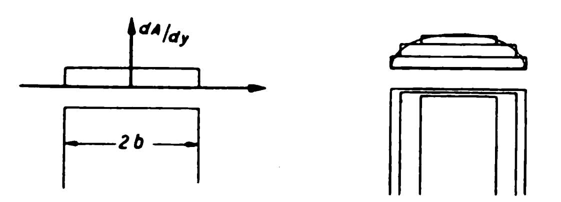


Abb. 3. Flügel mit rechteckiger Auftriebsverteilung (Hufeisenwirbel). Abb. 4. Aufbau eines Tragflügels aus Hufeisenwirbeln.

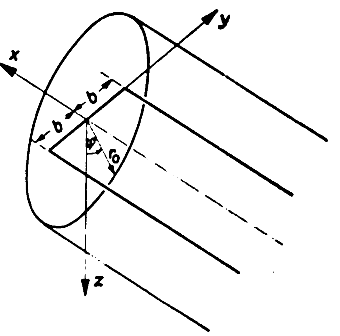


Abb 5. Koordinatensystem.

$$\left.\begin{aligned} & y^2 + z^2 = r^2 = r_0^2 \cdot \varrho^2 \\ & \frac{y}{r_0} = \varrho \sin\varphi; \quad \frac{z}{r_0} = \varrho \cos\varphi \\ & \frac{x}{r_0} = \xi \text{ und } \frac{b}{r_0} = \varkappa \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (1)$$

Auf dem Zylindermantel erzeugt der Hufeisenwirbel bei unendlich ausgedehnter Strömung die Tangentialgeschwindigkeiten u_0 in Richtung der x-Achse und v_{t_0} senkrecht zu u_0 und die Normalgeschwindigkeit v_{n_0}.

Beim Freistrahl muß der Druck auf den Strahlgrenzen konstant sein, d. h. die Geschwindigkeiten u_0 und v_{t_0} müssen zum Verschwinden gebracht werden. Wir müssen also ein Geschwindigkeitsfeld überlagern, das im Innern des Zylinders regulär ist und auf dem Mantel die Geschwindigkeiten $-u_0$ und $-v_{t_0}$ hat.

Für den geschlossenen Kanal muß die Normalgeschwindigkeit v_{n_0} verschwinden. Das zusätzliche Geschwindigkeitsfeld muß also die Geschwindigkeit $-v_{n_0}$ auf dem Mantel haben.

II. Ermittlung der zusätzlichen Abwärtsgeschwindigkeiten für den Freistrahl.

Wir wollen zunächst den Freistrahl behandeln. Wenn man den Hufeisenwirbel an der zylindrischen Begrenzung spiegelt, d. h. Wirbelfäden, wie sie Abb. 6 zeigt, außerhalb des Strahles anbringt, gelingt es, die Grenzbedingungen für unendlich großes $(-x)$ zu erfüllen. Dies ist aus früheren Untersuchungen bekannt (Prandtl, Tragflügeltheorie II, S. 54). Wir bezeichnen das Potential des Hufeisenwirbels mit Φ_0, das der gespiegelten Wirbel mit Φ_1. Das Potential $(\Phi_0 + \Phi_1)$ erfüllt dann die Grenzbedingungen für sehr großes negatives $\xi = \frac{x}{r_0}$. Für endliches ξ bleiben auf der Zylinderfläche Tangentialgeschwindigkeiten bestehen.

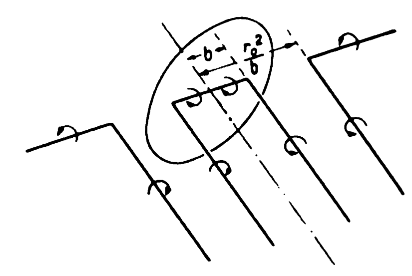


Abb. 6. »Spiegelung« des Hufeisenwirbels an der Begrenzung des Freistrahls.

Abb. 7 zeigt den Verlauf dieser noch zu beseitigenden Geschwindigkeiten $u_0 + u_1$ und $v_{t_0} + v_{t_1}$. Die Funktion $u_0 + u_1$ ist gerade in φ und gerade in ξ; die Funktion $v_{t_0} + v_{t_1}$ ist ungerade in φ und ξ. Beide klingen mit wachsendem $|\xi|$ rasch ab. Um diese Geschwindigkeitsreste zu kompensieren, führen wir ein Potential Φ_2 ein, dessen Ableitungen $\frac{\partial \Phi_2}{\partial x}$ und $\frac{\partial \Phi_2}{r\,\partial \varphi}$ im Unendlichen verschwinden und sonst auf dem Zylindermantel, d. h. für $r = r_0$ bzw. $\varrho = 1$ die Werte

$$\frac{\partial \Phi_2}{\partial x} = -\frac{\partial(\Phi_0 + \Phi_1)}{\partial x}; \quad \frac{\partial \Phi_2}{r\,\partial \varphi} = -\frac{\partial(\Phi_0 + \Phi_1)}{r\,\partial \varphi} \quad . (2)$$

annehmen. Φ_2 muß der Potentialgleichung $\Delta\Phi_2 = 0$ genügen, die in Zylinderkoordinaten lautet:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial \Phi_2}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial x^2} = 0 \quad . \; . \; . \; (3)$$

Wir wollen zunächst die Funktion Φ_2 anstatt mit $\xi = \frac{x}{r_0} \longrightarrow \infty$

Abb. 7. Restbeträge der Tangentialgeschwindigkeiten auf der Strahloberfläche.

abklingend periodisch in ξ ansetzen. Die Periode $2\,l = 2\,l^*\,r_0$ lassen wir dann im Laufe der Rechnung unbegrenzt wachsen. Der Ansatz

$$\Phi_2 = \frac{\Gamma}{4\pi}\sum_m \cos m\varphi \sum_k D_{mk}\sin\left(\frac{k\pi}{l^*}\xi\right) J_m\left(i\frac{k\pi}{l^*}\varrho\right), \quad (4)$$

worin D_{mk} noch unbekannte Koeffizienten sind und J_m die Besselsche Funktion 1. Art und m-ter Ordnung bezeichnet, befriedigt die Differentialgleichung, weil jedes einzelne Glied der Summe ihr genügt.

Damit Φ_2 die Randbedingung erfüllt, muß

$$\left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial x}\right)_{r_0} = \frac{\Gamma}{4\pi r_0}\sum_m \cos m\varphi \sum_k D_{mk}\frac{k\pi}{l^*}\cos\left(\frac{k\pi}{l^*}\xi\right) J_m\left(i\frac{k\pi}{l^*}\right)$$
$$= -\left(\frac{\partial(\Phi_0+\Phi_1)}{\partial x}\right)_{r_0} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (5)$$

sein. Entwickeln wir nun $\left(\frac{\partial(\Phi_0+\Phi_1)}{\partial x}\right)_{r_0}$ (s. Abb. 7) in eine Fourierreihe nach φ

$$+\left(\frac{\partial(\Phi_0+\Phi_1)}{\partial x}\right)_{r_0} = \frac{\Gamma}{4\pi r_0}\sum_{m=1}^{m=\infty} l_m(\xi)\cos m\varphi, \quad \ldots (6)$$

dann lautet die Randbedingung

$$\frac{\Gamma}{4\pi r_0}\sum_m \cos m\varphi \sum_k D_{mk}\frac{k\pi}{l^*}\cos\left(\frac{k\pi}{l^*}\xi\right) J_m\left(i\frac{k\pi}{l^*}\right)$$
$$= -\frac{\Gamma}{4\pi r_0}\sum_m l_m(\xi)\cos m\varphi; \quad \ldots \ldots (5\text{a})$$

und durch Koeffizientenvergleich erhalten wir

$$\sum_k D_{mk}\frac{k\pi}{l^*}\cos\left(\frac{k\pi}{l^*}\xi\right) J_m\left(i\frac{k\pi}{l^*}\right) = -\,l_m(\xi).$$

Denken wir uns nun noch die Funktion $l_m(\xi)$ in eine cos-Reihe nach ξ entwickelt[3]), dann ergibt sich wiederum durch Vergleich für die bisher unbekannten Koeffizienten D_{mk}

$$D_{mk} = -\frac{1}{l^*}\,\frac{1}{\frac{k\pi}{l^*} J_m\left(i\frac{k\pi}{l^*}\right)}\int_{-l^*}^{+l^*} l_m(\alpha)\cos\left(\frac{k\pi}{l^*}\alpha\right)d\alpha \quad . (7)$$

Somit erhalten wir schließlich für Φ_2, indem wir (7) in (4) einführen, den Ausdruck

$$\Phi_2 = -\frac{\Gamma}{4\pi}\sum_m \cos m\varphi \sum_k \frac{J_m\left(\frac{i\,k\pi}{l^*}\varrho\right)\sin\left(\frac{k\pi}{l^*}\xi\right)}{\frac{k\pi}{l^*} J_m\left(i\frac{k\pi}{l^*}\right)}\,\frac{1}{l^*}\int_{-l^*}^{+l^*} l_m(\alpha)\cos\left(\frac{k\pi}{l^*}\alpha\right)d\alpha \quad \ldots \ldots \ldots (8)$$

Wenn wir jetzt die Periode l^* wachsen lassen, so daß in der Grenze $\frac{k\pi}{l^*} = q$; $\frac{\pi}{l^*} = d\,q$ ist, dann wird das Potential

$$\Phi_2 = -\frac{\Gamma}{4\pi}\sum_m \cos m\varphi \int_0^\infty \frac{\sin q\xi\, J_m(i\,q\,\varrho)}{q\, J_m(i\,q)}\,d\,q\,\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} l_m(\alpha)\cos q\,\alpha\,d\alpha \quad \ldots \ldots \ldots (9)$$

In der Flügelebene (d. h. mit sehr großer Näherung in der x-y-Ebene, für die $\varphi = 90°$ bzw. $270°$ ist) ergibt sich demnach für die von Φ_2 herrührende Abwärtsgeschwindigkeit

$$\frac{\partial \Phi_2}{r\,\partial\varphi} = \frac{\Gamma}{4\pi r}\sum_m m\sin m\varphi \int_0^\infty \frac{\sin q\,\xi\, J_m(i\,q\,\varrho)}{q\, J_m(i\,q)}\,d\,q\,\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} l_m(\alpha)\cos q\,\alpha\,d\,\alpha \quad \ldots \ldots \ldots (10)$$

und in der Flügelsymmetrielinie, d. h. für $r = 0$, $\frac{\partial \Phi_2}{r\,\partial\varphi} = \pm\frac{\Gamma}{4\pi r_0}\int_0^\infty \frac{\sin q\,\xi\cdot\frac{i}{2}\cdot d\,q}{J_1(i\,q)}\,\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} l_1(\alpha)\cos q\,\alpha\,d\,\alpha, \quad \ldots \ldots (11)$

also ein verhältnismäßig einfacher Ausdruck.

Das Potential Φ_2 haben wir so bestimmt, daß die Bedingung

$$\left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial x}\right)_{r_0} = -\left(\frac{\partial(\Phi_0+\Phi_1)}{\partial x}\right)_{r_0}$$
$$= -\frac{\Gamma}{4\pi r_0}\,\frac{\cos\varphi}{\xi^2+\cos^2\varphi}\Bigg[-\sin\varphi\left\{\frac{1}{\sqrt{\xi^2+1+\varkappa^2-2\varkappa\sin\varphi}} - \frac{1}{\sqrt{\xi^2+1+\varkappa^2+2\varkappa\sin\varphi}}\right\}$$
$$+\varkappa\left\{\frac{1}{\sqrt{\xi^2+1+\varkappa^2-2\varkappa\sin\varphi}} + \frac{1}{\sqrt{\xi^2+1+\varkappa^2+2\varkappa\sin\varphi}}\right\}$$
$$-2-\sin\varphi\left\{\frac{\varkappa}{\sqrt{\xi^2\varkappa^2+1+\varkappa^2-2\varkappa\sin\varphi}} - \frac{\varkappa}{\sqrt{\xi^2\varkappa^2+1+\varkappa^2+2\varkappa\sin\varphi}}\right\}$$
$$+\left\{\frac{1}{\sqrt{\xi^2\varkappa^2+1+\varkappa^2-2\varkappa\sin\varphi}} + \frac{1}{\sqrt{\xi^2\varkappa^2+1+\varkappa^2+2\varkappa\sin\varphi}}\right\}\Bigg] \quad \ldots \ldots \ldots (12)$$

erfüllt ist. Wir müssen noch zeigen, daß gleichzeitig der Bedingung $\left(\frac{\partial \Phi_2}{r\,\partial\varphi}\right)_{r_0} = -\left(\frac{\partial(\Phi_0+\Phi_1)}{r\,\partial\varphi}\right)_{r_0} \quad \ldots \ldots \ldots (13)$ genügt wird.

Auf dem Zylindermantel ist die Tangentialgeschwindigkeit $\left(\frac{\partial\Phi_2}{r\,\partial\varphi}\right)_{r_0} = \frac{\Gamma}{4\pi r_0}\sum_m m\sin m\varphi\int_0^\infty \frac{\sin q\xi}{q}\,d\,q\,\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} l_m(\alpha)\cos q\,\alpha\,d\,\alpha$

$\ldots \ldots \ldots (14)$

[3]) $\frac{\partial(\Phi_0+\Phi_1)}{\partial x}$ ist eine gerade Funktion in ξ (s. S. 251).



Dieser Ausdruck muß also entgegengesetzt gleich der Ableitung $\left(\frac{\partial(\Phi_0+\Phi_1)}{r\,\partial\varphi}\right)_{r_0}$ werden. Für die Ableitung $\left(\frac{\partial(\Phi_0+\Phi_1)}{\partial x}\right)_{r_0}$ hatten wir die Entwicklung

$$\left(\frac{\partial(\Phi_0+\Phi_1)}{\partial x}\right)_{r_0} = \frac{\Gamma}{4\pi r_0}\sum_m l_m(\xi,1)\cos m\varphi \quad \text{[s. Gl. (6)]}$$

angesetzt[4]). Aus diesem Ansatz folgt, daß das Potential $(\Phi_0+\Phi_1)$ die Form

$$\Phi_0+\Phi_1 = \frac{\Gamma}{4\pi}\sum_m \tau_m(\xi,\varrho)\cos m\varphi \quad \ldots\ldots \quad (15)$$

haben muß, wobei

$$l_m(\xi,\varrho) = \frac{\partial\tau_m(\xi,\varrho)}{\partial\xi} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

ist. Für die Tangentialgeschwindigkeit $\left(\frac{\partial(\Phi_0+\Phi_1)}{r\,\partial\varphi}\right)_{r_0}$ erhalten wir dann durch Differentiation von (15) die Darstellung

$$\left(\frac{\partial(\Phi_0+\Phi_1)}{r\,\partial\varphi}\right)_{r_0} = -\frac{\Gamma}{4\pi r_0}\sum_m m\,\tau_m(\xi,1)\sin m\varphi \quad . \quad (17)$$

Die Bedingung (13) verlangt nun, daß die Ableitungen (14) und (17) einander entgegengesetzt gleich sind. Da beide sin-Reihen in φ sind, müssen daher die Koeffizienten der einzelnen Harmonischen bis auf das Vorzeichen einander gleich sein, d. h. es muß

$$\int_0^\infty \frac{\sin q\xi}{q}\,dq\,\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} l_m(\alpha,1)\cos q\alpha\,d\alpha = +\tau_m(\xi,1) \quad (18)$$

sein. Wenn wir auf der linken Seite partiell nach α integrieren, erhalten wir bei Berücksichtigung der Gleichung (16)

$$+\int_0^\infty \sin q\xi\,dq\,\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\tau_m(\alpha,1)\sin q\alpha\,d\alpha = \tau_m(\xi,1)\,. \quad (19)$$

und sehen sofort, daß die linke Seite die Fourierdarstellung der Funktion $\tau_m(\xi,1)$ ist; das gefundene Potential Φ_2 genügt also allen Bedingungen[5]).

Wir wollen das Ergebnis der vorstehenden Überlegungen noch einmal kurz angeben: Ein Tragflügel in einem Freistrahl steht gegenüber einem Flügel im unendlich ausgedehnten Luftstrom in einem Störungsfeld, dessen Potential $\Phi_1+\Phi_2$ ist. Durch die endliche Strahlbegrenzung werden demnach die zusätzlichen Abwärtsgeschwindigkeiten

$$w_k = \frac{\partial(\Phi_1+\Phi_2)}{\partial z}$$

erzeugt. Für die Flügelebene (d. h. in großer Näherung in der x-y-Ebene) ist

$$\frac{\partial(\Phi_1+\Phi_2)}{\partial z} = \mp\frac{\partial(\Phi_1+\Phi_2)}{r\,\partial\varphi} \quad (\varphi = 90^0 \text{ bzw. } 270^0).$$

Die Ableitung $\frac{\partial\Phi_2}{r\,\partial\varphi}$ ist durch Gleichung (10) gegeben und $\frac{\partial\Phi_1}{r\,\partial\varphi}$ durch

$$-\left(\frac{\partial\Phi_1}{r\,\partial\varphi}\right)_{\varphi=90^0} = \left(\frac{\partial\Phi_1}{\partial z}\right)_{z=0} = \frac{\Gamma}{4\pi r_0}\left\{\frac{1}{\xi}\left[2-\frac{\varrho+\frac{1}{\varkappa}}{\sqrt{\xi^2+\left(\varrho+\frac{1}{\varkappa}\right)^2}}+\frac{\varrho-\frac{1}{\varkappa}}{\sqrt{\xi^2+\left(\varrho-\frac{1}{\varkappa}\right)^2}}\right]\right.$$
$$\left.-\frac{1}{\varrho-\frac{1}{\varkappa}}\left(1-\frac{\xi}{\sqrt{\xi^2+\left(\varrho-\frac{1}{\varkappa}\right)^2}}\right)+\frac{1}{\varrho+\frac{1}{\varkappa}}\left(1-\frac{\xi}{\sqrt{\xi^2+\left(\varrho+\frac{1}{\varkappa}\right)^2}}\right)\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (20)$$

In der Kanalachse ($\varrho = 0$) haben wir endlich [s. Gl. (11)]

$$\frac{\partial(\Phi_1+\Phi_2)}{\partial z} = w_k = \frac{\Gamma}{4\pi r_0}\left\{\frac{2}{\xi}\left[1-\frac{1}{\sqrt{\xi^2\varkappa^2+1}}\right]+2\varkappa\left[1-\frac{\xi\varkappa}{\sqrt{\xi^2\varkappa^2+1}}\right]\right\}-\frac{\Gamma}{4\pi r_0}\int_0^\infty\frac{\sin(q\xi)\,\frac{i}{2}\,dq}{J_1(iq)}\,\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} l_1(\alpha)\cos q\alpha\,d\alpha$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (21)$$

Der erste Term vereinfacht sich für kleine ξ zu

$$\left(\frac{\partial\Phi_1}{\partial z}\right)_{\substack{z=0\\y=0}} = \frac{\Gamma}{4\pi r_0}(2\varkappa-\varkappa^2\xi).$$

Nach Gleichung (21) sind die in der Strahlachse erzeugten Abwärtsgeschwindigkeiten für verschiedenes Verhältnis Flügelspannweite zu Strahldurchmesser ermittelt. (Näheres siehe Abschnitt IV.)

III. Ermittlung der zusätzlichen Abwärtsgeschwindigkeiten für den geschlossenen Kanal.

Für den geschlossenen Kanal verfährt man in ähnlicher Weise. Zunächst spiegelt man den Hufeisenwirbel, nur muß man bei der Spiegelung gleichzeitig das Vorzeichen der Zirkulation ändern (Abb. 2 zeigt einen Schnitt durch den Kanal in großer Entfernung vom Flügel). Dann bestimmt man das Zusatzpotential Φ^*_2 in analoger Weise wie beim offenen Kanal. Es ergibt sich

$$\Phi_2^* = -\frac{\Gamma}{4\pi}\sum_m \cos m\varphi\int_0^\infty\frac{J_m(iq\varrho)\sin q\xi\,dq}{iq\,J_m'(iq)}\,\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} g_m(\alpha,1)\sin q\alpha\,d\alpha, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (22)$$

dabei bedeutet J_m' die Ableitung der Besselschen Funktion 1. Art und m-ter Ordnung.

---

[4]) Früher der Einfachheit halber $l_m(\xi,1) = l_m(\xi)$ geschrieben.

[5]) Man kann zeigen, daß die Aufgabe, ein Potential zu bestimmen, das bestimmte tangentielle Ableitungen auf der Randfläche hat, zurückzuführen ist auf die Aufgabe, ein Potential zu ermitteln, dessen Werte auf der Randfläche gegeben sind, d. h. auf ein Randwertproblem 1. Art. Deshalb sind die beiden Bedingungen

$$\left(\frac{\partial\Phi_2}{\partial x}\right)_{r_0} = -\left(\frac{\partial(\Phi_0+\Phi_1)}{\partial x}\right)_{r_0} \quad \text{und} \quad \left(\frac{\partial\Phi_2}{r\,\partial\varphi}\right)_{r_0} = -\left(\frac{\partial(\Phi_0+\Phi_1)}{r\,\partial\varphi}\right)_{r_0}$$

einer einzigen gleichwertig.

Die Funktionen g_m sind dadurch bestimmt, daß

$$\left(\frac{\partial \Phi_2^*}{\partial r}\right)_{r_0} = -\left(\frac{\partial (\Phi_0 + \Phi_1)}{\partial r}\right)_{r_0}$$

$$= -\frac{\Gamma}{4\pi r_0}\left\{\varkappa \cos\varphi\left[\frac{1}{1+\varkappa^2-2\varkappa\sin\varphi}\left(\frac{\xi\varkappa}{\sqrt{\xi^2\varkappa^2+1+\varkappa^2-2\varkappa\sin\varphi}}-\frac{\xi}{\sqrt{\xi^2+1+\varkappa^2-2\varkappa\sin\varphi}}\right)\right.\right.$$

$$\left.+\frac{1}{1+\varkappa^2+2\varkappa\sin\varphi}\left(\frac{\xi\varkappa}{\sqrt{\xi^2\varkappa^2+1+\varkappa^2+2\varkappa\sin\varphi}}-\frac{\xi}{\sqrt{\xi^2+1+\varkappa^2+2\varkappa\sin\varphi}}\right)\right]$$

$$-\frac{\xi\cos\varphi}{\xi^2+\cos^2\varphi}\left[2+\sin\varphi\left(\frac{\varkappa}{\sqrt{\xi^2\varkappa^2+1+\varkappa^2-2\varkappa\sin\varphi}}-\frac{\varkappa}{\sqrt{\xi^2\varkappa^2+1+\varkappa^2+2\varkappa\sin\varphi}}\right)\right.$$

$$-\left(\frac{1}{\sqrt{\xi^2\varkappa^2+1+\varkappa^2-2\varkappa\sin\varphi}}+\frac{1}{\sqrt{\xi^2\varkappa^2+1+\varkappa^2+2\varkappa\sin\varphi}}\right)$$

$$+\sin\varphi\left(\frac{1}{\sqrt{\xi^2+1+\varkappa^2+2\varkappa\sin\varphi}}-\frac{1}{\sqrt{\xi^2+1+\varkappa^2-2\varkappa\sin\varphi}}\right)$$

$$\left.\left.+\varkappa\left(\frac{1}{\sqrt{\xi^2+1+\varkappa^2+2\varkappa\sin\varphi}}+\frac{1}{\sqrt{\xi^2+1+\varkappa^2-2\varkappa\sin\varphi}}\right)\right]\right\}$$

$$= -\frac{\Gamma}{4\pi r_0}\sum_m g_m(\xi, 1)\cos m\varphi \quad \ldots \quad (23)$$

gesetzt ist.

Die durch die Kanalbegrenzung hervorgerufene zusätzliche Abwärtsgeschwindigkeit ist in der Ebene $z = 0$:

$$w_k^* = -\frac{\Gamma}{4\pi r_0}\left\{\frac{1}{\xi}\left[2-\frac{\varrho+\frac{1}{\varkappa}}{\sqrt{\xi^2+\left(\varrho+\frac{1}{\varkappa}\right)^2}}+\frac{\varrho-\frac{1}{\varkappa}}{\sqrt{\xi^2+\left(\varrho-\frac{1}{\varkappa}\right)^2}}\right]\right.$$

$$\left.-\frac{1}{\varrho-\frac{1}{\varkappa}}\left(1-\frac{\xi}{\sqrt{\xi^2+\left(\varrho-\frac{1}{\varkappa}\right)^2}}\right)+\frac{1}{\varrho+\frac{1}{\varkappa}}\left(1-\frac{\xi}{\sqrt{\xi^2+\left(\varrho+\frac{1}{\varkappa}\right)^2}}\right)\right\}$$

$$-\frac{\Gamma}{4\pi r}\sum_m m\sin m\varphi\int_0^\infty\frac{J_m(iq\varrho)\sin q\xi\,dq}{iq\,J_m'(iq)}\,\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}g_m(\alpha,1)\sin q\alpha\,d\alpha \quad \ldots \quad (24)$$

und für die Symmetrielinie $y = 0$:

$$w_k^* = -\frac{\Gamma}{4\pi r_0}\left\{\frac{2}{\xi}\left[1-\frac{1}{\sqrt{\xi^2\varkappa^2+1}}\right]+2\varkappa\left[1-\frac{\xi\varkappa}{\sqrt{\xi^2\varkappa^2+1}}\right]\right\}$$

$$-\frac{\Gamma}{4\pi r_0}\int_0^\infty\frac{\frac{1}{2}\sin q\xi\,dq}{J_1'(iq)}\,\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}g_m(\alpha,1)\sin q\alpha\,da \quad . \quad (25)$$

Nach Gleichung (25) sind die Abwärtsgeschwindigkeiten für verschiedenes Verhältnis Spannweite zu Kanaldurchmesser errechnet (s. Abschnitt IV).

IV. Numerische Ergebnisse.

Abschnitt II und III geben die theoretischen Grundlagen zur Berechnung der durch die Windstromgrenzen erzeugten Abwärtsgeschwindigkeiten. Nach den dort angegebenen Formeln (21) und (25) wurden die Abwärtsgeschwindigkeiten w_k und w_k^* in der Achse des Windkanals errechnet.

Wenn die Anblasegeschwindigkeit V ist, beträgt die durch die Kanalgrenzen an jedem Punkt erzeugte Änderung der Strömungsrichtung w_k/V. Die Abwärtsgeschwindigkeit am Ort des Flügels, soweit sie auf den endlichen Kanaldurchmesser zurückzuführen ist, sei mit w_{k_0} bezeichnet. Dann ist die Anstellwinkelkorrektur des Flügels selbst

$$\alpha_k = \frac{w_{k_0}}{V} = \frac{\Gamma}{4\pi r_0 V}\cdot 2\varkappa$$

$$\left(\Gamma = \text{Zirkulation};\ \varkappa = \frac{2b}{2r_0} = \frac{\text{Spannweite}}{\text{Kanaldurchmesser}}\right)$$

oder nach Einführung der Auftriebsziffer c_a

$$\alpha_k = \frac{w_{k_0}}{V} = \frac{1}{8}\,\frac{F}{F_0}\,c_a \quad \ldots \quad (26)$$

' Flügelfläche, F_0 = Strahlquerschnitt).

Im Abstande l hinter dem Flügel ist der Einfluß der Kanalgrenzen auf den Abwind größer als am Flügel selbst. Ein dort befindliches Höhenleitwerk hat daher bei bestimmtem Anstellwinkel einen anderen Einfluß auf das Längsmoment als im freien Flug. Im Freistrahl wird der wirksame Anstellwinkel um den Betrag

$$\beta_k = \frac{w_k - w_{k_0}}{V} \quad \ldots \quad (27)$$

verkleinert, im geschlossenen Kanal um

$$\beta_k = \frac{w_k^* - w_{k_0}^*}{V} \quad \ldots \quad (28)$$

vergrößert. Der Flügel im geschlossenen Kanal steht in einem zusätzlichen Aufwind, dessen Größe $w_{k_0}^* = -w_{k_0}$ ist, also absolut genommen gleich dem Abwind am Ort des Flügels im Freistrahl.

Abb. 8 zeigt das Verhältnis $\tau = \beta_k/\alpha_k$ für den Freistrahl, Abb. 9 gibt $\tau^* = \beta^*_k/\alpha_k^*$ für den geschlossenen Kanal, beide abhängig von dem Verhältnis Leitwerksabstand zu Kanaldurchmesser[6]). Die Rechnung hat ergeben, daß die Quotienten τ und τ^* praktisch unabhängig sind von dem Verhältnis Spannweite zu Kanaldurchmesser. Da beliebige Auftriebsverteilungen durch Überlagerung von rechteckigen Verteilungen mit verschiedener Spannweite aufgebaut werden können, so sind die Ergebnisse auch unabhängig von der Auftriebsverteilung. Für den Freistrahl ergeben sich

[6]) Im Gegensatz zu dem Ergebnis von **Burgers** [5] geht τ^* für den geschlossenen Kanal von oben an die Asymptote heran. W. L. Cowley and G. A. Mc. Millan haben kürzlich die Glauertsche Rechnung für den rechteckigen Kanal (S. 250) verbessert [6] und dabei auch festgestellt, daß τ^* von oben an die Asymptote herangeht (für Verhältnisse Spannweite zu Kanalbreite < 0.55). Die dort gezeichnete Kurve χ_4 wurde auch für einen quadratischen Tunnel einen ähnlichen Verlauf haben, nur wurde das Maximum bei $x/b = 1$ (b = Breite des Kanals) liegen.



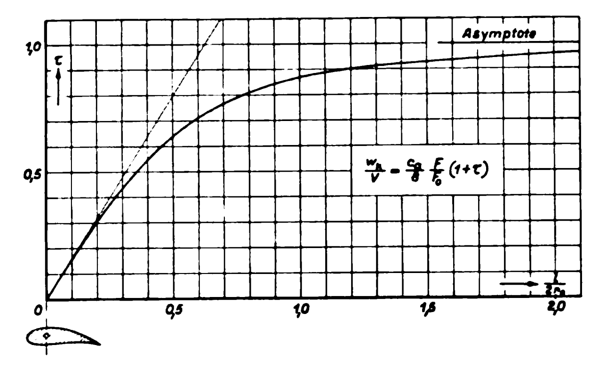


Abb. 8. Zur Berechnung des zusätzlichen Abwindes längs der Strahlachse im Freistrahl.

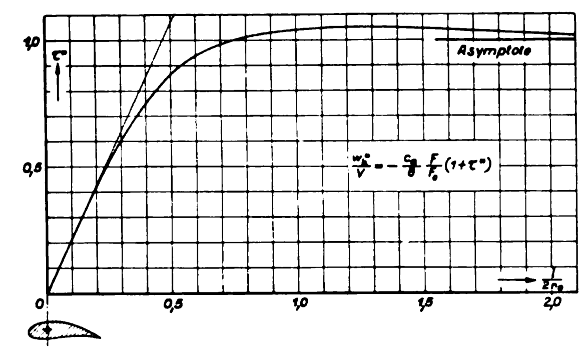


Abb. 9. Zur Berechnung des zusätzlichen Abwindes längs der Strahlachse im geschlossenen Kanal.

Zu Abb. 8 und 9: $\frac{l}{2\,r_0}$ = Abstand von der Drucklinie des Flugels.

höhere Werte als die durch die Seiferthsche Näherung gewonnenen.

Interessiert man sich für die Abwindkorrektur selber und nicht für die Winkeländerung, so kann man den durch die Kanalgrenzen erzeugten Abwind aus den Kurven (Abb. 8 und 9) leicht ermitteln:

$$\left.\begin{aligned} w_k &= \frac{1}{8}\,\frac{F}{F_0}\,c_a\,(1+\tau)\cdot V, \\ w_k^* &= -\frac{1}{8}\,\frac{F}{F_0}\,c_a\,(1+\tau^*)\cdot V \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \quad (29)$$

Zu bemerken ist noch, daß man aus den vorliegenden theoretischen Untersuchungen den Abwind an jeder Stelle im Kanal berechnen kann. So wurde z. B. für das Verhältnis Spannweite zu Freistrahldurchmesser = 0,45 der Abwind längs einer in der x-y-Ebene (s. Abb. 5) liegenden Parallele zur Kanalachse bestimmt, die durch das Flügelende geht. Die Abweichungen gegenüber dem Wert in der Kanalachse sind unbedeutend.

Der durch die Strahlbegrenzung erzeugte zusätzliche Abwind bewirkt eine Krümmung der Strömung. Wir wollen nun noch untersuchen, ob diese Strahlkrümmung ausreicht, um das experimentelle Ergebnis zu erklären, daß die notwendige Anstellwinkelkorrektur eines Flügels einen größeren Faktor hat als die Widerstandskorrektur.

Da man im Bereich der Flügeltiefe die Kurven τ und τ^* [s. Gl. (29) und Abb. 8 und 9] durch ihre Tangenten im Nullpunkt $f'(0)$ bzw. $f^{*\prime}(0)$ ersetzen kann, ist die zusätzliche Geschwindigkeit durch den Ausdruck

$$w_k = w_{k_0}\left[1 + f'(0)\,\frac{l}{2\,r_0}\right] \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (30)$$

gegeben. Demnach beträgt die Krümmung der Stromlinien am Ort des Flügels

$$\frac{1}{R} = \frac{f'(0)}{2\,r_0}\,\frac{w_{k_0}}{V}, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (31)$$

wobei für den Freistrahl $f'(0) = 1{,}58$ und für den geschlossenen Kanal $f^{*\prime}(0) = 2{,}1$ ist.

Die Anstellwinkelkorrektur eines Flügels im begrenzten Windstrom pflegt man in der Form

$$\alpha_k = \frac{\delta}{8}\cdot\frac{F}{F_0}\cdot c_a$$

zu schreiben. Für Kanäle mit Kreisquerschnitt ist $\delta = \pm 1$. Dieser Faktor ist berechnet unter der Annahme, daß der Flügel durch eine tragende Linie ersetzt ist. Da der Flügel aber eine endliche Tiefe hat, beeinflußt die Strahlkrümmung seine Wölbungseigenschaften. Im Freistrahl wird die Wölbung verringert, d. h. der wirksame Anstellwinkel verkleinert, im geschlossenen Kanal vergrößert, also auch der wirksame Anstellwinkel vergrößert. Seiferth hat den Einfluß einer Strahlkrümmung auf ein Kreisbogenprofil ermittelt [1]. Bezeichnet t die Profiltiefe, dann ändert sich der Anstellwinkel eines Flügelschnittes durch die Krümmung der Stromlinien um den Betrag

$$\varDelta\,\alpha = \frac{t}{4\,R} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (32)$$

Wenn wir für den Krümmungsradius R den in Gleichung (31) gefundenen Wert einsetzen, ergibt sich für die zusätzliche Anstellwinkelkorrektur

$$\varDelta\,\alpha = \frac{t}{2\,r_0}\,\frac{f'(0)}{4}\,\frac{w_{k_0}}{V} = \frac{t}{2\,r_0}\,\frac{f'(0)}{4}\,\alpha_k \quad . \; . \; . \quad (33)$$

Die Gesamtkorrektur des Anstellwinkels eines Profiles ist dann für den Freistrahl

$$\begin{aligned} \alpha_k + \varDelta\,\alpha &= \alpha_k\left[1 + \left(\frac{t}{2\,b}\right)\left(\frac{2\,b}{2\,r_0}\right)\frac{f'(0)}{4}\right] \\ &= \frac{1}{8}\,\frac{F}{F_0}\,c_a\left[1 + \left(\frac{t}{2\,b}\right)\left(\frac{2\,b}{2\,r_0}\right)\frac{f'(0)}{4}\right], \quad . \; . \; . \quad (34) \end{aligned}$$

d. h. der Faktor $|\delta|$ wird um

$$100\cdot\left(\frac{t}{2\,b}\right)\cdot\left(\frac{2\,b}{2\,r_0}\right)\cdot\frac{f'(0)}{4}\,\% \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (35)$$

größer. Vergleichen wir dieses Ergebnis mit den Versuchen von Knight und Harris [7], so kann man feststellen, daß für das Verhältnis Spannweite zu Kanaldurchmesser 0,45 und 0,6 eine leidlich gute Übereinstimmung vorhanden ist, für größere Werte $\varkappa = \frac{2\,b}{2\,r_0}$ ergeben sich zu kleine Werte. Man muß aber berücksichtigen, daß wir den Abwind nur in der Kanalachse errechnet haben, also die Änderung längs der Spannweite nicht eingeht. Diese erhöht bei großen Spannweiten z. B. $\varkappa = \frac{2\,b}{2\,r_0} = 0{,}8$ den Faktor δ schon ohne Berücksichtigung der Strahlkrümmung um 9%. Andererseits sind die Versuchsergebnisse durch Extrapolation auf unendlich großes Verhältnis Strahlquerschnitt zu Flügelfläche gewonnen und daher nicht sehr genau.

C. Windströme mit elliptischen Querschnitten.

I. Problemstellung und Bezeichnungen.

Der Freistrahl mit elliptischem Querschnitt wird der leichteren Unterbringung großer Modelle wegen in neuerer Zeit dem kreisrunden Strahl vorgezogen. Die durch die Strahlgrenzen erzeugten zusätzlichen Abwärtsgeschwindigkeiten am Ort des Flügels sind für rechteckige Auftriebsverteilung von Sanuki und Tani, für elliptische Verteilung von Rosenhead berechnet [3; 4]. Wir wollen ähnlich wie für den Kreisstrahl die Abwärtsgeschwindigkeit hinter dem Tragflügel berechnen.

Der Tragflügel wird wieder zunächst durch einen Hufeisenwirbel ersetzt, da man Tragflügel mit abweichender Auftriebsverteilung aus Hufeisenwirbeln aufbauen kann.

Die Bezeichnung der Koordinatenachsen und der kennzeichnenden Größen des Hufeisenwirbels sind die gleichen wie im Abschnitt B. Der elliptische Strahlquerschnitt hat die große Achse $2a$ und die kleine Achse $2b_1$ (s. Abb. 10). Die Exzentrizität ist mit c bezeichnet ($c = \sqrt{a^2 - b_1^2}$).



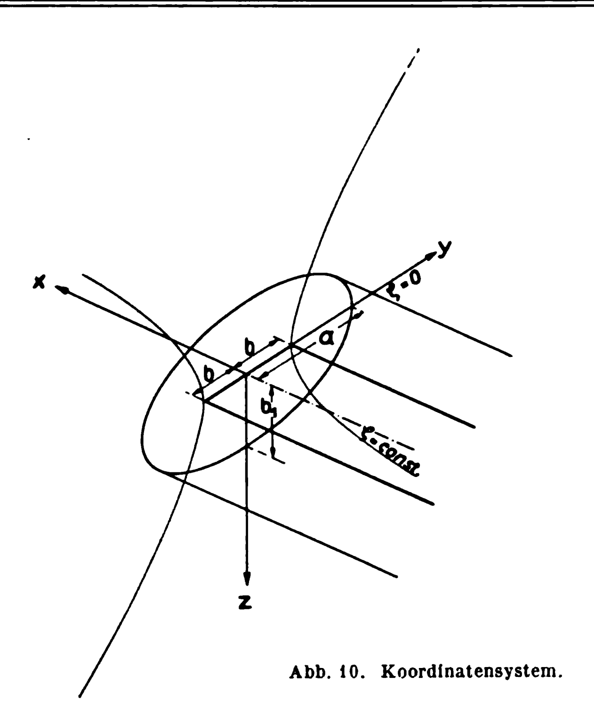


Abb. 10. Koordinatensystem.

Auf dem Mantel des elliptischen Zylinders erzeugt der Hufeisenwirbel bei unendlich ausgedehnter Strömung die Tangentialgeschwindigkeiten u_0 in Richtung der x-Achse und v_{t_0} senkrecht zu u_0 und die Normalgeschwindigkeit v_{n_0}.

Für den Freistrahl muß der Druck auf den Strahlgrenzen konstant sein, d. h. die Geschwindigkeiten u_0 und v_{t_0} müssen zum Verschwinden gebracht werden. Wir müssen also ein Geschwindigkeitsfeld überlagern, das im Innern des elliptischen Zylinders regulär ist und auf dem Mantel die Geschwindigkeiten $-u_0$ und $-v_{t_0}$ hat.

Für den geschlossenen Kanal muß die Normalgeschwindigkeit v_{n_0} verschwinden. Das zusätzliche Geschwindigkeitsfeld muß also die Geschwindigkeit $-v_{n_0}$ auf dem Mantel des elliptischen Zylinders haben.

II. Zusätzlicher Abwind im Freistrahl.

1. Theoretische Überlegungen.

Wir wollen in ähnlicher Weise vorgehen, wie bei der Behandlung des Freistrahles mit Kreisquerschnitt. Dort spiegelten wir zunächst den Hufeisenwirbel an der zylindrischen Begrenzung und erreichten dadurch, daß die Randbedingung für unendlich großes negatives x erfüllt wurde. Beim elliptischen Strahl müssen wir nun auch im Außenraum Wirbelfäden so anbringen, daß die Randbedingung im Unendlichen erfüllt wird. Da im Unendlichen die durch den Hufeisenwirbel erzeugte Strömungsgeschwindigkeit u_0 gegen Null abklingt, die andere Komponente v_{t_0} der Tangentialgeschwindigkeit aber endliche Werte annimmt, müssen die Wirbelfäden im Außenraum so bestimmt werden, daß sie im Unendlichen diese Tangentialgeschwindigkeit v_{t_0} vernichten.

Betrachten wir einen Schnitt durch den Strahl unendlich weit hinter dem Flügel (Abb. 11), dann haben wir eine Ellipse mit zwei einzelnen Wirbeln vor uns. Wir müssen nun Wirbel im Außenraum der Ellipse so anordnen, daß die durch diese und durch das im Innern der Ellipse liegende Wirbelpaar auf dem Ellipsenrand erzeugte Geschwindigkeit stets normal zur Begrenzung steht. Um die Lage dieser Wirbel zu ermitteln, bilden wir die Ellipse auf ein Rechteck ab. In Abb. 12 bezeichnen B und B' die Brennpunkte der Ellipse. Im Punkte P_1 liege ein Wirbel. Durch die Funktion

$$y + i z = c \operatorname{Cof} (\eta + i \zeta) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (36)$$

wird nun die Ellipse auf ein Rechteck abgebildet (in Abb. 13 schraffiert). Der Abschnitt $B\,C = a$ geht in den auf der η-Achse liegenden Abschnitt $B^* C^* = \eta_0$ über. Die obere Hälfte der Ellipse wird auf das oberhalb der η-Achse liegende Rechteck $B^* C^* C'^* B'^*$ abgebildet, die untere Hälfte auf das unterhalb der η-Achse liegende Rechteck $B^* C^* \overline{C}'^* \overline{B}'^*$. Dem Ellipsenrand entspricht die Rechteckseite $C'^* D^* C^* D'^* \overline{C}'^*$. Damit nun auf der Begrenzung $C'^* D^* C^* D'^* \overline{C}'^*$ nur Geschwindigkeiten senkrecht zu dieser auftreten und andererseits die Strömung in der y-z-Ebene durch $C' B' A B$ ohne Störung hindurchgeht, muß man, wie in Abb. 13 angegeben, spiegeln. Die komplexe Koordinate des Punktes P_1^* sei μ_1. Die gespiegelten Wirbel liegen[7] in

$$\left.\begin{array}{ll} 1) & \mu_1 + i\,2\,n\,\pi + 4\,m\,\eta_0 \\ 2) & (2\,\eta_0 - \overline{\mu}_1) + i\,2\,n\,\pi + 4\,m\,\eta_0 \\ 3) & -\mu_1 + i\,2\,n\,\pi + 4\,m\,\eta_0 \\ 4) & (2\,\eta_0 + \overline{\mu}_1) + i\,2\,n\,\pi + 4\,m\,\eta_0 \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (37)$$

Nehmen wir an, daß $P_1^* = \mu_1$ die Lage des einen abgehenden Teiles des Hufeisenwirbels kennzeichnet, dann liegt der zweite Wirbel im Punkte P_2^*, dessen Koordinate $\mu_2 = i\,\pi + \overline{\mu}_1$ ist. Die Lage der zugehörigen gespiegelten Wirbel ist mit Hilfe der Gleichungen (37) zu finden, indem man μ_1 ersetzt durch $i\,\pi + \overline{\mu}_1$ und $\overline{\mu}_1$ ersetzt durch $-i\,\pi + \mu_1$.

Im folgenden wollen wir nur den Fall betrachten, daß der Tragflügel in der x-y-Ebene liegt; dann ist die z-Koordinate der abgehenden Wirbel Null. Ist nun die Spannweite $2b$ größer oder gleich dem Brennpunktsabstand, dann liegen in der η-ζ-Ebene alle Wirbel auf den Geraden $\zeta = n\,\pi$, ist dagegen die Spannweite $2b$ kleiner als der Brennpunktsabstand, dann liegen alle Wirbel auf den Geraden $\eta = 2\,m\,\eta_0$; dabei durchlaufen n und m alle ganzen Zahlen von $-\infty$ bis $+\infty$. Wir müssen nun noch die Lage dieser Wirbel in der y-z-Ebene bestimmen. Da [vgl. Gl. (36)] $y = c \operatorname{Cof} \eta \cdot \cos \zeta$ und $z = c \operatorname{Sin} \eta \cdot \sin \zeta$ ist, liegen für $2b \geqq 2c$ alle Wirbel auf der y-Achse, weil $\zeta = n\,\pi$ ist, und für $2b < 2c$ liegen alle Wirbel auf Linien, denen $\zeta = \text{const} \neq n\pi$ entspricht,

[7] Die zu μ_1 konjugiert komplexe Zahl heißt $\overline{\mu}_1$.

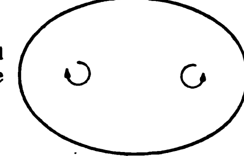


Abb. 11. Querschnitt durch den Kanal unendlich weit hinter dem Flügel. Die abgehenden Wirbel sind eingezeichnet.

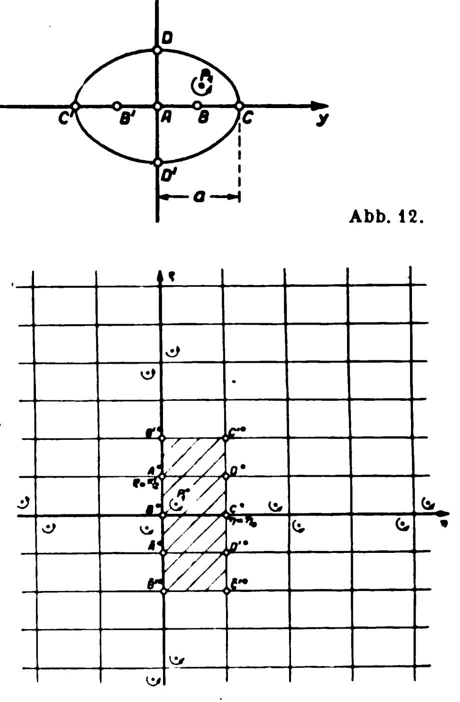


Abb. 12.

Abb. 12 und 13. Zur Abbildung der Ellipse auf ein Rechteck; Spiegelung für den Freistrahl.



d. h. auf konfokalen Hyperbeln. Wenn $2b$ gegen Null geht, liegen alle Wirbel auf der z-Achse. Damit haben wir die Lage der Wirbelfäden im Außenraum bestimmt, die notwendig sind, um die Randbedingung für $x \rightarrow -\infty$ zu erfüllen.

Jetzt sei Φ_0 das Potential des Hufeisenwirbels, Φ_1 das Potential der Wirbelfäden im Außenraum. Abb. 14 zeigt die Anordnung für den Fall, daß die Spannweite größer als der Brennpunktsabstand oder gleich diesem ist. Die in der Abbildung angegebenen Zahlen gelten für das später gerechnete Beispiel (s. S. 259); sie sollen eine Vorstellung von der Lage der Wirbel im Außenraum geben. In der z-y-Ebene muß man die Wirbelfäden irgendwie fortführen, da es frei endende Wirbelfäden nicht gibt und sie andererseits nicht parallel der positiven x-Achse weitergeführt werden können, weil sonst die Erfüllung der Randbedingungen für $x \rightarrow +\infty$ unmöglich gemacht würde. Für den Fall, daß die Spannweite kleiner als der Brennpunktsabstand ist, würde die Lage der Wirbelfäden im Außenraum die in Abb. 15 gezeigte sein. In diesem Falle ist es einfacher, die Wirbelfäden nicht fortzuführen, sondern sie zu vereinigen. Eine Vereinigung in der vorliegenden Form war früher nicht möglich, weil der Querteil die Ellipse geschnitten hätte, also nicht im Außenraum gelegen hätte. Im Fall unendlich kleiner Spannweite hat man Doppelwirbel im Außenraum des elliptischen Strahles (Abb. 16)[8]).

Das Potential $(\Phi_0 + \Phi_1)$ erfüllt die Randbedingung (s. S. 256) im Unendlichen. Um die im Endlichen noch vorhandenen Geschwindigkeitsreste $(u_0 + u_1)$ und $(v_{t_0} + v_{t_1})$ zum Verschwinden zu bringen, müssen wir ein Potential Φ_2 überlagern. Da Φ_2 auf dem Mantel des elliptischen Zylinders bestimmten, eben angegebenen Bedingungen genügen muß, führen wir zur leichteren Behandlung elliptische Koordinaten ein:

$$\left.\begin{aligned} x &= \xi \\ y &= c\,\mathfrak{Cof}\,\eta \cdot \cos\zeta \\ z &= c\,\mathfrak{Sin}\,\eta \cdot \sin\zeta \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (38)$$

In einer Ebene $x = \text{const.}$ stellen die Kurven $\eta = \text{const.}$ konfokale Ellipsen und die Kurven $\zeta = \text{const.}$ konfokale Hyperbeln dar[9]). Für den Zylindermantel gilt dann

$$\eta = \text{const.} = \eta_0.$$

[8]) Für die Zahlen vgl. S. 259.

[9]) Diese Transformation entspricht der schon benutzten konformen Abbildung (s. S. 256).

Die Potentialgleichung, der Φ_2 genügen muß, lautet in diesen Koordinaten:

$$\frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial \xi^2} + \frac{1}{c^2(\mathfrak{Cof}^2\eta - \cos^2\zeta)}\left(\frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial \zeta^2}\right) = 0 \quad . \quad (39)$$

Die Randbedingungen verlangen außerdem, daß

$$\left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial \xi}\right)_{\eta_0} = -\left(\frac{\partial(\Phi_0 + \Phi_1)}{\partial \xi}\right)_{\eta_0} \quad \ldots\ldots \quad (40)$$

und

$$\left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial \zeta}\right)_{\eta_0} = -\left(\frac{\partial(\Phi_0 + \Phi_1)}{\partial \zeta}\right)_{\eta_0} \quad \ldots\ldots \quad (41)$$

ist.

Wir wollen zunächst die Funktion Φ_2 anstatt mit $\xi \rightarrow \pm\infty$ abklingend periodisch in ξ ansetzen und dann die Periode $2l = 2l^* \cdot a$ im Laufe der Rechnung unbegrenzt wachsen lassen. Zur Lösung der Differentialgleichung (39) machen wir einen Produktansatz:

$$\Phi_2 = -\frac{\Gamma}{4\pi}\sum_{\nu}\sum_{k} C_{\nu,k}\sin\left(\frac{k\pi}{l}\xi\right) M_{\nu,k}(\zeta)\,\overline{M}_{\nu,k}(\eta) \quad (42)$$

Die Funktion M hängt nur von ζ, die Funktion $\overline{M}$ nur von η ab. Geht man mit einem Glied dieses Ansatzes in die Differentialgleichung (39)

$$-\frac{k^2\pi^2}{l^2}\sin\left(\frac{k\pi}{l}\xi\right) M_{\nu,k}\overline{M}_{\nu,k} + \frac{1}{c^2(\mathfrak{Cof}^2\eta - \cos^2\zeta)}\sin\left(\frac{k\pi}{l}\xi\right) \cdot \left(\frac{d^2 M_{\nu,k}(\zeta)}{d\zeta^2}\overline{M}_{\nu,k}(\eta) + \frac{d^2\overline{M}_{\nu,k}(\eta)}{d\eta^2}M_{\nu,k}(\zeta)\right) = 0$$

ein, so sieht man, welcher Gleichung die Funktionen M und $\overline{M}$ genügen müssen:

$$\begin{aligned} &\frac{d^2 M_{\nu,k}(\zeta)}{d\zeta^2}\overline{M}_{\nu,k}(\eta) + \frac{d^2\overline{M}_{\nu,k}(\eta)}{d\eta^2}M_{\nu,k}(\zeta) \\ &= \frac{k^2\pi^2}{l^2}c^2(\mathfrak{Cof}^2\eta - \cos^2\zeta)\,M_{\nu,k}(\zeta)\,\overline{M}_{\nu,k}(\eta) \\ &= \frac{k^2\pi^2}{l^2}\frac{c^2}{2}(\mathfrak{Cof}\,2\eta - \cos 2\zeta)\,M_{\nu,k}(\zeta)\,\overline{M}_{\nu,k}(\eta). \end{aligned}$$

Daraus ergibt sich durch Umordnung und Division durch $M \cdot \overline{M}$:

$$\begin{aligned} &\frac{d^2 M_{\nu,k}(\zeta)}{d\zeta^2}\frac{1}{M_{\nu,k}(\zeta)} + \frac{k^2\pi^2}{l^2}\frac{c^2}{2}\cos 2\zeta \\ &= -\frac{d^2\overline{M}_{\nu,k}(\eta)}{d\eta^2}\frac{1}{\overline{M}_{\nu,k}(\eta)} + \frac{k^2\pi^2}{l^2}\frac{c^2}{2}\mathfrak{Cof}\,2\eta, \end{aligned}$$

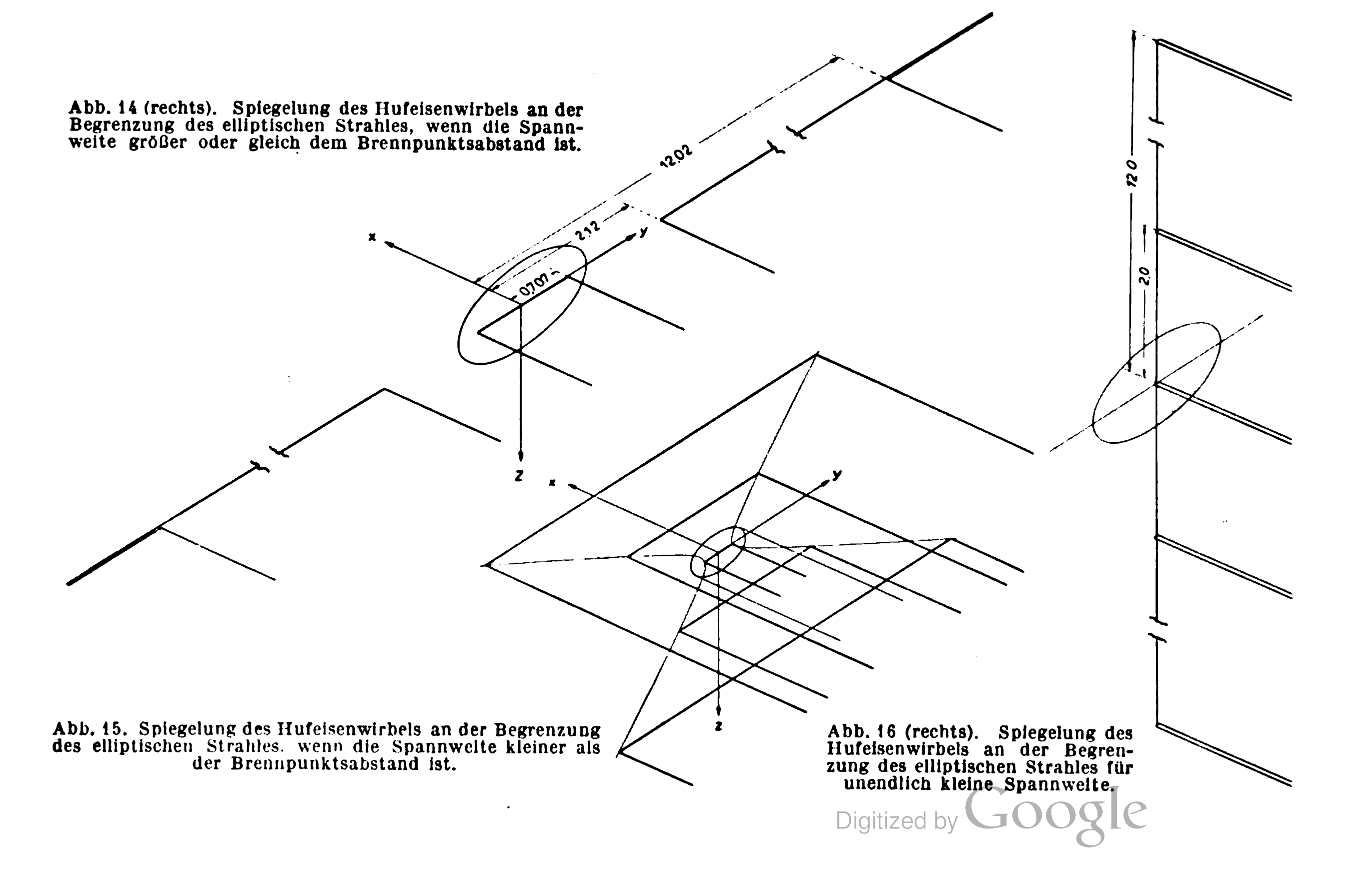


Abb. 14 (rechts). Spiegelung des Hufeisenwirbels an der Begrenzung des elliptischen Strahles, wenn die Spannweite größer oder gleich dem Brennpunktsabstand ist.

Abb. 15. Spiegelung des Hufeisenwirbels an der Begrenzung des elliptischen Strahles, wenn die Spannweite kleiner als der Brennpunktsabstand ist.

Abb. 16 (rechts). Spiegelung des Hufeisenwirbels an der Begrenzung des elliptischen Strahles für unendlich kleine Spannweite.

Da die eine Seite nur von der Variablen ζ, die andere nur von η abhängt, bedeutet die Gleichheit beider Seiten, daß sie konstant sein müssen. Wir setzen für diese Konstante $-\nu$. Daraus folgt das Bestehen der Gleichungen:

$$\frac{d^2 M_{\nu,k}(\zeta)}{d\zeta^2} + \left(\frac{k^2\pi^2}{l^2} \frac{c^2}{2} \cos 2\zeta + \nu\right) M_{\nu,k}(\zeta) = 0 \quad (43)$$

und

$$\frac{d^2 \overline{M}_{\nu,k}(\eta)}{d\eta^2} - \left(\frac{k^2\pi^2}{l^2} \frac{c^2}{2} \mathfrak{Cof}\, 2\eta + \nu\right) \overline{M}_{\nu,k}(\eta) = 0\,. \quad (44)$$

Führt man in der zweiten Gleichung $\eta = i\tau$ ein, so nimmt sie dieselbe Form an wie die erste. Die Lösungen der ersten Gleichung für reelles ζ sind also nach Einführen einer rein imaginären Variablen Lösungen der zweiten Gleichung. Die vorliegenden Differentialgleichungen sind erstmalig von Mathieu untersucht; man nennt daher ihre Lösungen Mathieusche Funktionen [8; 9]. Für unser Problem kommen nur solche Mathieusche Funktionen als Lösung in Betracht, die in ζ periodisch sind. Periodische Lösungen der Mathieuschen Differentialgleichungen treten aber nur dann auf, wenn zwischen dem Parameter ν und $\frac{k^2\pi^2}{l^2} \cdot \frac{c^2}{2}$ bestimmte Beziehungen bestehen. Wenn also die Folge $\frac{k^2\pi^2}{l^2} \cdot \frac{c^2}{2}$ vorgegeben ist, liegt auch die Folge der ν fest.

Das Potential Φ_2 muß außer der Differentialgleichung noch den Randbedingungen (40) und (41) genügen. Nun ist die Aufgabe, ein Potential zu bestimmen, das bestimmte tangentielle Ableitungen auf der Randfläche hat, zurückzuführen auf die Aufgabe, ein Potential zu ermitteln, dessen Werte auf der Randfläche vorgegeben sind, d. h. auf ein Randwertproblem erster Art. Deshalb sind die beiden Bedingungen (40) und (41) einer einzigen gleichwertig. Es wird daher genügen, die Bedingung

$$\left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial \xi}\right)_{\eta_0} = -\left(\frac{\partial(\Phi_0 + \Phi_1)}{\partial \xi}\right)_{\eta_0} = -\frac{\Gamma}{4\pi a} F(\xi, \eta_0, \zeta)\,. \quad (45)$$

zu erfüllen, das heißt also

$$\left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial \xi}\right)_{\eta_0} = -\frac{\Gamma}{4\pi} \sum_\nu \sum_k C_{\nu,k} \frac{k\pi}{l^* a} \cos\left(\frac{k\pi}{l^*} \frac{\xi}{a}\right) M_{\nu,k}(\zeta)\, \overline{M}_{\nu,k}(\eta_0)$$
$$= -\frac{\Gamma}{4\pi a} F(\xi, \eta_0, \zeta) \quad (46)$$

Die Konstanten $C_{\nu,k}$ müssen so bestimmt werden, daß die Randbedingung (46) erfüllt wird. Da die Mathieuschen Funktionen $M_{\nu,k}(\zeta)$ ein Orthogonalsystem bilden, ähnlich wie die harmonischen Funktionen, in die sie für den Fall verschwindender Exzentrizität der Ellipse übergehen, gelten die Beziehungen

$$\left.\begin{aligned} &\int_0^{2\pi} M_{\nu_n,k}(\zeta)\, M_{\nu_m,k}(\zeta)\, d\zeta = 0 \text{ für } n \neq m \\ &\int_0^{2\pi} M^2_{\nu_n,k}(\zeta)\, d\zeta = \pi \text{ für } n > 0 \\ \text{und}\quad &\int_0^{2\pi} M^2_{\nu_0,k}(\zeta)\, d\zeta = 2\pi \end{aligned}\right\} \quad (47)$$

Wir werden daher die Gleichung (46) mit einer Mathieu-Funktion $M_{\nu,k}(\zeta)$ multiplizieren und über das Grundgebiet $0 \leq \zeta \leq 2\pi$ integrieren:

$$-\frac{\Gamma}{4\pi} \sum_k C_{\nu,k} \frac{k\pi}{l^* a} \cos\left(\frac{k\pi}{l^*} \frac{\xi}{a}\right) \overline{M}_{\nu,k}(\eta_0)$$
$$= -\frac{\Gamma}{4\pi a} \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(\xi, \eta_0, \zeta)\, M_{\nu,k}(\zeta)\, d\zeta.$$

Wenn wir noch durch $\frac{\Gamma}{4\pi a}$ kürzen, ergibt sich

$$\sum_k C_{\nu,k} \frac{k\pi}{l^*} \cos\left(\frac{k\pi}{l^*} \frac{\xi}{a}\right) \overline{M}_{\nu,k}(\eta_0)$$
$$= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(\xi, \eta_0, \zeta)\, M_{\nu,k}(\zeta)\, d\zeta.$$

Jetzt müssen wir die Orthogonalität der trigonometrischen Funktionen ausnutzen; wir multiplizieren also die Gleichung mit $\cos\left(\frac{k\pi}{l^*} \frac{\xi}{a}\right)$ und integrieren über das Grundgebiet $-l^* \leq \frac{\xi}{a} \leq +l^*$ und erhalten:

$$C_{\nu,k} \frac{k\pi}{l^*} \overline{M}_{\nu,k}(\eta_0) = \frac{1}{l^*} \int_{-l^*}^{+l^*} \left[\cos\left(\frac{k\pi}{l^*} \frac{\xi}{a}\right) \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(\xi, \eta_0, \zeta)\, M_{\nu,k}(\zeta)\, d\zeta\right] d\left(\frac{\xi}{a}\right)$$

oder

$$C_{\nu,k} = \frac{1}{\frac{k\pi}{l^*} \overline{M}_{\nu,k}(\eta_0)} \frac{1}{l^*} \int_{-l^*}^{+l^*} \left[\cos\left(\frac{k\pi}{l^*} \frac{\xi}{a}\right) \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(\xi, \eta_0, \zeta)\, M_{\nu,k}(\zeta)\, d\zeta\right] d\left(\frac{\xi}{a}\right) \quad (48)$$

Führen wir diese Koeffizienten in die Gleichung (42) ein, dann ergibt sich für das Potential Φ_2, wenn wir noch unter den Integralen, um Verwechslungen zu vermeiden,

$$\frac{\xi}{a} = \alpha \text{ und } \zeta = \zeta^*$$

setzen:

$$\Phi_2 = -\frac{\Gamma}{4\pi} \sum_\nu \sum_k \frac{\sin\left(\frac{k\pi}{l^*} \frac{\xi}{a}\right)}{\frac{k\pi}{l^*} \overline{M}_{\nu,k}(\eta_0)} \frac{1}{l^*} \int_{-l^*}^{+l^*} \left[\cos\left(\frac{k\pi}{l^*} \alpha\right) d\alpha \cdot \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(\alpha, \eta_0, \zeta^*)\, M_{\nu,k}(\zeta^*)\, d\zeta^*\right] M_{\nu,k}(\zeta)\, \overline{M}_{\nu,k}(\eta) \quad (49)$$

Jetzt lassen wir die Periode l^* wachsen, so daß in der Grenze

$$\frac{k\pi}{l^*} = q \qquad \frac{\pi}{l^*} = dq$$

wird. Auf diese Weise erhalten wir für das Potential:

$$\Phi_2 = -\frac{\Gamma}{4\pi} \sum_\nu \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \left| \frac{\sin\left(q \frac{\xi}{a}\right)}{q\, \overline{M}_{\nu,q}(\eta_0)} \int_{-\infty}^{+\infty} \cos q\alpha\, d\alpha \cdot \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(\alpha, \eta_0, \zeta^*)\, M_{\nu,q}(\zeta^*)\, d\zeta^* \right| M_{\nu,q}(\zeta)\, \overline{M}_{\nu,q}(\eta)\, dq \quad (50)$$

Die Mathieuschen Funktionen genügen dann [vgl. (43), (44)] den Differentialgleichungen

$$\frac{d^2 M_{\nu,q}(\zeta)}{d\zeta^2} + \left(q^2 \frac{c^2}{2a^2}\cos 2\zeta + \nu\right) M_{\nu,q}(\zeta) = 0 \quad . \; . \quad (51)$$

und

$$\frac{d^2 \overline{M}_{\nu,q}(\eta)}{d\eta^2} - \left(q^2 \frac{c^2}{2a^2}\operatorname{Cof} 2\eta + \nu\right) \overline{M}_{\nu,q}(\eta) = 0 \quad . \quad (52)$$

Die gesuchte zusätzliche Abwärtsgeschwindigkeit ist nunmehr gegeben durch:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} + \frac{\partial \Phi_2}{\partial z} = \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} + \frac{\operatorname{Cof}\eta \sin\zeta}{c(\operatorname{Cof}^2\eta - \cos^2\zeta)}\frac{\partial \Phi_2}{\partial \eta} + \frac{\operatorname{Sin}\eta\cos\zeta}{c(\operatorname{Cof}^2\eta - \cos^2\zeta)}\frac{\partial \Phi_2}{\partial \zeta} \quad (53)$$

Für Punkte der x-y-Ebene ergibt sich, wenn die y-Koordinate kleiner als der Abstand des Brennpunktes vom Nullpunkte ist, d. h. $-c \leq y \leq +c$ ist, also $\eta = 0$ ist,

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} + \frac{1}{c\sin\zeta}\frac{\partial \Phi_2}{\partial \eta}, \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (54)$$

und für Punkte mit einer y-Koordinate, die größer als dieser Brennpunktsabstand ist, d. h. $-c \geq y \geq +c$, also $\zeta = 0$ ist:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} + \frac{1}{c\operatorname{Sin}\eta}\frac{\partial \Phi_2}{\partial \zeta} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (55)$$

2. Numerische Durchführung.

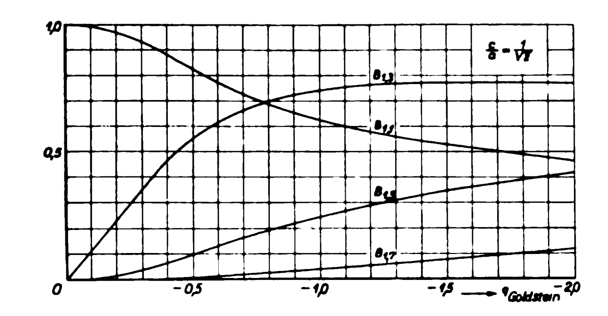
Gewählt wurde ein elliptischer Strahlquerschnitt mit einem Achsenverhältnis[10] $a/b_1 = \sqrt{2}$. Die elliptische Koordinate η hat auf dem Strahlrand den Wert η_0, der durch die Beziehung

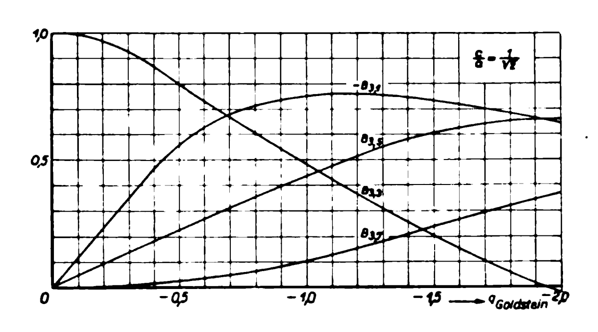
$$a/b_1 = \operatorname{Cotg}\eta_0 = \sqrt{2}$$

bestimmt ist. Die Rechnungen wurden durchgeführt für den Fall:

1. Flügelspannweite gleich Abstand der Brennpunkte,
2. sehr kleine Flügelspannweite.

Wir brauchen zunächst die Tangentialgeschwindigkeit $\frac{\partial(\Phi_0 + \Phi_1)}{\partial \xi}$. Für den Fall 1 liegen die im Außenraum des Strahles anzubringenden Wirbelfäden (vgl. S. 256) alle in der x-y-Ebene; die Geschwindigkeit $\frac{\partial(\Phi_0 + \Phi_1)}{\partial \xi}$ auf dem Strahlrand ($\eta = \eta_0$) lautet dann:





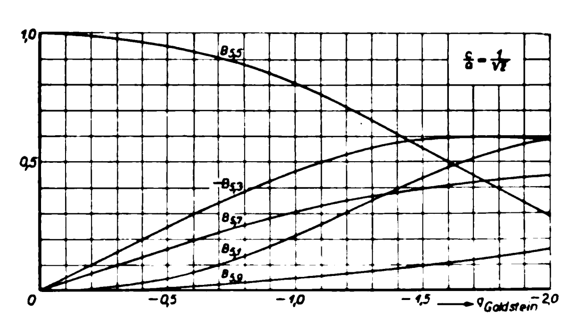


Abb. 17 bis 19. Koeffizienten der periodischen Mathieu-Funktionen se_1, se_3, se_5.

$$\frac{\partial(\Phi_0+\Phi_1)}{\partial \xi} = \frac{\Gamma}{4\pi a}\,\frac{\frac{b_1}{a}\sin\zeta}{\left(\frac{\xi}{a}\right)^2 + \left(\frac{b_1}{a}\right)^2\sin^2\zeta} \cdot \left\{\frac{\cos\zeta + \frac{b}{a}}{\sqrt{\left(\frac{\xi}{a}\right)^2 + \left(\frac{b_1}{a}\right)^2\sin^2\zeta + \left(\cos\zeta + \frac{b}{a}\right)^2}} - \frac{\cos\zeta - \frac{b}{a}}{\sqrt{\left(\frac{\xi}{a}\right)^2 + \left(\frac{b_1}{a}\right)^2\sin^2\zeta + \left(\cos\zeta - \frac{b}{a}\right)^2}}\right.$$
$$\left. + 2\sum_{n=1}^{n=\infty}\left[-2 + \frac{\cos\zeta + d_n}{\sqrt{\left(\frac{\xi}{a}\right)^2 + \left(\frac{b_1}{a}\right)^2\sin^2\zeta + (\cos\zeta + d_n)^2}} - \frac{\cos\zeta - d_n}{\sqrt{\left(\frac{\xi}{a}\right)^2 + \left(\frac{b_1}{a}\right)^2\sin^2\zeta + (\cos\zeta - d_n)^2}}\right]\right\} \quad . \; . \; . \; . \quad (56)$$

Dabei ist

$$d_n = \frac{\operatorname{Cof} 2n\eta_0}{\operatorname{Cof}\eta_0}; \quad n = 1, 2, 3 \ldots$$

Für den Fall 2 hat man im Außenraum lauter Doppelwirbel in der x-z-Ebene (s. Abb. 16); die Geschwindigkeit $\frac{\partial(\Phi_0 + \Phi_1)}{\partial \xi}$ auf dem Strahlrand ist gegeben durch:

$$\frac{\partial(\Phi_0+\Phi_1)}{\partial \xi} = \frac{\Gamma \cdot 2b}{4\pi a^2}\sum_{n=-\infty}^{n=\infty}\frac{\left[\frac{b_1}{a}\sin\zeta - f_n\right]\operatorname{Cof} 2n\eta_0}{\sqrt{\left(\frac{\xi}{a}\right)^2 + \cos^2\zeta + \left(\frac{b_1}{a}\sin\zeta - f_n\right)^2}^{\,3}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (57)$$

dabei ist

$$f_n = \frac{\operatorname{Sin} 2n\eta_0}{\operatorname{Cof}\eta_0}; \quad n = 0, 1, 2, 3 \ldots .$$

[10]) Um Verwechslungen mit der Flügelspannweite zu vermeiden, ist die kleine Achse der Ellipse mit b_1 bezeichnet.

Der Einfluß der im Außenraum liegenden Wirbelfäden nimmt mit ihrer Entfernung vom Strahl ab; da diese rasch zunimmt, genügt es für die praktische Durchführung, von der unendlichen Anzahl im Außenraum liegender Wirbelfäden die drei ersten zu berücksichtigen.

Die Geschwindigkeit in ξ-Richtung ist eine ungerade Funktion von ζ. Dementsprechend müssen wir die Mathieuschen Funktionen $M_{\nu,q}(\zeta)$, die der Differentialgleichung (51) genügen, auswählen. S. Goldstein [9] hat einige Mathieu-Funktionen berechnet; seine Bezeichnung der Konstanten weicht aber von unserer ab. Wir versehen deshalb die Goldsteinschen Parameter mit dem Index G, um Irrtümer zu vermeiden:

$$q^2\frac{c^2}{2a^2} = -16\,q_G; \quad \nu = 4\,\alpha_G \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (58)$$

Die ungeraden periodischen Mathieuschen Funktionen bezeichnet Goldstein mit $se_{2n+1}(\zeta)$, weil sie für verschwin-

dende Exzentrizität der Ellipse in die harmonischen Funktionen $\sin(2n+1)\zeta$ übergehen.

Man kann nun die Mathieuschen Funktionen durch Fourier-Entwicklung darstellen:

$$se_{2n+1}(\zeta) = \sum_m B_{2n+1,2m+1}\left(\frac{qc}{a}\right)\sin(2m+1)\zeta \,. \quad (59)$$

Die Funktion se_1 konnten wir aus den Goldsteinschen Tabellen entnehmen. Dabei muß man beachten, daß für reelle Werte von q der Wert q_G negativ ist[11]). Die Funktionen se_3, se_5 usw. sind unseres Wissens bisher nicht berechnet. Wir haben nach dem Goldsteinschen Verfahren für se_3 und se_5 zunächst die Eigenwerte ν und dann die Koeffizienten der Fourier-Entwicklungen ermittelt[12]). In Abb. 17, 18 und 19 sind die Fourier-Koeffizienten der Funktionen se_1, se_3 und se_5 abhängig von q_G aufgetragen.

Weiter brauchen wir die den Mathieu-Funktionen reellen Argumentes zugeordneten Funktionen für imaginäres Argument. Diese werden mit deutschen Buchstaben $\mathfrak{S}_{2n+1}(\eta)$ bezeichnet. B. Sieger [11] hat gezeigt, daß zwischen den zugeordneten Funktionen Beziehungen derart bestehen, daß

$$\mathfrak{S}_{2n+1,q}(\eta) = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\frac{q}{8a}\,I_{2n+1}\left(\frac{q}{a}r\right)\sin(2n+1)\vartheta\cdot$$

$$\cdot\, se_{2n+1,\frac{qc}{a}}(\zeta)\,d\zeta \;\ldots\ldots\ldots \quad (60)$$

gilt, dabei ist

$$\left.\begin{aligned} r\cos\vartheta &= c\,\mathfrak{Cof}\,\eta\cdot\cos\zeta \\ r\sin\vartheta &= c\,\mathfrak{Sin}\,\eta\cdot\sin\zeta \end{aligned}\right\} \;\ldots\ldots \quad (61)$$

(und)

Mit Hilfe eines Additionstheorems der Besselschen Funktionen [12] läßt sich die Integration in (60) durchführen; es ist nämlich

$$\frac{I_\nu(\lambda r)}{\lambda^\nu r^\nu} = 2^\nu\,\Gamma(\nu)\sum_{m=0}^{m=\infty}(\nu+m)\,\frac{I_{\nu+m}\left(\frac{\lambda c}{2}e^{\eta}\right)I_{\nu+m}\left(\frac{\lambda c}{2}e^{-\eta}\right)}{(-1)^m\left(\frac{\lambda c}{2}\right)^{2\nu}}$$

$$\cdot\, C_m^\nu(-\cos 2\zeta)\;\ldots\ldots \quad (62)$$

dabei bezeichnet $\Gamma(\nu)$ die Gammafunktion und $C_m^\nu(p)$ den Koeffizienten von α^m in der Entwicklung von $(1-2\alpha p+\alpha^2)^{-\nu}$ nach steigenden Potenzen von α. So ergibt sich aus Gleichung (60)

$$\mathfrak{S}_{2n+1,q}(\eta) = \mathfrak{Sin}\,\eta\sum_{m=1}^{m=\infty}b_{2n+1,m}(q)\,I_m\left(\frac{q}{a}\frac{c}{2}e^{\eta}\right)I_m\left(\frac{q}{a}\frac{c}{2}e^{-\eta}\right)$$

$$\ldots\ldots\ldots \quad (63)$$

mit

$$b_{2n+1,m} = m\left[B_{2n+1,1} - B_{2n+1,3}\ldots(-1)^{m+1}B_{2n+1,2m-1}\right]$$

$$\ldots\ldots\ldots \quad (64)$$

Für die Funktion $\mathfrak{S}_1$ ist diese Reihe gut konvergent. Für höhere Ordnung dagegen ist es bei nicht sehr kleinen Werten von η oft notwendig, die Funktion direkt durch Integration von (60) zu berechnen, weil die genaue Berechnung der höheren Besselschen Funktionen $I_m\left(\frac{q}{a}\frac{c}{2}e^{\eta}\right)$ zuviel Zeit kostet.

Bei der zahlenmäßigen Auswertung wollen wir uns darauf beschränken, die zusätzliche Abwärtsgeschwindigkeit in der x-y-Ebene hinter dem Flügel zu bestimmen. Für diese haben wir den Wert [s. Gl. (54)]

$$\frac{\partial\Phi}{\partial z} = \frac{\partial\Phi_1}{\partial z} + \frac{1}{c\sin\zeta}\,\frac{\partial\Phi_2}{\partial\eta} \;\ldots\ldots \quad (65)$$

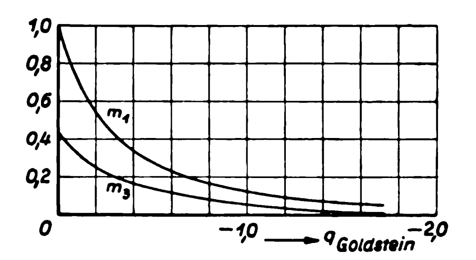
Aus der Gleichung (50) ergibt sich, wenn wir

$$\left.\begin{aligned} M_{\nu,q}(\zeta) &= se_{2n+1,q}(\zeta) \\ \overline{M}_{\nu,q}(\eta) &= \mathfrak{S}_{2n+1,q}(\eta) \end{aligned}\right\} \;\ldots\ldots \quad (66)$$

(und)

[11]) s. S. Goldstein [9], S. 304.

[12]) Die Rechnungen führte Herr F. Riegels durch. Bei der Berechnung der Eigenwerte wurde außerdem die Arbeit von E. L. Ince [10] benutzt.



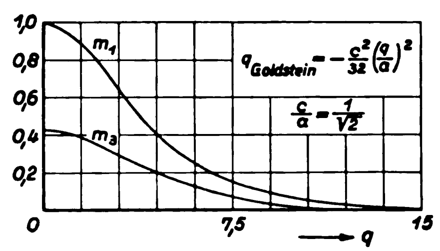


Abb. 20 und 21. Quotienten Mathieuscher Funktionen, $m_{2n+1,q} = \dfrac{\mathfrak{S}'_{2n+1,q}(0)}{\mathfrak{S}_{2n+1,q}(\eta_0)}$.

einführen:

$$\frac{\partial\Phi_2}{\partial z} = -\frac{\Gamma}{4\pi}\sum_n\frac{1}{\pi}\int_0^\infty\left[\frac{\sin\left(q\frac{\xi}{a}\right)\mathfrak{S}'_{2n+1,q}(0)}{q\,\mathfrak{S}_{2n+1,q}(\eta_0)}\int_{-\infty}^{\infty}\left\{\cos q\alpha\,d\alpha\right.\right.$$

$$\left.\left.\cdot\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}F(\alpha,\eta_0,\zeta^*)\,se_{2n+1,q}(\zeta^*)\,d\zeta^*\right\}se_{2n+1,q}(\zeta)\right]dq \quad (67)$$

Wir brauchen also nur den Quotienten

$$m_{2n+1,q} = \frac{\mathfrak{S}'_{2n+1,q}(0)}{\mathfrak{S}_{2n+1,q}(\eta_0)} \;\ldots\ldots \quad (68)$$

zu ermitteln. Dieser ist in den Abb. 20 und 21 für $n = 0$ und $n = 1$ aufgetragen.

Bei der Rechnung hat sich gezeigt, daß zum Schluß das erste Glied der Reihe über n den wesentlichen Beitrag liefert. Dies liegt daran, daß schon bei der Entwicklung der Geschwindigkeitsreste nach Mathieuschen Funktionen $se_{2n+1,q}(\zeta)$ für kleine Werte von q nur der erste und dritte Koeffizient Bedeutung haben.

3. Ergebnisse.

Für einen Freistrahl mit einem elliptischen Querschnitt vom Achsenverhältnis $\sqrt{2}$ wurde die durch die Strahlgrenzen erzeugte zusätzliche Abwärtsgeschwindigkeit für den Flügel sehr kleiner Spannweite und für den, dessen Spannweite gleich dem Brennpunktsabstand ist, längs der Strahlachse berechnet. Dabei ist angenommen, daß der Flügel rechteckige Auftriebsverteilung hat. Für den endlichen Flügel wurde außerdem der Mittelwert der Geschwindigkeit hinter dem Flügel

$$w_k = \frac{\displaystyle\int_{-c}^{+c}\frac{\partial(\Phi_1+\Phi_2)}{\partial z}\,dy}{2c} \;\ldots\ldots \quad (69)$$

abhängig vom Abstand $l/2a$ von der Drucklinie des Flügels bestimmt (Abb. 22).

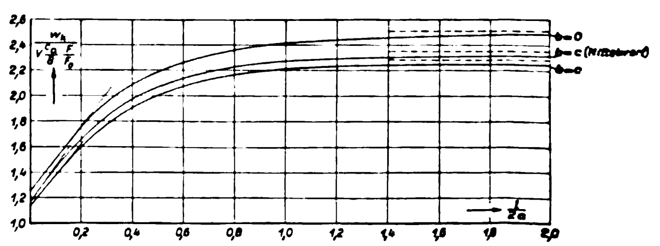


Abb. 22. Zusätzlicher Abwind hinter dem Tragflügel im elliptischen Freistrahl.

Es ist üblich, die mittlere Abwärtsgeschwindigkeit in der Form

$$\frac{w_k}{V} = \frac{c_a}{8} \frac{F}{F_0} \delta \quad \text{. . . . .} \quad (70)$$

darzustellen; dabei bedeutet: c_a die Auftriebsziffer des Flügels, F die Flügelfläche, F_0 den Kanalquerschnitt, V die Anströmgeschwindigkeit, δ einen dimensionslosen Beiwert, der abhängig ist vom Abstand l von der Drucklinie des Flügels und von dem Verhältnis Spannweite zu Strahlbreite. Abb. 23 zeigt δ abhängig von Verhältnis Flügelabstand zu Strahlbreite. Zum Vergleich ist δ für den Kreisstrahl eingezeichnet. Spaltet man nun in Gleichung (70) den Beiwert δ auf, indem man den Wert von δ am Ort des Flügels, der mit δ_0 bezeichnet wird, herauszieht:

$$\frac{w_k}{V} = \frac{c_a}{8} \frac{F}{F_0} \delta_0 (1 + \tau), \quad \text{. . . . . .} \quad (71)$$

so ergibt sich, daß die Kurven $\tau\ (l/2a)$ praktisch für $b = 0$ und $b = c$ zusammenfallen, so daß man annehmen kann, daß τ nahezu unabhängig von der Spannweite für ein und denselben elliptischen Strahlquerschnitt ist. Man kann also die Abwärtsgeschwindigkeiten für alle Spannweiten zwischen 0 und $2c$ aus den vorliegenden Rechnungen ermitteln, wenn man δ_0 kennt. Abb. 24 zeigt τ. Zum Vergleich ist der entsprechende Wert beim Kreisstrahl gleicher Breite ($2a = 2r_0$) eingetragen; dort ist $\delta_0 = 1$. Der Wert δ_0 für den elliptischen Strahl ist aus den Rechnungen von Sanuki und Tani bekannt (Abb. 25).

Um den Einfluß der elliptischen Form auf den zusätzlichen Abwind hinter einem Flügel zu erkennen, wollen wir den zusätzlichen Abwind in einem elliptischen Freistrahl dem in einem Kreisstrahl flächengleichen Querschnittes gegenüberstellen. Für einen Flügel sehr kleiner Spannweite erhalten wir den Wert δ des elliptischen Strahles näherungsweise, wenn wir den Wert für den Kreisstrahl mit flächengleichem Querschnitt nehmen und berücksichtigen, daß δ (0) nicht gleich 1 sondern δ_0 ist. Abb. 26 zeigt das Ergebnis. Die Abschätzung ist gut, wie man auch bei der nicht sehr großen Exzentrizität der Ellipse erwarten kann.

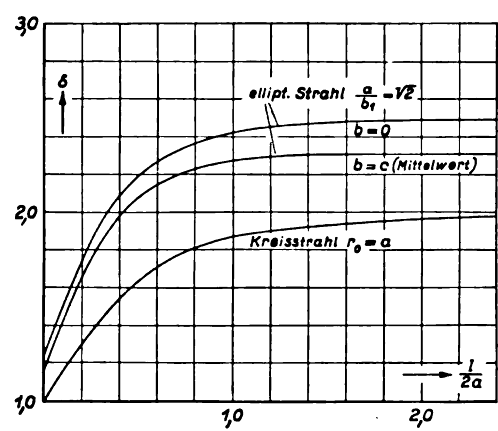


Abb. 23. Abhängigkeit des Faktors δ vom Verhältnis Spannweite zu Strahlbreite und von der Form des Strahlquerschnitts.

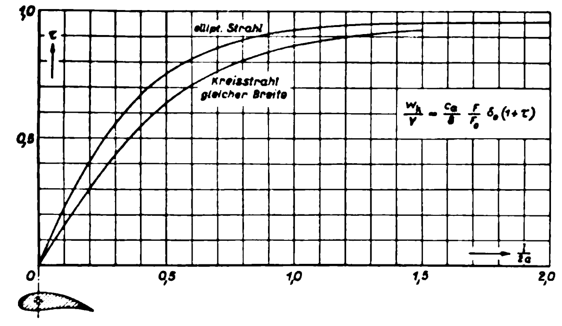


Abb. 24. Zur Berechnung des Mittelwertes des Abwindes $\frac{w_k}{V}$ hinter einem Tragflügel im elliptischen Freistrahl $\left(\frac{l}{2a} = \text{Abstand von der Drucklinie des Flügels}\right)$.

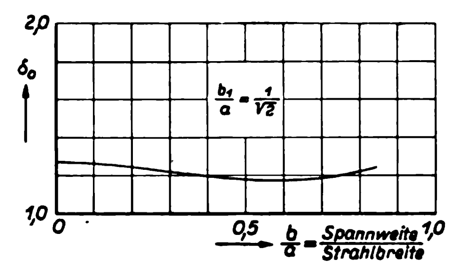


Abb. 25. Korrekturfaktor δ_0, der zur Berechnung des Abwindes am Ort des Flügels im elliptischen Freistrahl dient.

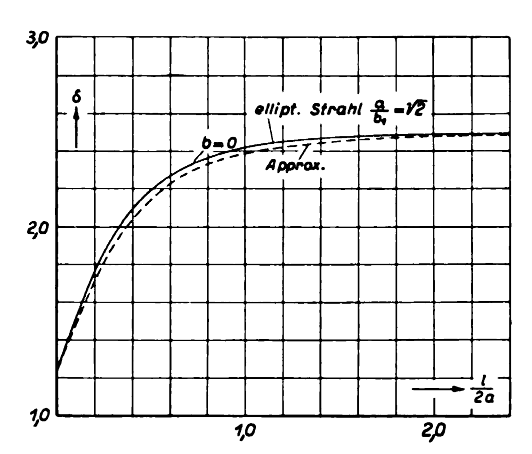


Abb. 26. Zur Abschätzung des Einflusses der Strahlform.

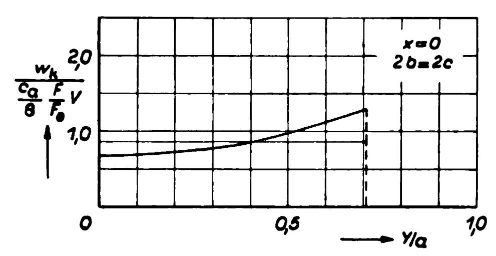


Abb. 27. Verteilung des Abwindes über die Flügelspannweite.

Bei Momentenmessungen am Flügel interessiert es noch, den Verlauf der zusätzlichen Abwärtsgeschwindigkeit über die Spannweite zu kennen. Abb. 27 gibt die Änderung des Abwindes längs der Spannweite bei rechteckiger Auftriebsverteilung am Ort des Flügels wieder.

III. Zusätzlicher Abwind im geschlossenen Kanal.

1. Theoretische Überlegungen.

In unendlich ausgedehnter Flüssigkeit würde der Tragflügel auf dem Mantel des elliptischen Zylinders, der der Kanalbegrenzung entspricht, die Normalgeschwindigkeit v_{n_0} erzeugen. Da für den geschlossenen Kanal die Normalgeschwindigkeiten auf dem Zylindermantel verschwinden müssen, weil die Luft nur entlang der Wand strömen kann, müssen wir, um diese Störungsgeschwindigkeit zum Verschwinden zu bringen, ein Geschwindigkeitsfeld überlagern, das auf dem Mantel die Normalgeschwindigkeit $-v_{n_0}$ hat. Zu diesem Zweck gehen wir in genau der gleichen Weise vor wie beim elliptischen Freistrahl. Zunächst überlagern wir dem Potentialfeld Φ_0 des Flügels ein Feld Φ_1, das durch die sogenannten »gespiegelten Wirbel« erzeugt wird und das dafür sorgt, daß die Randbedingung im Unendlichen erfüllt wird. Die Lage der gespiegelten Wirbel ist die gleiche wie beim Freistrahl, nur ihr Drehsinn ist zum Teil ein anderer. Um ihn zu bestimmen, betrachten wir einen Schnitt durch den Kanal unendlich weit hinter dem Flügel (Abb. 28). Die im Außenraum der Ellipse anzuordnenden Wirbel müssen mit dem im Innenraum der Ellipse liegenden Wirbelpaar zusammen auf dem Ellipsenrand eine Geschwindigkeit erzeugen, die stets in Richtung der Randtangente fällt, also keine Komponente normal zum Rand hat. Wir übersehen die



Verhältnisse leichter, wenn wir wieder die Ellipse auf ein Rechteck abbilden (Abb. 29). Der krumme Ellipsenrand geht dabei in die gerade Strecke $C'^* \overline{C}'^*$ über. Die Strömung muß nun entlang dieser geraden festen Wand erfolgen. Man sieht, daß im Gegensatz zum Freistrahl der Drehsinn der auf horizontalen Geraden angeordneten Wirbel wechseln muß, auf vertikalen Geraden aber erhalten bleibt. In Abb. 30 haben wir räumlich in dem ursprünglichen x-y-z-System die Lage der gespiegelten Wirbel eingetragen für den Fall, daß die Spannweite gleich dem Brennpunktsabstand $2c$ ist[13]. Der Drehsinn ist eingezeichnet. Für die Spannweiten $2b < 2c$ und $2b = 0$ kann man sich unter Benutzung der Abb. 15 und 16 die entsprechenden Bilder leicht selbst zeichnen.

Das Potential $(\Phi_0 + \Phi_1)$ erfüllt die Randbedingung im Unendlichen. Um die im Endlichen noch vorhandenen Geschwindigkeitsreste $(v_{n_0} + v_{n_1})$ zum Verschwinden zu bringen, müssen wir ein Potential Φ_2 überlagern, das durch die Bedingung bestimmt ist, daß auf dem Zylindermantel

$$\frac{\partial \Phi_2}{\partial n} = -\left(\frac{\partial \Phi_0}{\partial n} + \frac{\partial \Phi_1}{\partial n}\right) = -(v_{n_0} + v_{n_1}) \quad . \; . \quad (72)$$

gilt. Für das Potential Φ_2 erhalten wir auf ähnlichem Wege wie beim Freistrahl:

$$\Phi_2(\xi, \eta, \zeta) = \frac{\Gamma}{4\pi} \sum_{\nu} \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \left[\frac{\sin\left(q \frac{\xi}{a}\right)}{\left(\frac{\partial \overline{M}_{\nu,q}(\eta)}{\partial \eta}\right)_{\eta_0}} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \sin q \alpha \, d\alpha \cdot \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F^*(\alpha, \eta_0, \zeta^*) \, M_{\nu,q}(\zeta^*) \, d\zeta^* \right\} \right] \cdot M_{\nu,q}(\zeta) \, \overline{M}_{\nu,q}(\eta) \, dq \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (73)$$

[13]) In diesem Fall rückt der Punkt P_1^* in Abb. 29 in den Nullpunkt.

Dabei bedeuten ξ, η, ζ elliptische Koordinaten [s. S. 257, Formel (38)]. Auf dem Zylindermantel ist $\eta = \text{const} = \eta_0$. Die Koordinaten ξ und ζ treten in den inneren Integralen als Integrationsvariable auf. Um Verwechslungen zu vermeiden, ist die Integrationsvariable ζ durch ζ^* und $\frac{\xi}{a}$ durch α ersetzt (vgl. S. 258). $M_{\nu,q}(\zeta)$ und $\overline{M}_{\nu,q}(\eta)$ bezeichnen die Mathieuschen Funktionen reellen und imaginären Argumentes, die den Differentialgleichungen (51) und (52) genügen. Die Funktion F^* $(\alpha, \eta_0, \zeta^*)$ hängt mit $(v_{n_0} + v_{n_1})$ zusammen durch die Beziehung:

$$F^*(\alpha, \eta_0, \zeta^*) = \frac{-(v_{n_0} + v_{n_1})}{\frac{\Gamma}{4\pi a}} \cdot \frac{c}{a} \sqrt{\mathfrak{Cof}^2 \eta_0 - \cos^2 \zeta^*} \quad . \quad (74)$$

Wenn man statt der Geschwindigkeitssumme $(v_{n_0} + v_{n_1})$ ihre Komponenten v_y und v_z einführt, ergibt sich

$$F^*(\alpha, \eta_0, \zeta^*) = -\frac{1}{\frac{\Gamma}{4\pi a}} \frac{c}{a} \left\{ v_y \, \mathfrak{Sin}\, \eta_0 \cos \zeta^* + v_z \, \mathfrak{Cof}\, \eta_0 \sin \zeta^* \right\} \quad (75)$$

Die gesuchte zusätzliche Abwärtsgeschwindigkeit ist allgemein gegeben durch die Gleichung (53), für Punkte der x-y-Ebene durch Gleichung (54) und (55). Wir wollen uns auf den Fall beschränken, daß die Flügelspannweite den Brennpunktsabstand nicht überschreitet. Dann brauchen wir $\frac{\partial \Phi_2}{\partial \eta}$. Deshalb soll der Wert von $\frac{\partial \Phi_2}{\partial \eta}$ für $\eta = 0$ noch angegeben werden, wobei aus den Lösungen der Mathieuschen Differentialgleichung die für dieses Problem passenden (vgl. S. 259/260) ausgewählt und eingesetzt sind:

$$\left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial \eta}\right)_0 = \frac{\Gamma}{4\pi} \sum_n \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \left\{ \frac{\mathfrak{S}'_{2n+1,q}(0)}{\mathfrak{S}'_{2n+1,q}(\eta_0)} \sin\left(q \frac{\xi}{a}\right) \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\sin q \alpha \, d\alpha \cdot \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F^*(\alpha, \eta_0, \zeta^*) \, se_{2n+1,q}(\zeta^*) \, d\zeta^* \right] \cdot se_{2n+1,q}(\zeta) \right\} dq \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (76)$$

Der Quotient

$$\overline{m}_{2n+1,q} = \frac{\mathfrak{S}'_{2n+1,q}(0)}{\mathfrak{S}'_{2n+1,q}(\eta_0)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (77)$$

ist für $n = 0$ in Abb. 31 über q aufgetragen für den Fall, daß das Achsenverhältnis des elliptischen Kanalquerschnittes $\sqrt{2}$ ist.

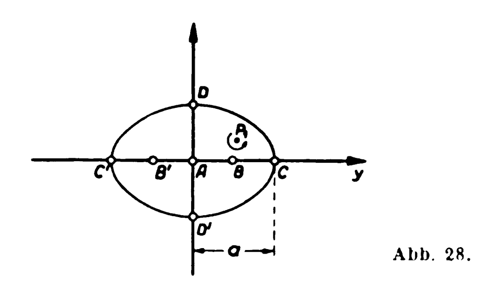


Abb. 28.

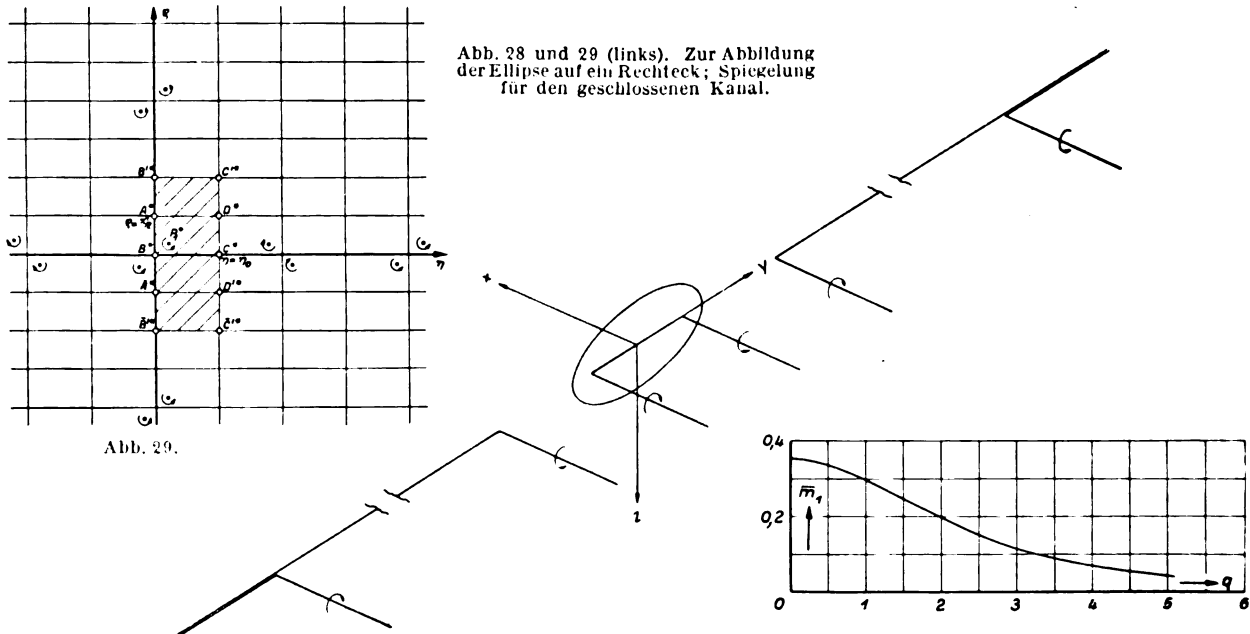


Abb. 28 und 29 (links). Zur Abbildung der Ellipse auf ein Rechteck; Spiegelung für den geschlossenen Kanal.

Abb. 29.

Abb. 30. Spiegelung des Hufeisenwirbels an der Begrenzung des geschlossenen Kanals mit elliptischem Querschnitt, wenn die Spannweite gleich dem Brennpunktsabstand ist.

Abb. 31. Quotient Mathieuscher Funktionen $\overline{m}_1 = \frac{\mathfrak{S}'_{1,q}(0)}{\mathfrak{S}'_{1,q}(\eta_0)}$.

2. Ergebnisse[14]).

Gewählt wurde wie beim Freistrahl ein Kanalquerschnitt mit einem Achsenverhältnis $a/b_1 = \sqrt{2}$. Die zusätzliche Abwärtsgeschwindigkeit längs der Kanalachse wurde bestimmt für den Fall

1. Flügelspannweite gleich Abstand der Brennpunkte,
2. sehr kleine Flügelspannweite.

Die Auftriebsverteilung war rechteckig. Für den Flügel endlicher Spannweite wurde außerdem der Mittelwert der Geschwindigkeit hinter dem Flügel (s. S. 260) abhängig vom Abstand $l/2a$ von der Drucklinie des Flügels bestimmt (Abb. 32).

Die zusätzliche Abwärtsgeschwindigkeit ist für den geschlossenen Kanal negativ, d. h. also in Wirklichkeit eine Aufwärtsgeschwindigkeit, die zu einer Vergrößerung des Anstellwinkels des Flügels führt. Für einen vorgegebenen Auftrieb mißt man daher im geschlossenen Kanal einen zu kleinen Anstellwinkel.

Die mittlere Abwärtsgeschwindigkeit für den geschlossenen Kanal soll wieder in der Form

$$\frac{w_k^*}{V} = -\frac{c_a}{8}\frac{F}{F_0}\,\delta \quad \text{. . . . . (78)}$$

dargestellt werden (vgl. S. 255 und 261). Abb. 33 zeigt δ abhängig vom Verhältnis Flügelabstand zu Strahlbreite. Zum Vergleich ist δ für den Kreisstrahl gleicher Breite miteingetragen.

Spaltet man in der Gleichung (78) den Beiwert δ auf, indem man wieder den Wert δ am Ort des Flügels, der mit δ_0 bezeichnet wird, herauszieht:

$$\frac{w_k^*}{V} = -\frac{c_a}{8}\frac{F}{F_0}\cdot\delta_0(1+\tau^*) \quad \text{. . . . . . . (79)}$$

so ergibt sich genau wie beim Freistrahl, daß die Kurven $\tau^*(l/2a)$ für $b = 0$ und $b = 2c$ so nahe nebeneinander verlaufen, daß man für den praktischen Gebrauch τ^* als unabhängig von der Spannweite für ein und denselben Querschnitt annehmen kann. Das bedeutet aber, daß man auch hier die Abwärtsgeschwindigkeit für alle Spannweiten zwischen 0 und $2c$ aus den vorliegenden Rechnungen entnehmen kann, wenn nur δ_0 bekannt ist. Abb. 34 zeigt τ^*; zum Vergleich ist wieder der entsprechende Wert für den Kreisstrahl gleicher Breite mit eingetragen. Den Korrekturfaktor δ_0 haben für rechteckige Auftriebverteilung Sanuki und Tani [3] ausgerechnet; er ist in Abb. 35 über dem Verhältnis Spannweite zu Kanalbreite aufgetragen.

Im Abstande l hinter dem Flügel ist der durch die Kanalgrenzen erzeugte Abwind größer als am Flügel selbst. Ein dort befindliches Höhenleitwerk hat daher bei bestimmtem Anstellwinkel einen anderen Einfluß auf das Längsmoment als im freien Flug. Im geschlossenen Kanal wird der wirksame Anstellwinkel des Höhenleitwerks um

$$\frac{\Delta w_k^*}{V} = \frac{c_a}{8}\frac{F}{F_0}\,\delta_0\,\tau^* \quad \text{. . . . . . . (80)}$$

vergrößert.

D. Zusammenfassung.

In der vorliegenden Arbeit ist für den Freistrahl und den geschlossenen Kanal mit Kreisquerschnitt und mit elliptischem Querschnitt der Verlauf der Abwärtsgeschwindigkeit hinter dem Tragflügel ermittelt. Der Flügel liegt dabei in Kanalmitte. Die Theorie gestattet, den Abwind an einer beliebigen Stelle des Windstromes zu bestimmen. Die Rechnungen sind durchgeführt für Punkte der Ebene, die durch die Strahlachse und die Druckpunktlinie des Flügels festgelegt ist. Der gewählte elliptische Kanalquerschnitt hat das Achsenverhältnis $\sqrt{2}$. Es hat sich gezeigt, daß der Abwind dem Flügelauftrieb proportional, dem Kanalquerschnitt umgekehrt proportional ist und im übrigen eine Funktion ist, die für den Kreisstrom nur vom Abstand vom Flügel abhängt [s. Formel (29), Abb. 8 und 9], für den

14) Die Rechnungen führte im wesentlichen Herr F. Riegels durch, dem ich auch an dieser Stelle dafür danken möchte.

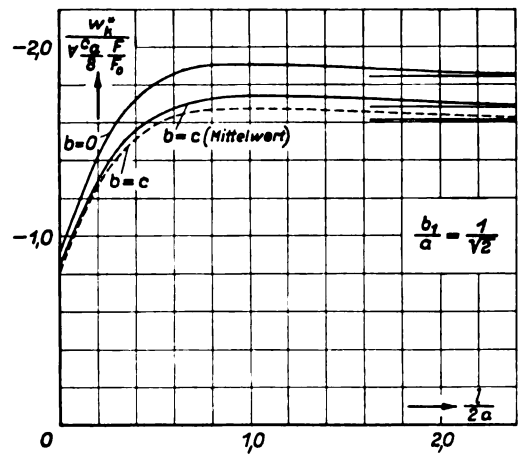


Abb. 32. Zusätzlicher Abwind hinter dem Tragflügel im geschlossenen Kanal mit elliptischem Querschnitt.

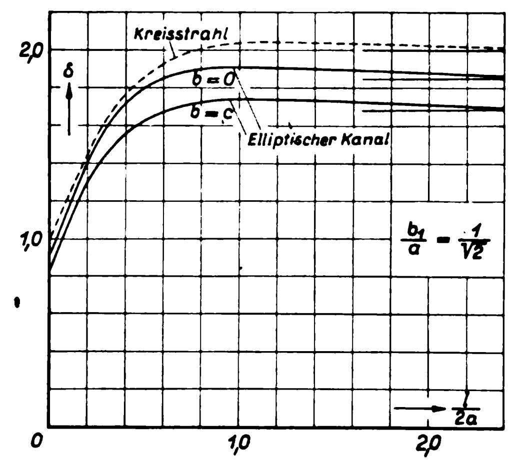


Abb. 33. Abhängigkeit des Faktors δ vom Verhältnis Spannweite zu Strahlbreite und von der Form des Strahlquerschnitts.

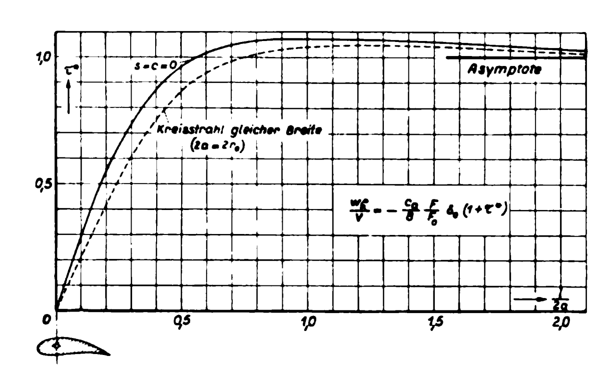


Abb. 34. Zur Berechnung des Mittelwertes des Abwindes $\frac{w_k}{V}$ hinter einem Tragflügel im geschlossenen Kanal mit elliptischem Querschnitt ($\frac{l}{2a}$ = Abstand von der Drucklinie des Flügels).

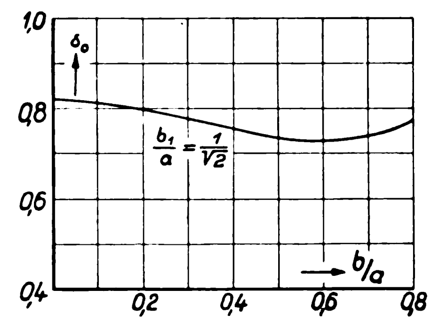


Abb. 35. Korrekturfaktor δ_0, der zur Berechnung des Abwindes am Ort des Flügels im geschlossenen elliptischen Kanal dient.

elliptischen Strom sich näherungsweise darstellen läßt als Produkt einer nur vom Verhältnis Spannweite zu Strahlbreite (Abb. 25 für den Freistrahl und Abb. 35 für den geschlossenen Kanal) und einer nur vom Abstand vom Flügel (Abb. 24 für den Freistrahl und Abb. 34 für den geschlossenen Kanal) abhängigen Funktion.

E. Schrifttum.

[1] R. Seiferth und A. Betz, Untersuchung von Flugzeugmodellen im Windkanal, Handbuch der Experimentalphysik, Bd. 4, Teil 2, S. 166/69.

[2] H. Glauert, Windtunnel interference on wings, bodies and airscrews. ARC-Rep. & Mem. Nr. 1566 (1933).

[3] Sanuki und Tani, The wall interference of a windtunnel of elliptic cross-section. Proc. Phys. Math. Soc. Jap. III. Ser., Bd. 14 (1932), S. 592/603.

[4] Rosenhead, The aerofoil in an windtunnel of elliptic section. Proc. Roy.Soc., Lond. A 140 (1933), S. 579/604.

[5] Burgers in »Aerodynamic Theory von W. F. Durand« Bd. II. Verlag J. Springer, Berlin 1935.

[6] W. L. Cowley and G. A. McMillan, Windtunnel interference on pitching moments of large models in duplex tunnels. ARC-Rep. & Mem. Nr. 1639 (1935).

[7] Knight and Harris, NACA-Rep. Nr. 361.

[8] M. J. O. Strutt, Lamésche und Mathieusche und verwandte Funktionen in Physik und Technik, Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete. Verlag J. Springer, Berlin 1932.

[9] S. Goldstein, Mathieu functions. Trans. Philos. Soc. Cambridge, Bd. 23, Nr. 11, S. 303/36.

[10] E. L. Ince, Researches into the characteristic numbers of the Mathieu equation. (Second Paper), Proc. Roy. Soc. Edinburgh (1925/26), S. 316.

[11] B. Sieger, Die Beugung einer ebenen elektrischen Welle an einem Schirm von elliptischem Querschnitt. Diss. Würzburg 1908. Ann. Physik IV. Folge, Bd. 27 (1908).

[12] G. M. Watson, A treatise on the theory of Bessel functions. Cambridge 1922, S. 365.

Über die Größe der Berichtigungsbeiwerte für Widerstand und Anstellwinkel bei Freistrahlen von elliptischem Querschnitt.

Von H. Muttray.

(Aus der Aerodynamischen Versuchsanstalt Göttingen.)

Bei Neubauten von Windkanälen mit offener Versuchsstrecke finden Freistrahlen mit elliptischem Querschnitt eine immer häufigere Anwendung, da diese bei gleichem Strahlquerschnitt und gleicher Geschwindigkeit (bzw. gleicher Gebläseleistung) größere Modellabmessungen zulassen. Bevorzugt wird hierbei das Halbachsenverhältnis $1:\sqrt{2}$. Dieses Verhältnis ist für die theoretische Rechnung angenehm, der Einfluß der Strahlgrenzen hält sich in erträglichen Grenzen und die bauliche Durchbildung des Windkanales ist wegen der nicht allzu großen Abweichung vom Kreisstrahl noch verhältnismäßig bequem. Nach Rechnungen von Glauert [1] sind bei elliptischem Strahlquerschnitt und elliptischer Auftriebsverteilung die infolge des endlichen Strahlquerschnittes auftretenden Störungsgeschwindigkeiten gleichmäßig über die Spannweite des Modelles verteilt, falls die Modellspannweite gleich dem Brennpunktsabstand der Ellipse ist. Damit erhält man bei Flügeln mit annähernd elliptischer Auftriebsverteilung im endlich begrenzten Strahlquerschnitt die gleiche Auftriebsverteilung wie bei unbegrenzter Strömung, so daß in dieser Hinsicht besonders günstige Verhältnisse vorliegen.

Gliederung.

Die kreisförmige Düse des »Kleinen Windkanales« der AVA von 1,2 m Durchmesser wurde im Mai 1934 durch eine elliptische mit dem Halbachsenverhältnis $1:\sqrt{2}$, bei einem großen Durchmesser von 1,5 m, ersetzt. Dadurch konnte auf eine Spannweite der Modelle von 1,0 m[1]) heraufgegangen werden. Die Änderung des Strahlquerschnittes machte eine neuerliche versuchsmäßige Bestimmung der Berichtigungsbeiwerte von Widerstand und Auftrieb notwendig. Das Ergebnis möge im folgenden mitgeteilt werden.

I. Ausdrücke für die Berichtigungsbeiwerte.

Betrachten wir einen Flügel mit dem Auftrieb A in kg einmal in unbegrenzter und dann in endlich begrenzter Strömung mit dem Querschnitt F_0, so mögen die zugehörigen Anstellwinkel mit α und α', die zugehörigen Widerstände mit W und W' in kg bezeichnet werden. Dann ergeben sich die Berichtigungsbeiwerte ϑ für Widerstand und Anstellwinkel aus den Beziehungen [2]

$$\Delta W = W' - W = \frac{A^2}{8\,q\,F_0} \cdot \vartheta_W$$

und

$$\Delta \alpha = \alpha' - \alpha = \frac{A}{8\,q\,F_0} \cdot 57{,}3\,\vartheta_\alpha,$$

wobei theoretisch in erster Näherung

$$\vartheta_W = \vartheta_\alpha$$

ist (q = Staudruck in kg/m²).

II. Versuchsdurchführung[2]).

Die Berichtigungsbeiwerte ϑ sind außer von der Form des Strahlquerschnittes noch von dem Verhältnis Flügelspannweite zu Strahlbreite abhängig [2]. Für die Ermittlung der Berichtigungsbeiwerte ist somit bei gegebenem Auftrieb die zugehörige Widerstandskraft und der zugehörige Anstellwinkel bei endlichem und unendlichem Strömungsquerschnitt an Flügeln verschiedener Spannweite zu messen. Zweckmäßig wird, um die Meßgenauigkeit zu erhöhen, bei mehreren Auftriebsgrößen gemessen (Polarenaufnahme).

Schwierigkeiten macht die Ermittlung der Polare für unendlich ausgedehnte Strömung. Es wurde so vorgegangen, daß statt dessen bei einem im Verhältnis zur Flügelgröße sehr großen Strahlquerschnitt gemessen wurde und die noch verbleibenden sehr kleinen Unterschiede ΔW^* und $\Delta\alpha^*$ rechnerisch ermittelt bzw. die theoretischen ϑ^*-Werte für die Bestimmung der W- und α-Werte herangezogen wurden. Diese Messung fand im »Großen Windkanal« der AVA mit Kreisquerschnitt von 2,24 m Durchmesser bzw. $F_0 = 4{,}0$ m² gegenüber $F_0 = 1{,}255$ m² des »Kleinen Windkanales« statt. Betrachten wir z. B. einen Flügel von 1,0 m Spannweite und 0,2 m Tiefe ($F = 0{,}2$ m²), so ist für den »Großen Windkanal«

$$\Delta W^* = \frac{A^2}{8\,q\,4{,}0} \cdot 1{,}0075$$

und für den »Kleinen Windkanal«

$$\Delta W = \frac{A^2}{8\,q\,1{,}255} \cdot 1{,}015.$$

Damit wird

$$\Delta W^* = \frac{1}{3{,}12} \cdot \Delta W.$$

Würde sich der wirkliche ϑ_W^*-Wert nun um z. B. 10 vH von dem theoretischen ϑ_W^*-Wert unterscheiden, so wäre ΔW erst ungefähr 3 vH falsch gemessen. Die versuchsmäßige Nachprüfung des ϑ_W^*-Wertes ergab aber auf Grund einer Göttinger [2] und einer amerikanischen [3] Messung Übereinstimmung mit dem theoretischen Wert.

Die für die Untersuchung verwandten Modellflügel hatten folgende Ausmaße:

Profil . . . . Nr.	549	549	549	749	549	666
Spannweite b . cm	60	80	80	100	110	130
Tiefe t . . . . cm	15	15	20	20	20	20

Es wurde also auch der Einfluß einer Flügeltiefenänderung untersucht.

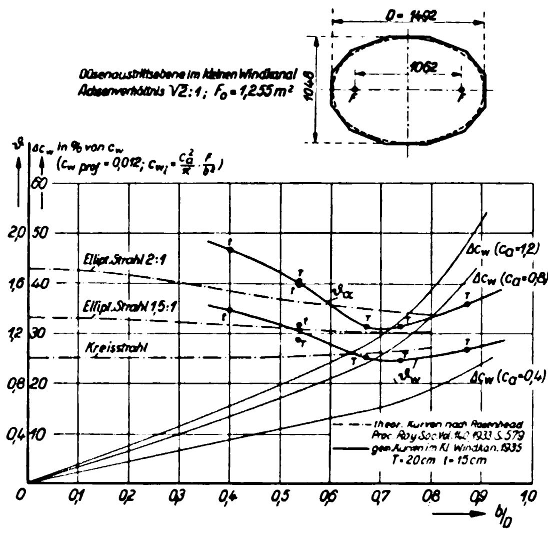


Abb. 1. Berichtigungsbeiwerte für Anstellwinkel (ϑ_α) und Widerstand (ϑ_W) in Abhängigkeit vom Verhältnis Flügelspannweite b zu Strahlbreite D.

[1]) Dieses Maß entspricht der Spannweite der »Göttinger Normalflügel« des »Großen Windkanales« von 2,24 m Durchmesser.

[2]) Diese lag in den Händen von Herrn Fr. Freytag.

Von Einfluß auf die Berichtigungsbeiwerte ist noch der Abstand, in dem der Flügel von der Düsenaustrittsebene entfernt ist. Dieser betrug $a = 60$ cm, gemessen bis zur Flügelvorderkante.

Aus den aufgenommenen Polaren[3]) wurden die ϑ_w- und ϑ_a-Werte dadurch gewonnen, daß W über A^2 und α über A aufgetragen wurden. Es wurden praktisch genau Geraden erhalten, so daß sich also keine Abhängigkeit der Werte

$$\frac{\Delta W}{A^2} = \text{const} \cdot \vartheta_w \quad \text{und} \quad \frac{\Delta \alpha}{A} = \text{const} \cdot \vartheta_a$$

von der Größe des Auftriebes ergab. Die gewonnenen ϑ-Werte sind in Abb. 1 über dem Verhältnis »Flügelspannweite b« zu »Strahlbreite D« (großer Durchmesser der Ellipse) getrennt für Widerstand und Anstellwinkel stark ausgezogen aufgetragen. Die strichpunktierten Kurven sind die theoretischen nach Rosenhead [4] für verschiedene Halbachsenverhältnisse der Ellipse.

III. Besprechung der Ergebnisse.

Bei Betrachtung der Ergebnisse der Untersuchung fällt vor allem auf, daß im Gegensatz zur Theorie die ϑ-Werte für Widerstand und Anstellwinkel verschieden groß sind. Die ϑ_a-Werte sind in dem untersuchten Bereich um etwa 25 bis 35 vH größer als die ϑ_w-Werte. Bei dem Werte $b/D = 0{,}707$ haben die Kurven einen Kleinstwert und der Unterschied hat den geringsten Wert von 25 vH. Der Wert $b/D = 0{,}707$ entspricht genau dem Verhältnis des Brennpunktabstandes zur Strahlbreite, so daß dieser Punkt besonders ausgezeichnet ist. Auch die theoretische Kurve zeigt in diesem Punkte, wenn auch nur sehr schwach ausgeprägt, einen Kleinstwert[4]). Der Anstieg der Kurven rechts und links von $b/D = 0{,}707$ kann vielleicht mit der geänderten Auftriebsverteilung erklärt werden (vgl. Abschnitt I).

Ungeklärt bleibt vorläufig noch die starke Abweichung der ϑ_a-Werte von den ϑ_w-Werten. Dieser Unterschied ist auch durch eine amerikanische Untersuchung bestätigt worden, die bei einem annähernd elliptischen Strahl (hochliegendes Rechteck mit seitlich angesetzten Halbkreisen) mit gleichem Halbachsenverhältnis $1 : \sqrt{2}$ durchgeführt wurde. Diese Messung ist in Abb. 2 zusammen mit der unsrigen über b/D aufgetragen, wobei allerdings nur die nach dem bereits beschriebenen Verfahren (Auftragung von W über A^2 und α über A) neu ausgewerteten drei Meßpunkte übernommen worden sind. Der Kurvenverlauf läßt sich ohne Zwang dem unsrigen anpassen.

Im Teil B, IV ihrer Arbeit »Korrektur des Abwindes in Windkanälen mit kreisrunden oder elliptischen Querschnitten[5])« untersucht Frl. I. Lotz, wie weit der größere ϑ_a-Wert durch die Strahlkrümmung, m. a. W. durch die endliche Flügeltiefe erklärt werden kann und findet für den Kreisstrahl auf Grund von Messungen von Knight and Harris [3] nur dann eine leidliche Übereinstimmung, wenn $b/D < 0{,}6$ ist. Mit $b/D = 0{,}536$ ($b = 80$ cm) bekommen wir in unserem Falle mit dem Ausdruck (35) der obigen Arbeit und einem Wert $f'(0) = 2{,}53$ aus dem Teil C, II, 3 dieser Arbeit eine Erhöhung des ϑ-Wertes um 6,3 vH bzw. 8,4 vH für jeweilig $t = 15$ cm und $t = 20$ cm statt um 30 vH. Die ϑ_a-Meßpunkte für veränderliche Tiefe zeigen einen Unterschied in dem errechneten Sinne. In den zu veränderlicher Tiefe gehörenden ϑ_w-Werten tritt ein solcher Unterschied in noch höherem Maße auf, kann aber natürlich nicht mit der Strahlkrümmung erklärt werden.

Gehen wir nun auf den Wert $b/D = 0{,}707$ über, und rechnen mit einem von Frl. Lotz in ihrer Arbeit über die Korrektur bei elliptischem Strahl noch angegebenen mittleren Werte $f'(0) = 2{,}8$ — bei dem die Änderung von ϑ über die Spannweite Berücksichtigung findet —, so bekommen wir für $t = 20$ cm eine Erhöhung des ϑ-Wertes um 9,3 vH statt 25 vH. Der Unterschied von ϑ_a und ϑ_w ist also nicht hinreichend erklärt.

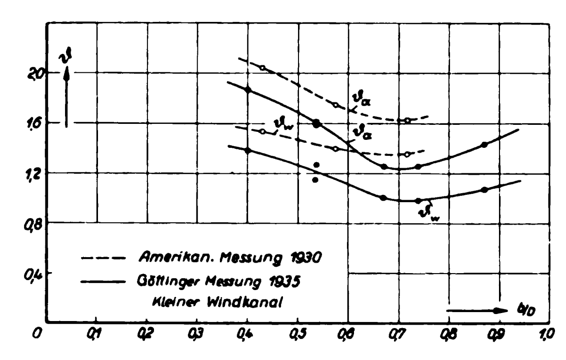


Abb. 2. Vergleich von amerikanischen und Göttinger Messungen.

Hinsichtlich der allgemeinen Größe der durch Versuch gewonnenen ϑ-Werte im Vergleich zu den theoretischen ist ebenfalls keine Übereinstimmung erzielt worden und die amerikanische Messung stimmt wiederum nicht mit der unsrigen überein. In dem Punkte $b/D = 0{,}707$ weicht die amerikanische ϑ_w-Kurve etwa ebenso viel (ungefähr 10 vH) nach oben von der theoretischen wie die unsrige nach unten ab.

All die genannten Unstimmigkeiten lassen darauf schließen, daß die normale Meßgenauigkeit von Drei-Komponenten-Messungen in kleinen Windkanälen vielleicht nicht ausreicht, um eine genaue Messung der ϑ-Werte zuzulassen. Eine gewisse Unsicherheit besteht auch in der Ermittlung der Polaren für unendlich großen Strömungsquerschnitt. Es besteht ferner die Möglichkeit, daß die ϑ-Werte jeweils von der besonderen Strahlbeschaffenheit und irgendwelchen besonderen geometrischen Daten der Versuchsstrecke eines Windkanales abhängig sind.

Wie wichtig es aber ist, wenigstens den ϑ_w-Wert genau zu kennen, geht aus den weiteren in Abb. 1 aufgenommenen Kurven des anteiligen Fehlers, um den sich ein gemessener Widerstand von dem bei unbegrenzter Strömung vorhandenen unterscheidet, hervor. Der Unterschied beträgt z. B., wenn elliptische Auftriebsverteilung und ein stetiger Widerstandsbeiwert $c_{w\,\text{prof.}} = 0{,}012$ angenommen wird, bei $c_a = 1{,}2$ für den vorgegebenen »Kleinen Windkanal« etwa 30 vH. Die Kurven zeigen ferner, daß es ratsam ist, mit der Spannweite nicht wesentlich über den Betrag des Abstandes der Ellipsenbrennpunkte hinauszugehen, da dann ein sehr starker Anstieg des anteiligen Fehlers eintritt.

IV. Zusammenfassung.

Es werden die Berichtigungsbeiwerte für Widerstand und Auftrieb bei einem elliptischen Freistrahl mit dem Achsenverhältnis $1 : \sqrt{2}$ mitgeteilt. Die durch Versuch gewonnenen Werte unterscheiden sich wesentlich von den auf theoretischem Wege berechneten. Der Unterschied kann nur zu einem Teile mit der endlichen Tiefe des Modellflügels erklärt werden.

V. Schrifttum.

[1] Glauert, ARC-Rep. & Mem. Nr. 1470.
[2] Ergebn. Aerodyn. Versuchsanst. Göttingen, Lfg. 1, S. 42.
[3] Knight and Harris, NACA-Rep. Nr. 361.
[4] Rosenhead, Proc. Roy. Soc., Lond. A. 140, S. 579.
[5] Sanuki und Tani, The wall interference of a wind tunnel of elliptic cross-section. Proc. Phys. Math. Soc. Jap. Bd. 14 (1932), S. 592–603.

[3]) Vor der Aufnahme der Polaren wurde der Freistrahl genau waagrecht ausgerichtet.

[4]) Vgl. hierzu auch: [5]. Die dort unter Zugrundelegung eines Hufeisenwirbels durchgeführten Rechnungen ergeben genau für den Fall Spannweite gleich Brennpunktsabstand den geringsten ϑ-Wert.

[5]) Siehe S. 250.

Beitrag zum Problem des durch einen Freistrahl hindurchgesteckten Tragflügels.

Von J. Stüper.

(Aus der Aerodynamischen Versuchsanstalt Göttingen.)

Das Problem des Tragflügels, der durch einen Freistrahl hindurchgesteckt ist, hat aus folgenden Gründen gerade in letzter Zeit großes praktisches Interesse gefunden.

1. *Bei Untersuchungen sehr großer Modelle im Windkanal ragen die Flügelenden über den Strahl hinaus* [1], *und die Kenntnis des Einflusses dieser Anordnung auf die Messungen ist erwünscht. Bisher hat man die Untersuchung an Modellen mit über den Strahlrand hinausstehenden Flügelenden nur bei Auftrieb Null oder sehr kleinen Auftrieben angewandt, da der Strahleinfluß rechnerisch nicht bestimmt werden konnte.*
2. *Bei der heute üblichen Einbauweise von Seitenmotoren in mehrmotorige Flugzeuge interessiert der Einfluß des Luftschraubenstrahls auf den in ihm liegenden Flügelteil. Von ganz besonderem Wert ist die Lösung dieses Problems für Untersuchungen der Längsstabilität. Bei dem hier behandelten Problem ist die Aufgabe zwar nicht vollständig erfaßt, da hier die Luft außerhalb des Strahls in Ruhe befindlich angenommen wird, wahrend außerhalb des Propellerstrahls die Fluggeschwindigkeit herrscht.*
3. *Bei Freistrahlturbinen benutzt man Schaufeln, die den Strahl durchdringen.*

Die vorliegende Aufgabe hat mehrere Bearbeitungen gefunden. Diese Arbeiten beschränken sich auf den rechteckigen Flügel ohne Verwindung. Für die praktische Anwendung ist jedoch das Problem des durch einen Freistrahl hindurchgesteckten v e r w u n d e n e n *Flügels besonders wichtig. Die Lösung dieser Aufgabe gibt auch Aufklärung über den Einfluß einer Strahldrehung, die im Hinblick auf den Schraubenstrahleinfluß beim Motoreinbau im Flügel von größter Bedeutung ist.*

Gliederung.

I. Bisherige Arbeiten.

Bereits in der II. Mitteilung der Tragflügeltheorie gibt Prandtl [2] einen Weg an zur rechnerischen Erfassung der Vorgänge bei einem Flügel, der durch einen Kreisstrahl hindurchgesteckt ist. Er empfiehlt als Ansatz für die Zirkulationsverteilung eine Reihenentwicklung mit der Funktion $\frac{R^2 - x^2}{R^2 + x^2}$ und ihren ungeraden Potenzen; also

$$\Gamma_{(x)} = a_1 \frac{R^2 - x^2}{R^2 + x^2} + a_3 \left(\frac{R^2 - x^2}{R^2 + x^2}\right)^3 + a_5 \left(\frac{R^2 - x^2}{R^2 + x^2}\right)^5 + \dots$$

(R = Strahlradius, x = Ordinate in Flügelerstreckung). Diese Reihe erfüllt die Spiegelbedingung für den Kreisstrahl: $-f(R^2/x) = f(x)$ und verschwindet am Strahlrand. K. Pohlhausen[1]) hat die Rechnung für die beiden ersten Reihenglieder durchgeführt und die Koeffizienten bestimmt für den Fall des Widerstandsminimums bei vorgegebenem Auftrieb.

In einer früheren Arbeit hat der Verfasser [3] Zirkulations- und Widerstandsverteilung berechnet für einen unverwundenen Flügel konstanter Tiefe, der durch die Mitte eines Freistrahls von rechteckigem oder kreisförmigem Querschnitt hindurchgesteckt ist. Die Lösung wurde erzielt mit Anwendung der Spiegelungsmethode. Der konstante geometrische Anstellwinkel wurde durch eine Fourier-Reihe dargestellt, die Zirkulationsverteilung als analoge Reihe mit zunächst unbekannten Koeffizienten angesetzt. Dann ergab sich die am Ort des Flügels induzierte Abwärtsgeschwindigkeit ebenfalls in Form einer Fourier-Reihe. Durch Vergleich entsprechender Glieder konnten die noch unbekannten Koeffizienten ermittelt werden. Bei rechteckigen Strahlquerschnitten konnten die vorkommenden Reihensummen exakt bestimmt werden, während beim Kreisstrahl eine hinreichende Anzahl von Koeffizienten errechnet wurde. Durch Experimente konnten die Ergebnisse der Rechnungen bestätigt werden.

Pistolesi [4] behandelt in seiner Arbeit das Problem des Flügels durch einen Kreisstrahl. Er geht dabei von der Prandtlschen Funktion aus und setzt an

$$\frac{R^2 - x^2}{R^2 + x^2} = \sin \vartheta$$

und entwickelt

$$\Gamma = V \sum_{1}^{\infty} a_n \sin n\,\vartheta.$$

Er behandelt den Fall des unverwundenen Flügels konstanter Tiefe sowie das Problem des Widerstandsminimums.

Glauert [5] bestimmt die Zirkulationsverteilung eines Flügels im Kreisstrahl mit Anwendung der trigonometrischen Methoden von Glauert-Munk-Lotz. Er führt die Rechnungen für den zylindrischen Flügel durch. Die Untersuchungen von Glauert sind (obwohl erst 1934 veröffentlicht) vermutlich vor 1932 entstanden, da ihm die Arbeiten von Pistolesi und dem Verfasser unbekannt sind.

An Messungen liegen noch vor die Versuche von Blenk und Fuchs [6], die aber nur orientierenden Charakter hatten, und deren quantitative Ergebnisse daher hier nicht herangezogen werden.

Ein Vergleich der Methoden Glauert:Pistolesi:Stüper ist in der Abb. 1 ausgeführt. Dargestellt ist die Zirkulationsverteilung eines durch einen Freistrahl von Kreisquerschnitt hindurchgesteckten Flügels bei einem Verhältnis $R/t = 3.125$. Glauert hat seine Reihenentwicklung nach dem 4. Glied abgebrochen, Pistolesi hat nur 3 Glieder berücksichtigt; die Rechnungen des Verfassers sind bis zu elf Gliedern durchgeführt. Es sei hier auf eine grundsätzliche Schwierigkeit der benutzten Reihenentwicklungen hingewiesen. Die Singularität an der Durchstoßstelle verlangt[2]), daß der Wert der Zirkulation bei Annäherung an den Strahlrand mit senkrechter Tangente verschwindet, also

$$\left.\frac{d\,\Gamma_{(x)}}{d\,x}\right|_{x=R} = \infty \text{ ist.}$$

[1]) Vgl. L. Prandtl [2]; dort S. 56.
[2]) J. Stüper [3]; dort S. 341.



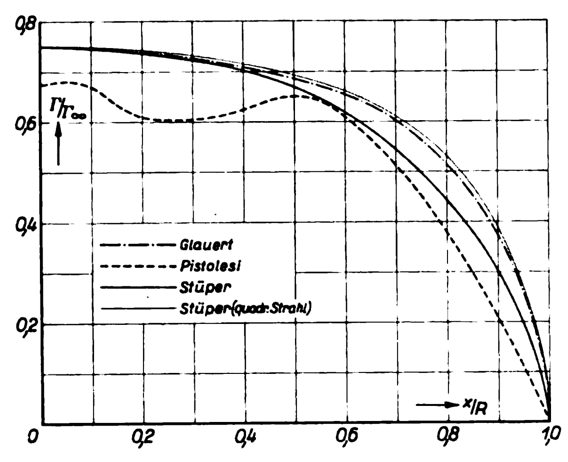


Abb. 1. Zirkulationsverteilung eines durch einen Kreisstrahl hindurchgesteckten Flügels.

Nun ist aber in der Prandtlschen Entwicklung

$$\frac{d}{d\,x}\,\frac{R^2 - x^2}{R^2 + x^2} = \frac{1}{R} \text{ für } x = R.$$

Um den senkrechten Abfall von $\Gamma_{(x)}$ am Strahlrand zu erhalten, benötigt man daher von dieser Reihe eine große Anzahl von Gliedern zur Erzielung hinreichender Genauigkeit. Eine gleiche Schwierigkeit tritt bei der von Pistolesi und dem Verfasser vorgenommenen Wahl der Variabeln auf. Diese Tatsache machte es erforderlich, in der früheren Arbeit trotz des großen erforderlichen Rechenaufwandes bis zu 11 Gliedern zu rechnen. Bei der von Glauert benutzten Variabeln stellt das erste Glied der Reihe die elliptische Zirkulationsverteilung dar. Der senkrechte Abfall am Strahlrand ist also von vornherein in der Entwicklung enthalten. Zum Vergleich ist die Zirkulationsverteilung beim quadratischen Freistrahl (Kantenlänge $= 2\,R$) eingezeichnet. Es zeigt sich, daß sie von der Glauertschen Zirkulationsverteilung für den Kreisstrahl nur sehr wenig abweicht. Aus einer weiter unten angegebenen Darstellung wird aber klar, daß die Zirkulationsverteilung eines Flügels auf Beschneiden des Strahls verhältnismäßig »empfindlich« ist. Es ist zu erwarten, daß die Störung in der Mitte der Verteilungskurve von Pistolesi durch Hinzunahme weiterer Glieder geglättet wird.

Der Vergleich der Rechnungen mit experimentellen Ergebnissen ist in den Abb. 2 und 3 wiedergegeben. Abb. 2 zeigt die Auftriebsverteilung über die Spannweite eines durch einen Kreisstrahl hindurchgesteckten Flügels ($R/t = 2$), die aus Druckverteilungsmessungen[3]) bestimmt ist (eingezeichnete Kreise), während die gestrichelten Kurven die von Glauert und die ausgezogenen die vom Verfasser berechneten Verteilungskurven sind. Die Arbeit von Pistolesi konnte hier nicht herangezogen werden, da er seine Rechnungen nur für ein Seitenverhältnis ausgeführt hat. In Abb. 3 ist der theoretisch bestimmte Verlauf von $\frac{d\,c_a}{d\,\alpha}$ verglichen mit Messungen, die im zweiten Teil der vorliegenden Untersuchung beschrieben sind.

II. Theoretischer Teil.

Bisher wurden die Rechnungen nur für den rechteckigen Flügel ohne Verwindung ausgeführt. Mit Rücksicht auf die praktische Anwendung war es angebracht, die Theorie auf allgemeine Flügelformen zu erweitern. Von besonderem Interesse ist die Aufgabe, die Vorgänge zu erfassen, wenn ein verwundener Flügel durch einen Freistrahl hindurchgesteckt ist. Die Lösung dieser Aufgabe gibt auch Aufklärung über den Einfluß einer Strahldrehung (Drall) auf den Flügel. Gerade der am meisten interessierende Luftschraubenstrahl hat im allgemeinen sehr starken Drall. Die Strahldrehung bewirkt ja in erster Linie am Flügel eine Änderung der Anblasrichtung. Man kann daher diese Aufgabe so behandeln, als wenn der Strahl drehungsfrei sei und der Flügel eine entsprechende Verwindung besitze. Die Größe und der Verlauf der Verwindung läßt sich aus der vorgegebenen Strahldrehung und der Strahlgeschwindigkeit leicht bestimmen.

1. Verwundener Tragflügel konstanter Tiefe, hindurchgesteckt durch einen Freistrahl von rechteckigem Querschnitt.

Wenn mitten durch einen Freistrahl von rechteckigem Querschnitt (Höhe h, Breite l) ein verwundener Flügel hindurchgesteckt ist, so kann man die Bedingung auf den freien Grenzen wie üblich durch Spiegelung erfüllen. Die Strahlbedingung schreibt ja vor, daß durch den Flügel auf dem Strahlrand keine zusätzlichen Strömungsgeschwindigkeiten erzeugt werden dürfen. Allgemein erfüllt man diese Bedingung dadurch, daß man bei Annahme unendlich ausgedehnter Flüssigkeit die vom Flügel erzeugten Geschwindigkeitskomponenten in Strömungsrichtung auf der Fläche, die freie Grenze werden soll, durch Hinzufügen passend gewählter Zusatzströmungen zum Verschwinden bringt. Der Einfluß dieser Zusatzströmungen auf den Flügel ist der Einfluß der freien Grenze.

Läßt man bei einem Flügel den Anstellwinkel periodisch sich ändern derart, daß

$$\alpha_{(x)} = -\,\alpha_{(2\,l\,-\,x)} \text{ ist (Abb. 4),}$$

so sieht man leicht ein, daß auf den Ebenen

$$x = 0,\ \pm l,\ \pm 2\,l,\ \pm 3\,l,\ \ldots\ldots$$

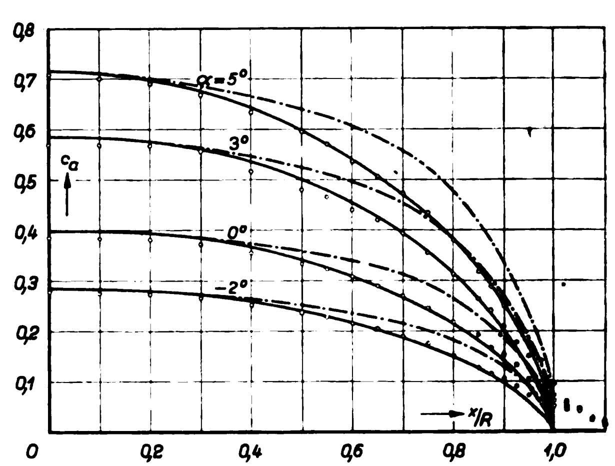


Abb. 2. Auftriebsverteilung beim Kreisstrahl.

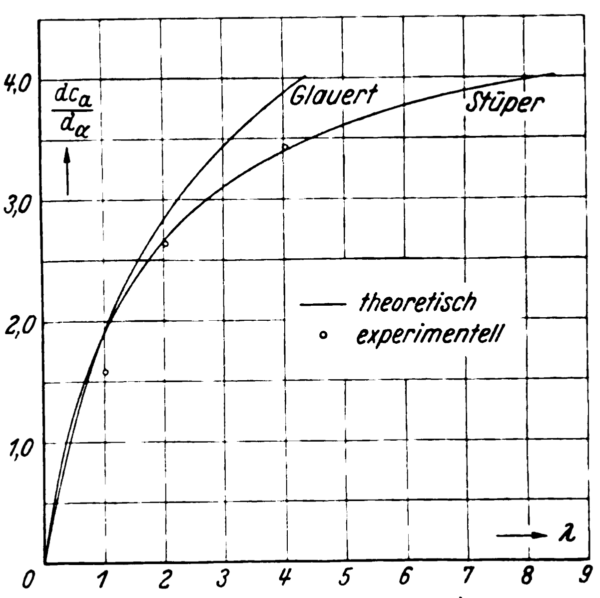


Abb. 3. Verlauf des Koeffizienten $\frac{dc_a}{d\alpha}$.

[3]) J. Stuper [3]; dort S. 349 ff.

die Strahlbedingung erfüllt ist. Den Anstellwinkel kann man durch eine Fourier-Reihe darstellen:

$$\alpha_{(x)} = \alpha_0 \sum_1^\infty b_n \sin n\pi \frac{x}{l}.$$

α_0 ist der Wert von α bei $x = 0$; die Koeffizienten b_n sind gegeben durch die harmonische Analyse der vorgegebenen Verwindung. Bilden wir jetzt ein Flügelgitter so, daß an den Stellen

$$z = 0,\ \pm h,\ \pm 2h,\ \pm 3h,\ \ldots\ldots \quad \text{(Abb. 5)}$$

Flügel obiger Art liegen, so wird auch auf den Ebenen

$$z = \pm h/2,\ \pm 3h/2,\ \pm 5h/2,\ \ldots\ldots$$

keine Geschwindigkeit in Strömungsrichtung induziert. Zu jedem Flügelelement läßt sich ein entsprechend gelagertes Element angeben, das auf diesen Ebenen eine dem Betrag nach gleiche aber entgegengesetzt gerichtete Geschwindigkeit induziert, so daß die Resultierende verschwindet. Durch diese Anordnung wird also die Strahlbedingung für die vorliegende Aufgabe erfüllt.

Die durch dieses System am Ort des Flügels induzierte Abwärtsgeschwindigkeit ist[4])

$$w_{(x)} = \frac{1}{4h} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\Gamma_{(x_1)}}{d x_1} \operatorname{Cotg} \frac{\pi}{h}(x - x_1)\, d x_1.$$

Nun setzen wir mit zunächst unbekannten Koeffizienten an:

$$\Gamma_{(x)} = \Gamma_0 \sum_1^\infty a_n \sin n\pi \frac{x}{l}$$

mit

$$\Gamma_0 = \frac{c V t \alpha_0}{2}$$

$\left(c = \frac{d c_{a\infty}}{d\alpha};\ V = \text{Anblasgeschwindigkeit};\ t = \text{Flügeltiefe}\right)$.

Dann ist

$$w_{(x)} = \Gamma_0 \sum_1^\infty \int_{-\infty}^{\infty} \frac{a_n n \pi}{4 h l} \operatorname{Cotg} \frac{\pi}{h}(x - x_1) \cos n\pi \frac{x_1}{l}\, d x_1.$$

[4]) J. Stüper [3]; dort S. 341.

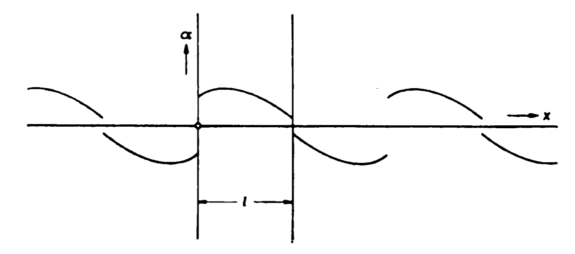


Abb. 4. Spiegelung des Anstellwinkels.

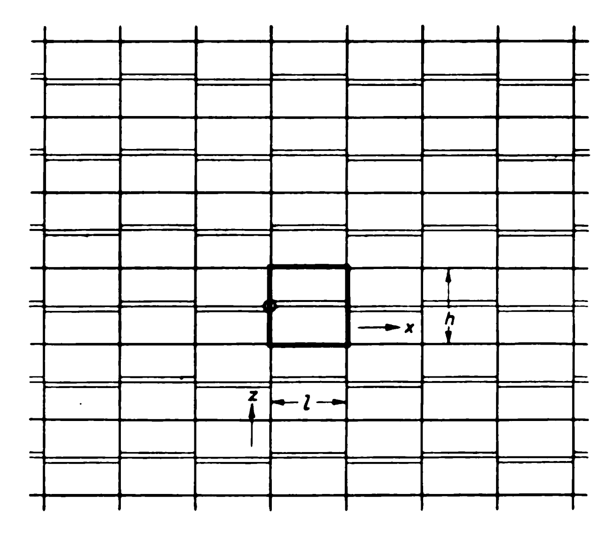


Abb. 5. Spiegelungsschema für rechteckigen Strahlquerschnitt.

Nach kurzer Rechnung ergibt sich

$$w_{(x)} = \Gamma_0 \sum_1^\infty \frac{a_n n \pi}{4 l} \frac{e^{n\frac{h}{l}\pi} + 1}{e^{n\frac{h}{l}\pi} - 1} \sin n\pi \frac{x}{l}.$$

In die aus der Tragflügeltheorie bekannte Gleichung

$$\Gamma_{(x)} = \frac{c V t}{2}\left[\alpha_{(x)} - \frac{w_{(x)}}{V}\right]$$

setzen wir die obigen Fourier-Reihen für $\Gamma_{(x)}$, $\alpha_{(x)}$ und $w_{(x)}$ ein. Durch Koeffizientenvergleich ergibt sich dann

$$a_n = \frac{b_n}{1 + \frac{n}{\lambda} \frac{e^{n\frac{h}{l}\pi} + 1}{e^{n\frac{h}{l}\pi} - 1}} \qquad \text{mit } \frac{8 l}{c t \pi} = \lambda.$$

Als Beispiel wurde die Zirkulationsverteilung eines Flügels berechnet, der durch einen quadratischen Freistrahl hindurchgesteckt ist. Die Verwindung hat den in Abb. 6 dargestellten linearen Verlauf. Es ist

$$b_n = \frac{2}{\pi n}.$$

Den Verlauf der Zirkulationsverteilung bei verschiedenem Seitenverhältnis zeigt Abb. 7; in Abb. 8 ist die Abhängigkeit der Zirkulationsstärken von λ dargestellt, während die errechneten Werte in Tafel I wiedergegeben sind.

Tafel I.

λ	$x/l =$ 0,0625	0,125	0,25	0,375
1	0,182	0,216	0,190	0,108
2	0,295	0,341	0,280	0,150
3	0,371	0,423	0,329	0,174
4	0,435	0,474	0,364	0,188
5	0,483	0,514	0,389	0,197
6	0,518	0,545	0,406	0,205
7	0,549	0,569	0,420	0,209
8	0,575	0,589	0,429	0,213
9	0,597	0,606	0,438	0,216
∞	0,875	0,750	0,500	0,250

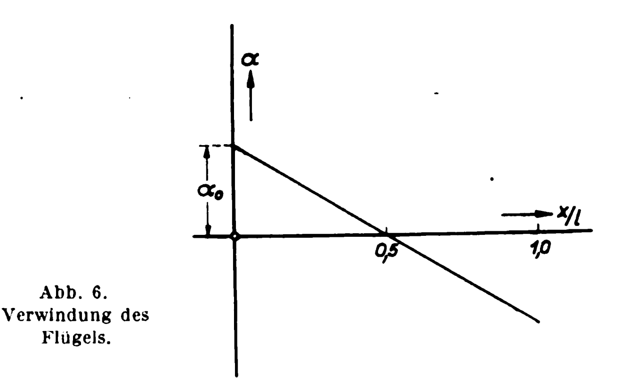


Abb. 6. Verwindung des Flügels.

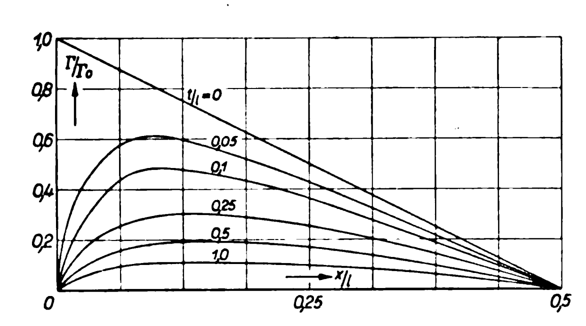


Abb. 7. Zirkulationsverteilung des linear verwundenen Flügels, hindurchgesteckt durch einen quadratischen Freistrahl.

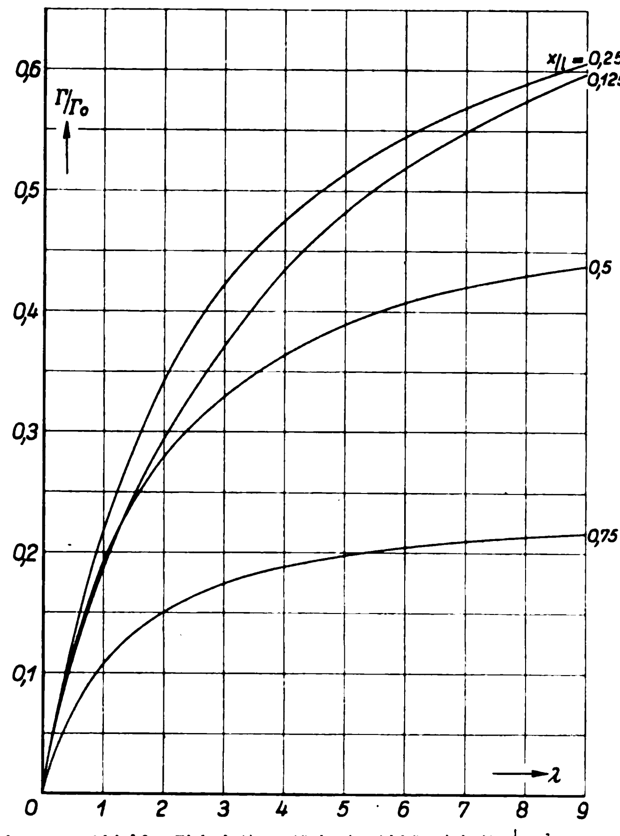



Abb. 8. Zirkulationsstärke in Abhängigkeit von λ.

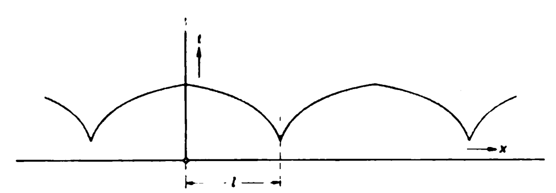


Abb. 9. Spiegelung der Flügeltiefe.

2. Verwundener Flügel mit veränderlicher Tiefe, hindurchgesteckt durch einen Freistrahl von rechteckigem Querschnitt.

Wenn der durch einen Rechteckstrahl hindurchgesteckte Flügel außer Verwindung noch veränderliche Flügeltiefe hat, so ist außer der oben beschriebenen periodischen Anstellwinkeländerung auch die Flügeltiefe periodisch zu ändern, und zwar, wie Abb. 9 zeigt, derart, daß

$$t_{(x)} = t_{(2l-x)}$$

ist. $t(x)$ wird in eine Fourier-Reihe entwickelt

$$t_{(x)} = t_0 \sum_0^{\infty} b_m \cos m\pi \frac{x}{l} \qquad t_0 = t \text{ für } x = 0.$$

Ferner haben wir

$$\alpha_{(x)} = \alpha_0 \sum_1^{\infty} \beta_p \sin p\pi \frac{x}{l}.$$

Man setzt an

$$\Gamma_{(x)} = \Gamma_0 \sum_1^{\infty} a_n \sin n\pi \frac{x}{l} \qquad \left(\frac{c\, V\, t_0\, \alpha_0}{2} = \Gamma_0\right)$$

und wir erhalten

$$w_{(x)} = \Gamma_0 \sum_1^{\infty} \frac{a_n n \pi}{4l} \frac{e^{n\pi\frac{h}{l}} + 1}{e^{n\pi\frac{h}{l}} - 1} \sin n\pi \frac{x}{l}.$$

Die Koeffizienten b_m und β_p sind durch die harmonischen Analysen der Anstellwinkel- und Flügeltiefenverteilung bekannt. Setzen wir obige Beziehungen in die Gleichung

$$\Gamma_{(x)} = \frac{c\,V}{2} t_{(x)} \left[\alpha_{(x)} - \frac{w_{(x)}}{V}\right]$$

ein, so erhalten wir

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin n\pi \frac{x}{l} = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} b_m \beta_p \cos m\pi \frac{x}{l} \sin p\pi \frac{x}{l}$$

$$- \frac{c\,t\,\pi}{8\,l} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} a_n b_m n \frac{e^{n\pi\frac{h}{l}} + 1}{e^{n\frac{h}{l}\pi} - 1} \sin n\pi \frac{x}{l} \cos m\pi \frac{x}{l}$$

und mit

$$\frac{8\,l}{c\,t\,\pi} = \lambda \text{ und } n \frac{e^{n\pi\frac{h}{l}} + 1}{e^{n\pi\frac{h}{l}} - 1} = \gamma_n$$

ergibt sich

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin n\pi \frac{x}{l}$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} b_m \beta_p \left[\sin(p+m)\pi \frac{x}{l} + \sin(p-m)\pi \frac{x}{l}\right]$$

$$- \frac{1}{2\lambda} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \gamma_n b_m \left[\sin(n+m)\pi \frac{x}{l} + \sin(n-m)\pi \frac{x}{l}\right].$$

Fassen wir die Koeffizienten entsprechender Glieder zusammen, so erhalten wir für die gesuchten Koeffizienten a_n nachstehendes Gleichungssystem; die Gleichungen sind nach der Methode der Iteration leicht lösbar:

$$a_1\left(1 + \frac{\gamma_1 b_0}{\lambda} - \frac{\gamma_1 b_2}{2\lambda}\right) = \frac{1}{2}\left[\beta_1 b_0 + \beta_1 (b_0 - b_2) + \beta_2 (b_1 - b_3) + \beta_3 (b_2 - b_4) + \ldots\right]$$
$$- \frac{1}{2\lambda}\left[a_2 \gamma_2 (b_1 - b_3) + a_3 \gamma_3 (b_2 - b_4) + a_4 \gamma_4 (b_3 - b_5) \ldots\right]$$

$$a_2\left(1 + \frac{\gamma_2 b_0}{\lambda} - \frac{\gamma_2 b_4}{2\lambda}\right) = \frac{1}{2}\left[\beta_2 b_0 + \beta_1 (b_1 - b_3) + \beta_2 (b_0 - b_4) + \beta_3 (b_1 - b_5) + \ldots\right]$$
$$- \frac{1}{2\lambda}\left[a_1 \gamma_1 (b_1 - b_3) + a_3 \gamma_3 (b_1 - b_5) + a_4 \gamma_4 (b_2 - b_6) \ldots\right]$$

$$a_3\left(1 + \frac{\gamma_3 b_0}{\lambda} - \frac{\gamma_3 b_6}{2\lambda}\right) = \frac{1}{2}\left[\beta_3 b_0 + \beta_1 (b_2 - b_4) + \beta_2 (b_1 - b_5) + \beta_3 (b_0 - b_6) + \ldots\right]$$
$$- \frac{1}{2\lambda}\left[a_1 \gamma_1 (b_2 - b_4) + a_2 \gamma_2 (b_1 - b_5) + a_4 \gamma_1 (b_1 - b_7) \ldots\right]$$

$$a_4\left(1 + \frac{\gamma_4 b_0}{\lambda} - \frac{\gamma_4 b_8}{2\lambda}\right) = \frac{1}{2}\left[\beta_4 b_0 + \beta_1 (b_3 - b_5) + \beta_2 (b_2 - b_6) + \beta_3 (b_1 - b_7) + \ldots\right]$$
$$- \frac{1}{2\lambda}\left[a_1 \gamma_1 (b_3 - b_5) + a_2 \gamma_2 (b_2 - b_6) + a_3 \gamma_3 (b_1 - b_7) + \ldots\right]$$

$$\vdots$$

3. Verwundener Flügel konstanter Tiefe, hindurchgesteckt durch einen Freistrahl von Kreisquerschnitt.

Das Problem des zylindrischen Flügels, der einen Kreisstrahl durchdringt, ist in der früheren Arbeit[5]) gelöst, indem

[5]) J. Stüper [3]; dort S. 344. Es sei hier auf einen Druckfehler hingewiesen: die linke Seite des Gleichungsschemas auf Seite 347 unten muß lauten

$$a_1\left(2 b_0 + \frac{2}{\lambda} - b_2\right);\; a_3\left(2 b_0 + \frac{6}{\lambda} - b_6\right);\; a_5\left(2 b_0 + \frac{10}{\lambda} - b_{10}\right);\; \ldots$$

der Kreis konform auf einen Streifen abgebildet wurde. Die Strahlbedingung konnte dann wie üblich durch Spiegelung erfüllt werden. In der Ebene des Streifens (ξ-η-Ebene) war die Gleichung

$$\frac{\Gamma_{(\xi)}}{\Gamma_\infty}\,\frac{1}{1+|\sin\xi|} = \frac{\pm 1}{1+|\sin\xi|} - \frac{c\,t}{2\,\Gamma_\infty}\,w(\xi)$$

zu erfüllen; Minuszeichen für die Intervalle $(2p-1)\pi < \xi < 2p\pi$ und Pluszeichen für die Intervalle $2p\pi < \xi < (2p+1)\pi$. Bei einem verwundenen Flügel können wir den variablen, periodisch sich ändernden Anstellwinkel in der Form angeben

$$\alpha_{(\xi)} = \alpha_0 f_{(\xi)} \qquad \alpha_0 = \alpha \text{ für } \xi = 0.$$

Wir haben dann

$$\frac{\Gamma_{(\xi)}}{\Gamma_0}\,\frac{1}{1+|\sin\xi|} = \frac{f_{(\xi)}}{1+|\sin\xi|} - \frac{c\,t}{2\,\Gamma_0}\,w_{(\xi)} \quad \left(\frac{c\,V\,t\,\alpha_0}{2} = \Gamma_0\right).$$

Wir entwickeln

$$\frac{1}{1+|\sin\xi|} = \sum_0^\infty b_{2m}\cos 2m\xi \quad \text{und}$$

$$\frac{f_{(\xi)}}{1+|\sin\xi|} = \sum_1^\infty \beta_n \sin n\xi.$$

Die Koeffizienten b_{2m} und β_n sind durch harmonische Analyse der vorgegebenen Funktionen

$$\frac{1}{1+|\sin\xi|} \quad \text{und} \quad \frac{f_{(\xi)}}{1+|\sin\xi|}$$

zu ermitteln. Wir setzen dann an:

$$\frac{\Gamma_{(\xi)}}{\Gamma_0} = \sum_1^\infty a_n \sin n\xi;$$

damit wird

$$\frac{w_{(\xi)}}{\Gamma_0} = \frac{1}{4}\sum_1^\infty a_n\, n \sin n\xi,$$

und mit $8/ct = \lambda$ erhält man

$$\frac{1}{2}\sum_{n=1}^\infty\sum_{m=0}^\infty a_n b_{2m}\left[\sin(n+2m)\xi + \sin(n-2m)\xi\right] = \sum_{n=1}^\infty\left(\beta_n - \frac{n}{\lambda}a_n\right)\sin n\xi.$$

Durch Koeffizientenvergleich erlangt man für a_n die Bestimmungsgleichungen:

$$a_1\left(\frac{2}{\lambda} + 2b_0 - b_2\right) = 2\beta_1 - \left[a_3(b_2-b_4) + a_5(b_4-b_6) + \dots\dots\right]$$

$$a_2\left(\frac{4}{\lambda} + 2b_0 - b_4\right) = 2\beta_2 - \left[a_4(b_2-b_6) + a_6(b_4-b_8) + \dots\dots\right]$$

$$a_3\left(\frac{6}{\lambda} + 2b_0 - b_6\right) = 2\beta_3 - \left[a_1(b_2-b_4) + a_5(b_2-b_8) + a_7(b_4-b_{10})\dots\right]$$

$$a_4\left(\frac{8}{\lambda} + 2b_0 - b_8\right) = 2\beta_4 - \left[a_2(b_2-b_6) + a_6(b_2-b_{10}) + \dots\dots\right]$$

$$a_5\left(\frac{10}{\lambda} + 2b_0 - b_{10}\right) = 2\beta_5 - \left[a_1(b_4-b_6) + a_3(b_2-b_8) + a_7(b_2-b_{12})\dots\right]$$

$$\vdots$$

Dieses Gleichungssystem ist durch Iteration lösbar.

4. Verwundener Flügel veränderlicher Tiefe, hindurchgesteckt durch einen Freistrahl von Kreisquerschnitt.

Diesen Fall können wir ähnlich wie die vorigen lösen. Die Randbedingung wird auch hier durch Spiegelung erfüllt derart, daß

$$t_{(\xi)} = t_{(2\pi-\xi)} \quad \text{und} \quad \alpha_{(\xi)} = -\alpha_{(2\pi-\xi)}$$

ist. Es ist also in der ξ-η-Ebene die Gleichung

$$\frac{\Gamma_{(\xi)}}{\Gamma_0}\,\frac{1}{1+|\sin\xi|} = \frac{\alpha_{(\xi)}}{1+|\sin\xi|} - \frac{c\,t_{(\xi)}\,w_{(\xi)}}{2\,\Gamma_0}$$

$$\left(\frac{c\,V\,\alpha_0\,t_0}{2} = \Gamma_0, \quad \begin{matrix}\alpha_0 = \alpha \text{ für } \xi = 0\\ t_0 = t \text{ für } \xi = 0\end{matrix}\right)$$

zu erfüllen. Wir entwickeln

$$\frac{1}{1+|\sin\xi|} = \sum_0^\infty b_{2m}\cos 2m\xi,$$

und

$$\frac{\alpha_{(\xi)}}{1+|\sin\xi|} = \alpha_0\sum_1^\infty \beta_n \sin n\xi,$$

ferner

$$t_{(\xi)} = t_0\sum_0^\infty d_p \cos p\xi$$

und mit dem Ansatz

$$\frac{\Gamma_{(\xi)}}{\Gamma_0} = \sum_1^\infty a_n \sin n\xi$$

wird

$$\frac{w_{(\xi)}}{\Gamma_0} = \frac{1}{4}\sum_1^\infty a_n\, n\sin n\xi.$$

Diese Beziehungen in obige Gleichung eingesetzt ergibt

$$\frac{1}{2}\sum_{n=1}^\infty\sum_{m=0}^\infty a_n b_{2m}\left[\sin(n+2m)\xi + \sin(n-2m)\xi\right] = \sum_{n=1}^\infty \beta_n \sin n\xi - \frac{1}{2\lambda}\sum_{p=0}^\infty\sum_{n=1}^\infty d_p a_n n\left[\sin(n+p)\xi + \sin(n-p)\xi\right].$$

Durch Koeffizientenvergleich erhalten wir nachstehendes Gleichungssystem, das durch Iteration zu lösen ist.

$$a_1\left(2b_0 - b_2 + \frac{2d_0 - d_2}{\lambda}\right) = 2\beta_1 - \left[a_2(d_1-d_3) + a_3(d_2-d_4) + a_4(d_3-d_5) + a_5(d_4-d_6) + \dots\right] - \left[a_3(b_2-b_4) + a_5(b_4-b_6) + a_7(b_6-b_8) + \dots\right]$$

$$a_2\left(2b_0 - b_4 + \frac{4d_0 - 2d_4}{\lambda}\right) = 2\beta_2 - \left[a_1(d_1-d_3) + a_3(d_1-d_5) + a_4(d_2-d_6) + a_5(d_3-d_7) + \dots\right] - \left[a_4(b_2-b_6) + a_6(b_4-b_8) + \dots\dots\right]$$

$$a_3\left(2b_0 - b_6 + \frac{6d_0 - 3d_6}{\lambda}\right) = 2\beta_3 - \left[a_1(d_2-d_4) + a_2(d_1-d_5) + a_4(d_1-d_7) + a_5(d_2-d_8) + \dots\right] - \left[a_1(b_2-b_4) + a_5(b_2-b_8) + a_7(b_4-b_{10}) + \dots\right]$$

$$a_4\left(2b_0 - b_8 + \frac{8d_0 - 4d_8}{\lambda}\right) = 2\beta_4 - \left[a_1(d_3-d_5) + a_2(d_4-d_6) + a_3(d_1-d_7) + a_5(d_1-d_9) + \dots\right] - \left[a_2(b_2-b_6) + a_6(b_2-b_{10}) + \dots\dots\right.$$

$$\vdots$$

5. Tragflügel durch rechteckigen Freistrahl hindurchgesteckt, exzentrisch gelagert.

Durch einen Freistrahl mit rechteckigem Querschnitt von der Höhe h und der Breite l (Abb. 10) ist ein Flügel normal zu den Seitengrenzen hindurchgesteckt. Der Abstand des Flügels von der oberen Strahlgrenze sei gleich s; dann führen wir als Maß für die Verlagerung aus der Mitte (Exzentrizität) die Größe

$$E = 1 - 2s/h$$

ein. Die Erfüllung der Randbedingung an den Strahlgrenzen kann auf folgende Weise erreicht werden. Bei Annahme unendlich ausgedehnter Flüssigkeit befinde sich in der x-Achse ein Flügel, dessen Anstellwinkel periodisch zwischen den Werten $+\alpha$ und $-\alpha$ springt; die Periode ist gleich $2l$, und die Sprungstellen sind an den Stellen $x = 0, \pm l, \pm 2l, \pm 3l, \ldots$ Durch diese Anordnung wird die Strahlbedingung auf den seitlichen freien Grenzen erfüllt. Die Bedingung für die parallel zur x-Achse liegenden Strahlgrenzen können wir durch Anwendung der Spiegelungsmethode befriedigen. Wenn wir ein Flügelgitter so zusammensetzen, daß an den Stellen

$$z = 0,\ 2s,\ \pm 2h,\ \pm 2h + 2s,\ \pm 4h,\ \pm 4h + 2s, \ldots$$

ein Flügel mit periodischer Anstellwinkeländerung (s. o.) liegt, so ist leicht einzusehen, daß diese Anordnung gerade die geforderten Strahlbedingungen erfüllt (Abb. 10).

Für die Rechnung spalten wir dieses Flügelgitter auf in einen symmetrischen Teil, bestehend aus den Flügeln an den Stellen $z = 0, \pm 2h, \pm 4h, \ldots$ ($0, \pm 1, \pm 2$ in Abb. 10) und einen unsymmetrischen Teil, umfassend die Flügel an den Stellen $z = 2s, \pm 2h + 2s, \pm 4h + 2s, \ldots$ ($\pm$ I, $\pm$ II, ... in Abb. 10). Der unsymmetrische Teil erfaßt den Einfluß der Exzentrizität. Nach der Tragflügeltheorie ist:

$$w_{(x)} = \frac{1}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\frac{d\Gamma_{(x_1)}}{d x_1}\,\frac{(x-x_1)\,d x_1}{(x-x_1)^2+(2mh)^2}$$

$$+\frac{1}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\frac{d\Gamma_{(x_1)}}{d x_1}\,\frac{(x-x_1)\,d x_1}{(x-x_1)^2+\left[\left(m+\frac{1-E}{2}\right)2h\right]^2}.$$

Nun ist[6]):

$$\frac{1}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\frac{d\Gamma_{(x_1)}}{d x_1}\,\frac{(x-x_1)\,d x_1}{(x-x_1)^2+(2mh)^2} = \frac{1}{8h}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d\Gamma_{(x_1)}}{d x_1}\,\mathfrak{Cotg}\,\frac{\pi(x-x_1)}{2h}\,d x_1$$

und

$$\frac{1}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\frac{d\Gamma_{(x_1)}}{d x_1}\,\frac{(x-x_1)\,d x_1}{(x-x_1)^2+\left[\left(m+\frac{1-E}{2}\right)2h\right]^2}$$

$$=\frac{1}{8\pi h}\int_{-\infty}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{d\Gamma_{(x_1)}}{d x_1}\,\frac{\frac{x-x_1}{2h}\,d x_1}{\left(\frac{x-x_1}{2h}\right)^2+\left(m+\frac{1-E}{2}\right)^2}$$

$$+\frac{1}{8\pi h}\int_{-\infty}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{d\Gamma_{(x_1)}}{d x_1}\,\frac{\frac{x-x_1}{2h}\,d x_1}{\left(\frac{x-x_1}{2h}\right)^2+\left(m+\frac{1+E}{2}\right)^2}.$$

Den periodisch sich ändernden Anstellwinkel entwickeln wir in eine Fourier-Reihe:

$$\alpha_{(x)} = \alpha^*\,\frac{4}{\pi}\sum_{1}^{\infty}\frac{\sin n\pi\frac{x}{l}}{n} \qquad (n \text{ ungerade})$$

und machen für die Zirkulationsverteilung einen analogen Ansatz mit zunächst unbekannten Koeffizienten:

$$\Gamma_{(x)} = \Gamma_\infty\sum_{1}^{\infty} a_n \sin n\pi\frac{x}{l}.$$

[6]) J. Stüper [3]; dort S. 341.

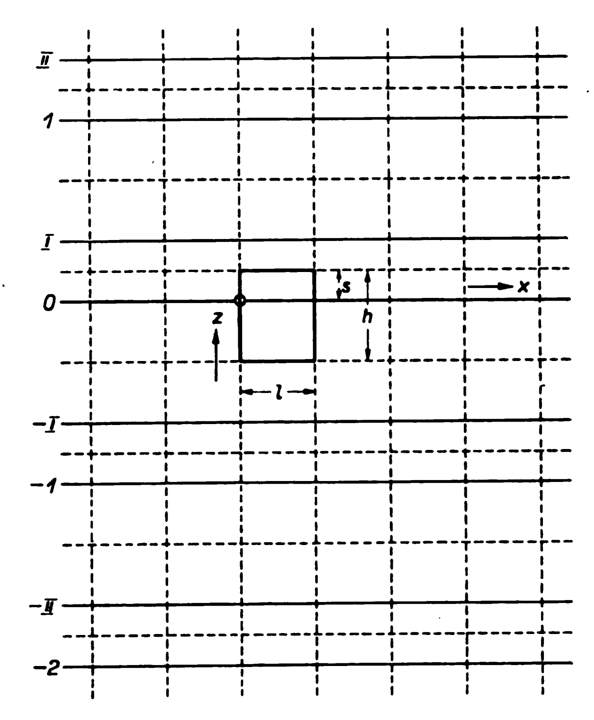


Abb. 10. Spiegelungsschema für den exzentrisch durch einen rechteckigen Freistrahl hindurchgesteckten Flügel.

Führen wir diesen Ansatz in obige Gleichungen ein, so erhalten wir mit $\frac{x-x_1}{2h} = \xi$:

$$w_{(x)} = \Gamma_\infty\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n n\pi}{4l}\,\frac{e^{2n\pi\frac{h}{l}}+1}{e^{2n\pi\frac{h}{l}}-1}\sin n\pi\frac{x}{l}$$

$$+\frac{\Gamma_\infty}{8\pi h}\int_{-\infty}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{a_n n\pi}{l}\,\frac{\xi\cdot\cos n\pi\frac{x_1}{l}\cdot d x_1}{\xi^2+\left(m+\frac{1-E}{2}\right)^2}$$

$$+\frac{\Gamma_\infty}{8\pi h}\int_{-\infty}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{a_n n\pi}{l}\,\frac{\xi\cos n\pi\frac{x_1}{l}}{\xi^2+\left(m+\frac{1+E}{2}\right)^2}\,d x_1.$$

Wir betrachten das Integral

$$J = \int_{-\infty}^{\infty}\frac{\xi\cos n\pi\frac{x_1}{l}}{\xi^2+\left(m+\frac{1-E}{2}\right)^2}\,d x_1$$

$$= 2h\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\xi\cos\frac{n\pi}{l}(x-2h\xi)}{\xi^2+\left(m+\frac{1-E}{2}\right)^2}\,d\xi$$

$$= 2h\cos n\pi\frac{x}{l}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\xi\cos 2n\pi\frac{h}{l}\xi}{\xi^2+\left(m+\frac{1-E}{2}\right)^2}\,d\xi$$

$$+2h\sin n\pi\frac{x}{l}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\xi\sin 2n\pi\frac{h}{l}\xi}{\xi^2+\left(m+\frac{1-E}{2}\right)^2}\,d\xi.$$

Nun ist:

$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\xi\cos 2n\pi\frac{h}{l}\xi}{\xi^2+\left(m+\frac{1-E}{2}\right)^2}\,d\xi = 0$$

und

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\xi \sin 2 n \pi \frac{h}{l} \xi}{\xi^2 + \left(m + \frac{1-E}{2}\right)^2} d\xi = \pi e^{-2 n \pi \frac{h}{l}\left(m + \frac{1-E}{2}\right)}$$

und somit

$$J = 2 h \pi e^{-2 n \pi \frac{h}{l}\left(m + \frac{1-E}{2}\right)} \cdot \sin n \pi \frac{x}{l}.$$

Damit erhält man endlich

$$w_{(x)} = \frac{\Gamma_\infty \pi}{4 l} \sum_{n=1}^{\infty} a_n n \frac{e^{2 n \pi \frac{h}{l}} + 1}{e^{2 n \pi \frac{h}{l}} - 1} \sin n \pi \frac{x}{l}$$
$$+ \frac{\Gamma_\infty \pi}{4 l} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} a_n n e^{-2 n \pi \frac{h}{l}\left(m + \frac{1-E}{2}\right)} \sin n \pi \frac{x}{l}$$
$$+ \frac{\Gamma_\infty \pi}{4 l} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} a_n n e^{-2 n \pi \frac{h}{l}\left(m + \frac{1+E}{2}\right)} \sin n \pi \frac{x}{l}.$$

Setzen wir in die bekannte Gleichung der Tragflügeltheorie $\Gamma_{(x)} = \frac{c V t}{2}\left[\alpha_{(x)} - \frac{w_{(x)}}{V}\right]$ die Fourier-Reihen für $\Gamma_{(x)}$, $\alpha_{(x)}$ und $w_{(x)}$ ein, so erhalten wir mit $\frac{c V t \alpha^*}{2} = \Gamma_\infty$ die Gleichung:

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin n \pi \frac{x}{l} = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{\frac{4 \pi}{n} - \frac{c t \pi}{8 l}\left[a_n n \frac{e^{2 n \pi \frac{h}{l}} + 1}{e^{2 n \pi \frac{h}{l}} - 1} - a_n n \sum_{m=0}^{\infty}\left(e^{-2 n \pi \frac{h}{l}\left(m + \frac{1-E}{2}\right)} + e^{-2 n \pi \frac{h}{l}\left(1 + \frac{1+E}{2}\right)}\right)\right]\right\} \sin n \pi \frac{x}{l}.$$

Setzen wir $\frac{8 l}{c t \pi} = \lambda$, so erhalten wir durch Koeffizientenvergleich:

$$a_n = \frac{4}{\pi n \left\{1 + \frac{n}{\lambda}\left[\frac{e^{2 n \pi \frac{h}{l}} + 1}{e^{2 n \pi \frac{h}{l}} - 1} + \sum_{m=0}^{\infty}\left(e^{-2 n \pi \frac{h}{l}\left(m + \frac{1-E}{2}\right)} + e^{-2 n \pi \frac{h}{l}\left(m + \frac{1+E}{2}\right)}\right)\right]\right\}}$$

$$= \frac{4}{\pi n \left\{1 + \frac{n}{\lambda}\left[\frac{1 + e^{-2 n \pi \frac{h}{l}}}{1 - e^{-2 n \pi \frac{h}{l}}} + \left(e^{-2 n \pi \frac{h}{l} \frac{1-E}{2}} + e^{-2 n \pi \frac{h}{l} \frac{1+E}{2}}\right) \sum_{m=0}^{\infty} e^{-2 n m \pi \frac{h}{l}}\right]\right\}}.$$

Es zeigt sich, daß es vollauf genügt, von der aus der Division

$$\frac{1 + e^{-2 n \pi \frac{h}{l}}}{1 - e^{-2 n \pi \frac{h}{l}}}$$

sich ergebenden Reihe sowie von der Summe

$$\sum_{m=0}^{\infty} e^{-2 n m \pi \frac{h}{l}}$$

die beiden ersten Glieder zu berücksichtigen; man erhält damit:

$$a_n = \frac{4}{\pi n \left\{1 + \frac{n}{\lambda}\left[1 + 2 e^{-2 n \pi \frac{h}{l}} + \left(e^{-2 n \pi \frac{h}{l} \frac{1-E}{2}} + e^{-2 n \pi \frac{h}{l} \frac{1+E}{2}}\right)\left(1 + e^{-2 n \pi \frac{h}{l}}\right)\right]\right\}}.$$

Tafel II.

E	λ	$x/l =$ 0,5	0,25	0,125	0,0625	E	λ	$x/l =$ 0,5	0,25	0,125	0,0625
	1	0,442	0,398	0,321	0,235		1	0,524	0,465	0,347	0,246
	2	0,620	0,576	0,484	0,355		2	0,695	0,624	0,510	0,381
	3	0,717	0,671	0,583	0,458		3	0,776	0,725	0,673	0,472
	4	0,773	0,752	0,652	0,528		4	0,826	0,782	0,679	0,537
0,75	5	0,808	0,772	0,701	0,578	0,25	5	0,856	0,817	0,728	0,590
	6	0,835	0,803	0,739	0,615		6	0,879	0,843	0,762	0,632
	7	0,856	0,827	0,770	0,655		7	0,895	0,862	0,793	0,667
	8	0,875	0,844	0,794	0,682		8	0,907	0,878	0,813	0,695
	9	0,887	0,860	0,815	0,706		9	0,916	0,888	0,831	0,719
	1	0,510	0,454	0,337	0,242		1	0,531	0,470	0,352	0,248
	2	0,669	0,618	0,505	0,380		2	0,702	0,634	0,513	0,382
	3	0,756	0,710	0,609	0,470		3	0,784	0,733	0,616	0,474
	4	0,806	0,766	0,677	0,535		4	0,831	0,790	0,682	0,539
0,5	5	0,841	0,804	0,724	0,589	0	5	0,860	0,823	0,730	0,592
	6	0,865	0,832	0,758	0,631		6	0,883	0,853	0,765	0,633
	7	0,881	0,851	0,789	0,665		7	0,898	0,869	0,795	0,667
	8	0,895	0,867	0,810	0,692		8	0,910	0,885	0,815	0,695
	9	0,906	0,880	0,828	0,715		9	0,920	0,896	0,833	0,720

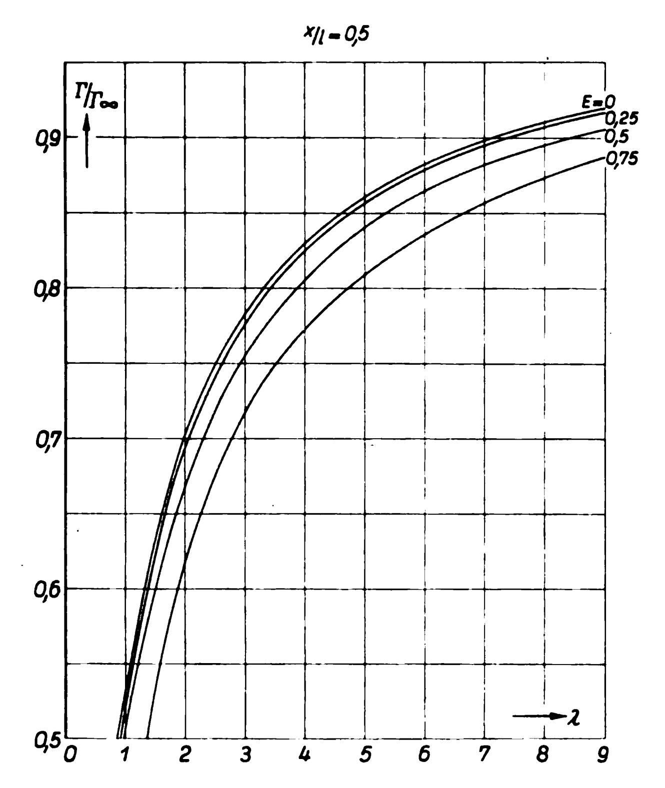


Abb. 11. Zirkulationsstärke in der Mitte in Abhängigkeit von λ.

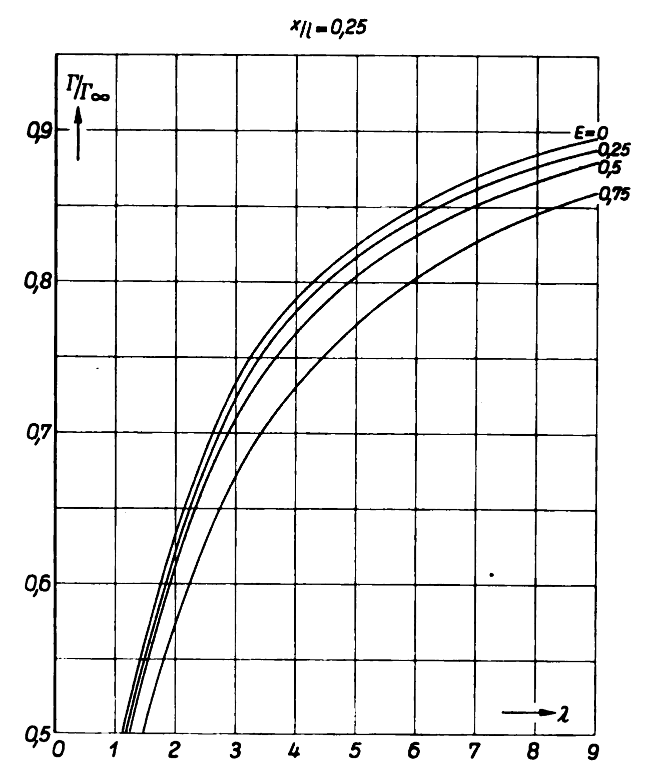


Abb. 12. Zirkulationsstärke bei $x/l = 0{,}25$ in Abhängigkeit von λ.

Als Beispiel wurde die Aufgabe für den quadratischen Strahl ($h/l = 1$) durchgerechnet. Gewählt wurden die Exzentrizitäten $E = 0{,}25$; 0,5 und 0,75. Die Rechnungen wurden durchgeführt für ganzzahlige Werte von λ von 1 bis 9, womit alle praktisch interessierenden Seitenverhältnisse erfaßt sind. Die Werte der Zirkulationsstärken an den verschiedenen Punkten des Flügels in Abhängigkeit von λ zeigen die Abb. 11, 12, 13 und 14. Die errechneten Zahlenwerte sind in Tafel II wiedergegeben. Zum Vergleich sind die Werte für den in der Mitte des Strahls liegenden Flügel ($E = 0$) angegeben. Abb. 15 gibt die Zirkulationsverteilung über den Flügel bei den verschiedenen Graden der Exzentrizität wieder.

Aus den errechneten Zirkulationsverteilungen wurde der Gesamtauftrieb A eines Flügels bei verschiedenen Exzentrizitäten bestimmt. Das Verhältnis dieser Werte zu dem Wert A_0 bei in Strahlmitte liegendem Flügel läßt den Einfluß der Exzentrizität erkennen. Den Verlauf der Kurven zeigt Abb. 16. Es ergibt sich, daß der Einfluß der Exzentrizität in dem praktisch am meisten interessierenden Ge-

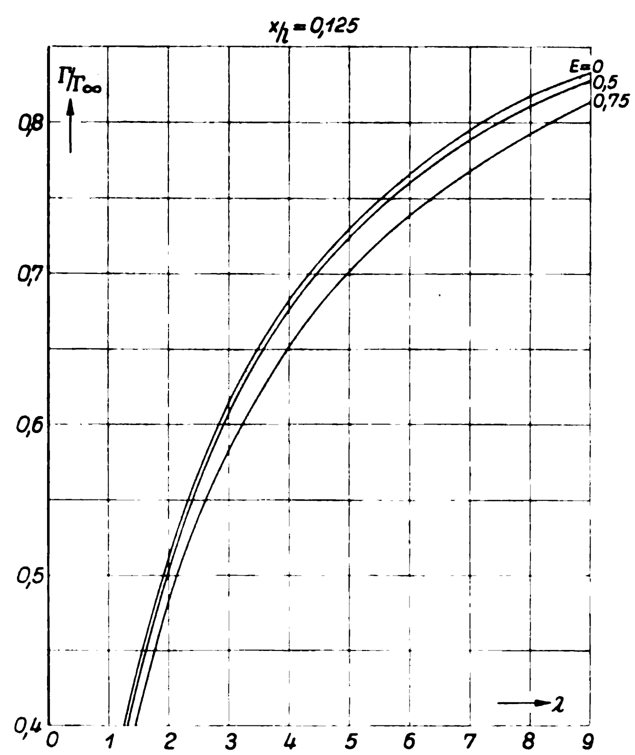


Abb. 13. Zirkulationsstärke bei $x/l = 0{,}125$ in Abhängigkeit von λ.

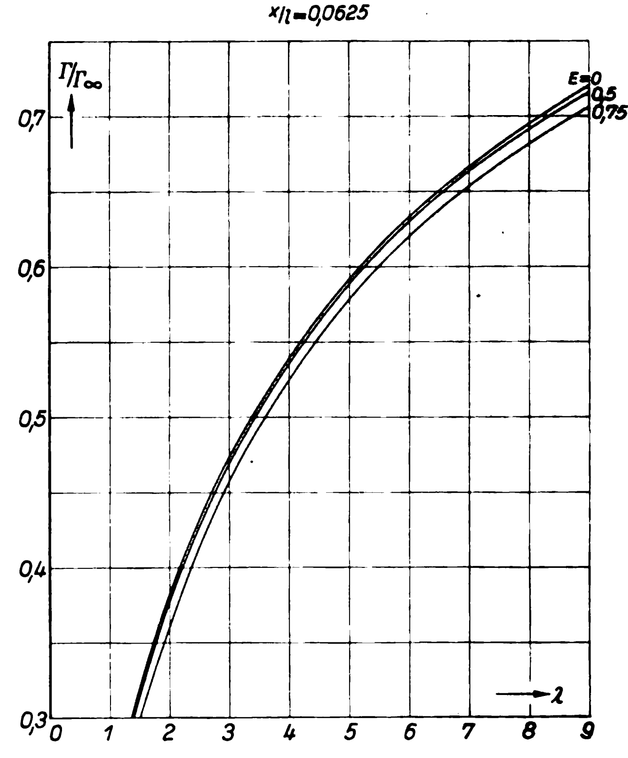
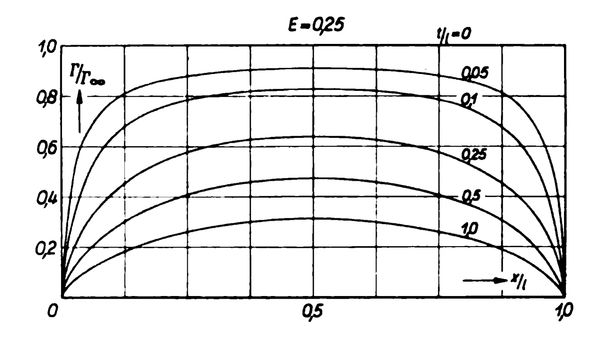
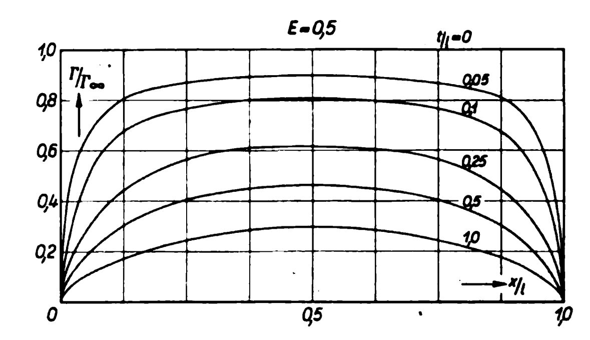


Abb. 14. Zirkulationsstärke bei $x/l = 0{,}0625$ in Abhängigkeit von λ.





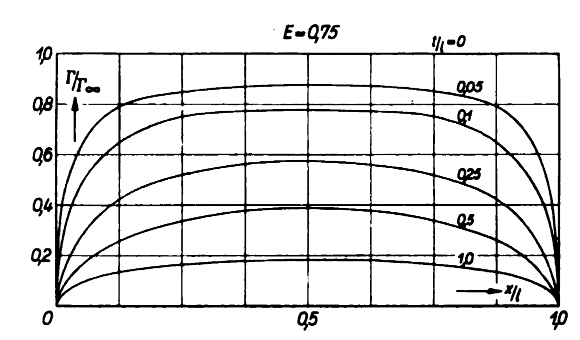


Abb. 15. Zirkulationsverteilung über den exzentrisch durch einen quadratischen Freistrahl hindurchgesteckten Tragflügel.

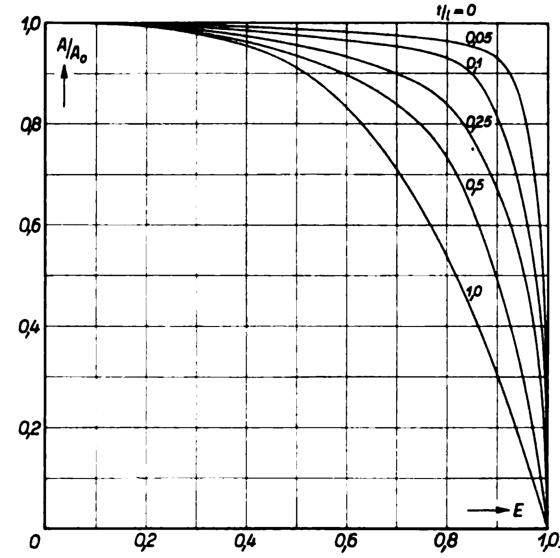


Abb. 16. Einfluß der Exzentrizität auf den Auftrieb.

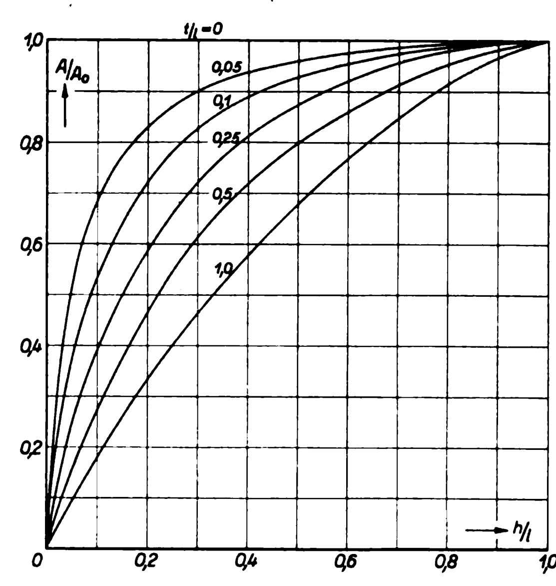


Abb. 17. Einfluß der Strahlverkleinerung auf den Auftrieb.

biet von $E = 0$ bis $E = 0{,}5$ nur sehr gering ist. Zum Vergleich wurden die Werte A/A_0 bestimmt, wenn man bei einem mitten durch einen rechteckigen Freistrahl hindurchgesteckten Flügel die Strahlhöhe h von $h = l$ bis $h = 0$ abnehmen läßt, Abb. 17. Man erkennt leicht, daß diese Strahlbeschneidung einen starken Einfluß auf die Vorgänge am Flügel hat.

6. Tragflügel durch einen Freistrahl von Kreisquerschnitt hindurchgesteckt, exzentrisch gelagert.

Für den exzentrisch durch einen Kreisstrahl hindurchgesteckten Flügel ist eine Durchrechnung in obiger Art nicht möglich. Zu einer Lösung könnte man auf folgende Weise gelangen. Betrachtet man die Verhältnisse unendlich weit hinter dem Flügel, so kann die Strahlbedingung für die Kreiskontur in bekannter Art durch Spiegelung nach reziproken Radien erfüllt werden (Abb. 18). Man nimmt vorerst eine Zirkulationsverteilung an, die der Lösung vermutlich nahe kommt und berechnet dazu die induzierte Abwindverteilung, die vom Flügel selbst und der Spiegelung herrührt. Daraus ergibt sich dann der zu der angenommenen Zirkulationsverteilung gehörende Verlauf des geometrischen Anstellwinkels über die Spannweite. Durch passend vorgenommene Änderungen in der Zirkulationsverteilung muß man nun den Anstellwinkelverlauf dem vorgegebenen Verlauf anpassen. Dieses Verfahren ist ziemlich kompliziert und die Güte seiner Konvergenz nicht unbe-

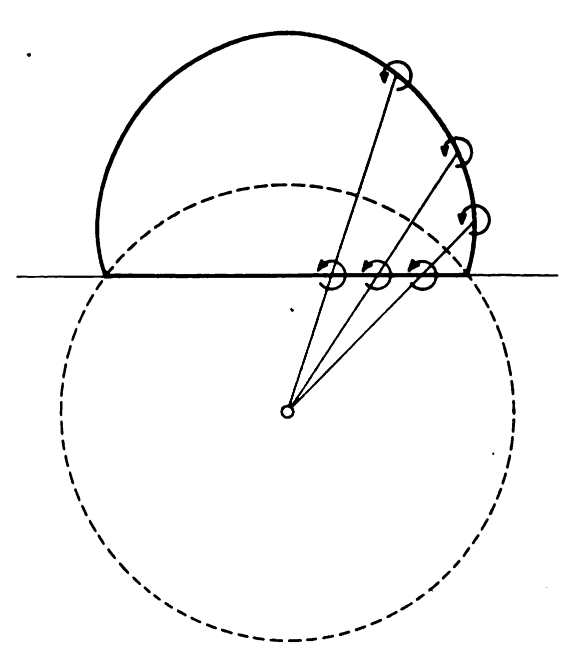
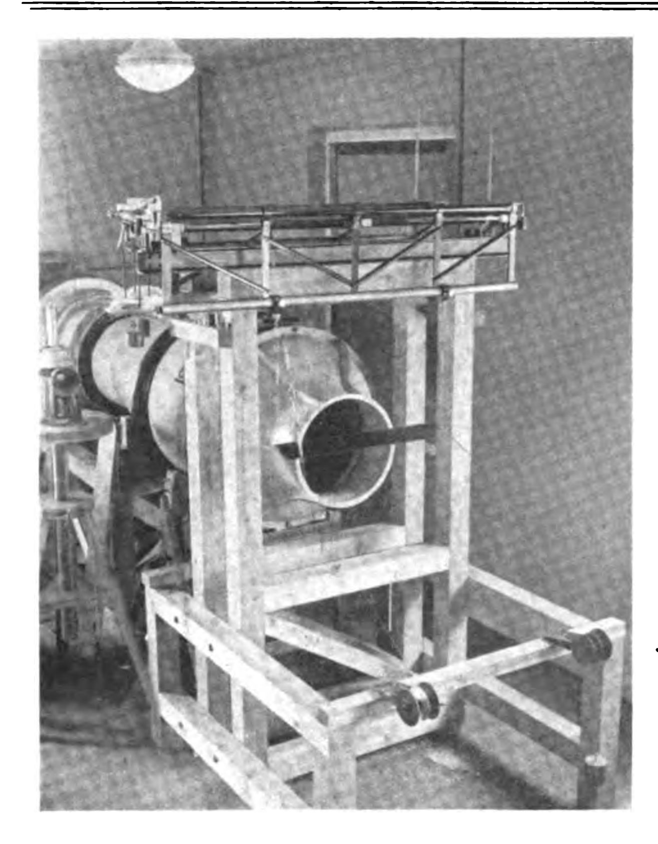


Abb. 18. Spiegelung bei einem exzentrisch durch einen Kreisstrahl hindurchgesteckten Tragflügel.



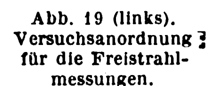


Abb. 19 (links). Versuchsanordnung für die Freistrahlmessungen.

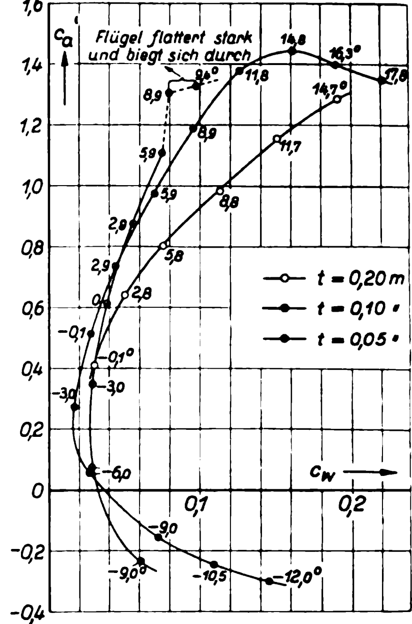


Abb. 20 (rechts). Polaren der drei Modellflügel, Profil Göttingen 398.

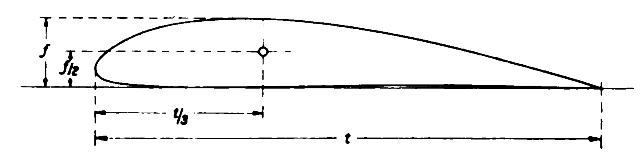


Abb. 21. Lage der Bezugsachse.

dingt sichergestellt. Es erschien daher angebracht, das Problem des exzentrisch durch einen Kreisstrahl hindurchgesteckten Flügels experimentell zu lösen.

II. Experimenteller Teil.

Zur Ergänzung der im vorstehenden Teil wiedergegebenen theoretischen Untersuchungen wurden Experimente angestellt. Es kam darauf an, den Einfluß der exzentrischen Lagerung eines Flügels zu erfassen, der durch einen Freistrahl von Kreisquerschnitt hindurchgesteckt ist. Die Versuchsanlage zeigt Abb. 19. Durch einen Gebläsestrahl (Düsendurchmesser 40 cm) dringt ein Flügel, der an zwei Waagen zur Bestimmung von Auftrieb und Widerstand aufgehängt ist. Vermessen wurden drei Flügel mit dem Profil Göttingen 398 und den Tiefen $t = 5$, 10 und 20 cm. Die Anblasgeschwindigkeit betrug etwa 30 m/s. Die Polaren der Modellflügel gemessen im Göttinger Windkanal zeigt Abb. 20; die Länge aller Flügel war 70 cm.

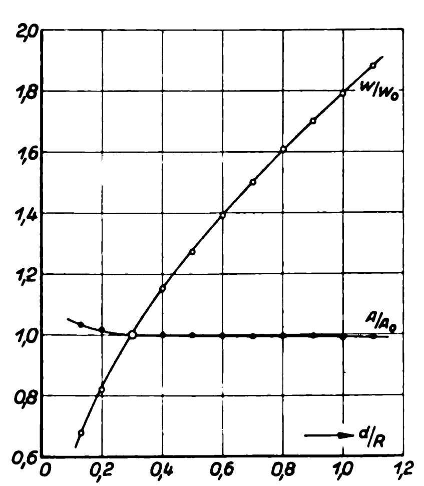


Abb. 22. Einfluß des Abstandes des Flügels von der Düsenebene auf Auftrieb und Widerstand.

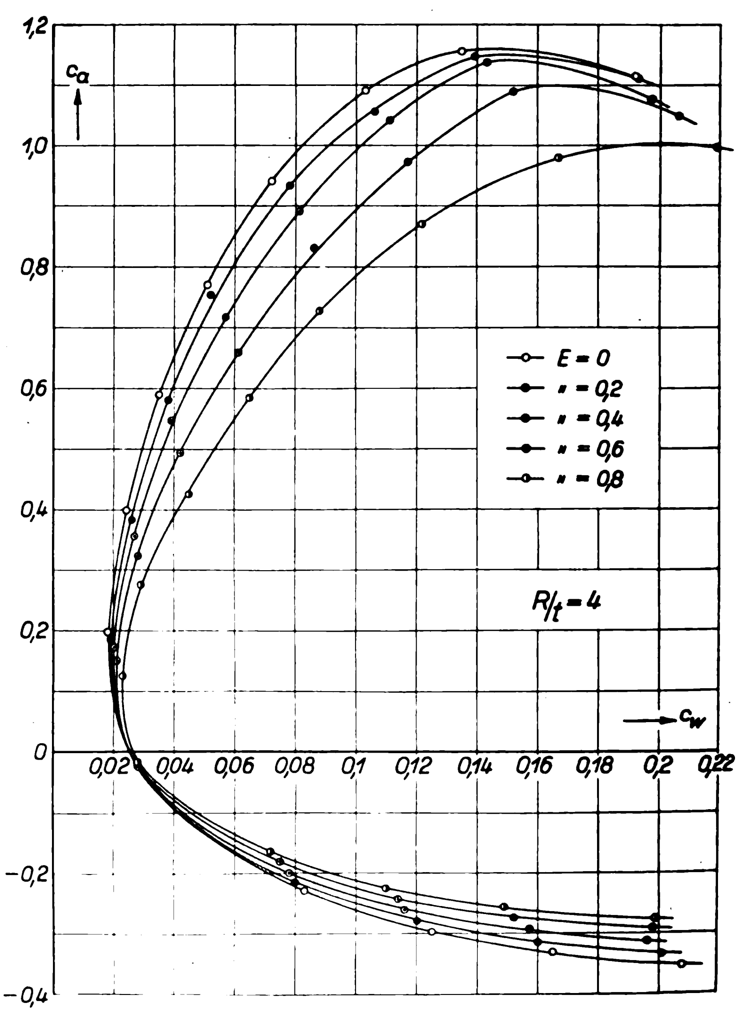


Abb. 23. Polaren des Flügels exzentrisch durch einen Kreisstrahl gesteckt, $R/t = 4$.

Tafel III.

		$E = 0$		0,2		0,4		0,6		0,8	
	α^0	C_a	C_w	C_a	C_w	C_a	C_w	C_a	C_w	C_a	C_w
	−18	−0,353	0,208	−0,335	0,201	−0,312	0,196	−0,297	0,198	−0,276	0,199
	−15	−0,330	0,165	−0,315	0,160	−0,292	0,157	−0,275	0,152	−0,255	0,149
	−12	−0,298	0,125	−0,280	0,120	−0,261	0,116	−0,244	0,114	−0,225	0,110
	− 9	−0,230	0,083	−0,215	0,080	−0,200	0,078	−0,182	0,075	−0,165	0,072
	− 6	−0,027	0,028	−0,025	0,028	−0,023	0,028	−0,020	0,028	−0,018	0,028
	− 3	0,198	0,018	0,185	0,019	0,170	0,020	0,150	0,021	0,125	0,023
$R/t = 4$	0	0,398	0,024	0,382	0,026	0,355	0,027	0,323	0,028	0,275	0,029
	3	0,589	0,035	0,580	0,038	0,549	0,039	0,493	0,042	0,425	0,045
	6	0,770	0,051	0,753	0,052	0,718	0,057	0,659	0,061	0,584	0,065
	9	0,941	0,072	0,932	0,078	0,891	0,081	0,830	0,086	0,726	0,088
	12	1,090	0,103	1,064	0,106	1,042	0,111	0,971	0,117	0,870	0,122
	15	1,155	0,135	1,145	0,139	1,136	0,143	1,088	0,152	1,029	0,167
	18	1,112	0,192	1,111	0,193	1,076	0,197	1,048	0,206	0,995	0,219
	21	0,920	0,320	0,931	0,320	0,892	0,322	0,841	0,325	0,795	0,348

		$E = 0$		0,2		0,4		0,6		0,8	
	α^0	C_a	C_w	C_a	C_w	C_a	C_w	C_a	C_w	C_a	C_w
	−18	−0,254	0,171	−0,260	0,168	−0,264	0,166	−0,271	0,165	−0,275	0,165
	−15	−0,240	0,136	−0,246	0,135	−0,252	0,135	−0,256	0,133	−0,264	0,132
	−12	−0,195	0,098	−0,207	0.097	−0,212	0,096	−0,217	0,094	−0,219	0,091
	− 9	−0,100	0,042	−0,104	0,041	−0,108	0,039	−0,114	0,038	−0,118	0,037
	− 6	0,033	0,015	0,032	0,016	0,023	0,017	0,020	0,018	0,015	0,019
	− 3	0,172	0,010	0,168	0,012	0,155	0,014	0,150	0,017	0,125	0,022
$R/t = 2$	0	0,311	0,020	0,310	0,021	0,305	0,024	0,280	0,026	0,245	0,031
	3	0,442	0,035	0,435	0,036	0,422	0,037	0,396	0,039	0,360	0,044
	6	0,580	0,052	0,575	0,054	0,558	0,056	0,520	0,058	0,475	0,061
	9	0,724	0,074	0,711	0,076	0,692	0,080	0,650	0,084	0,591	0,086
	12	0,853	0,098	0,842	0,102	0,820	0,105	0,762	0,109	0,710	0,119
	15	0,970	0,130	0,955	0,132	0,933	0,134	0,870	0,141	0,815	0,154
	18	1,075	0,190	1,060	0,198	1,045	0,204	0,980	0,208	0,895	0,210
	21	1,082	0,230	1,072	0,232	1,057	0,236	1,004	0,244	0,930	0,264

		$E = 0$		0,2		0,4		0,6		0,8	
	α^0	C_a	C_w	C_a	C_w	C_a	C_w	C_a	C_w	C_a	C_w
	−18	−0,228	0,133	−0,232	0,135	−0,242	0,140	−0,254	0,141	−0,268	0,144
	−15	−0,186	0,088	−0,188	0,089	−0,200	0,089	−0,205	0,091	−0,210	0,092
	−12	−0,125	0,045	−0,130	0,047	−0,135	0,048	−0,144	0,049	−0,153	0,052
	− 9	−0,044	0,017	−0,055	0,019	−0,066	0,020	−0,075	0,023	−0,086	0,026
	− 6	0,039	0,004	0,030	0,005	0,015	0,008	−0,007	0,013	−0,028	0,020
	− 3	0,121	0,007	0,114	0,010	0,096	0,012	0,061	0,016	0,024	0,020
$R/t = 1$	0	0,208	0,018	0,190	0,018	0,178	0,020	0,142	0,023	0,094	0,027
	3	0,294	0,032	0,283	0,033	0,263	0,033	0,222	0,035	0,159	0,037
	6	0,369	0,048	0,352	0,048	0,339	0,049	0,305	0,051	0,232	0,052
	9	0,454	0,071	0,444	0,072	0,428	0,073	0,394	0,076	0,322	0,078
	12	0,534	0,096	0,521	0,097	0,506	0,099	0,475	0,103	0,403	0,106
	15	0,610	0,125	0,604	0,128	0,581	0,130	0,548	0,135	0,489	0,140
	18	0,690	0,158	0,680	0,164	0,651	0,165	0,613	0,169	0,560	0,178
	21	0,759	0,192	0,745	0,196	0,725	0,204	0,690	0,212	0,632	0,220

Die Lage der Bezugsachse, die als Ort des Flügels definiert ist, ist in Abb. 21 festgelegt. Die Lage dieser Achse fällt etwa mit der Druckmittellinie des Flügels zusammen; denn es erscheint vernünftig, bei Vergleichen mit theoretischen Untersuchungen diese Stelle mit dem Ort des Wirbelfadens gleichzusetzen. Um diese Bezugsachse wurde auch die Drehung des Flügels zur Erzielung der verschiedenen Anstellwinkel vorgenommen.

Der Abstand des Flügels von der Düsenebene war bei allen Messungen gleich $d = 0{,}3\,R$. Von dieser Stelle an war der statische Druck im Freistrahl konstant; auch ist die Mischzone am Strahlrand noch hinreichend klein. Um die Verhältnisse bei verschiedenem Abstand des Flügels von der Düsenebene zu studieren, wurde an einem Flügel ($R/t = 2$) bei einem Anstellwinkel von 6^0 Auftrieb und Widerstand bei verschiedenen Abständen gemessen. Die gemessenen Werte wurden durch Division durch den Wert an der Stelle $d = 0{,}3\,R$ dimensionslos gemacht. Das Ergebnis ist in Abb. 22 wiedergegeben. Man sieht, daß der Auftrieb fast völlig unabhängig vom Abstand d/R ist. Der Widerstand dagegen wächst mit der Entfernung des Flügels von der Düsenebene. Bei wachsendem Abstand nimmt einmal die Einwirkung der Düse auf die Abwindrichtung ab; weiterhin nimmt die Auftriebsverteilung ungünstigere Formen an. Durch die Strahlenausbreitung werden immer größere Flächen vom Luftstrom erfaßt, während andererseits die Strahlgeschwindigkeit abnimmt. Die Wirkung der einzelnen Einflüsse für sich ist nicht bekannt, in ihrem Zusammenwirken ergeben sie die oben angegebene Widerstandsvergrößerung.

Die Ergebnisse der Messungen sind in Tafel III niedergelegt. Bezeichnet man den Abstand des Flügels von der Strahlachse mit a, so ist die Exzentrizität $E = a/R$. In den Gleichungen $c_a = \dfrac{A}{qF}$ und $c_w = \dfrac{W}{qF}$ ist als Fläche F die jeweils im Strahl sich befindende Flügelfläche eingesetzt; also ist

$$F = 2\,R\,t\sqrt{1 - E^2}.$$

Die Polaren sind in den Abb. 23, 24 und 25 dargestellt, während der Verlauf von c_a in Abhängigkeit vom Anstellwinkel in den Abb. 26, 27 und 28 gezeigt ist. Durch die Wahl der Bezugsachse wird bei der Änderung des Anstellwinkels auch die Lage der Flügelvorderkante im Strahl verändert, am stärksten natürlich bei dem Flügel mit der größten Tiefe. Dadurch erklärt sich der eigenartige Verlauf des Auftriebs bei großen negativen Anstellwinkeln (bei $R/t = 2$ und 1); bei zunehmender Exzentrizität nehmen die Auftriebsbeiwerte zu, während man das Gegenteil erwarten sollte.

Um allgemeine Angaben für den exzentrisch durch einen Kreisstrahl hindurchgesteckten Flügel zu erhalten, wurde

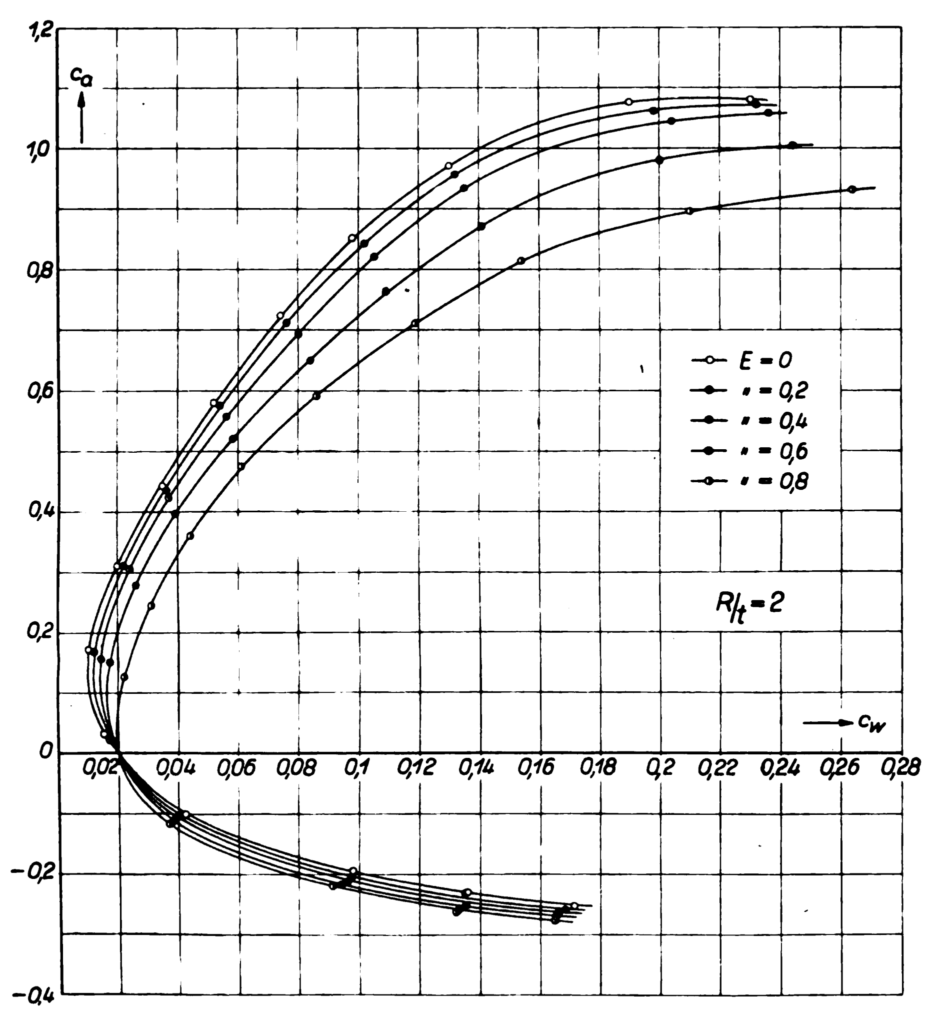


Abb. 24. Polaren des Flügels exzentrisch durch einen Kreisstrahl gesteckt. $R/t = 2$.

aus den vorliegenden Messungen der Verlauf von $\frac{d\,c_a}{d\,\alpha}$ in Abhängigkeit von λ bestimmt (Abb. 29). Man sieht, daß auch hier wie beim rechteckigen Strahlquerschnitt der Einfluß der Exzentrizität nur sehr klein ist. Bei der bei Windkanalmessungen höchstens vorkommenden Größe der Exzentrizität ($E = 0,5$) kann man mit Berücksichtigung einer Korrektur die Rechenergebnisse für den in der Strahlmitte liegenden Flügel benutzen.

Zum Schluß wurden noch einige Messungen an einem Freistrahl von quadratischem Querschnitt ausgeführt, um die Gültigkeit der oben angegebenen theoretischen Untersuchungen zu prüfen. Gemessen wurde der Auftrieb von zwei exzentrisch gelagerten Flügeln ($t = 5$ und 10 cm). Die Abhängigkeit der Auftriebsbeiwerte vom Anstellwinkel zeigen Abb. 30 und 31. In Abb. 32 ist der theoretisch bestimmte Verlauf von $\frac{d\,c_a}{d\,\alpha}$ in den ausgezogenen Kurven wiedergegeben, während die eingezeichneten Kreise die gemessenen Werte darstellen. Beim Seitenverhältnis $l/t = 6$ ist die Übereinstimmung recht gut; die Abweichung bei $l/t = 3$ erklärt sich durch die Vernachlässigung der Verteilung des Auftriebs über die Flügeltiefe in den Rechnungen, die bei derart kleinen Seitenverhältnissen nicht mehr statthaft ist.

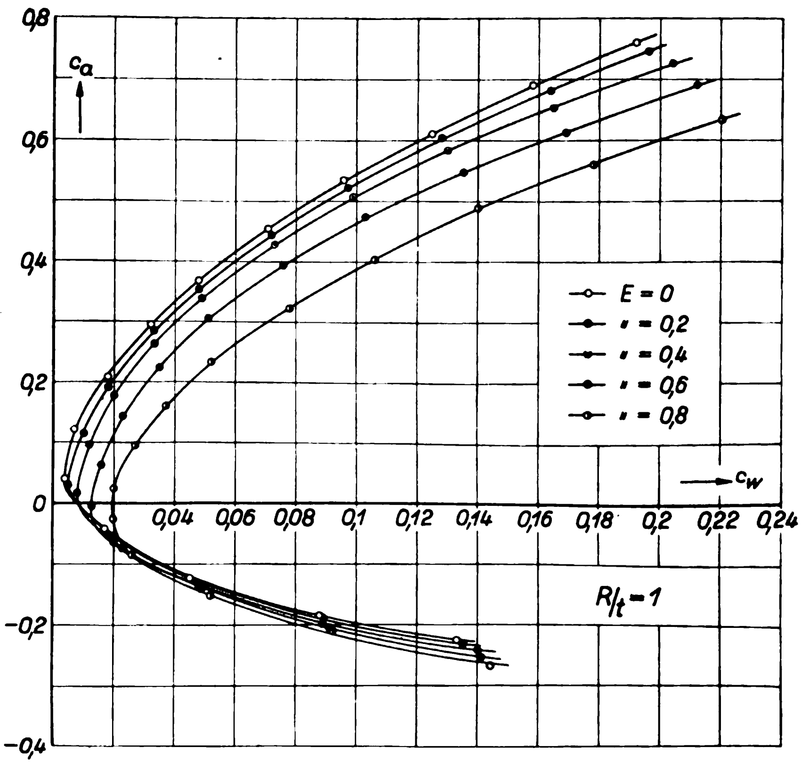


Abb. 25. Polaren des Flügels exzentrisch durch einen Kreisstrahl gesteckt, $R/t = 1$.

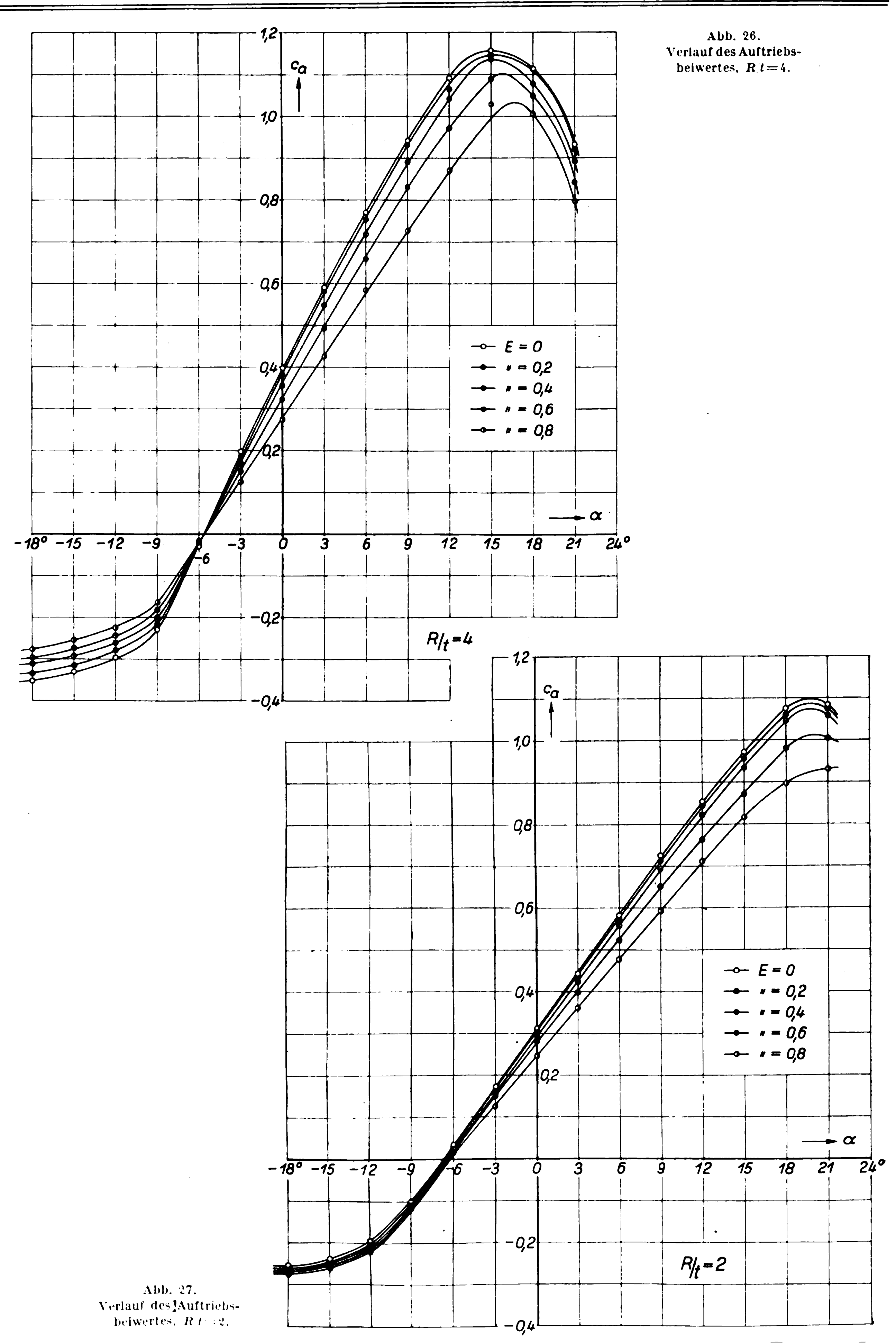


Abb. 26. Verlauf des Auftriebsbeiwertes, $R/t = 4$.

Abb. 27. Verlauf des Auftriebsbeiwertes, $R/t = 2$.

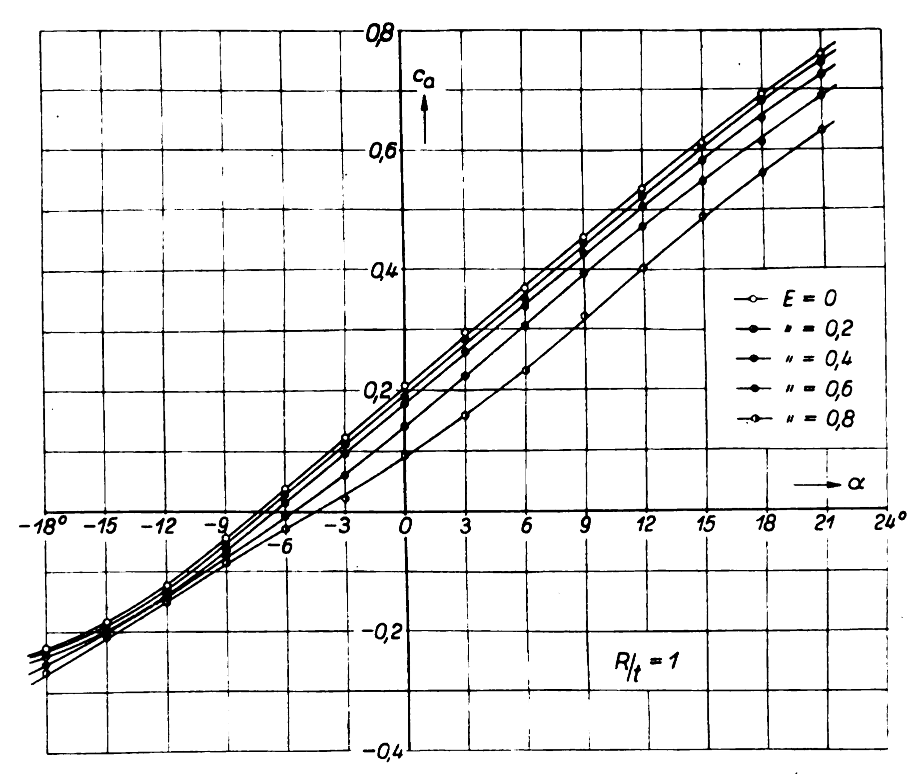


Abb. 28. Verlauf des Auftriebsbeiwertes, $R/t = 1$.

Abb. 29. Verlauf des Koeffizienten $\frac{dc_a}{d\alpha}$ bei exzentrisch durch einen Kreisstrahl hindurchgestecktem Flügel.

Abb. 30. Auftriebsbeiwerte bei quadratischem Freistrahl, exzentrische Lage des Flügels, $l/t = 6$.

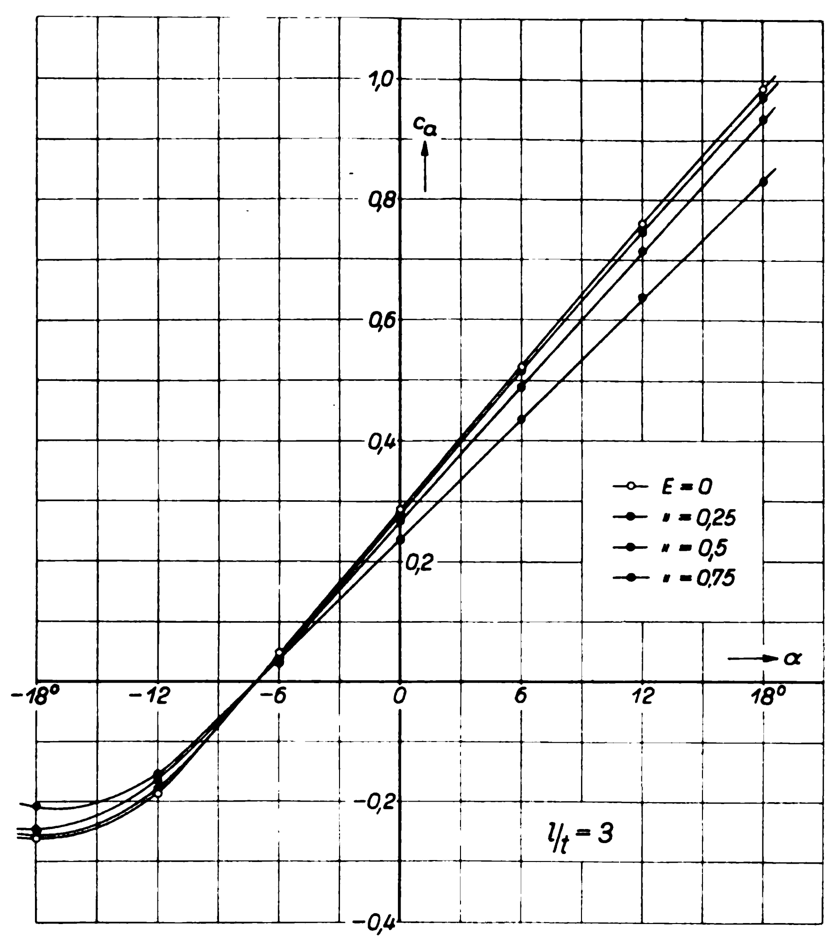


Abb. 31. Auftriebsbeiwerte bei quadratischem Freistrahl, exzentrische Lage des Flügels, $l/t = 3$.

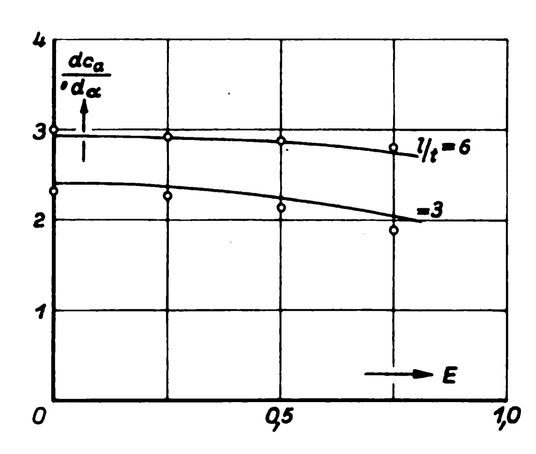


Abb. 32. Verlauf des Koeffizienten $\frac{dc_a}{d\alpha}$ bei quadratischem Freistrahl nach Theorie und Messung.

III. Zusammenfassung.

Nach einer Besprechung der bisherigen Arbeiten über den durch einen Freistrahl hindurchgesteckten unverwundenen Tragflügel konstanter Tiefe wird die Berechnung der Zirkulations- und Auftriebsverteilung bei verschiedenen Formen verwundener Flügel im rechteckigen und kreisförmigen Freistrahl durchgeführt. Die Rechnungsergebnisse werden mit denen von Versuchen verglichen, wobei sich gute Übereinstimmung ergibt. Der Einfluß einer exzentrischen Lagerung ist gering und kann durch Zufügung eines Korrekturfaktors zu den Rechnungsergebnissen für Lagerung in Strahlmitte berücksichtigt werden.

IV. Schrifttum.

[1] R. Seiferth und A. Betz, Untersuchung von Flugzeugmodellen im Windkanal. Handbuch der Experimentalphysik IV, S. 189.

[2] L. Prandtl, Tragflügeltheorie. Neudruck in L. Prandtl und A. Betz, Vier Abhandlungen zur Hydrodynamik und Aerodynamik. Göttingen 1927, S. 55.

[3] J. Stüper, Der durch einen Freistrahl hindurchgesteckte Tragflügel. Ing.-Arch. Bd. 3 (1932), S. 338.

[4] E. Pistolesi, Sull'ala traversante un getto libero. Atti della Pontificia Academia delle Scienze, Nuovi Lincei (1933), S. 405.

[5] H. Glauert, The lift and drag of a wing spanning a free jet. ARC Rep. Mem. Nr. 1603 (1934).

[6] H. Blenk und O. Fuchs, Druckmessungen an einem durch einen Luftstrahl hindurchgesteckten Tragflügel. DVL-Jahrbuch 1931.


Stanford University Libraries
3 6105 025 878 674

